

脱炭素化技術への転換過程に関する基礎的研究 —パティ・クレイモデル再訪

横松 宗太¹・小林 潔司²・金 広文³・中山 寿美枝⁴

¹正会員 京都大学准教授 防災研究所 (〒 611-0011 宇治市五ヶ庄)

E-mail: yokomatsu.muneta.7v@kyoto-u.ac.jp (Corresponding Author)

²フェロー会員 京都大学特任教授 京都大学経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.jp

³正会員 京都大学特任教授 京都大学経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kim.kwangmoon.3w@kyoto-u.ac.jp

⁴非会員 京都大学特命教授 京都大学経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: Sumie_Nakayama@jpower.co.jp

本研究では、脱炭素化の技術的可能性と経済的実行可能性の乖離を分析するためのモデルフレームを開発することを目的とする。企業によるエネルギー技術の取り換え問題をパティ・クレイモデルの考え方をを用いて定式化し、各企業の選択を集計することによって、マクロ経済全体の技術ビンテージの分布や炭素量を導く。本研究では viability 制御を用いて企業の投資行動とマクロ経済の成長過程を分析する。本稿では分析の枠組みを示す。

Key Words: energy, decarbonization, putty-clay model, viability control

1. はじめに

エネルギーの脱炭素化は世界的な潮流と認識されており、先進国では政府やグローバル企業が「ネットゼロ」の達成年限を公表して技術転換を促している。一方で、各国や地域固有の条件を考慮した、社会としてのアダプタビリティについては十分な分析がなされていない。本研究では、はじめに、各企業が炭素排出を伴う技術から低炭素排出、無炭素排出の技術へと取り換えていく問題を、パティ・クレイモデル (putty-clay model)¹⁾²⁾の考え方をを用いて定式化する。個々の企業レベルでは、いったんあるタイプの生産設備が据え付けられると、その設備を使い続ける限り、投入するエネルギーの種類や CO₂ の排出量を自由に変化させることはできない。次いで、各企業が選択する技術や生産を集計することによって、マクロ経済全体の技術ビンテージの分布や炭素量を導く。そして、それらのマクロ変数の動学的分析を通じて、脱炭素化の技術的可能性と経済的実行可能性の乖離を示す。また本研究では、従来標準的な動学的経済モデルで用いられてきた最適制御ではなく、viability 制御³⁾⁴⁾を用いて企業の投資行動とマクロ経済の成長過程を分析する。マクロ経済が、ある水準の社会厚生を満たしながら成長することが可能な初期状態の集合 (viability kernel) を導出することによって、一定年限の脱炭素化を達成することが可能な社会と不可能

な社会を判別するための分析枠組みを開発することを目的とする。

2. モデル

(1) 企業の技術選択問題

1 部門の開放経済を考える。対象国には代表的家計が存在し、人口は時間を通じて一定と仮定する。離散時間軸 ($t = t_0, \dots, T$) を対象とする。対象国は CO₂ 排出エネルギーを海外から輸入すると仮定する。CO₂ 排出エネルギーには石油、石炭、天然ガス等が存在するが、モデルではそれらをひとまとめにして扱う。

各企業の生産水準は資本サービスと全要素生産性の積によって与えられると仮定する。資本サービス ζ は物的資本 k と、CO₂ 排出を伴うエネルギー m によって、次式のように与えられるものとする。

