定量的空間経済学に基づくSCGEモデルの提案

高山 雄貴[1]・杉本 達哉[2]

[1]正会員　金沢大学准教授　理工研究域（〒 920-1192 金沢市角間町）
E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp
[2]正会員　八千代エンジニヤリング株式会社　技術創発研究所（〒 111-8648 東京都台東区浅草橋 5-20-8 CS タワー）
E-mail: tt-sugimoto@yachiyo-eng.co.jp

近年，定量的空間経済学 (Quantitative Spatial Economics, QSE) と呼ばれる分野において，現実の立地空間・交通網を対象とした経済集積現象の計量分析を目的とした分析枠組に関する研究が蓄積されている．しかし，それらの研究で構築されたモデルには，単一産業しか存在しない上，ストロー現象を表現できないという重要な課題が残されている．そこで，本研究では，これらの課題解決を目的に，複数種類の産業が存在する QSE モデルを構築することを目的とする．そのために，Helpman[1)]を複数種類の産業が存在する枠組に拡張する．そして，その均衡条件の性質を確認し，ストロー現象などの重要な経済集積現象を説明できるか否かを検証する．

Key Words : *SCGE model, quantitative spatial economics, vertical linkages*

1. はじめに

空間経済学分野では，経済活動の空間的な集積が生じるメカニズムを一般均衡の枠組で説明する理論が長年に渡り蓄積されてきた．近年では，詳細な経済・交通データが利用可能になったこと，および計算機能力の向上を背景に，定量的空間経済学 (Quantitative Spatial Economics, QSE) と呼ばれる分野の研究が急速に発展している[2)]．QSE は，空間経済理論に基づく数理モデルとデータを統合することで，現実の立地空間・交通網を対象とした経済集積現象の計量分析を行うことを目指している．それゆえ，その研究成果は，多様な政策の長期的効果 (e.g., 人口分布，産業集積構造の変化による経済効果) の予測・評価の基盤となりうるものである．

この QSE に基づく計量分析の結果は，採用するモデルの特性に決定的に依存する (Akamatsu et al.[3)], 高山・杉山[4)])．それにもかかわらず，QSE で用いられる空間経済モデルには以下に示す限界がある:

- 単一種類の産業しか存在せず，産業連関構造を表現できない (i.e., 膨大に研究が蓄積されている空間応用一般均衡 [Spatial Computable General Equilibrium, SCGE] モデルと分析枠組が整合しない)
- パラメータ設定のいかんによらず，都市間輸送アクセス改善は必ず集積を崩壊させる (i.e., “ストロー現象”, “東京一極集中の進展” などの現象を表現できない)

これらの限界は，現実的な政策効果分析への応用を妨げる重要な問題である．

本研究では，上述した課題を解決するために，Helpman[1)] を拡張し，産業連関構造を含む QSE モデルを構築する．そして，構築したモデルによるストロー現象を説明できるか否かを確認する．なお，Akamatsu et al.[5)], 高山ら[6)] において，単一産業から複数種類の産業が存在する枠組にモデルを拡張することにより，ストロー現象と整合した経済集積パターンがみられるようになることが示されている．そこで，本研究は，この性質に基づいた理論的枠組の拡張とともに，その均衡状態の性質を解明するための分析を実施する．

2. モデル

(1) 地域・経済環境の設定

離散的な A 箇所の地域が存在する経済システムを考える[1]．地域の集合を $\mathcal{A} \equiv \{1, 2, \cdots, A\}$ で表現する．各地域には H_a 単位の土地が存在する．この経済には，I 種類の産業が存在する．各々の産業は独占競争的であり，各産業の企業は，収穫逓増の技術により，労働・中間財を生産要素として，差別化された財を生産する．以降では，産業 $i \in \mathcal{I} \equiv \{1, 2, \cdots, I\}$ の企業が生産する財を “財 i” と表す．本モデルでは，規模の経済，消費者の多様性選好，ならびに供給できる財の種類 (バラエティ) に制限がないことから，どの企業も必ず他企業とは異なる種類の財を生産する．そのため，地域 a で生産を行う企業の数は，供給される財 i の種類数 n_a^i に等しい．また，この財 i は，地域間輸送ネットワークに

[1] 本稿で構築する SCGE モデルは，一国内に存在する複数の地域を対象としており，国外への輸出入は無視している．

より任意の地域に供給でき，その際の輸送費用は氷塊費用の形をとる．

消費者は，地域全体に固定的に N 存在し，居住する地域 $a \in \mathcal{A}$ を選択することができる．また，各消費者は 1 単位の労働を所有しており，それを非弾力的に供給する．労働は自地域のみにしか供給できない[2]と仮定する．

