

連続体交通流理論に基づく高速道路サグ部 における渋滞発生現象の解析

金崎 圭吾¹・和田 健太郎²

¹非会員 筑波大学 理工学群 社会学類 (〒 305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)
E-mail: s1711251@s.tsukuba.ac.jp

²正会員 筑波大学准教授 システム情報系 (〒 305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)
E-mail: wadaken@sk.tsukuba.ac.jp

本研究は、確率的交通容量を可能最大交通容量と渋滞中の捌け交通量との関係性から記述する枠組みを提案し、その特性を明らかにする。具体的には、確率的交通容量を可能最大交通容量と渋滞中の捌け交通量の間の変動とその区間自体の変動により生じる揺らぎに分解し、連続体交通流理論に基づくシミュレーションおよび拡散近似理論による分析を行う。

Key Words: sag, stochastic capacity, capacity drop, continuum traffic flow theory

1. 背景・目的

交通容量は道路の交通性能を把握するうえで最も重要な指標である。従来、これらはある一定値を取るものと考えられてきたが、渋滞が広い交通需要レベルで発生することが知られてきたことにもない、近年では「確率的交通容量」という概念が定着しつつある。また、渋滞（安定）中の捌け交通量は渋滞発生時の交通量に比べ低い現象（Capacity Drop (CD) 現象）が一般的にみられる¹⁾。つまり、高速道路サグ部における渋滞現象に関わる容量は、以下の3つに分類される²⁾。

1. C_2 : ボトルネック区間の可能最大交通容量
($< C_1$: 通常区間容量)

2. C : 確率的交通容量

3. C_d : 渋滞（安定）中の捌け交通量

これらの関係は一般に $C_d < C < C_2$ である。

このうち渋滞発生に深くかかわる C は、ばらつきが大きく、正確に観測するのが難しい³⁾。そのため、容量を確率変数と捉え、式(1)のように需要 q における渋滞発生確率 $F_C(q)$ を確率的交通容量 C が需要 q より小さい場合の確率と定義し、渋滞発生確率分布の推定が行われてきた^{3),4),5),6)}

$$F_C(q) = P \{ C \leq q \} \quad (1)$$

図-1は渋滞発生確率分布の推定の例である⁶⁾。一般的に渋滞発生確率分布は交通量（需要）の増加に伴い大きくなり、シグモイドカーブと呼ばれるS字の曲線となることが知られている。従来研究では、この推定した容量の分布と道路幾何構造などの関係から、渋滞発生に関わる要因の分析がなされている。しかし、こうし

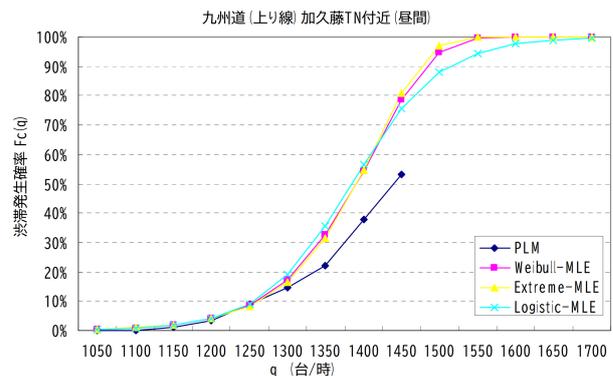


図-1 渋滞発生確率分布例 (吉川⁶⁾ 図 4-2-3(5))

た統計分析から渋滞発生時の確率的な現象のメカニズムを把握することは難しい。

こうしたメカニズムを説明するために、いくつかの確率的な交通流モデルも提案されている^{7),8),9),10),11)}。しかし、これらの研究には次のような課題があると考えられる。一つは、渋滞発生確率を基本的に需要到着の揺らぎ (e.g., 車頭時間のばらつき, 車群の形成) のみで説明しようとしている点である。しかし、天候や季節、車両構成等によって、現実には C_2 (および C_d) もばらつき得る。もう一つは、CD 現象がまったく考慮されていない点である。CD は渋滞発生のきっかけにはならないが、一時的な速度低下が継続的な渋滞に至るか否かには影響を与えようと考えられる。

一方、Jin¹²⁾ は渋滞安定状態の捌け交通量の特性 (CD 現象) を説明するマクロな連続体交通流理論を提案している。また、Wada et al.¹³⁾ では、この理論を拡張し

