

超高齢社会における都市構造変化： 社会的相互作用を考慮した立地モデルによる 分析

堀越 光¹・高山 雄貴²

¹学生非会員 金沢大学 大学院自然科学研究科 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)
E-mail: h.hika@stu.kanazawa-u.ac.jp

²正会員 金沢大学准教授 理工研究域 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)
E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

本研究では、社会的相互作用を考慮した応用都市経済モデルを開発する。具体的には、社会的相互作用を集積項という形で考慮した Ahlfeldt et al.(2015) を基盤としたモデルを構築する。そして、石川県小松市周辺のモバイル空間統計データを利用したパラメータ推定を行うとともに、その結果を用いて人口減少後の立地分布の変化を分析する。

Key Words : *social interaction, computable urban economic model*

1. はじめに

(1) 研究背景と目的

近年、日本では人口減少や高齢者の増加に伴い、都市部・地方部で生活を支える機能の低下や地域経済の衰退などが問題になっている。それを受け、国土交通省は、住民の生活利便性の維持・向上や地域経済の活性化を目的として、コンパクト・プラス・ネットワークを重点的施策として定めている。具体的には、居住機能や医療・福祉・商業などの都市機能の誘導と、それと連携した持続可能な地域公共交通ネットワークの形成を推進している。

人々の立地選択の要因としては、通勤時間や土地の価格の他に、用途地域の指定状況や医療施設へのアクセス性などが挙げられる。これらの他にも、近所づきあいといったコミュニティも関係していると考えられる。例えば、高齢者であれば、共に声を掛け合いながら暮らしていたご近所さんが他界してしまい、生活するのが困難になってしまったために、息子夫婦のもとに引っ越すといった影響が考えられる。このような市場を介さない相互作用は、社会的相互作用と呼ばれ、団地の衰退をはじめとする土木計画的な課題への影響が大きいとされている(力石ら¹⁾)。

Ahlfeldt et al.²⁾ は集積項という形で社会的相互作用の影響を考慮したモデルを構築している。しかし、安定性解析手法やモデルのパラメータ設定方法が複雑なために、実都市を対象とした分析が非常に困難である

という課題がある。

そこで本研究では、超高齢社会における都市構造変化を明らかにすることを目的とする。そのために、社会的相互作用を考慮している Ahlfeldt et al. モデルを拡張し、高齢者と労働者の行動をモデル化する。そして、そのモデルに適用可能なパラメータ設定方法・ポテンシャル関数を用いた安定性解析手法を提案する。そのうえで、石川県小松市周辺を対象としてモデルを適用させ、反実仮想実験を行う。

(2) 本稿の構成

本稿の構成は以下の通りである。まず、第2章では Ahlfeldt et al. モデルを高齢者の行動に着目できるように改良し、均衡条件を定式化する。さらに、ポテンシャル関数が存在することを示したうえで、安定性解析を行う準備をする。第3章では、使用する石川県小松市周辺の実空間データを紹介するとともに、パラメータの設定方法を示す。第4章では、人口減少を想定した反実仮想実験の結果と考察を述べる。最後に第5章で結論を述べる。

2. モデルの設定

(1) 都市・交通条件の設定

本研究では、1つの都市が存在し、その都市内には I 個の立地点があるとする。この立地点の集合を $\mathcal{I} = \{1, 2, 3, \dots, I\}$ と表す。立地点間は、道路ネットワーク

により接続されており、立地点 i, j 間の移動にかかる所要時間は、その交通量によらず τ_{ij} で与えられる。また、立地点 i で利用可能な住宅・業務用の土地は、それぞれ K_{Ri}, K_{Mi} である。

この都市には、立地主体である家計と企業に加え、floor space を供給するデベロッパーが存在する。家計は全て均質であり、総数は固定的に N である。各家計は、居住地 $i \in \mathcal{I}$ 、労働を供給する企業 $j \in \mathcal{I}$ を選択する。居住地 i ・就業地 j の家計数を $h_{ij} \geq 0$ と表す。このとき、居住地が立地点 i の家計数 n_i 、就業地が立地点 j の家計数 m_j は、以下で与えられる：

$$n_i = \sum_{j \in \mathcal{I}} h_{ij}, \quad m_j = \sum_{i \in \mathcal{I}} h_{ij} \quad (1)$$

なお、各家計は単一の労働を供給すると仮定するため、 m_j は立地点 j に供給される労働と一致する。

(2) 家計の行動

本研究では、労働者と高齢者の 2 タイプの家計を想定する。上付き添え字 y, e はそれぞれ労働者、高齢者を意味する。

a) 労働者の行動

この都市の家計は均質であるため、同一の効用関数を有する。したがって、労働者は、居住地 $i \in \mathcal{I}$ 、就業地 $j \in \mathcal{I}$ により特徴づけられる。この労働者の効用は、以下に示すように、合成財の消費量 c_{ij}^y 、floor space 面積 l_{ij}^y に応じて定まる：

$$u^y(c_{ij}^y, l_{ij}^y) = c_{ij}^y + \beta_i \ln l_{ij}^y + B_i^y \quad (2)$$

ここで、 β_i は floor space への選好に関するパラメータ、 B_i^y は居住地のアメニティ水準を表す。合成財をニューメレルとすると、予算制約は以下で与えられる：

$$w_j^y = c_{ij}^y + q_{Ri} l_{ij}^y + t\tau_{ij} \quad (3)$$

ここで、 t は通勤費用パラメータ、 w_j^y は就業地 j における賃金率、 q_{Ri} は住宅用の floor space の単位面積当たりの価格である。また、居住地のアメニティ水準 B_i^y は立地点間の社会的相互作用の影響を表す項を含む指標であり、次のように定義する：

$$B_i^y = b_i^y + \frac{\eta^y}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho\tau_{ir}} \left(\frac{n_r^y}{A_r} \right) + \frac{\eta^{ye}}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho\tau_{ir}} \left(\frac{h_r^e}{A_r} \right) \quad (4)$$

ここで、 b_i^y は立地点に固有の効果、 A_i は立地点 i の土地面積、 h_r^e は居住地が立地点 r の高齢者の家計数、 η は社会的相互作用のパラメータ、 ρ は距離減衰パラメータである。居住地のアメニティ水準 B_i^y の第 2 項と第 3 項は立地点 i の社会的相互作用の影響を表す項であり、より近くにより密集して人が住んでいるほど居住地のアメニティ水準が大きくなるような構造となっている。