(2) 消費者行動

本稿では，産業 $i \in \mathcal{I}$ に従事する消費者を "消費者 i" と表す．すべての消費者は，土地・財 $j \in \mathcal{I}$ に対して同一の選好を有すると仮定する．また，地域 $a \in \mathcal{A}$ に居住する消費者 $i \in \mathcal{I}$ の効用関数 $u(h_a^i, (c_a^{ji})_{j\in\mathcal{I}})$ は，次の Cobb-Douglas 型効用関数を用いる:

$$u(h_a^i, (c_a^{ji})_{j\in\mathcal{I}}) = \left(1 - \sum_{j\in\mathcal{I}} \mu^j\right) \ln\left[h_a^i\right] + \sum_{j\in\mathcal{I}} \mu^j \ln\left[c_a^{ji}\right] + \ln[B_a], \tag{1}$$

ここで，B_a は地域 a のアメニティ水準を表す定数，h_a^i は地域 a の消費者 i の土地消費量，$\mu^i \in (0,1]$ は消費者の財 i への支出割合を表す定数であり，$\sum_{i\in\mathcal{I}} \mu^i < 1$ が成立する．また，c_a^{ji} は差別化された財 j の消費により得られる地域 a の消費者 i の部分効用を表しており，次の CES 関数により定義する:

$$c_a^{ji} = \left[\sum_{b\in\mathcal{A}} \int_0^{n_b^j} \left\{q_{ba}^{ji}(\nu)\right\}^{\frac{\sigma^j - 1}{\sigma^j}} \mathrm{d}\nu\right]^{\frac{\sigma^j}{\sigma^j - 1}}. \tag{2}$$

ここで，ν は財の種類 (バラエティ) を表すインデックスであり，常にその種類が連続的かつ無限に存在すると仮定するため，連続変数とする．また，$q_{ba}^{ji}(\nu)$ は，地域 a の消費者 i により消費される，地域 b で生産された財 j のバラエティ ν の消費量，n_b^j は地域 b で生産された財 j の種類 (バラエティ) 数，$\sigma^j > 1$ は財 j の代替の弾力性である．

消費者の予算制約式は以下の通りとなる:

$$r_a h_a^i + \sum_{j\in\mathcal{I}} \sum_{b\in\mathcal{A}} \int_0^{n_b^j} p_{ba}^j(\nu) q_{ba}^{ji}(\nu)\, \mathrm{d}\nu = y_a^i. \tag{3}$$

ここで，r_a は地域 a の地代，y_a^i は地域 a の消費者 i の所得，$p_{ba}^j(\nu)$ は地域 a の消費者により消費される，地域 b で生産された財 j のバラエティ ν の価格である．なお，地域 a の消費者 i の所得は賃金所得と所得移転額の和で与えられる．したがって，y_a^i は地域 a の産業 i の企業が支払う賃金 w_a^i と，所得移転額 $\kappa_a^i > 0$ により表すことができる:

$$y_a^i = w_a^i + \frac{\kappa_a^i}{N_a^i}. \tag{4}$$

ここで，SCGE モデルに関する多くの研究と同様，所得移転額は地域・産業毎の賃金収入と支出の差額により与え，固定的であると仮定する．

効用最大化問題は，選好が財 $j \in \mathcal{I}$ 毎に分割可能であり，かつ財 j の部分効用関数 c_a^{ji} が $q_{ba}^{ji}(\nu)$ に関して homothetic であるため，2 段階の問題へと変換できる:

[下位問題]

$$\min_{(q_{ba}^{ji}(\nu))_{b\in\mathcal{A}}} \sum_{b\in\mathcal{A}} \int_0^{n_b^j} p_{ba}^j(\nu) q_{ba}^{ji}(\nu)\, \mathrm{d}\nu \qquad \text{s.t. (2)}, \tag{5a}$$

[上位問題]

$$\max_{h_a^i, (c_a^{ji})_{j\in\mathcal{I}}} \left(1 - \sum_{j\in\mathcal{I}} \mu^j\right) \ln\left[h_a^i\right] + \sum_{j\in\mathcal{I}} \mu^j \ln\left[c_a^{ji}\right] + \ln[B_a] \tag{5b}$$

$$\text{s.t.} \quad r_a h_a^i + \sum_{j\in\mathcal{I}} \rho_a^j c_a^{ji} = y_a^i. \tag{5c}$$

ここで，ρ_a^j は地域 a での財 j の価格指数である:

$$\rho_a^j = \left[\sum_{b\in\mathcal{A}} \int_0^{n_b^j} \left\{p_{ba}^j(\nu)\right\}^{1-\sigma^j} \mathrm{d}\nu\right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}}. \tag{6}$$