渋滞発生時から渋滞安定時に至る遷移メカニズムについても明らかにしている。つまり、これらの理論により C_2 から C_d に至るメカニズムが明らかになってきている。

本研究は、連続体交通流理論に基づき確率的交通容量を解析することを目的とする。ここでのアイデアは確率的交通容量 C を、(a) C_2 , C_d を与件とした $[C_d, C_2]$ 間における揺らぎと、(b) C_2 , C_d 自体が揺らぐことによる揺らぎに分解して捉えるという点である。これにより、確率的交通容量 C をより見通しよく理解できると考えられる。具体的にはまず、待ち行列シミュレーションにより、需要のばらつきによる確率的交通容量の特性および C_2 , C_d の変化に関する感度分析を行う。また、この結果を拡散近似の考えを用いて理論的に考察する。最後に、 C_2 , C_d を分布させたシミュレーションを行い、確率的交通容量全体の特性を分析する。

2. モデル

(1) 本研究の枠組み

本研究では、連続体交通流理論によって示された C_2 から C_d に至るメカニズムを考慮した式 (2) のような確率モデルを考える。このモデルは、 C_2 , C_d に共通するパラメータ τ_2 の確率分布と τ_2 を与件とする条件付き確率に渋滞発生確率を分解して考えるものである。

$$F_C(q) = \int F_C(q | \tau_2) g(\tau_2) d\tau_2 \quad (2)$$

ここで、 τ_x はサグボトルネック区間 $x \in [0, L]$ において先行車との最小車頭距離を維持するために必要な時間（タイムギャップ）である。タイムギャップは、サグボトルネック区間で線形に増加すると仮定する。この仮定は、ボトルネック区間においては車両は通常区間よりも長い、車頭距離/時間が必要であること²⁾に対応している。そして、 C_2 , C_d は、連続体交通流理論に基づきそれぞれ以下のような式で表される。

$$C_2 = \frac{u\kappa}{(1 + u\kappa\tau_2)} \quad (3a)$$

$$C_d = \frac{y}{1 + y\tau_2} \quad (3b)$$

$$y = \left(\frac{(a_0 - 9.8\Phi)\kappa^2 L}{\Delta\tau} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3c)$$

ここで、 u, κ, a_0, Φ, L は、それぞれ、自由流速度、ジャム密度、最大加速度、勾配差、サグボトルネック区間長である。また、 τ_1, τ_2 は、それぞれ、サグ上流、サグ下流におけるタイムギャップであり、2つのタイムギャップの差 ($\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$) によって、サグボトルネック区間における容量の低下が表されている。モデルのうち、 τ_2 の確率分布は統計やデータ観測から実証的に与えられるものであるが、今回は適当な分布を仮定したうえで、

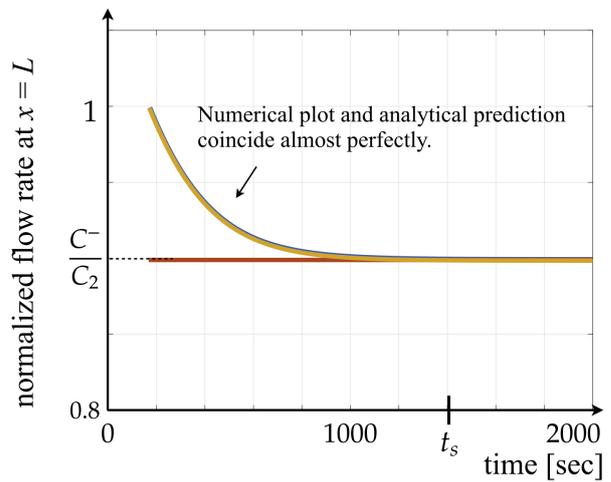


図-2 捌け交通量の低下過程 (Wada et al. ¹³⁾ Fig.8)