財消費に関する効用最大化問題より、 c_{ij}^y, l_{ij}^y が以下で与えられる：

$$l_{ij}^y = \frac{\beta_i}{q_{Ri}} \quad (5)$$

$$c_{ij}^y = w_j^y - \beta_i - t\tau_{ij} \quad (6)$$

b) 高齢者の行動

本モデルでは、働いておらず、かつ一定の収入を得ている家計を高齢者と定義する。この都市の家計は均質であるため、同一の効用関数を有する。したがって、高齢者は、居住地 $i \in \mathcal{I}$ により特徴づけられる。この高齢者の効用は、以下に示すように、合成財の消費量 c_i^e 、floor space 面積 l_i^e に応じて定まる：

$$u^e(c_i^e, l_i^e) = c_i^e + \beta_i \ln l_i^e + B_i^e \quad (7)$$

予算制約は以下で与えられる：

$$w^e = c_i^e + q_{Ri} l_i^e \quad (8)$$

居住地のアメニティ水準 B_i^e は次のような構造を持たせる：

$$B_i^e = b_i^e + \frac{\eta^e}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho\tau_{ir}} \left(\frac{h_r^e}{A_r} \right) + \frac{\eta^{ye}}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho\tau_{ir}} \left(\frac{n_r^y}{A_r} \right) \quad (9)$$

財消費に関する効用最大化問題より、 c_i^e, l_i^e が以下で与えられる：

$$l_i^e = \frac{\beta_i}{q_{Ri}} \quad (10)$$

$$c_i^e = w^e - \beta_i \quad (11)$$

(3) 企業の行動

企業は、完全競争のもとで労働と floor space を投入して、合成財を生産する。生産関数は、以下の Cobb-Douglas 型を仮定する。したがって、立地点 j の企業の生産高 y_j は、労働・floor space 投入量 H_{Mj}, L_{Mj} を用いると：

$$y_j = F_j H_{Mj}^\alpha L_{Mj}^{1-\alpha} \quad (12)$$

ここで、 F_j は立地点 j の生産性を表す指標、 α は労働の投入割合である。

立地点 j の企業は、以下で与えられる利潤 π_j を最大化する労働・floor space 投入量を選択する：

$$\max_{H_{Mj}, L_{Mj}} \pi_j = y_j - w_j^y H_{Mj} - q_{Mj} L_{Mj} \quad (13)$$

ここで、 q_{Mj} は業務用の floor space の単位面積当たりの価格である。

この利潤最大化問題と利潤ゼロ条件より、 H_{Mj}, L_{Mj} ,

w_j^y , q_{Mj} の次の関係が得られる:

$$H_{Mj} = \left(\frac{\alpha F_j}{w_j^y} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} L_{Mj} \quad (14a)$$

$$q_{Mj} = (1-\alpha) \left(\frac{\alpha}{w_j^y} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} F_j^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (14b)$$

(4) デベロッパーの行動

デベロッパーは、各立地点で不在地主から借りた住宅・業務用の土地と資本を投入し、完全競争のもとで住宅・業務用の floor space を供給する。生産関数は Cobb-Douglas 型であると仮定することから、利潤最大化問題は次のように表される:

$$\max_{M_i, K_i} \Pi_i = q_i S_i - P M_i - R_i K_i \quad (15a)$$

$$\text{s.t. } S_i = M_i^\mu K_i^{1-\mu} \quad (15b)$$

ここで、 P は都市全域にわたる資本の共通価格、 R_i は土地の価格、 μ は資本の投入割合である。ここで、floor space は住宅・業務用の 2 種類が存在するが、その設定は同一であると仮定する。なお、業務用の場合は q_{M_i}, S_{M_i} 、住宅用の場合は q_{R_i}, S_{R_i} のようにそれぞれ M と R を下付き添え字として加えることで区別する。

利潤最大化問題の一階条件・利潤ゼロ条件から、次の関係が得られる:

$$M_i = \frac{\mu}{1-\mu} \frac{R_i}{P} K_i \quad (16a)$$

$$q_i = \frac{P^\mu R_i^{1-\mu}}{\mu^\mu (1-\mu)^{1-\mu}} \quad (16b)$$

$$S_i = \left(\frac{\mu}{P} q_i \right)^{\frac{1}{1-\mu}} K_i \quad (16c)$$

(5) 市場均衡状態

本モデルでは、労働・土地・floor space 市場を考えている。そこで、それぞれの需給均衡条件から得られる関係を整理する。労働の需給均衡条件は、 $H_{Mj} = m_j^y$ で与えられる。この関係と (14b) より、 L_{Mj} , q_{Mj} , w_j^y の次の関係が与えられる:

$$L_{Mj} = \left\{ \frac{(1-\alpha) F_j}{q_{Mj}} \right\}^{\frac{1}{\alpha}} \sum_{i=1}^S h_{ij}^y \quad (17a)$$

$$w_j^y = \alpha \left(\frac{1-\alpha}{q_{Mj}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} F_j^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (17b)$$

土地の需給均衡条件と (20) から、住宅・業務用の floor space 生産量 S_{R_i} , S_{M_j} は以下で与えられる:

$$S_{R_i} = \varphi_{R_i} q_{R_i}^{\frac{\mu}{1-\mu}}, \quad \varphi_{R_i} \equiv \left(\frac{\mu}{P} \right)^{\frac{1}{1-\mu}} K_{R_i} \quad (18a)$$

$$S_{M_j} = \varphi_{M_j} q_{M_j}^{\frac{\mu}{1-\mu}}, \quad \varphi_{M_j} \equiv \left(\frac{\mu}{P} \right)^{\frac{1}{1-\mu}} K_{M_j} \quad (18b)$$

この関係から、floor space の供給量 S_{R_i} , S_{M_j} は、土地供給量 K_{R_i} , K_{M_j} が多いほど・floor space 価格 q_{R_i} ,

q_{M_j} が高いほど、増加することが確認できる。

住宅・業務用の floor space の需給均衡条件 ($S_{R_i} = L_{R_i}$, $S_{M_j} = L_{M_j}$) より、単位面積当たりの floor space 価格が得られる:

$$q_{R_i} = \left\{ \frac{\beta_i}{\varphi_{R_i}} (n_i^y + h_i^e) \right\}^{1-\mu} \quad (19a)$$

$$q_{M_j} = \left\{ \frac{(1-\alpha)^{1/\alpha} F_j^{1/\alpha}}{\varphi_{M_j}} m_j^y \right\}^{\frac{1}{1-\mu + \frac{1}{\alpha}}} \quad (19b)$$