この効用最大化問題 (5) を解くことにより，土地の消費量, 財 j の消費量が地代 r_a,，価格 $p_{ba}^j(\nu)$，所得 y_a^i の関数として，次のように導出される:

$$h_a^i = \left(1 - \sum_{j\in\mathcal{I}} \mu^j\right) \frac{y_a^i}{r_a}, \tag{7a}$$

$$c_a^{ji} = \mu^j \frac{y_a^i}{\rho_a^j}, \tag{7b}$$

$$q_{ba}^{ji}(\nu) = \left\{\frac{p_{ba}^j(\nu)}{\rho_a^j}\right\}^{-\sigma^j} c_a^{ji}. \tag{7c}$$

(3) 企業行動

各地域・各産業の企業は，前述したように，Dixit and Stiglitz[8)] 型の独占的競争を行う．すなわち，自由に参入・撤退できると仮定した企業が，収穫逓増の技術により差別化された財を生産する．具体的には，産業 $i \in \mathcal{I}$ の企業 ν が財 i のバラエティ ν を生産するには，生産要素 (労働・中間財の合成財) を固定的に γ_a^i 単位と，生産量 $s_a^i(\nu)$ に応じて $\beta_a^i s_a^i(\nu)$ 単位投入する必要がある:

$$\left\{l_a^i(\nu)\right\}^{\eta_a^i} \prod_{j\in\mathcal{I}} \{z_a^{ji}(\nu)\}^{\alpha_a^{ji}} = \gamma_a^i + \beta_a^i s_a^i(\nu). \tag{8}$$

ここで，$l_a^i(\nu)$ は地域 a の産業 i の企業 ν が投入する労働量，$z_a^{ji}(\nu)$ は財 j の中間投入量，$\eta_a^i, \alpha_a^{ji} \in [0,1]$ は，各々，労働・中間財 j の投入割合を表すパラメータであり，$\eta_a^i + \sum_{j\in\mathcal{I}} \alpha_a^{ji} = 1$ を満たす．この中間投入量

[2] この仮定を導入することから，本モデルを用いた分析では都市・地域を単純に行政圏で定義するのではなく，都市雇用圏[7)] を用いるべきであると考えられる．

$z_a^{ji}(\nu)$ は，地域 b の企業 $\tilde{\nu}$ が生産する財 j の中間投入量 $z_{ba}^{ji}(\tilde{\nu},\nu)$ を代替の弾力性 σ^j を用いて集計した次の関数で定義する:

$$z_a^{ji}(\nu) = \left[\sum_{b\in\mathcal{A}} \int_0^{n_b^j} \left\{ z_{ba}^{ji}(\tilde{\nu},\nu) \right\}^{\frac{\sigma^j-1}{\sigma^j}} \mathrm{d}\tilde{\nu} \right]^{\frac{\sigma^j}{\sigma^j-1}}. \quad (9)$$

財 i の輸送には，氷塊費用の形をとる費用がかかる[3]．すなわち，地域 a から b に 1 単位の財 i を輸送すると，最初の 1 単位のうち $1/\tau_{ab}^i$ 単位だけが実際に到着し，残りは溶けてしまう (溶けた分が輸送費用) と考える．そのため，地域 a で生産された財 i の (労働者・企業の) 地域 b における需要量 $x_{ab}^i(\nu)$ と供給量 $s_a^i(\nu)$ との間に，次の関係が成立する:

$$s_a^i(\nu) = \sum_{b\in\mathcal{A}} \tau_{ab}^i x_{ab}^i(\nu), \quad (10a)$$

$$x_{ab}^i(\nu) = \sum_{j\in\mathcal{I}} q_{ab}^{ij}(\nu) N_{b,j} + \sum_{j\in\mathcal{I}} \int_0^{n_b^j} z_{ab}^{ij}(\nu,\tilde{\nu})\, \mathrm{d}\tilde{\nu}. \quad (10b)$$

ここで，N_b^i は地域 b の消費者 i (i.e., 地域 b の産業 i の企業に労働を供給する消費者) の人数である．

地域 a の各産業 i の企業は，独占的競争を仮定しているため, 地域 b の消費者 j の需要関数 $q_{ab}^{ij}(\nu)$, 他企業 $\tilde{\nu}$ からの需要関数 $z_{ab}^{ij}(\nu,\tilde{\nu})$ を所与として，自ら生産する財 i の価格 $p_{ab}^i(\nu)$ と労働・中間財の投入量 $l_a^i(\nu), \{z_{ba}^{ji}(\tilde{\nu},\nu)\}$ を設定する[4]．その利潤最大化行動は，次のように定式化できる:

$$\max_{p_{ab}^i(\nu), l_a^i(\nu), \left\{z_{ba}^{ji}(\tilde{\nu},\nu)\right\}} \pi_a^i(\nu), \qquad \text{s.t. (7c), (8), (9), (10).} \quad (11)$$