τ_2 を与件としたシミュレーションと τ_2 を分布させたシミュレーションを行う。

(2) シミュレーション設定

以上の設定の下で、ボトルネックへ到着する需要のランダム性と CD による容量低下が渋滞発生確率におよぼす影響を調べるために、待ち行列シミュレーションを行う。ボトルネックへの車両の到着間隔は、対数正規分布に従うと仮定する。この時、対数正規分布の期待値の逆数が交通量を表す。一方、ボトルネックでのサービス時間は確定的とし、次の2つの状況を考える。一つは、従来研究と同様に、サービス時間は一定とするものであり (e.g., Kühne et al.³⁾)、もう一つは CD により待ち行列発生時に徐々にサービス時間（容量が低下）が増加するものである。この渋滞発生時におけるサービス時間の変化は連続体交通流理論によって記述される¹³⁾。図-2は CD（捌け交通量の低下）の過程を表したものである。 C_2 から C_d へ容量が指数的に低下していることが分かる。CD の変化の仕方はサグの勾配差や長さといったサグの幾何構造によって変化する。なお、サービス時間の逆数が交通容量を表す。

一回のシミュレーション時間は 900 秒とし、そのうち待ち行列が 300 秒継続することを渋滞と定義する。300 秒という時間は、待ち行列における速度が十分低下するのに要する時間を表している。また 900 秒という時間は、実務的に渋滞発生時交通量を定義する際に多く用いられる渋滞発生直前 15 分間のフローレートに基づいた時間である。以上のシミュレーションを各交通量レベルに対して 10 万回繰り返し、そのうち渋滞が発生した割合を渋滞発生確率とする。

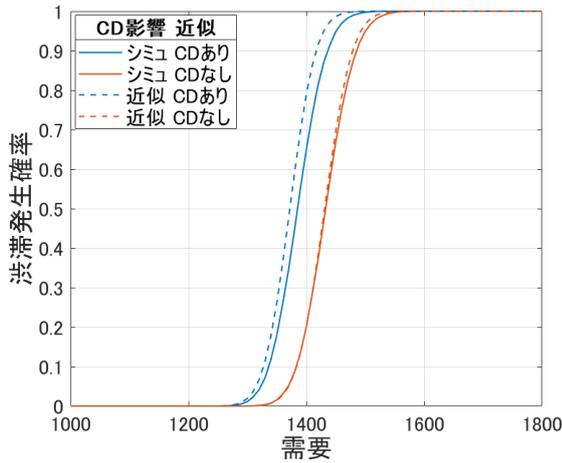


図-3 渋滞発生確率 / 近似結果

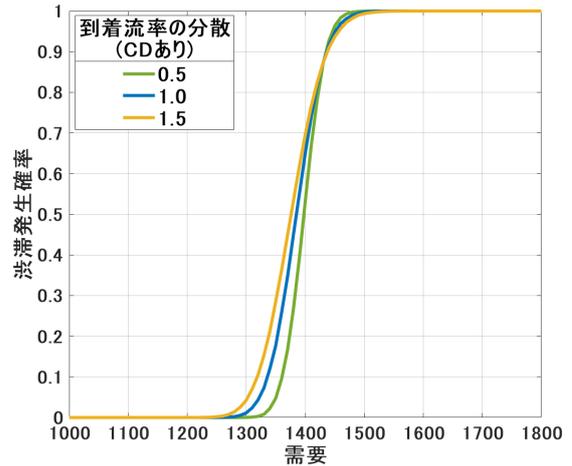


図-4 渋滞発生確率 (到着流率の分散)

3. 条件付き渋滞発生確率

(1) 結果

C_2 , C_d を固定し、シミュレーションにより条件付きの渋滞発生確率 $F_C(q | \tau_2)$ を求めた。以降に示す渋滞発生確率のグラフは、横軸が需要 (対数正規分布の期待値の逆数)、縦軸が渋滞発生確率を表している。図-3 は CD あり・なしの場合の渋滞発生確率を表している。これより、従来研究で指摘されているシグモイド型の渋滞発生確率分布が得られていることが分かる。また、CD の影響があると確率的交通容量の期待値が減少、すなわちより低い需要で渋滞が起こり得ることも見て取れる。図-4 は、ボトルネックへの到着流率の分散を変えたシミュレーション結果である。これにより、ボトルネックへの到着流率の分散が大きくなるほど渋滞が起こり得る需要のばらつきが大きくなることが分かる。これらの結果から、CD および需要のばらつきはいずれもより低い需要での渋滞発生につながるが、その影響の与え方は異なることが分かる。