これを用いると、各立地点の賃金 w_j^y は次のように表される:

$$w_j^y = \lambda_j \left(\frac{1}{m_j^y} \right)^\gamma \quad (20a)$$

$$\lambda_j \equiv \alpha (1-\alpha)^{\frac{1-\alpha-\gamma}{\alpha}} F_j^{\frac{1-\gamma}{\alpha}} \varphi_{M_j}^\gamma \quad (20b)$$

$$\gamma \equiv \frac{(1-\alpha)/\alpha}{\frac{\mu}{1-\mu} + \frac{1}{\alpha}} < 1 \quad (20c)$$

以上の関係を利用すると、居住地 i 、就業地 j の労働者の間接効用関数 v_{ij}^y が、 $\mathbf{h} = (h_{ij}^y)_{i,j \in \mathcal{I}}$ の関数で与えられる:

$$\begin{aligned} v_{ij}^y = & \lambda_j \left(\frac{1}{m_j^y} \right)^\gamma - \beta_i (1-\mu) \ln (n_i^y + h_i^e) - t\tau_{ij} + b_i^y \\ & + \frac{\eta^y}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho\tau_{ir}} \left(\frac{n_r^y}{A_r} \right) + \frac{\eta^{ye}}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho\tau_{ir}} \left(\frac{h_r^e}{A_r} \right) \\ & + \beta_i (1-\mu) \ln \varphi_{R_i} + \beta_i (\mu \ln \beta_i - 1) \end{aligned} \quad (21)$$

また、居住地 i の労働者の間接効用関数 v_i^e が、 $\mathbf{h} = (h_i^e)_{i \in \mathcal{I}}$ の関数で与えられる:

$$\begin{aligned} v_i^e = & w^e - \beta_i (1-\mu) \ln (n_i^y + h_i^e) + b_i^e \\ & + \frac{\eta^e}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho\tau_{ir}} \left(\frac{h_r^e}{A_r} \right) + \frac{\eta^{ye}}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho\tau_{ir}} \left(\frac{n_r^y}{A_r} \right) \\ & + \beta_i (1-\mu) \ln \varphi_{R_i} + \beta_i (\mu \ln \beta_i - 1) \end{aligned} \quad (22)$$

(6) 立地均衡状態

本研究では、家計の居住地・就業地に対する好みに異質性があると仮定する。より具体的には、家計 l の効用 $v_{ij}(l)$ は、以下で与えられる:

$$\begin{cases} v_{ij}^y(l) = v_{ij}^y(\mathbf{h}) + \epsilon_{ij}^y & (23a) \\ v_i^e(l) = v_i^e(\mathbf{h}) + \epsilon_i^e & (23b) \end{cases}$$

ここで、 $\epsilon_{ij}^y, \epsilon_i^e$ は家計 l 固有の確定的効用であり、家計の集団全体に渡る $\{\epsilon_{ij}^y(l)\}$, $\{\epsilon_i^e(l)\}$ の分布が (家計が十分に多く存在するため、連続分布で近似でき) 互いに独立・同一な Weibull 分布に従うと仮定する。

このとき、立地均衡状態における居住地 i 、就業地 j を選択する労働者の家計数 h_{ij}^y 、居住地 i を選択する高齢者の家計数 h_i^e はそれぞれ次の Logit 関数で与えら

れる:

$$\begin{cases} h_{ij}^y = \frac{\exp[\theta^y v_{ij}^y(\mathbf{h})]}{\sum_{r \in \mathcal{I}} \sum_{k \in \mathcal{I}} \exp[\theta^y v_{rk}^y(\mathbf{h})]} \sum_{r \in \mathcal{I}} n_r^y & (24a) \\ h_i^e = \frac{\exp[\theta^e v_i^e(\mathbf{h})]}{\sum_{r \in \mathcal{I}} \exp[\theta^e v_r^e(\mathbf{h})]} \sum_{r \in \mathcal{I}} h_r^e & (24b) \end{cases}$$

ここで、 θ^y, θ^e はスケールパラメータである。したがって、この非線形連立方程式 (24a), (24b) を解くことで、立地均衡状態を得ることができることがわかる。

詳細・広域な実空間を分析対象にする場合、非線形連立方程式 (24a), (24b) が不可避免的に大規模になることから、その数値解析は困難となる。そこで本研究では、立地均衡状態の数値解析を効率的に実施するために、本モデルにポテンシャル関数が存在することを示しておく。Sandholm³⁾ より示されているように、非負条件・人口保存則を満たす任意の \mathbf{h} に対して、次の条件を満たす関数 $P(\mathbf{h})$ をポテンシャル関数と呼ぶ。

$$\frac{\partial P(\mathbf{h})}{\partial h_{ij}} = v_{ij}(\mathbf{h}) - \frac{1}{\theta} \ln h_{ij} + \zeta \quad \forall i, j \in \mathcal{I} \quad (25)$$

ここで、 ζ は任意の定数である。このポテンシャル関数が存在する場合、立地均衡状態は、次の最適化問題の Karush-Kuhn-Tucker 条件を満たす \mathbf{h} と一致する:

$$\max_{\mathbf{h}} P(\mathbf{h}) \quad (26a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{I}} h_{ij} = N, \quad h_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in \mathcal{I} \quad (26b)$$

間接効用関数 (21), (22) より、本モデルには次のポテンシャル関数が存在する:

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{1-\gamma} \sum_{j \in \mathcal{I}} \lambda_j (m_j^y)^{1-\gamma} + w^e \sum_{i \in \mathcal{I}} h_i^e \\ & - (1-\mu) \sum_{i \in \mathcal{I}} \beta_i \{ \ln(n_i^y + h_i^e) - 1 \} (n_i^y + h_i^e) \\ & + \sum_{i \in \mathcal{I}} b_i^y n_i^y + \sum_{i \in \mathcal{I}} b_i^e h_i^e + \eta^{ye} \sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{h_i^e}{A_i} \sum_{j \in \mathcal{I}} e^{-\rho \tau_{ij}} \frac{n_j^y}{A_j} \\ & + \frac{\eta^y}{2} \sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{n_i^y}{A_i} \sum_{j \in \mathcal{I}} e^{-\rho \tau_{ij}} \frac{n_j^y}{A_j} + \frac{\eta^e}{2} \sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{h_i^e}{A_i} \sum_{j \in \mathcal{I}} e^{-\rho \tau_{ij}} \frac{h_j^e}{A_j} \\ & - t \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{I}} \tau_{ij} h_{ij}^y + (1-\mu) \sum_{i \in \mathcal{I}} \beta_i (n_i^y + h_i^e) \ln \varphi_{Ri} \\ & + \sum_{i \in \mathcal{I}} \beta_i (\mu \ln \beta_i - 1) (n_i^y + h_i^e) \\ & - \frac{1}{\theta^y} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{I}} h_{ij}^y \ln h_{ij}^y - \frac{1}{\theta^e} \sum_{i \in \mathcal{I}} h_i^e \ln h_i^e \quad (27) \end{aligned}$$