$$\zeta = \{a_k(t)k^\nu + a_m(t)m^\nu\}^{\frac{1}{\nu}} \quad (1)$$

ν は一定のパラメータであり、代替弾力性 $1/(1-\nu)$ を構成する。 $a_k(t), a_m(t)$ は以下の関係を満たすものとする。

$$a_k(t) = a(t), \quad a_m(t) = 1 - a(t), \quad 0 < a(t) \leq 1 \quad (2)$$

$a(t)$ は当該社会の脱炭素の技術的水準を表す。各企業にとっては与件である。

資本サービス生成の技術選択をパティ・クレイモデルによって表現する。図-1 に示すように、資本サービ

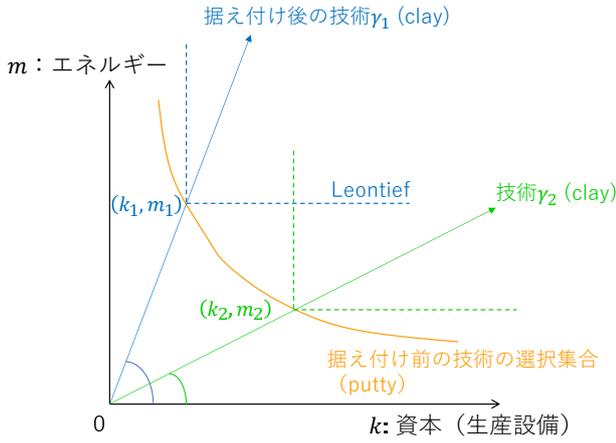


図-1 等資本サービス曲線と技術選択

ス生成設備を据え付ける前の技術集合 (k, m) は、滑らかな等資本サービス曲線によって与えられる。しかし、いったんある技術 $\gamma_1 = m_1/k_1$ を選択すると、その後は (k, m) の選択比率は γ_1 に固定されることになる。すなわち設備の据え付け前には可塑的（パティの状態）である技術が、据え付け後には固定的（クレイの状態）になる。各企業のパティのときの問題は以下のように表される。

$$\min_{k,m} \omega_k(t)k + \omega_m(t)m + \Omega(t)\zeta \quad (3a)$$

$$\text{subject to } \{a_k(t)k^\nu + a_m(t)m^\nu\}^{\frac{1}{\nu}} = \zeta \quad (3b)$$

$\omega_k(t), \omega_m(t)$ はそれぞれ k, m の t 期における単位費用を表す。 $\Omega(t)$ は新しい設備の据え付けにかかる、単位資本サービス当たりの固定費用を表す。費用最小化問題 (3a)(3b) では $\Omega(t)\zeta$ は与件であり、選択 (k, m) に影響を及ぼさない。最適 (k, m) と最小化費用は次式のように決まる。

$$k^* = \Xi_k \zeta, \quad m^* = \Xi_m \zeta \quad (4a)$$

$$C(t, t) \cdot \zeta = \{C_0(t) + \Omega\} \cdot \zeta \quad (4b)$$

where

$$\Xi_k = \left(\frac{a_k}{\omega_k}\right)^{\frac{1}{1-\nu}} \Xi^{-\frac{1}{\nu}}, \quad \Xi_m = \left(\frac{a_m}{\omega_m}\right)^{\frac{1}{1-\nu}} \Xi^{-\frac{1}{\nu}} \quad (4c)$$

$$C_0(t) = \Xi^{-\frac{1-\nu}{\nu}}, \quad \Xi = \frac{a_k^{\frac{1}{1-\nu}}}{\omega_k^{\frac{1-\nu}{\nu}}} + \frac{a_m^{\frac{1}{1-\nu}}}{\omega_m^{\frac{1-\nu}{\nu}}} \quad (4d)$$

t 期のパティの問題で決まる技術は以下のように表される。

$$\gamma(t) = \frac{m^*}{k^*} = \left\{ \frac{a_m(t)\omega_k(t)}{a_k(t)\omega_m(t)} \right\}^{\frac{1}{1-\nu}} \quad (5)$$

以後、 s 期で選択した技術を「技術 s 」や「ビンテージ s 」と呼ぶこととする⁵⁾⁶⁾。技術 s がクレイとなった後、技術 s に関連した $t (> s)$ 期のエネルギー投入量と資本サービス水準、費用はそれぞれ以下のように決まる。

$$m(s, t) = \gamma(s)k(s, t), \quad \zeta(s, t) = \Gamma(s)k(s, t) \quad (6a)$$

$$\text{where } \Gamma(s) = \{a_k(s) + a_m(s)\gamma(s)^\nu\}^{\frac{1}{\nu}} \quad (6b)$$

$$C(s, t) \cdot \zeta(s, t) = \omega_k(t)k(s, t) + \omega_m(t)m(s, t) \\ = \{\omega_k(t) + \omega_m(t)\gamma(s)\} \cdot k(s, t) \quad (6c)$$