ここで，$\pi_a^i(\nu)$ は利潤を表し，収入から労働・中間財の費用を引いた，以下の形で与えられる:

$$\pi_a^i(\nu) = \sum_{b\in\mathcal{A}} p_{ab}^i(\nu)\, x_{ab}^i(\nu) - w_a^i l_a^i(\nu) - \sum_{j\in\mathcal{I}} \sum_{b\in\mathcal{A}} \int_0^{n_b^j} p_{ba}^j(\tilde{\nu})\, z_{ba}^{ji}(\tilde{\nu},\nu)\, \mathrm{d}\tilde{\nu}. \quad (12)$$

この利潤最大化問題 (11) も，効用最大化問題と同様の理由で次の 2 段階の問題へと変換できる:

[下位問題]

$$\min_{\left\{z_{ba}^{ji}(\tilde{\nu},\nu)\right\}} \sum_{b\in\mathcal{A}} \int_0^{n_b^j} p_{ba}^j(\tilde{\nu})\, z_{ba}^{ji}(\tilde{\nu},\nu)\, \mathrm{d}\tilde{\nu} \qquad \text{s.t. (9),} \quad (13a)$$

[上位問題]

$$\max_{p_{ab}^i(\nu), l_a^i(\nu), \left\{z_a^{ji}(\nu)\right\}} \sum_{b\in\mathcal{A}} p_{ab}^i(\nu)\, x_{ab}^i(\nu) - w_a^i l_a^i(\nu) - \sum_{j\in\mathcal{I}} \rho_a^j z_a^{ji}(\nu)$$
$$\text{s.t. (7c), (8), (10), (14).} \quad (13b)$$

下位問題により，地域 b で生産される中間財の需要 $z_{ba}^{ji}(\tilde{\nu},\nu)$ が与えられる:

$$z_{ba}^{ji}(\tilde{\nu},\nu) = \left\{ \frac{p_{ba}^j(\tilde{\nu})}{\rho_a^j} \right\}^{-\sigma^j} z_a^{ji}(\nu). \quad (14)$$

この需要関数を与件として上位問題を解くと，財 i の価格 $p_{ab}^i(\nu)$，中間要素の投入量 $l_a^i(\nu), z_a^{ji}(\nu)$ が次のように得られる:

$$p_{ab}^i(\nu) = \frac{\beta_a^i \sigma^i}{\sigma^i - 1} \tau_{ab}^i \phi_a^i, \quad (15a)$$

$$\phi_a^i = \left(\frac{w_a^i}{\eta_a^i} \right)^{\eta_a^i} \prod_{j\in\mathcal{I}} \left(\frac{\rho_a^j}{\alpha_a^{ji}} \right)^{\alpha_a^{ji}}, \quad (15b)$$

$$l_a^i(\nu) = \frac{\eta_a^i}{w_a^i} \left(\gamma_a^i + \beta_a^i \sum_{b\in\mathcal{A}} \tau_{ab}^i x_{ab}^i \right) \phi_a^i, \quad (15c)$$

$$z_a^{ji}(\nu) = \frac{\alpha_a^{ji}}{\rho_a^j} \left(\gamma_a^i + \beta_a^i \sum_{b\in\mathcal{A}} \tau_{ab}^i x_{ab}^i \right) \phi_a^i. \quad (15d)$$

ここで，ϕ_a^i は生産要素の価格指数を表す．

この結果から明らかなように, 財 i の価格 $p_{ab}^i(\nu)$ は財 i の種類 ν に依存しない．したがって，$q_b^{ji}(\nu)$, $z_{ab}^{ij}(\nu,\tilde{\nu})$, $z_a^{ij}(\nu)$, $s_a^i(\nu), l_a^i(\nu)$ も，同様に，種類 $\nu, \tilde{\nu}$ に依存しない．そこで，以降では，$\nu, \tilde{\nu}$ を省略し，p_{ab}^i, q_b^{ji}, z_{ab}^{ij}, z_a^{ij}, s_a^i, l_a^i と表記する．この結果から，財 i の価格指数 ρ_a^i は次のように与えられる:

$$\rho_a^i = \left\{ \sum_{b\in\mathcal{A}} \int_0^{n_b^i} \left(p_{ba}^i \right)^{1-\sigma^i} \mathrm{d}\nu \right\}^{\frac{1}{1-\sigma^i}}$$
$$= \left\{ \sum_{b\in\mathcal{A}} n_b^i \left(\frac{\beta_b^i \sigma^i}{\sigma^i - 1} \tau_{ba}^i \phi_b^i \right)^{1-\sigma^i} \right\}^{\frac{1}{1-\sigma^i}}. \quad (16)$$