したがって、本研究で開発したモデルにおいて、初期状態 $\mathbf{h}^{(0)}$ から創発する立地均衡状態は、最適化問題 (26) を初期状態を $\mathbf{h}^{(0)}$ として局所的に解くことで得られることがわかる。

3. パラメータ設定

本章では、石川県小松市とその周辺に対してモデルを適用する際に必要となる、実データの概要とパラメータ設定の方法を示す。なお、このパラメータ設定の方法は、Ahlfeldt et al. の方法を参考にしている。

(1) データ概要

本研究では、石川県小松市周辺を分析対象としている。労働者の居住地・勤務地分布 h_{ij}^y 、高齢者の居住地分布 h_i^e は、図 1 に示す 500m×500m メッシュで区切った 321 地区に対して定義した。

本章で示すパラメータ設定の際に用いたデータとその出典は以下の通りである:

- 居住地・就業地別労働者数 h_{ij}^y
ドコモインサイドマーケティング社が販売するモバイル空間統計を用いる。具体的には、ユーザーの登録住所を居住地 i とし、2017 年 5 月 29 日午後 1 時時点の滞在住所を就業地 j と仮定する。ただし、本モデルでは対象地域内の人口移動のみを扱っているため、対象地域外に居住地または就業地を持つデータは除外する。労働者の立地分布 n_i^y は図 2 に示す通りである。
- 居住地別高齢者数 h_i^e
居住地別の高齢者数は、国勢調査のデータを用いる。具体的には、2015 年の国勢調査の 500m メッシュごとの 65 歳以上の人口データである。各地区の高齢者の立地分布 h_i^e は図 3 に示す通りである。
- 立地点別の土地面積 A_i
国土数値情報の 2014 年土地利用細分メッシュデータから算出する。具体的には、土地利用細分メッシュデータから得られる 100m メッシュごとの土地の各利用区分を利用して、500m メッシュの総面積から河川湖沼・海水域面積を引いたものを使用する。

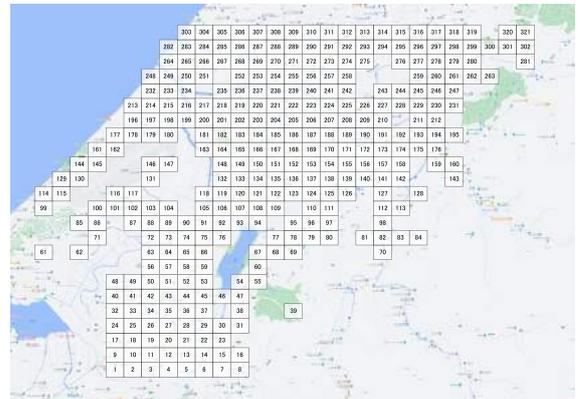


図-1 対象メッシュ

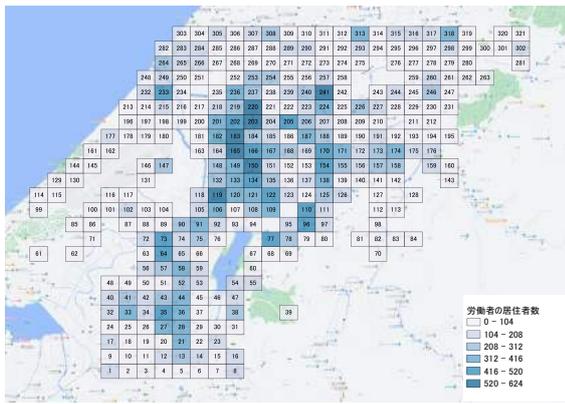


図-2 労働者の立地分布

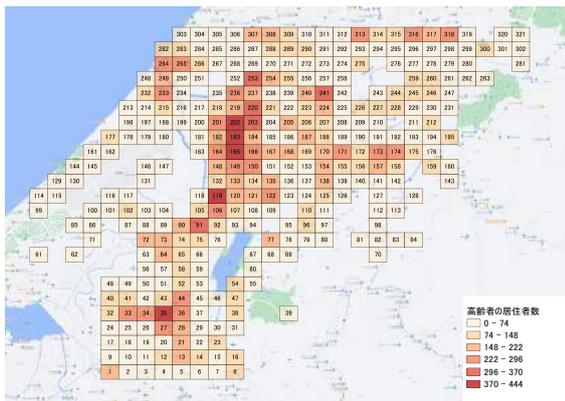


図-3 高齢者の立地分布

● 土地投入量 K_{Ri}, K_{Mj}

市街化区域に指定されている地区では、用途地域における第一種低層住居専用地域から準住居地域を住宅に使用できる面積として仮定し、この合計面積を住宅の土地投入量とし、市街化区域に指定されていない地区では、国土数値情報の土地利用細分データにおける建物用地を住宅に利用できる面積であると仮定し、この面積を住宅の土地投入量としている。また、企業の土地投入量については、市街化区域に指定されている地区では、用途地域における近隣商業地域、商業地域、準工業地域、工業地域、工業専用地域を企業が使用できる面積であると仮定し、それらの合計を企業の土地投入量としている。市街化区域に指定されていない地区では、土地面積から土地利用細分データの建物用地面積を差し引いたものを企業の土地利用面積としている。

● 立地点間の移動時間 τ_{ij}

異なる立地点間の移動時間は、各メッシュの中心間の直線距離を分速 50m で移動した場合にかかる時間とする。また、同じ立地点間は移動時間がかからないと仮定する。

● 居住地のアメニティに含まれる土地固有の効果に

関する変数 X_i

モデルの変数候補として準備した変数を以下に列挙する。

1. 市街化区域面積
2. 市街化調整区域面積
3. 小松駅距離
4. 按分道路延長
5. 浸水面積
6. 平均標高
7. 福祉施設アクセシビリティ
8. 公園アクセシビリティ
9. 鉄道駅アクセシビリティ
10. 役場アクセシビリティ