技術の取り換えの決定は以下の基準で行われる。 t 期において

$$C(s, t) + \varepsilon_{st} \leq C(t, t) + \varepsilon_{tt} \\ \Rightarrow \text{技術 } s \text{ を使い続ける。} \quad (7a)$$

$$C(s, t) + \varepsilon_{st} > C(t, t) + \varepsilon_{tt} \\ \Rightarrow \text{技術 } t \text{ に取り換える。} \quad (7b)$$

ただし $\varepsilon_{st}, \varepsilon_{tt}$ は Gumbel 分布に従う独立な確率変数である。技術 s をもつ企業が、 t 期において、技術 s にとどまる確率と、技術 t に取り換える確率はそれぞれ以下のように表わされる。

$$P(s : s, t) = \frac{\exp\{C(t, t)\}}{\exp\{C(s, t)\} + \exp\{C(t, t)\}} \quad (8a)$$

$$P(s : t, t) = \frac{\exp\{C(s, t)\}}{\exp\{C(s, t)\} + \exp\{C(t, t)\}} \quad (8b)$$

企業の技術 s への資本投資 $\eta(s, t)$ を以下のように表現する。

$$\eta(s, t) = \iota(s, t) \cdot k(s, t) \quad (9)$$

$\iota(s, t)$ は投資率であり、viability control を受けて変化する。詳細は後述する。資本 $k(s, t)$ の形成過程は次式に従う。

$$\Delta k(s, t) = -\delta k(s, t) + \eta(s, t) \\ = \{\iota(s, t) - \delta\} \cdot k(s, t) \quad (10)$$

以後、 Δ は時間 t に関する差分を表すこととする。 δ は減耗率を表す。

(2) 技術と要素の集計

t 期におけるビンテージ s の密度を $\theta(s, t)$ ($s_0 \leq s \leq t$) により表す。 $\theta(s, t)$ は企業数で測ったシェアであり、生産量のシェアではない。 $s_0 (< t_0)$ は最も古いビンテージが生まれた時点である。

$$0 \leq \theta(s, t) \leq 1, \quad \sum_{s=s_0}^t \theta(s, t) = 1 \quad (11)$$

全企業数を 1 に基準化する。よって $\theta(s, t)$ はビンテージ s を採用する企業数を表す。 $t-1$ 期から t 期にかけてシェアは以下のように変化する。

$$\theta(s, t) = \theta(s, t-1)P(s : s, t) \\ \text{for } s = s_0, \dots, t-1 \quad (12a)$$

$$\theta(t, t) = \sum_{s=s_0}^{t-1} \theta(s, t-1)P(s : t, t) \quad (12b)$$

経済全体の資本 $K(t)$ と CO2 排出エネルギー $M(t)$ 、資本サービス $Z(t)$ 、資本サービスの単位コスト $\omega_Z(t)$

はそれぞれ以下のように表される。

$$K(t) = \sum_{s=s_0}^t \theta(s, t)k(s, t) \quad (13a)$$

$$M(t) = \sum_{s=s_0}^t \theta(s, t)m(s, t) \quad (13b)$$

$$Z(t) = \sum_{s=s_0}^t \theta(s, t)\zeta(s, t) \quad (13c)$$

$$\omega_Z(t) = \sum_{s=s_0}^t \theta(s, t)C(s, t) \quad (13d)$$

t 期の技術の取り換え費用 $\Lambda_1(t)$ と、設備の形成費用 $\Lambda_2(t)$ 、CO2 排出エネルギー購入費用 $\Lambda_3(t)$ はそれぞれ以下のように表される。

$$\Lambda_1(t) = \theta(t, t)\Omega(t)\zeta(t, t) \quad (14a)$$

$$\Lambda_2(t) = \iota \sum_{s=s_0}^t \theta(s, t)k(s, t) = \iota K(t) \quad (14b)$$