図-5、図-6 は道路・交通パラメータを変化させたときの確率的交通容量の変化を表している (感度分析)。また、CD の影響の有無、到着流率の分散の変化、および C_2 , C_d を変化させた時の確率的交通容量の期待値・標準偏差の変化をまとめたものが表-1 である。これより、 C_2 は確率的交通容量の期待値と標準偏差、 C_d は確率的交通容量の期待値に影響をおよぼしており、道路・交通パラメータと確率的交通容量の関係を C_2 , C_d の変化を通じて把握できることが分かる。

(2) 拡散近似を用いた考察

以上のシミュレーションで得られた結果の背後にあるメカニズムを説明するために待ち行列の拡散近似理論 (Newell¹⁴⁾) に基づく考察を行う。図-7 は、待ち行列

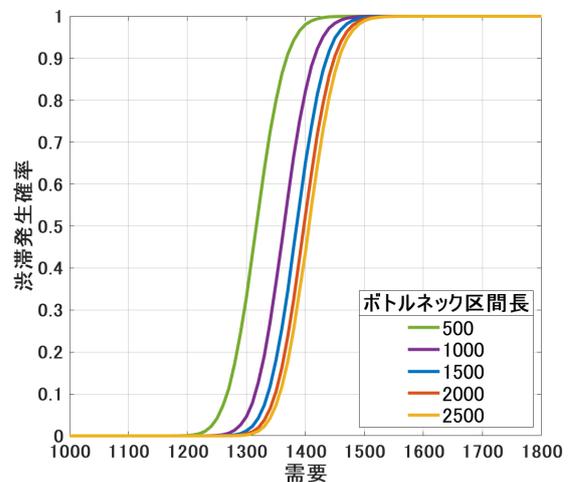


図-5 渋滞発生確率 (サグ下流のタイムギャップ)

表-1 確率的交通容量の期待値・標準偏差の変化

	C_2	C_d	期待値	標準偏差
CD なし	1474	—	1434	39.90
基準値 (CD あり)	1474	1325	1386	38.96
到着流率の分散 $\times 1.5$	1474	1325	1378	46.52
(C_2 増加)	1527	1325	1425	41.03
(C_d 増加)	1474	1373	1407	39.23

の拡散過程の概念図を表す。横軸は時間、縦軸は待ち行列の長さである。図中における待ち行列 $Q(t)$ の期待値 $E\{Q(t)\}$ と標準偏差 σ_Q は以下のように与えられる。(ここでは CD の影響を考慮していない。)

$$E\{Q(t)\} = (\lambda - C_2)t \quad (4a)$$

$$\sigma_Q = \sqrt{Q\lambda^2 t} \quad (4b)$$

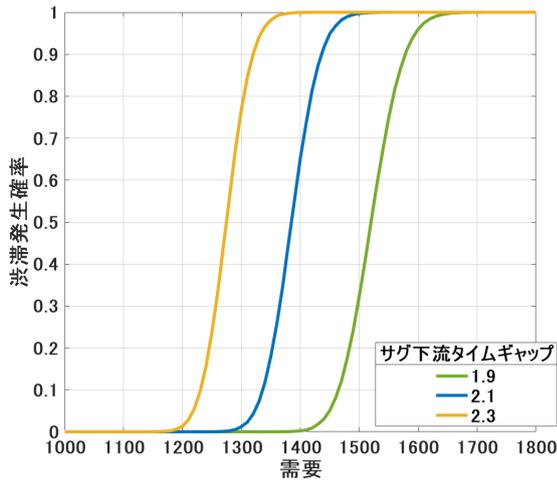


図-6 渋滞発生確率 (ボトルネック区間長)

ここで、 λ は平均到着率である。時刻 0, 長さ 0 から待ち行列が始まる時、図のように期待値のまわりに標準偏差が広がるようにして待ち行列が拡散していき、待ち行列の確率分布は近似的に正規分布となる。拡散過程の初期段階では、需要の揺らぎ、すなわち到着流率の分散が支配的になるため、期待値が負であっても、実際には渋滞が発生する（待ち行列は正になる）場合がある。