本研究では、地区 i におけるアクセシビリティ ACC_i を次のように定義する：

$$ACC_i = \sum_r d_{ir}^{-k} \quad (28)$$

ここで、 d_{ir} は施設 r から地区 i までの直線距離、 k はパラメータであり、Hansen⁵⁾ によって提案された 1.1 という値を使用する。

(2) パラメータの設定方法

本研究では、Ahlfeldt et al. と基本的に同様の手法を用いてパラメータの設定を行う。このパラメータ設定方法の具体的な手順を以下に示す。

a) step1: floor space に関するパラメータの設定

家計の総支出に占める floor space 費用の割合 $\frac{\beta_i(n_i^y + h_i^e)}{\sum_{j \in \mathcal{I}} w_j^y h_{ij}^y + w^e h_i^e}$ 、生産費用のうち floor space に必要な費用の割合 $1 - \alpha$ 、floor space の建設費用のうち土地に必要な費用の割合 $1 - \mu$ を Ahlfeldt et al. のように、既往研究で推定されている値と等しいとして設定する：

$$\frac{\beta_i(n_i^y + h_i^e)}{\sum_{j \in \mathcal{I}} w_j^y h_{ij}^y + w^e h_i^e} = 0.25 \quad (29)$$

$$1 - \alpha = 0.20 \quad (30)$$

$$1 - \mu = 0.25 \quad (31)$$

b) step2-step5: 労働者の場合

step2: 通勤費用パラメータ

通勤費用パラメータの推定方法を示す。 θ^{yt} を推定するために、立地均衡条件 (24a) に重力方程式の固定効果法を利用する。具体的には、立地均衡条件 (24a) において、両辺で自然定数をとることで、次の重力方程式を得る：

$$\ln [h_{ij}^y(\mathbf{h})] = \theta^{yt} \tau_{ij} + D_{Ri}^y + D_{Mj}^y + C^T \quad (32)$$

ここで、 D_{Ri}^y は居住地 i に関するダミー変数、 D_{Mj}^y は就業地 j に関するダミー変数、 C^T は定数項を表す。 h_{ij}^y 、 τ_{ij} のデータが得られることから、固定効果推定法により、 θ^{yt} の推定値が得られる。なお、本研究では、推定

式 (32) の都合上, $h_{ij}^y > 0$ となるデータを用いて推定する。

step3:居住地, 就業地に由来する項に関する値

次に step2 で得られた $\theta^y t$ を利用して, 間接効用関数 v_{ij}^y に含まれる居住地, 就業地に由来する次の項の値を得る:

$$D_{Ri}^y \equiv -\beta_i(1-\mu)\ln(n_i^y + h_i^e) + B_i^y + \beta_i(1-\mu)\ln\varphi_{Ri} + \beta_i(\mu\ln\beta_i - 1) \quad (33a)$$

$$D_{Mj}^y \equiv \frac{\lambda_j}{(m_j^y)^\gamma} \quad (33b)$$

これらの項は, 立地均衡条件 (24a) を以下のように変形することで計算できる:

$$n_i^y = \sum_{j \in \mathcal{I}} \frac{\exp[\theta^y D_{Ri}^y - \theta^y t \tau_{ij}]}{\sum_{r \in \mathcal{I}} \exp[\theta^y D_{Rr}^y - \theta^y t \tau_{rj}]} m_j^y \quad (34a)$$

$$m_j^y = \sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{\exp[\theta^y D_{Mj}^y - \theta^y t \tau_{ij}]}{\sum_{k \in \mathcal{I}} \exp[\theta^y D_{Mk}^y - \theta^y t \tau_{ik}]} n_i^y \quad (34b)$$

より具体的には, 実データから得られる n_i^y , τ_{ij} , m_j^y と $\theta^y t$ を用いると, 非線形方程式 (34a), (34b) を解けば, $\theta^y D_{Ri}^y$, $\theta^y D_{Mj}^y$ が与えられる。ただし, これらの非線形方程式の解を一意に求めるには自由度が 1 足りない。したがって, $\theta^y D_{Ri}^y$, $\theta^y D_{Mj}^y$ に関して何らかの基準化が必要となる点に注意が必要である。

step4:スケールパラメータ

次にスケールパラメータ θ^y の設定を行う。本研究では, モデルの $\ln w_i^y$ の変動係数がデータと一致するように θ^y を設定する。step3 で得られる $\ln[\theta^y D_{Mj}^y] = \ln[\theta^y w_i^y]$ の変動係数 CV^{model} と賃金構造基本統計調査データから得られる $\ln w_i^y$ の変動係数 CV^{data} を用いて θ^y を求める:

$$\theta^y = \exp\left[\hat{w}^y \left(\frac{CV^{\text{model}}}{CV^{\text{data}}} - 1\right)\right] \quad (35)$$

ここで, \hat{w}^y は $\ln w_i^y$ の平均値であり, CV^{model} は次のように与えられる:

$$CV^{\text{model}} = \frac{1}{\bar{y}} \sqrt{\frac{1}{N^y} \sum_{i=1}^k m_i^y (\ln[\theta^y w_i^y] - \bar{y})^2} \quad (36a)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N^y} \sum_{i=1}^k m_i^y \ln[\theta^y w_i^y] = \ln \theta^y + \hat{w}^y \quad (36b)$$

step5:生産性, 居住地のアメニティ水準

生産性 F_j と居住地のアメニティ B_i^y を, これまでに得られたパラメータ・変数を用いることで求まる。具体的には, そのために, step3, 4 で得られた $\theta^y D_{Ri}^y$, $\theta^y D_{Mj}^y$, θ^y を用いて, D_{Mj}^y , D_{Ri}^y の値を得る:

$$D_{Ri}^y = (\theta^y D_{Ri}^y) \frac{1}{\theta^y} \quad (37a)$$

$$D_{Mj}^y = (\theta^y D_{Mj}^y) \frac{1}{\theta^y} \quad (37b)$$

D_{Ri}^y を書き下して整理すると, 居住地のアメニティ水準 B_i^y は次のように表せる:

$$B_i^y = D_{Ri}^y + \beta_i(1-\mu)\ln(n_i^y + h_i^e) - \beta_i(1-\mu)\ln\varphi_{Ri} - \beta_i(\mu\ln\beta_i - 1) \quad (38)$$

ここで, step1 で設定した $\frac{\beta_i(n_i^y + h_i^e)}{\sum_{j \in \mathcal{I}} w_j^y h_{ij}^y + w^e h_i^e}$ に $w_j^y = D_{Mj}^y$ を代入して, かつ, 平均収入に対する高齢者の収入割合が 0.461 である⁴⁾ ことを利用すると, β_i の値が求められる:

$$\begin{aligned} \beta_i &= 0.25 \frac{\sum_{j \in \mathcal{I}} w_j^y h_{ij}^y + w^e h_i^e}{n_i^y + h_i^e} \\ &= 0.25 \frac{\sum_{j \in \mathcal{I}} D_{Mj}^y h_{ij}^y + 0.461 \bar{w}^y h_i^e}{n_i^y + h_i^e} \end{aligned} \quad (39)$$

