

隠れマルコフモデルに基づくマップマッチング の適用性の検証

橋口 剛¹・瀬谷 創²・安田 昌平³・井料 隆雅⁴

¹ 非会員 神戸大学 大学院工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
E-mail: 84gucci.1218@gmail.com

² 正会員 神戸大学 大学院工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
E-mail: hseya@people.kobe-u.ac.jp

³ 正会員 神戸大学 大学院工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
E-mail: s.adusay@gmail.com

³ 正会員 東北大学 大学院情報科学研究科 (〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6)
E-mail: iryo@tohoku.ac.jp

マップマッチング (MM) は, GNSS・GPS データの活用のための下処理に活用されるため, 技術として重要性が高い. 本研究では, 日本の実務用いられることが多い最短経路探索に基づく MM と, 近年研究が蓄積されている隠れマルコフモデル (HMM) による MM の経路推論の正確度比較を行った. 具体的には, 愛媛県松山市で取得したプローブ (GPS) データと真の走行ルートの情報を用いて, 異なる時間解像度 (1, 5, 10, 20, 30, 90 秒) が両者の MM の経路推論の正確度にどのような影響を及ぼすかを検証した. 結果として, 両手法ともに正確度は時間解像度が 10 秒程度までは大きく変わらず, 20 秒で悪化し, 90 秒で急激に低下するという傾向がみられた. また, 最短経路探索をベースとする MM よりも, HMM を用いた MM の正確度の方が全般的に正確度が高いということが確認された.

Key Words: map matching, hidden Markov model, comparison

1. はじめに

マップマッチング (以下, MM) は, GNSS・GPS データの活用のための下処理に活用されるため, 技術として重要性が高い. MM 技術はオンライン MM とオフライン (batch) MM に大別される. 前者は主にナビゲーションシステム等に用いられるもので, 位置情報が得られるとすぐに走行中のネットワークリンクを特定することを目的としている. 一方で, 後者は, 過去の位置情報シーケンスを処理し, 単一の車両や人の移動軌跡を連続するネットワークリンクの軌跡として抽出することを目的としている.

MMに関する初の本格的なレビュー論文である Quddus et al. (2007)¹⁾は, 初期の MM 技術を Geometric analysis, Topological analysis, Probabilistic map-matching algorithms, Advanced map-matching algorithms に分類し, それぞれの特徴を取りまとめている. 1) Geometric analysis を用いた方法は, ネットワークの形状のみを考慮したもので, 例えば各測位点を最も近いノードに紐付ける point to point 法や, 最も

近いリンクに紐付ける point to curve 法などが含まれる. 容易に実装でき, 高速で処理が可能だが, 誤ったリンクへの紐付けや経路の連続性を担保できない可能性があるなど様々な課題がある. 2) Topological analysis を用いた方法は, ネットワークの幾何的な情報に加え, リンクと軌跡データの交差角度や相対角度距離などを用いて, リンクの接続性や連続性を考慮したマッチングを行うものである. 3) Probabilistic map-matching algorithms は, ナビゲーションシステムから取得した位置情報の周囲に, 取得精度の誤差分散等を考慮した楕円または長方形の信頼領域を定義し, リンクとの位相幾何情報を元に MM を行うものである. 4) Advanced map-matching algorithms は, カルマンフィルターやパーティクルフィルターなどの状態空間モデルを組み合わせた方法論や, ファジー理論を組み合わせた方法論などが提案されている. その後の MM 技術の発展については, Chao et al. (2020)²⁾, Huang et al. (2020)³⁾ を, オンライン MM 技術については, Hashemi and Karimi (2014)⁴⁾ を参照されたい. Chao et al. (2020)²⁾ は, Quddus et al. (2007)¹⁾ のカテゴリが近年の発展を鑑みると古

めかしくなっていると指摘し, similarity model, state-transition model, candidate-evolving model, scoring model という 4 つに分類している. Huang et al. (2020)³⁾ は, MM のアルゴリズムだけでなく, データの事前処理の部分も含めて丹念なレビューを行っている.