以上の結果から，産業 i の企業の利潤 π_a^i は，次のように表される:

$$\pi_a^i = \frac{\beta_a^i}{\sigma^i - 1} \phi_a^i s_a^i - \gamma_a^i \phi_a^i. \quad (17)$$

さらに，利潤ゼロ条件より，供給量 s_a^i は,

$$s_a^i = \sum_{b\in\mathcal{A}} \tau_{ab}^i x_{ab}^i = (\sigma^i - 1) \frac{\gamma_a^i}{\beta_a^i} \quad (18)$$

となる．したがって, 財 i を生産する企業による中間要素投入量 $\gamma_a^i + \beta_a^i s_a^i$ は，次の通り得られる:

$$\gamma_a^i + \beta_a^i s_a^i = \sigma^i \gamma_a^i. \quad (19)$$

3. 均衡条件

SCGE モデルで用いる産業連関表等のデータは，“個人や企業の財の取引量” ではなく，常に “地域内・地域

[3] 本稿では，単純なモデル構造・NEG との整合性を確保するために，輸送部門を導入せず氷塊費用を採用した．しかし，Tavasszy et al.[9]，宮城[10] などにより，この設定にはいくつかの問題が指摘されている．それゆえ，分析対象・内容に応じて，本モデルに輸送部門を導入するなどの修正を加えることが重要であろう．

[4] Dixit and Stiglitz[8] 型の独占的競争であるため，1 企業の価格設定 $p_{ab}^i(\nu)$ が価格指数 ρ_a^i に与える影響は無視できる．

間の総取引額” で与えられる．したがって，SCGE モデルにより決定される多くの変数も，地域内・地域間の総取引額として表現する必要がある．具体的には，地域 a での財 i の生産・需要量，地域 a, b 間の財の輸送量は，全て “量” ではなく “金額” により表す必要がある．そこで，本節では，まず最初に，前章で示した SCGE モデルから得られた “個人・一企業の取引量” を表す変数を，“地域内・地域間の総取引額” を表す変数に変換する．その後，それらの変数を用いて，労働・財 $i \in \mathcal{I}$ の需給均衡条件を示す．

(1) 数量から取引額への変換

a) 消費者行動により得られる変数の変換

最初に，消費者行動により得られる変数を考える．ここでは，個人の消費量を表す変数を，地域全体の消費額を表す変数へと変換する．より具体的には，地域 a の消費者 i の土地・財 i の消費量を表す h_a^i, c_a^{ji}, q_{ba}^{ji} を，地域 a の消費者 i 全体の土地・財 j の消費額 H_a^i, D_a^{ji}, d_{ba}^{ji} に変換する．そのために，式 (7c) が，次のように表現できることに注目しよう:

$$r_a h_a^i = \left(1 - \sum_{j \in \mathcal{I}} \mu^j\right) y_a^i, \tag{20a}$$

$$\rho_a^j c_a^{ji} = \mu^j y_a^i, \tag{20b}$$

$$n_b^j p_{ba}^j q_{ba,i}^j = \left(\frac{p_{ba}^j}{\rho_a^j}\right)^{1-\sigma^j} n_b^j \rho_a^j c_a^{ji}. \tag{20c}$$

全ての関係式は単一の消費者に関するものであるため，両辺を N_a^i 倍することで地域全体の取引額を表すことができる:

$$H_a^i = \left(1 - \sum_{j \in \mathcal{I}} \mu^j\right) y_a^i N_a^i, \tag{21a}$$

$$D_a^{ji} = \mu^j y_a^i N_a^i, \tag{21b}$$

$$d_{ba}^{ji} = \left(\frac{p_{ba}^j}{\rho_a^j}\right)^{1-\sigma^j} n_b^j D_a^{ji}. \tag{21c}$$

b) 企業行動により得られる変数の変換

次に，産業 i の企業行動により得られる変数を考えよう．ここでは，地域 a・産業 i の各企業の供給量 s_a^i，労働・財 j への投入量 $l_a^i, z_a^{ji}, z_{ba}^{ji}$ を，総生産額 S_a^i，労働・財 j への総投入額 $W_a^i, M_a^{ji}, m_{ba}^{ji}$ により表現する．一企業当たりの生産額 (i.e., 収入額), (14), (15), (19) は,