したがって, $D_{Ri}^y, \beta_i, \mu, n_i^y, h_i^e, \varphi_{Ri}$ が既知であるため, 式 (38) より居住地のアメニティ B_i^y の値を求めることができる。

生産性 F_j は D_{Mj}^y を利用することで求めることができる。 D_{Mj}^y の自然対数を取り, 式を変形すると, 生産性 F_j は次のように表せる:

$$\begin{aligned} \ln F_j &= \frac{\alpha}{1-\gamma} \left\{ \ln D_{Mj}^y + \gamma \ln m_j^y - \ln \alpha \right\} \\ &\quad - \frac{\alpha}{1-\gamma} \left\{ \frac{1-\alpha-\gamma}{\alpha} \ln(1-\alpha) \right\} \\ &\quad - \frac{\alpha}{1-\gamma} \left\{ \gamma \left(\frac{\mu}{1-\mu} \ln \frac{\mu}{P} + \ln K_{Mj} \right) \right\} \end{aligned} \quad (40)$$

ここで, $D_{Mj}^y, \alpha, \gamma, \mu, m_j^y, K_{Mj}$ は既知であるため, 資材価格 P を 1 に基準化することによって, 生産性 F_j の値を求めることができる。

c) step3-step5:高齢者の場合

高齢者は通勤費用を考慮しないため, 通勤費用パラメータを推定する step2 は省略する。

step3:居住地に由来する項に関する値

居住地に由来する項に関する値 $\theta^e D_{Ri}^e$ を算出するために, 立地均衡条件 (24b) を以下のように変形する:

$$h_i^e = \frac{\exp[\theta^e D_{Ri}^e]}{\sum_{r \in \mathcal{I}} \exp[\theta^e D_{Rr}^e]} \sum_{j \in \mathcal{I}} h_j^e \quad (41)$$

さらに, 各立地点の居住地に由来する項に関する値の合計 $\sum_{r \in \mathcal{I}} \exp[\theta^e D_{Rr}^e]$ を 100 に基準化することによって, 以下の式を使って居住地に由来する項に関する値を算出することができる:

$$\theta^e D_{Ri}^e = \ln \frac{h_i^e}{\sum_{j \in \mathcal{I}} h_j^e} 100 \quad (42)$$

step4:スケールパラメータ

スケールパラメータ θ^e の推定は次の推定式を用いて

推定する:

$$\begin{aligned} \theta^e D_{Rr}^e &= \theta^e \{-\beta_i(1-\mu) \ln(n_i^y + h_i^e) \\ &\quad + \beta_i(1-\mu) \ln \varphi_{Ri} + \beta_i(\mu \ln \beta_i - 1)\} + C \end{aligned} \quad (43)$$

推定式 (43) において, step3 で求めた $\theta^e D_{Ri}^e$ と中括弧内の値を既知として単回帰分析を行い, θ^e を推定する. 推定の都合上, $h_i^e > 0$ の地区のデータのみを用いて推定する.

step5:居住地のアメニティ水準

step4 における推定式 (43) には誤差項 ε_i が存在する. この誤差項には居住地のアメニティ $\theta^e B_i^e$ が含まれている. そこで, 次の式を用いることによって居住地のアメニティ B_i^e の値を推定することができる:

$$\begin{aligned} B_i^e &= \frac{\varepsilon_i}{\theta^e} \\ &= \frac{\theta^e D_{Ri}^e}{\theta^e} \\ &\quad - \frac{\theta^e \{-\beta_i(1-\mu) \ln(n_i^y + h_i^e)\}}{\theta^e} \\ &\quad + \frac{\theta^e \{\beta_i(1-\mu) \ln \varphi_{Ri} + \beta_i(\mu \ln \beta_i - 1)\} - C}{\theta^e} \end{aligned} \quad (44)$$

ここで, $\beta_i, \mu, n_i^y, h_i^e, \varphi_{Ri}$ が既知であり, step3 より $\theta^e D_{Ri}^e$, step4 より θ^e が求まっているので, それらを式 (44) に代入することで, B_i^e の値を求めることができる.

d) step6:居住地のアメニティ水準に関するパラメータ

次に, step5 で得られた B_i^y, B_i^e を被説明変数とした以下の式を用いて, 各立地点に固有のアメニティを生み出す効果に関する変数選択及びパラメータ推定を行う. ただし, 本研究では, 空間的自己相関に対処するために, 固有ベクトル空間フィルタリングアプローチ⁶⁾を採用する. このアプローチは立地点間距離の逆数 $1/d_{ij}$ を要素に持つ空間重み行列の固有ベクトル \mathbf{Z} を説明変数に導入するだけで, 空間的自己相関に対処できる. それゆえ, 本研究で取り扱う詳細・大規模な都市内空間を対象とした分析であっても, 容易にパラメータ推定を実施できるという利点を持っている.

本研究では, B_i^y, B_i^e を次の推定式を用いて推定する:

$$\begin{aligned} B_i^y &= \kappa^{\text{AME},Y} \mathbf{X}_i^{\text{AME},Y} \\ &\quad + \frac{\eta^y}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho \tau_{ir}} \frac{n_r^y}{A_r} + \frac{\eta^{ye}}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho \tau_{ir}} \frac{h_r^e}{A_r} \\ &\quad + \nu^y \mathbf{Z}_i + C \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} B_i^e &= \kappa^{\text{AME},E} \mathbf{X}_i^{\text{AME},E} \\ &\quad + \frac{\eta^e}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho \tau_{ir}} \frac{h_r^e}{A_r} + \frac{\eta^{ye}}{A_i} \sum_{r \in \mathcal{I}} e^{-\rho \tau_{ir}} \frac{n_r^y}{A_r} \\ &\quad + \nu^e \mathbf{Z}_i + C \end{aligned} \quad (46)$$

ここで, $\mathbf{X}_i^{\text{AME},Y}, \mathbf{X}_i^{\text{AME},E}$ は地区 i のアメニティ水準に関する変数, $\kappa^{\text{AME},Y}, \kappa^{\text{AME},E}$ はそれらのパラメータ, C は定数項を表す. また, 説明変数に加える空間重み行列の固有ベクトル \mathbf{Z} は, Tiefelsdorf and Griffith⁷⁾ に基づき, 正の固有値に対応した固有ベクトルのみを用いる. これは, これらの固有ベクトルが, 正の空間相関を捉えることが知られているためである.