$$\Lambda_3(t) = \omega_m(t)M(t) \quad (14c)$$

経済全体の生産 $Y(t)$ は、資本サービス $Z(t)$ に関する AK 技術で与えられると仮定する。

$$Y(t) = A(t)Z(t) \quad (15)$$

$A(t)$ は全要素生産性 (TFP: Total Factor Productivity) を表す。本モデルでは、土地や人的資本も含むものとする。TFP は確率項を伴って変化する。生産と配分の恒等式は以下のように表される。

$$Y(t) = C(t) + \Lambda_1(t) + \Lambda_2(t) + NX(t) \quad (16)$$

$C(t)$ は消費、 $NX(t)$ は純輸出を表す。トレードバランスは次式のように表される。

$$\Delta B(t) = rB(t) + NX(t) - \Lambda_3(t) \quad (17)$$

$B(t)$ は海外債券の保有水準を表す、符号は貯蓄を正とする。 r は利子率を表す。また CO2 排出エネルギーは全て輸入すると仮定する。

3. 動学的制御

(1) 目標集合とレギュロン

viability 制御の対象となる状態ベクトル $x(t)$ を以下のように設定する。

$$x(t) = (Y(t), C(t), B(t), M(t)) \quad (18)$$

viability 制御理論では、将来時点における状態ベクトルが目標集合 (target set) に含まれる経路を探索する。したがって $x(t)$ は目標設定の対象となる変数によって構成されなければならない。上記のように $x(t)$ を特定した理由は以下のように与えられる。まず生産 $Y(t)$ は 1 部門モデルでは GDP に相当する。GDP の社会厚生指標としての意義については多くの疑義が示されているが、経済成長に着目する議論では依然として焦点の一つ

である。消費 $C(t)$ は、通常の効用関数のインプットであり、効用水準をベースとした社会厚生評価の基礎情報である。海外純資産 $B(t)$ は、制約なく海外から借金をして生産を増やすことを防ぐために導入する。具体的に設定すべき条件は自明ではないが、伝統的に最適化モデルでは No-Ponzi-Game 条件が、実務では「政府の債務残高の対 GDP 比」などが参照されてきている。CO2 排出エネルギー $M(t)$ は本研究の議論でもっとも注目される変数の一つである。「2050 年ネットゼロ」に向けた排出水準のパスに密接に関連する。

制約集合 K_V (constrained set) を以下のように設定する。

$$K_V = \{(Y(t), C(t), B(t), M(t)) | t = t_0, t_0 + 1, \dots\} \quad (19a)$$

such that

$$Y(t) \geq Y(t_0) \cdot (1 + \beta_{YK})^{t-t_0} \quad (19b)$$

$$C(t) \geq C(t_0) \cdot (1 + \beta_{CK})^{t-t_0} \quad (19c)$$

$$B(t) \geq B(t_0) \cdot (1 + \beta_{BK})^{t-t_0} \quad (19d)$$

$$M(t) \leq M(t_0) \cdot (1 + \beta_{MK})^{t-t_0} \quad (19e)$$

同様に目標集合 C_V (target set) を以下のように設定する。

$$C_V = \{(Y(t), C(t), B(t), M(t)) | t = t_0, t_0 + 1, \dots\} \quad (20a)$$

such that

$$Y(t) \geq Y(t_0) \cdot (1 + \beta_{YC})^{t-t_0} \quad (20b)$$

$$C(t) \geq C(t_0) \cdot (1 + \beta_{CC})^{t-t_0} \quad (20c)$$

$$B(t) \geq B(t_0) \cdot (1 + \beta_{BC})^{t-t_0} \quad (20d)$$

$$M(t) \leq M(t_0) \cdot (1 + \beta_{MC})^{t-t_0} \quad (20e)$$

Set-valued regulation map を次式のように表現する。

$$R_K(x) = \{u \in U(x) | (\Delta Y(t), \Delta C(t), \Delta B(t), \Delta M(t)) \in T_{K_V}(x)\} \quad (21)$$