$$\sum_{b \in \mathcal{A}} p_{ab}^i x_{ab}^i = \frac{\beta_a^i \sigma^i}{\sigma^i - 1} \phi_a^i s_a^i, \tag{22a}$$

$$(\gamma_a^i + \beta_a^i s_a^i)\phi_a^i = \sigma^i \gamma_a^i \phi_a^i, \tag{22b}$$

$$w_a^i l_a^i = \eta_a^i (\gamma_a^i + \beta_a^i s_a^i)\phi_a^i, \tag{22c}$$

$$\rho_a^j z_a^{ji} = \alpha_a^{ji} (\gamma_a^i + \beta_a^i s_a^i)\phi_a^i, \tag{22d}$$

$$n_b^j p_{ba}^j z_{ba}^{ji} = \left(\frac{p_{ba}^j}{\rho_a^j}\right)^{1-\sigma^j} n_b^j \rho_a^j z_a^{ji}, \tag{22e}$$

と表される．したがって，両辺を n_a^i 倍することで，次の関係式が得られる:

$$S_a^i = \sigma^i \gamma_a^i n_a^i \phi_a^i, \quad W_a^i = \eta_a^i S_a^i, \tag{23a}$$

$$M_a^{ji} = \alpha_a^{ji} S_a^i, \qquad m_{ba}^{ji} = \left(\frac{p_{ba}^j}{\rho_a^j}\right)^{1-\sigma^j} n_b^j M_a^{ji}. \tag{23b}$$

(2) 均衡条件

前節では，数量を表す変数を取引額に関する変数に変換した．そこで，本節では，取引額を表す変数を利用した形で，モデルの均衡条件を定式化する．

本稿では，土地・財・労働市場は，消費者が居住地や労働の供給先を変更できないほど短期間で均衡すると仮定する．また，中期的には消費者は居住地を与件として労働の供給先を選択し，長期的には消費者は居住地を選択すると考える．すなわち，均衡状態を，N_a^i を与件とした状況下で財・労働市場が均衡する “短期均衡状態”，$N_a = \sum_{i \in \mathcal{I}} N_a^i$ を与件として労働供給先選択均衡条件を満たす “中期均衡状態”，消費者の居住地選択均衡条件を満たす “長期均衡状態” の 3 段階に分ける．そこで，本節では短期・中期・長期の均衡条件を順に示す．

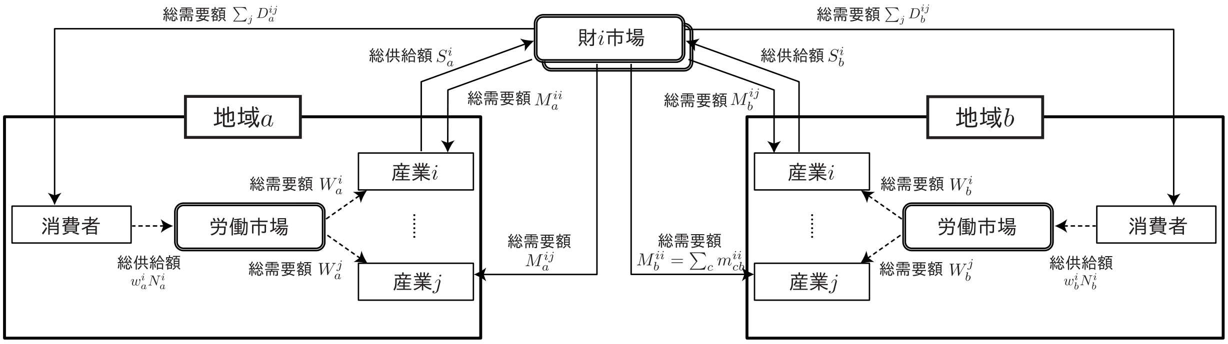
なお，本モデルの変数は，全体で $A + 9AI + 2AI^2 + 2A^2I^2$ 存在する: 地域 a の消費者 i の土地の最終需要額 H_a^i (AI 個)，地域 a の消費者 i の財 j の最終需要額 D_a^{ji} (AI^2 個)，地域 a の消費者 i による地域 b から輸送される財 j の最終需要額 d_{ba}^{ji} (A^2I^2 個)，財 i の総供給額 S_a^i (AI 個), 産業 i の企業の労働への総需要額 W_a^i (AI 個), 産業 i の企業の財 j への中間需要額 M_a^{ji} (AI^2 個), 地域 b から a に輸送される財 j への中間需要額 M_{ba}^{ji} (A^2I^2 個)，産業 i に従事する消費者の賃金 w_a^i (AI 個)，消費者 i の所得 y_a^i (AI 個)，地代 r_a (A 個)，財 i の価格指数 ρ_a^i (AI 個)，産業 i の企業が投入する生産要素の価格指数 ϕ_a^i (AI 個)，産業 i の企業数 n_a^i (AI 個)，地域 a の消費者 i の人口 N_a^i (AI 個)．そこで，以降では，未知変数分の短期・中期・長期均衡条件を示す．