この拡散近似により渋滞発生確率分布は以下のように近似することもできる¹。300 秒後に待ち行列が正の領域にある確率を P とすると、900 秒間で渋滞が発生する確率は $P + P(1 - P) + P(1 - P)^2$ と表される。図-3 の破線は拡散近似により求めた渋滞発生確率を表す。この結果から、拡散近似によって渋滞発生確率の傾向をある程度捉えられていることが分かる。

C_2 , C_d が待ち行列の拡散過程に影響を与えるメカニズムを考察する。図-8 のように C_2 は拡散過程の初期段階において、待ち行列の期待値を増加させる。また、 C_2 は待ち行列の標準偏差には影響しないが、正の領域に着目すると、期待値が増加することにより需要のばらつきが大きくなっているとみることができる。これより、表-1 のように、 C_2 は確率的交通容量の期待値と標準偏差に影響をおよぼすことが分かる。一方、図-9 のように C_d は初期段階における期待値はほとんど変化しないが、 C_d の影響により容量が徐々に低下し、待ち行列の期待値を増加させる。これより、 C_d は確率的交通容量の期待値に影響をおよぼすことが分かる。以上のようにシミュレーションで得られた結果の背景にあるメカニズムを理論的に解釈することができる。

¹ ここでは境界条件は無視しているため、待ち行列は一時的に負になり得る。

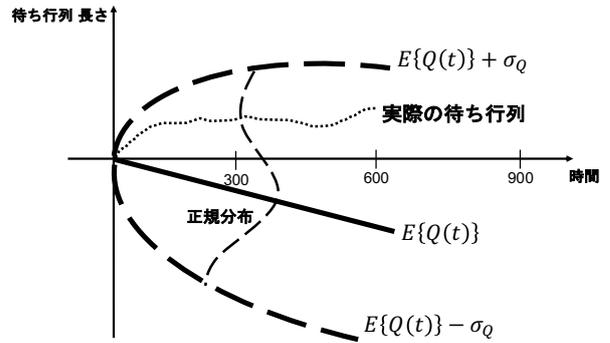


図-7 待ち行列の拡散過程

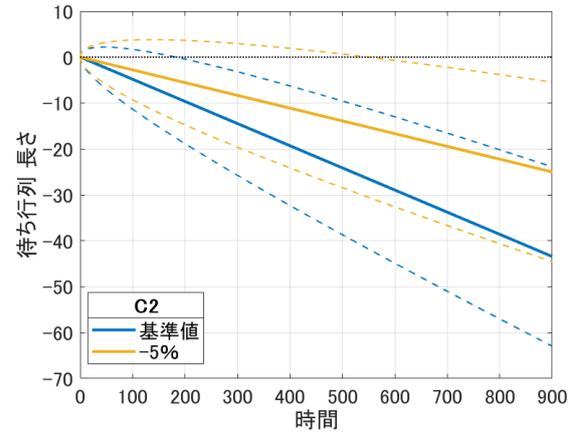


図-8 拡散過程 C_2 の影響

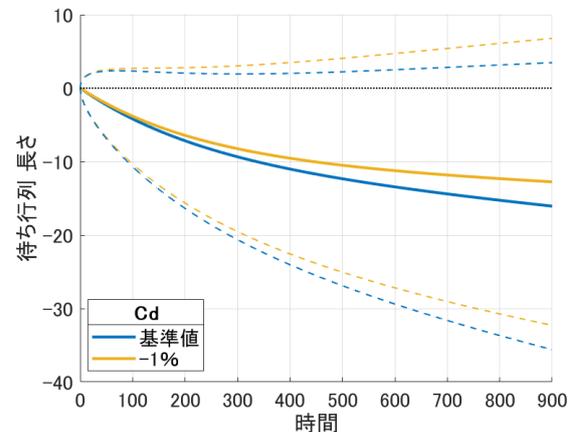


図-9 拡散過程 C_d の影響

4. 渋滞発生確率分布の分析

(1) 設定

これまで行ったシミュレーション実験において、サグ下流のタイムギャップ (τ_2) は固定の定数であったが、今回はベータ分布に従いランダムに生成した値を 1 度渋滞が発生 (900 秒間で待ち行列が 300 秒継続) する度に

表-2 渋滞中の捌け交通量 (C_d) と確率的交通容量 (C) の関係 (ボトルネック区間長)