ただし T_{K_V} は x における K_V への接錐 (tangent cone) を表す。システムを制御する regulon を以下のように設定する。

$$u(t) = (\{\mu_k(s, t) | \text{for all } s\}, \mu_C(t), k(t, t)) \quad (22a)$$

where

$$\Delta k(s, t) = \mu_k(s, t) \cdot k(s, t) \quad (22b)$$

$$\Delta C(t) = \mu_C(t) \cdot C(t) \quad (22c)$$

すなわちシステムを各ビンテージの資本と消費の変化率によって制御する。ただし $k(t, t)$ は t 期の新しいビンテージの資本の初期値である。新技術が選ばれない場合は 0 となる。なお、本モデルでは簡単化のため、低炭素技術の進歩は外生的であり、次式に従うものと仮

定する。

$$a(t) = 1 - a_{m0} \cdot \left(\frac{S-t}{S-t_0} \right) \text{ for } t_0 \leq t \leq S \quad (23a)$$

$$a(t) = 1 \text{ for } t > S \quad (23b)$$

すなわちビンテージ S において、完全な脱炭素技術が実現するものとする。また最先端の技術開発は海外で行われ、当該国は技術開発費用を負担することはないものと仮定する。今後モデルを拡張する際にはこの仮定は修正する。

viability kernel を $\text{Viab}(K_V)$ と表記する。 $\text{Viab}(K_V)$ は、viable な経路を導く初期状態の集合として定義される。また、viable-capture basin を $\text{Capt}(K_V, C_V)$ と表記する。 $\text{Capt}(K_V, C_V)$ は有限時間に $C_V \in K_V$ に到達する初期状態の集合として定義される。そして、部分集合 K_V が $K_V = \text{Viab}(K_V)$ であるとき「 K_V は viable である」、また $\text{Viab}(K_V) = \phi$ すなわち空集合であるとき「 K_V は repeller である」と定義される。

viability 理論の関心は、viability kernel を見つけること (K_V が repeller であるケースを見つけていること) にある。そして viability kernel から出発するシステムの regulation map を導くことにある。その際に、システムの進化には、確定的あるいは確率的なコントロールによるものではなく、ダーウィンのようなものが想定されている。regulation map の最も単純な例には、システム $x(t)$ を一定の成長率で成長させて、 K_V の境界に近づいたとき (“The system is at stake.”) のみ内側に跳ね返す、あるいは成長率をゼロにするような regulation をするものがある。この例に示されるように、基本的にシステムは慣性の原理 (inertia principle) に従った進化をするものと考えられる。viability 制御が含むこのような想定は、“Heavy evolution”や“Opportunistic and conservative behavior of the system”とも表現されている⁷⁾。なお、標準的な viability 制御モデルは連続時間軸をもつものであるが、本研究では離散時間軸上のモデルを定式化している⁸⁾⁹⁾。

(2) 制御の例

最も単純な制御のクラスの一つとして以下のような制御が考えられる。

$$u(t) = (\{\mu_{k1}(t), \mu_{k2}(t)\}, \mu_C(t), k(t, t)) \quad (24a)$$

such that

$$\Delta k(s, t) = \mu_{k1}(t) \cdot k(s, t) \text{ for } s < S \quad (24b)$$

$$\Delta k(s, t) = \mu_{k2}(t) \cdot k(s, t) \text{ for } s \geq S \quad (24c)$$

$$\Delta C(t) = \mu_C(t) \cdot C(t) \quad (24d)$$

すなわち炭素排出を伴う技術 $s (< S)$ と、無炭素技術 $s (\geq S)$ の間で、異なった資本の増加率を用いるとする。さらに、CO2 排出設備のコントロールについては、ゼロ

排出技術が登場する前後と、さらには経済全体で CO2 排出量 (CO2 排出エネルギーの投入量に 1 対 1 に対応) が一定水準を超える前後で、異なった増加率とするルールが考えられる。整理すると以下ようになる。

$$\mu_{k1}(t) = \begin{cases} \mu_{k11} \geq 0 & \text{for } t < S \text{ and } M(t) < \bar{M}(t) \\ \mu_{k12} \leq 0 & \text{for } t \geq S \text{ and } M(t) < \bar{M}(t) \\ \mu_{k11} - \mu_{k1M} \geq 0 & \text{for } t < S \text{ and } M(t) \geq \bar{M}(t) \\ \mu_{k12} - \mu_{k1M} \leq 0 & \text{for } t \geq S \text{ and } M(t) \geq \bar{M}(t) \end{cases} \quad (25a)$$