a) 短期均衡条件

まず，各財・労働市場の均衡条件を示す．財・労働市場に関する変数間の関係式は，前節で得られた条件 (4), (15b), (16), (21), (23) から，$6AI + 2AI^2 + 2A^2I^2$ だけ与えられる:

$$H_a^i = \left(1 - \sum_{j \in \mathcal{I}} \mu^j\right) y_a^i N_a^i, \tag{24a}$$

$$\phi_a^i = \left(\frac{w_a^i}{\eta_a^i}\right)^{\eta_a^i} \prod_{j \in \mathcal{I}} \left(\frac{\rho_a^j}{\alpha_a^{ji}}\right)^{\alpha_a^{ji}}, \tag{24b}$$



図–1 主体間の労働・財 $i \in \mathcal{I}$ の取引関係の模式図 (矢印は財・サービスの流れる方向を表す)

$$\rho_a^i = \left\{ \sum_{b \in \mathcal{A}} n_b^i \left(\psi_b^i \tau_{ba}^i \phi_b^i \right)^{1-\sigma^i} \right\}^{1/(1-\sigma^i)}, \tag{24c}$$

$$D_a^{ji} = \mu^j y_a^i N_a^i, \tag{24d}$$

$$d_{ba}^{ji} = \left(\frac{\psi_b^j \tau_{ba}^j \phi_b^j}{\rho_a^j} \right)^{1-\sigma^j} n_b^j D_a^{ji}, \tag{24e}$$

$$W_a^i = \eta_a^i S_a^i, \tag{24f}$$

$$y_a^i = w_a^i + \frac{\kappa_a^i}{N_a^i}, \tag{24g}$$

$$M_a^{ji} = \alpha_a^{ji} S_a^i, \tag{24h}$$

$$m_{ba}^{ji} = \left(\frac{\psi_b^j \tau_{ba}^j \phi_b^j}{\rho_a^j} \right)^{1-\sigma^j} n_b^j M_a^{ji}, \tag{24i}$$

$$S_a^i = \sigma^i \gamma_a^i n_a^i \phi_a^i. \tag{24j}$$

ここで，$\psi_b^j = \beta_b^j \sigma^j / (\sigma^j - 1)$ である．そこで，以降では，条件 (24) に加えて短期均衡状態が満たす，(i.e., N_a^i に関する条件以外の) $A + 2AI$ の条件を示す．

各地域での土地の需給均衡条件

最初に，各地域の土地の需給均衡条件を考える．地域 a の土地需要額は H_a^i，地代は r_a で与えられる．さらに，各地域の土地は H_a 単位存在するため，この条件は次で与えられる:

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} H_a^i = r_a H_a. \tag{25}$$

各地域での労働の需給均衡条件

次に，各地域の労働の需給均衡条件を示す．地域 a・産業 i の労働需要額は W_a^i，供給額は $w_a^i N_a^i$ となる．したがって，この条件は以下で表される:

$$W_a^i = w_a^i N_a^i. \tag{26}$$

各地域での財 i の需給均衡条件

均衡状態では，地域 a で生産する財 i の総供給額は，財 i の最終需要額・中間需要額の合計と一致する:

$$S_a^i = \sum_{b \in \mathcal{A}} \sum_{j \in \mathcal{I}} \left(d_{ab}^{ij} + m_{ab}^{ij} \right). \tag{27}$$

以上で示した短期均衡状態における主体間の労働・財 $i \in \mathcal{I}$ の取引関係は，図 1 に示すとおりである．なお，図の実線の矢印は財，破線は労働の移動を表す．

間接効用関数

以上の条件を利用すると，地域 a の消費者 i の間接効用関数が与えられる:

$$v_a^i = \ln \left[y_a^i \right] - \left(1 - \sum_{j \in \mathcal{I}} \mu^j \right) \ln \left[\frac{\sum_{j \in \mathcal{I}} y_a^j N_a^j}{H_a} \right] - \sum_{j \in \mathcal{I}} \mu^j \ln \left[\rho_a^j \right] + \ln[B_a] + \zeta. \tag{28}$$