区間長	C_2	C_d	C 期待値
500	1488	1230	1337
1500	1488	1351	1402
2500	1488	1399	1422

新しく与えてシミュレーションを行う。これによりボトルネック区間の可能最大交通容量 C_2 と渋滞 (安定) 中の捌け交通量 C_d も渋滞が発生する度に確率的に変化する。そして、3つの容量の分布から確率的交通容量全体の特性を分析する。サグ下流のタイムギャップ (τ_2) は、ベータ分布に従うと仮定する。ベータ分布に関する基準値は、形状母数 $\alpha = \beta = 2$, 分散 = 0.055, 期待値 = 2.1 に設定する。

(2) 結果

図-10 は CD ありなしの場合の渋滞発生確率を表している。これにより、これまでの結果と同様にシグモイド型の渋滞発生確率分布が得られることが分かる。また、標準偏差は容量固定時よりも大きい、すなわち渋滞が起り得る需要のばらつきがさらに大きくなることが分かる。なお、表-1 のように C_2 , C_d を通じた確率的交通容量の変化が生じることも確認した。

図-11 は CD ありの場合の各容量の累積確率分布を表したものである。すべての条件において各容量の期待値は $C_2 > C > C_d$ の関係が成り立つ。また、反対に標準偏差は $C_d > C > C_2$ の関係が成り立つ。

(3) 実証的知見との対応例

吉川⁶⁾ では、高速道路暫定 2 車線区間におけるボトルネックの渋滞発生時交通量と道路構造の関係を統計的に分析している。その中で、サグボトルネック区間長が長くなるほど渋滞発生時交通量が増加する傾向があるという結果を示している。

これに対して本研究の確率モデルでも、図-12 および表-2 のようにサグボトルネック区間長が長くなるほど渋滞 (安定) 中の捌け交通量が増加し、確率的交通容量の期待値が増加するという結果が得られた。これは、これまでの分析より、サグボトルネック区間長が長くなるほど CD の影響が小さくなり、渋滞が発生する確率が低くなったと説明することができる。

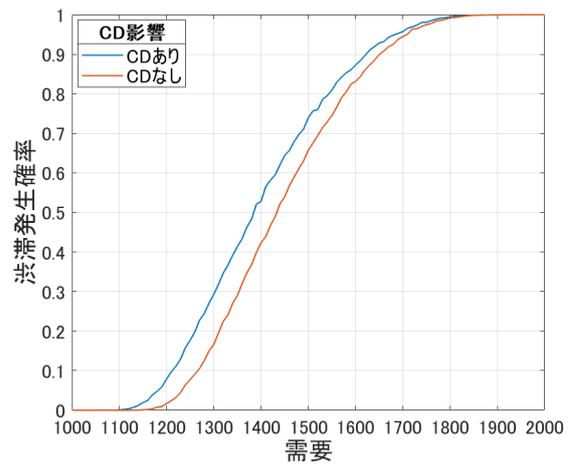


図-10 渋滞発生確率 (CD あり・なし)

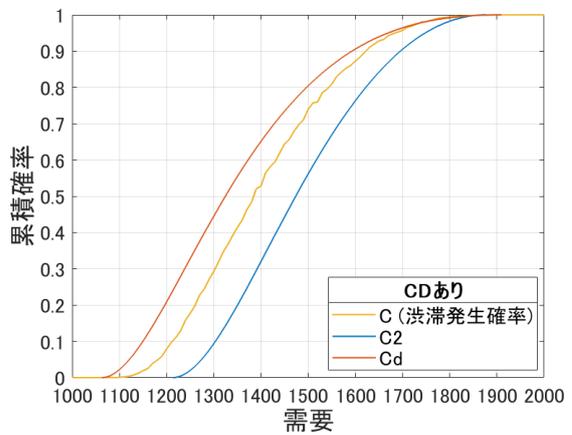


図-11 累積確率分布 (CD あり)

5. まとめ

本研究は、確率的交通容量を可能最大交通容量、渋滞中の捌け交通量の関係から記述する枠組みを提案し、その特性を明らかにすることを目的として、CD 現象を説明可能な連続体交通流理論に基づくシミュレーションおよび拡散近似理論による分析を行った。その結果、以下のような点が明らかになった。

- 提案した枠組みにより、現実に観測されるシグモイド型の確率的交通容量分布が得られる。
- サグ部における道路・交通パラメータと確率的交通容量の関係を、他の容量の変化を通じて明確に把握できる。
- 拡散近似によって関係性の背後にあるメカニズムについても説明ができる。