$$\mu_{k2}(t) \geq 0 \quad (25b)$$

すなわちゼロ排出技術が利用可能になったら、また CO2 排出がある水準以上になったら (“at stake”), CO2 排出ビンテージの資本を減らすこととする。消費の増加率については以下のように考える。

$$\mu_C(t) = \begin{cases} \mu_{C1} \geq 0 & \text{for } B(t) > \bar{B}(t) \\ \mu_{C2} \leq 0 & \text{for } B(t) \leq \bar{B}(t) \end{cases} \quad (26)$$

負債残高が増えすぎたら消費を減らす。それによって純輸出を増やすことを通じて、負債を減らすこととする。

新しい技術への移行を促進する政策には、新技術取り付けの固定費用への補助金や、CO2 排出エネルギーに対する課税等がある。それらは企業の技術選択に影響を与え、社会のビンテージのシェアに影響を与える。一方で、そのような政策を導入してもなお viability kernel に含まれない社会がある。今後がそのような社会がもつ条件について明らかにすることが分析の焦点となる。

4. おわりに

本稿ではパティ・クレイモデルを応用して、エネルギー転換を伴う設備選択問題を定式化した。また viability 制御の一例を示した。本研究が提案する枠組みは、不確実性を伴って進化するシステムが viable な状態に留まるためのコントロールや環境、政策を分析し、さらには脱炭素化社会に関する社会的包摂 (social inclusion) の判定を行うために開発されるものである。viability kernel や viable-capture basin に含まれない初期状態をもつ国は、「2050 ネットゼロ」から排除される (excluded) 可能性が高い。発表時には数値計算事例を紹介する予定である。

参考文献

- 1) Johansen, L.: Substitution versus fixed production coefficients in the theory of economic growth: A synthesis, *Econometrica*, Vol.27, No.2, pp.157–176, 1959.
- 2) Atkeson, A. and Kehoe, P. J.: Models of energy use: Putty-putty versus putty-clay, *American Economic Review*, Vol.89, No.4, pp.1028–1043, 1999.
- 3) Aubin, J.-P.: *Viability Theory*, Birkhäuser, Boston, 1991.

- 4) Aubin, J.-P.: *Dynamic economic theory: a viability approach*, Vol. 5, Springer, 1997.
- 5) Gilchrist, S. and Williams, J. C.: Putty-clay and investment: a business cycle analysis, *Journal of political Economy*, Vol.108, No.5, pp.928–960, 2000.
- 6) Van Zon, A. and Lontzek, T.: A putty-practically-clay vintage model with r&d driven biases in energy-saving technical change, 2005.
- 7) Aubin, J.-P. and Saint-Pierre, P.: An introduction to viability theory and management of renewable resources, *Advanced Methods for Decision Making and Risk Management in Sustainability Science*, pp. 43–80, 2007.
- 8) Aubin, J., Frankowska, H., and Saint-Pierre, P.: Viability: Models, *Algorithm and Applications in Finance and Environmental-Economics*, 2007.
- 9) De Lara, M., Doyen, L., Guilbaud, T., and Rochet, M.-J.: Monotonicity properties for the viable control of discrete-time systems, *Systems & control letters*, Vol.56, No.4, pp.296–302, 2007.

(Received October 1, 2021)

(Accepted ??,??,????)

ON THE CONVERSION PROCESS TO DECARBONIZATION TECHNOLOGY - REVISITING A PUTTY-CLAY MODEL

Muneta YOKOMATSU, Kiyoshi KOBAYASHI, Kwangmoon KIM, and
Sumie NAKAYAMA

This study aims at developing a model frame for analyzing the gap between the technological and economic viability of decarbonization. The problem of energy technology replacement by firms is formulated using the concept of the putty-clay model, and the choices of each firm are aggregated to derive the distribution of technology vintages and carbon stocks across the macroeconomy. We use the viability control to analyze the investment behavior of firms and the growth process of the macroeconomy.