推定式 (45), (46) を利用するにあたり問題点がある. 右辺第 2 項, 第 3 項はそれぞれ 2 つのパラメータ η, ρ を有しているため, 1 項につき 1 つのパラメータを推定する一般化線形モデルをそのまま利用することはできない. この問題に対して, Ahlfeldt et al. のように一般化モーメント法を用いることで, 1 項に含まれる 2 つのパラメータを同時に推定することもできる. しかし, 本研究では簡単のため, 距離減衰パラメータ ρ を特定化する. 実際に Rossi-Hansberg et al.⁸⁾ で述べられているように, 家計の集積外部性は 1000ft ごと, すなわち約 300m ごとに半減するという実証的知見が得られている. そこで, この値と整合するように, $\rho = 0.1155$ と設定し, 推定式 (45), (46) において重回帰分析を行う.

e) step7:キャリブレーション

step6 までの手順により, モデルのパラメータをすべて設定できる. しかし, それらのみでは, データから与えられる居住地・就業地分布 \mathbf{h} は立地均衡条件 (24a), (24b) を満たさない. そこで, 本研究では立地均衡条件 (24a), (24b) を以下のように修正する:

$$\begin{cases} \hat{P}_{ij}^y(\mathbf{h}) = \frac{\exp[\theta^y \{v_{ij}^y + \psi_{ij}^y\}]}{\sum_{r \in \mathcal{I}} \sum_{k \in \mathcal{I}} \exp[\theta^y \{v_{rk}^y + \psi_{rk}^y\}]} \\ \hat{P}_i^e(\mathbf{h}) = \frac{\exp[\theta^e \{v_i^e + \psi_i^e\}]}{\sum_{r \in \mathcal{I}} \exp[\theta^e \{v_r^e + \psi_r^e\}]} \end{cases} \quad (47)$$

ここで, ψ_{ij}^y, ψ_i^e は居住地 i , 就業地 j 別に与えられる残差項である. そして, データから与えられる居住地・就業地分布 \mathbf{h} が以下を満たすように, ψ_{ij}^y, ψ_i^e を設定する:

$$\begin{cases} h_{ij}^y = \hat{P}_{ij}^y(\mathbf{h}) \sum_{r \in \mathcal{I}} \sum_{k=1}^S h_{rk}^y \\ h_i^e = \hat{P}_i^e(\mathbf{h}) \sum_{r \in \mathcal{I}} h_r^e \end{cases} \quad (48)$$

4. 反実仮想実験

本章では, 石川県小松市周辺の実データを用いて, 第 3 章で説明したパラメータ設定方法を実施した結果を示すとともに, この結果を用いて反実仮想実験を行う. 具体的な反実仮想のシナリオは, 都市内の人口減少を想定したものである.

(1) パラメータ設定の結果

パラメータ設定の結果を得るまでの経緯を紹介する. 推定式 (45), (46) において, アメニティ水準に関する変数 $\mathbf{X}_i^{\text{AME},Y}, \mathbf{X}_i^{\text{AME},E}$ をステップワイズ法 [有意確率

表-1 パラメータの設定値

| パラメータ | 設定値 |
|------------------------------|-------------------------|
| α | 0.80 |
| μ | 0.75 |
| γ | 0.05882 |
| ρ | 0.1155 |
| t | 6.651×10^{-4} |
| θ^y | 27.07 |
| θ^e | 1.065 |
| $\kappa^{AME,Y}$ (市街化区域面積) | 1.885 |
| $\kappa^{AME,Y}$ (市街化調整区域面積) | 0.9283 |
| η^e | 4.750×10^{-5} |
| $\kappa^{AME,E}$ (市街化区域面積) | 4.393 |
| $\kappa^{AME,E}$ (平均標高) | -6.779×10^{-3} |
| $\kappa^{AME,E}$ (福祉施設 ACC) | 46.24 |

5%]にて決定する。変数候補の選択は自由度が高いものの、以下の2点を満たすように選択する。

1. 基準均衡状態が安定的であること
2. 社会的相互作用項のいずれかが有意かつ、そのパラメータ η が正であること

その結果、社会的相互作用は、労働者同士の社会的相互作用と労働者と高齢者同士の社会的相互作用は有意にはならなかったが、高齢者同士の社会的相互作用は有意に推定された。最終的に設定したパラメータを表1に示す。

(2) 人口減少に伴う都市構造変化

本研究では、全ての年齢の人口を5%ずつ減少させるという反実仮想実験を行った。この反実仮想実験のシナリオでは全ての年齢の人口を一律に減少させているため、居住者数を用いて初期状態からの変化を考察することはできない。そのため、労働者シェア、高齢者シェアという指標を用いて、初期状態からの変化を考察する。高齢者シェアとは、総高齢者のうち立地点 i に居住する高齢者の割合を示す値である。

ここでは、初期状態から総家計数を5%減少させた場合と、初期状態から総家計数を30%減少させた場合の結果を示す。図4、5は初期状態から総家計数を5%減少させた場合の労働者シェアの変化、高齢者シェアの変化を示した図である。また図6、7は初期状態から総家計数を30%減少させた場合の労働者シェアの変化と高齢者シェアの変化を示した図である。

得られた結果を考察する。まず、総家計数を5%減少させた場合と30%まで減少させた場合に共通して得られた結果を2つ述べる。1つ目は、小松駅(立地点184)周辺の労働者シェアが増加し、高齢者シェアが減少し