さて, 日本における研究としては, オフライン MM 手法である朝倉ら (2000)⁹⁾ や, リアルタイム MM への適用に配慮がされた Miwa et al. (2012)⁹⁾ などがある. 特に朝倉ら (2000)⁹⁾ は, 最短経路探索に基づくシンプルな方法であり, 日本における交通計画の実務で適用されることが多い. 一方, 近年では, Newson et al. (2009)⁷⁾, Low et al. (2009)⁹⁾ が既往研究を改良する形で提案した隠れマルコフモデル (Hidden Markov Model (以下, HMM)) に基づく MM が, ノイズが多くスパースな位置情報に対しても頑健な方法として注目を集めている. HMM は, 標準的な GIS ソフト (QGIS, ArcGIS, PostGIS) 上で動くプラグインやツールボックスが近年研究者によって提供されているが¹²³⁾, 概して計算速度が遅く, 都市圏レベルでの実行は困難である. それに対して Yang and Gidofalvi (2018)⁹⁾ は, Newson et al. (2009)⁷⁾ の HMM に若干のモデル上の改良を施しつつ, 大規模なネットワークにおいて実行可能な方法として実装上の工夫を行った Fast Map Matching (FMM) を提案した. 彼らによれば, シングルプロセッサにおいて, 1 秒当たり 25000 から 450000 の GPS 点が処理可能とされている.

本検証では, FMM を実装し, 最短経路探索ベースの MM 手法との比較を試みる. 具体的には, 異なる時間解像度 (1, 5, 10, 20, 30, 90 秒) が両者の MM の正確度にとどのような影響を及ぼすかを検証する. この検証のねらいは次の 2 点である.

- 1) ETC2.0 の次世代システムの設計において検討が必要な「データの取得間隔」に対して示唆を与える.
- 2) FMM を他の典型的な MM 手法と比較し, 相対的な正確度の把握からその適用性を検証する.

後者について, FMM はこれまでのところ比較研究の対象とされていないため, その適用性は明らかになっていない. 以下, 第 2 章では検証で用いるデータと手法について述べ, 第 3 章で検証結果について論じる. 最後に, 第 4 章で本研究のまとめと今後の課題について述べる.

2. マップマッチング (MM) の実装

(1) データ

本研究で使用する GPS データは, 「蓄積車両軌跡データの効率的活用のための階層型データベースの構築」

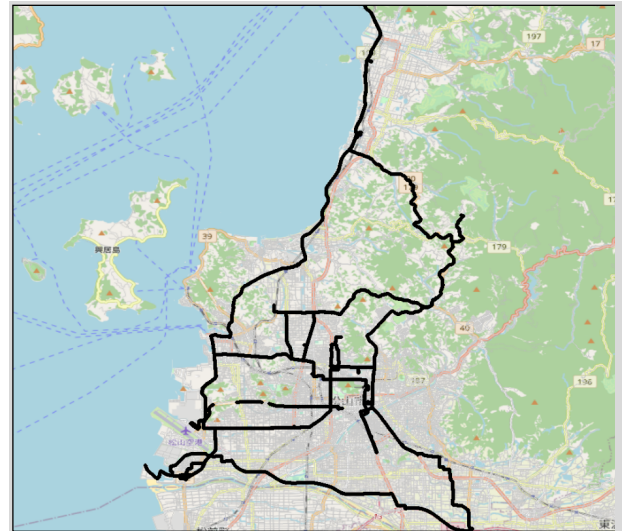


図 1 GPS 車両軌跡の例 (背景画像は, OpenStreetMap)

(研究代表者: 井料隆雅) プロジェクトにおいて愛媛県松山市で 2017 年 11 月 3 日から 11 月 28 日にかけて収集した車両軌跡である. このデータは, ETC2.0 の位置正確度の検証用に取得したものであるため, 時間分解能 (1 秒ごと), 位置正確度 (m オーダー) とともに高い. 後者は具体的には, 車線の判別は難しいものの, 多くの場合通過した道路が目視で特定可能なレベルである. 実験ではドライブレコーダーで正しい走行経路の把握を行ったため, MM の正確度検証が可能である. 例として 11 月 3 日の車両軌跡を示す (図 1).

今回の検証では, 11 月 3 日の 21 トリップのうち, 最初の 1 トリップのみを使用した.

(1) マップマッチングの方法

a) FMM を用いたマップマッチング

FMM では, 出力確率 (Emission Probabilities) と遷移確率 (Transition Probabilities) の積で MM を処理する. なお, 今回用いる FMM では, 大規模ネットワークへの適用を念頭にして, 事前計算 (precomputation) を行う. まず, トリップ毎に, 道路ネットワークにおいて, 最短経路探索のための「最短経路の距離上限 Δ 」を設定し, その中で「 k 個の最短経路」を定めておく. その中のリンクのみがリンク集合になる. 本研究では, Yang and Gidofalvi (2018)⁹⁾ に倣い, $\Delta=0.3$, $k=16$ とした. 対象地域のスケールを考えれば, 十分に大きい (1 度を約 111km とすると, $\Delta=0.3$ は 30km 程度).