すなわち、提案した枠組みによって、従来統計分析にとどまっていた、確率的交通容量の支配要因やその影響メカニズムを把握できる可能性が示された。今後の

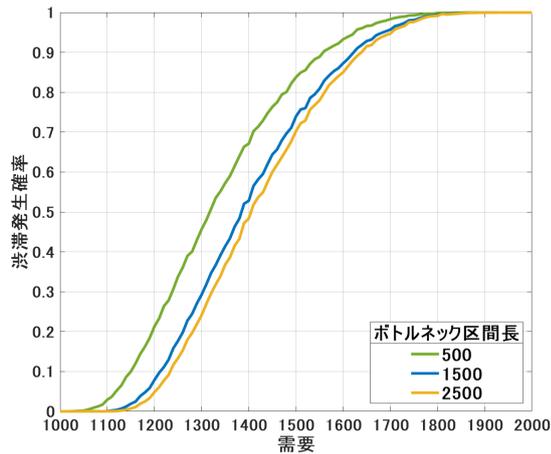


図-12 渋滞発生確率 (ボトルネック区間長)

課題としては、実データを用いた検証を行い、提案モデルの妥当性を確認することが挙げられる。

参考文献

- 1) 越正毅, 1986. 高速道路のボトルネック容量, 土木学会論文誌, Vol.IV-5, No. 371, pp.1-7.
- 2) Koshi, M., Kuwahara, M., Akahane, H., Capacity of sags and tunnels on Japanese motorways. ITE Journal, Vol.62, No.5, pp.17-22, 1992.
- 3) Xing, J., 佐藤久長, 高橋秀喜, 吉川良一. 高速道路のボトルネック交通容量分布及び渋滞発生確率の推定. 交通工学研究発表会論文報告集, 2006, 26, pp.49-52.
- 4) Brilon W, Geistefeldt J, Regler M, 2005. Reliability of freeway traffic flow: A stochastic concept of capacity. In: Proceedings of the 16th International Symposium of Transportation and Traffic Theory, 125-144

- 5) Geistefeldt J, Brilon W (2009) A comparative assessment of stochastic capacity estimation methods. In: Proceedings of the 18th International Symposium on Traffic and Transportation Theory, (Lam W, Wong SC, Lo HK, Eds.) Springer, 583-602
- 6) 吉川良一, 2006. 高速道路暫定2車線区間におけるボトルネック交通容量に関する研究, 京都大学大学院博士論文
- 7) Kühne R, Mahnke R, Lubashevsky I, Kaupus J, 2002. Probabilistic description of traffic breakdowns. Phys Rev E 65:066125
- 8) Yasuhiro Shiomi, Toshio Yoshii, Ryuichi Kitamura, Platoon-based traffic flow model for estimating breakdown probability at single-lane expressway bottlenecks, Transportation Research Part B: Methodological, Volume 45, Issue 9, 2011, Pages 1314-1330
- 9) Kühne R, Lüdtke A, 2012. Traffic breakdowns and freeway capacity as extreme value statistics. Transp Res C Emerg Technol 27:159-168
- 10) Chen X, Li Z, Li L, 2012. Phase diagram analysis based on a temporal-spatial queueing model. IEEE Trans Intell Transp Syst 13:17051716
- 11) Chen X, Li Z, Li L, 2014. A Traffic Breakdown Model Based on Queueing Theory. Netw Spat Econ 14, 485504
- 12) Jin, W.-L., 2018. Kinematic wave models of sag and tunnel bottlenecks, Transportation Research Part B, Vol.107, pp.41-56.
- 13) Wada, K., Martnez, I., Jin, W.-L., 2020. Continuum car following model of capacity drop at sag and tunnel bottlenecks, Transportation Research Part C, Vol.113, pp.260-276.
- 14) G. F. Newell, 1982. Applications of Queueing Theory, Second Edition. Chapman and Hall.

(2021. 3. 7 受付)

MODELING TRAFFIC BREAKDOWN PHENOMENON AT SAG BOTTLENECKS BASED ON CONTINUUM TRAFFIC FLOW THEORY

Keigo KANESAKI and Kentaro WADA