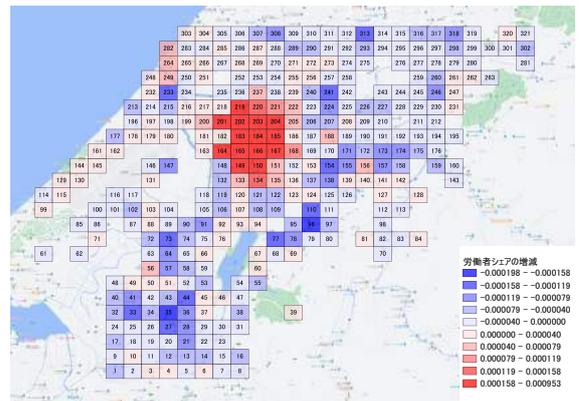


図-4 人口を5%減少させたときの労働者シェアの変化

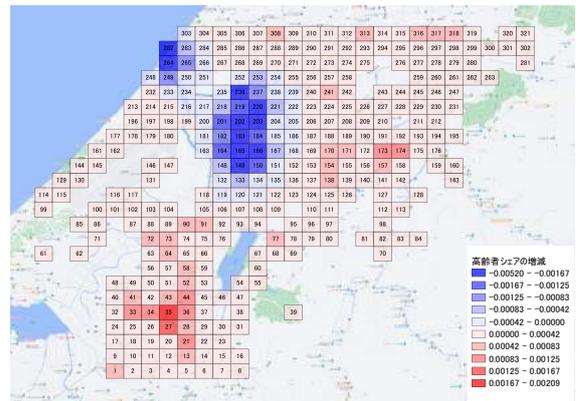


図-5 人口を5%減少させたときの高齢者シェアの変化

たという結果である。この要因としては、人口が減少したことにより、floor space 価格が低下し、通勤費用が小さい小松駅周辺に労働者が流入したためだと考えられる。2つ目は、立地点282周辺の高齢者シェアが減少したという結果である。人口減少と社会的相互作用が相まって、このような結果が得られたと考えられる。人口が減少したことにより、高齢者を引き付けるだけの居住者がいなくなり、芋づる的に高齢者シェアが減少したと考えられる。

次に、総家計数を5%減少させた場合と30%減少させた場合で異なる結果を得られた立地点に着目する。それは、立地点35周辺のエリアである。人口を5%減少させた場合では、高齢者シェアが増加したが、それとは反対に、人口を30%減少させた場合では、高齢者シェアが減少した。これは、社会的相互作用が強く影響しているためだと考えられる。立地点35周辺はもともと高齢者が多く居住している地区である(図3)ため、社会的相互作用が高齢者の地域コミュニティを形成させる方向に作用したと考えられる。その一方で、人口がさらに減少したことにより、その立地点に居住する高齢者が少なくなり、社会的相互作用が高齢者のコミュニティの崩壊を引き起こしたと考えられる。

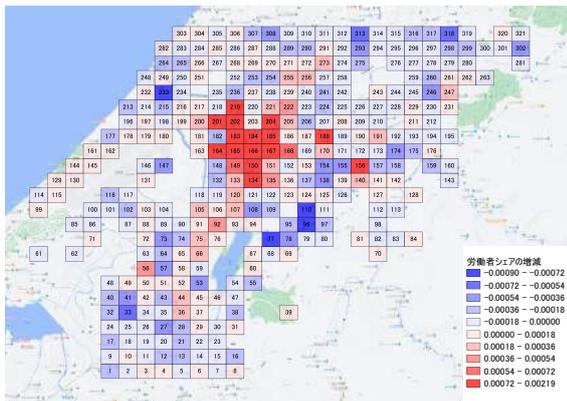


図-6 人口を 30%減少させたときの労働者シェアの変化

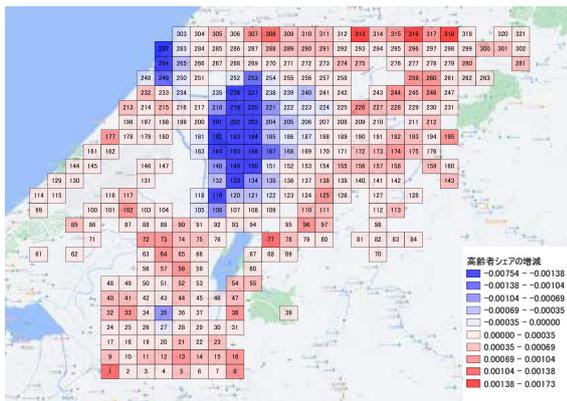


図-7 人口を 30%減少させたときの高齢者シェアの変化

5. おわりに

本研究では、社会的相互作用を考慮した Ahlfeldt et al. モデルを拡張して、超高齢社会における地域コミュニティの形成・崩壊現象を表現できる立地選択モデルを構築した。そして、このモデルがもつポテンシャル関数を利用した効率的な安定性解析手法と、モデルに適用可能なパラメータ設定方法を提示した。その後、開発したモデルの有用性を示すために、石川県小松市周辺を対象に反実仮想実験を行った。その結果、人口減少の割合によって、高齢者の地域コミュニティの形成現象・崩壊現象の両方を示すモデルであることを確認することができた。

本研究で得られた成果を基に、さらなる研究を蓄積することで、超高齢社会における政策効果分析を行うことが可能になると期待できる。また、本研究では、人口減少の割合をすべての年齢階級で等しいとして反実仮想実験を行ったが、年齢階級ごとに減少割合を変化させることによって、より現実に近い結果が得られると期待できる。

しかし、パラメータの設定の際に、いくつかの問題が見受けられる。具体的には、パラメータ設定方法 step3

の推定式 (34a), (34b), (41) の基準化の与え方によって異なる値が得られてしまう。また、step4において労働者と高齢者のスケールパラメータ θ の推定方法が異なっており、対照性がとれていないといった問題がある。これらの問題を解決できるパラメータ設定方法を開発することは、今後このモデルを使って分析を行う上で重要な研究課題となる。

参考文献

- 1) 力石真, 瀬谷創, 福田大輔: 社会的相互作用に着目したエビデンスベース研究の展開と土木計画への応用可能性, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 47, No. 5 (土木計画学研究・論文集第 35 巻), pp. L715-L734, 2018.
- 2) G. M. Ahlfeldt, S. J. Redding, D. M. Sturm, N. Wolf: The economics of density: evidence from the Berlin Wall, *Econometrica*, Vol. 83, No. 6, pp. 2127-2189, 2015.
- 3) W. H. Sandholm: *Population Games and Evolutionary Dynamics*, MIT Press, 2010.
- 4) 内閣府ホームページ: 平成 29 年版高齢社会白書 (全体版) 第 1 章 高齢化の状況 第 2 節 高齢者の姿と取り巻く環境の現状と動向 (2)
- 5) W. G. Hansen : How Accessibility Shapes Land Use, *Journal of the American Institute of Planners*, Vol.25, No.2, pp.73-76,1959.
- 6) D. A. Griffith :Spatial autocorrelation and spatial filtering: Gaining understanding through theory and scientific visualization, Springer, pp. 247, 2003.
- 7) M. Tiefelsdorf and D. A. Griffith :Semiparametric filtering of spatial autocorrelation: the eigenvector approach, *Environment and Planning A*, Vol. 39, pp. 1193-1221, 2007.
- 8) E. Rossi-Hansberg, P.-D. Sarte, R.I. Owens: Housing Externalities, *Journal of Political Economy*, Vol. 118, No. 3, pp. 485-535, 2010.

(2021. 3. 7 受付)