ここで，$\zeta = \sum_{j \in \mathcal{I}} \mu^j \ln[\mu^j]$ である．

b) 中期均衡条件

次に，消費者の労働の供給先選択に関する中期均衡条件を示す．地域 a の消費者 i は，より高い効用が得られる労働の供給先を選択する．(28) から明らかなように，各地域において効用水準の高い産業は，所得 y_a^i の高い産業と一致する．したがって，中期均衡条件は次のように表される:

$$\begin{cases} y_a^* = y_a^i & \text{if} \quad N_a^i > 0 \\ y_a^* \geq y_a^i & \text{if} \quad N_a^i = 0 \end{cases} \qquad \forall a \in \mathcal{A}, \tag{29a}$$

$$N_a = \sum_{i \in \mathcal{I}} N_a^i \qquad \forall a \in \mathcal{A}. \tag{29b}$$

短期均衡条件で示したように，消費者の所得は $y_a^i = w_a^i + \kappa_a^i / N_a^i$ で与えられるため，$N_a^i = 0$ のとき所得 y_a^i が無限大になる．この事実と中期均衡条件 (29) より，どの地域においても，全ての産業に労働者が存在し (i.e., $N_a^i > 0$)，地域 a の消費者の所得は従事する産業に依らず y_a^* となることがわかる．したがって，中期均衡状態における地域 a の効用 v_a^* は，以下で与えられる:

$$v_a^* = \left(\sum_{j \in \mathcal{I}} \mu^j \right) \ln \left[y_a^* \right] - \left(1 - \sum_{j \in \mathcal{I}} \mu^j \right) \ln \left[\frac{N_a}{H_a} \right] - \sum_{j \in \mathcal{I}} \mu^j \ln \left[\rho_a^j \right] + \ln[B_a] + \zeta. \tag{30}$$

c) 長期均衡条件

最後に，消費者の居住地域選択に関する長期均衡条件を示す．地域 a の消費者 i は，より高い効用 v_a^* が得られる居住地 a を選択する．それゆえ，長期均衡状態は次の条件を満たす状態である:

$$\begin{cases} v^* = v_a^* & \text{if} \quad N_a > 0, \\ v^* \geq v_a^* & \text{if} \quad N_a = 0, \end{cases} \tag{31a}$$

$$N = \sum_{i \in \mathcal{I}} N_a. \tag{31b}$$

ここで，(30) より，$N_a = 0$ となる地域の効用水準が無限大となることが確認できる．したがって，長期均衡状態では，人口ゼロの地域は存在しない．

4. おわりに

本稿では，複数種類の産業が存在する QSE モデルを構築するとともに，短期・中期・長期均衡条件を定式化した．今後，単純な空間設定の下で均衡状態の性質を明らかにするとともに，実空間を対象とした計量分析に必要となるパラメータ設定法・数値計算法を整備する．これらの具体的な内容は，発表時に報告する予定である．

参考文献

1) Helpman, E.: The size of regions, in Pines, D., Sadka, E. and Zilcha, I. eds. *Topics in Public Economics: Theoretical and Applied Analysis*, Cambridge University Press, pp. 33–54, 1998.
2) Redding, S. J. and Rossi-Hansberg, E.: Quantitative spatial economics, *Annual Review of Economics*, Vol. 9, pp. 21–58, 2017.
3) Akamatsu, T., Mori, T., Osawa, M. and Takayama, Y.: Multimodal agglomeration in economic geography, *arXiv*, No. 1912.05113, 2021.
4) 高山雄貴, 杉山雅也：新経済地理学に基づく交通基盤整備の影響評価: モデル構造と人口分布変化の関係, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 76, No. 2, pp. 100–113, 2020.
5) Akamatsu, T., Mori, T., Osawa, M. and Takayama, Y.: Coordination of industrial location and the spatial fractal structure of city systems, *mimeograph*, 2021.
6) 高山雄貴, 赤松隆, 石倉智樹：新経済地理学に基づく空間応用一般均衡モデルの開発, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 70, No. 4, pp. 245–258, 2014.
7) 金本良嗣, 徳岡一幸：日本の都市圏設定基準, 応用地域学研究, Vol. 7, pp. 1–15, 2002.
8) Dixit, A. K. and Stiglitz, J. E.: Monopolistic competition and optimum product diversity, *American Economic Review*, Vol. 67, No. 3, pp. 297–308, 1977.
9) Tavasszy, L. A., Thissen, M. J. P. M. and Oosterhaven, J.: Challenges in the application of spatial computable general equilibrium models for transport appraisal, *Research in Transportation Economics*, Vol. 31, No. 1, pp. 12–18, 2011.
10) 宮城俊彦：独立した輸送部門をもつ SCGE モデルによる高速道路の経済評価, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 68, No. 4, pp. 291–304, 2012.