まず, 出力確率は, トリップ毎の GPS の点列がリンク集合 (マッチング候補) 内のどのリンク上にあるかを示

¹ <https://github.com/simonscheider/mapmatching/wiki/Map-matching-in-ArcGIS>

² <https://github.com/jagodki/Offline-MapMatching>

³ <https://github.com/bmwcarit/barefoot/wiki>

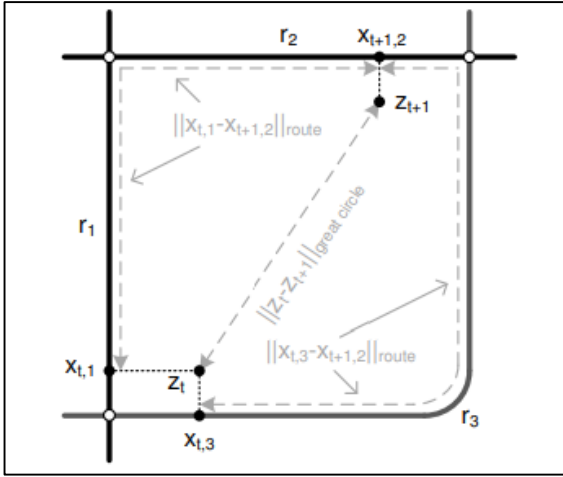


図 2 各変数の意味 (Newson et al. (2009)⁷⁾より)

す確率である。これは、付近の複数あるマッチング候補のリンクとの距離（各リンクへの垂線）に依存した確率である。今、リンクの集合を $r_i (i=1, \dots, N_r)$ とし、ある 1 つの GPS の t 時点での観測位置を z_t とおく。このとき、出力確率 $p(z_t | r_i)$,

$$p(z_t | r_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-0.5 \left(\frac{\|z_t - x_{t,i}\|_{great\ circle}}{\sigma_z} \right)^2} \quad (1)$$

のように正規分布で与えることとする。ここで、 $x_{t,i}$ は、 z_t からリンク r_i におおした垂線（厳密には Great circle 距離）とリンク r_i との交点である（図 2）。

ここでのポイントは、標準偏差 σ_z の存在である。GPS の位置正確度が仕様上高い場合、これを小さくし、低い場合これを大きくすればよい。今回は、試行錯誤で $\sigma_z = 0.0001$ としたが（約 11.1m）、本パラメータは比較的マッチング結果への感度が高いことを確認した。また、FMM では、 $\|z_t - x_{t,i}\|_{great\ circle}$ の閾値パラメータ r を設定し、計算の効率化を図っている。本研究ではこれを、 $r=0.003$ （約 300m とした）。

Transition Probabilities は、測定された z_t, z_{t+1} のような GPS の点同士の直線距離（厳密には Great circle 距離）と、 $x_{t,1}$ と $x_{t+1,2}$ や $x_{t,3}$ と $x_{t+1,2}$ のような、リンク上の対応点間の経路距離との近さによって定義される。Newson et al. (2009)⁷⁾ は、遷移確率 $p(d_t)$ を指数分布として次式により与えている。

$$p(d_t) = \frac{1}{\beta} e^{-d_t/\beta} \quad (2)$$

ただし、

$$d_t = \left| \|z_t - z_{t+1}\|_{great\ circle} - \|x_{t,i} - x_{t+1,j}\|_{route} \right|$$

とする。ここで、パラメータ β については、推定する必要がある。一方、Yang and Gidofalvi (2018)⁹⁾ の FMM では、 $p(d_t)$ を次式のように定義している。

$$p(d_t) = \frac{\min \left(\|z_t - z_{t+1}\|_{great\ circle} - \|x_{t,i} - x_{t+1,j}\|_{route} \right)}{\max \left(\|z_t - z_{t+1}\|_{great\ circle} - \|x_{t,i} - x_{t+1,j}\|_{route} \right)} \quad (3)$$

このように定義することで、パラメータ β を推定する手間がなく、推移確率が直ちに求められる。

なお、岩館ら (2015)¹⁰⁾ が述べる通り、Newson et al. (2009)⁷⁾ の手法は、Transition Probabilities において観測値が使われており、（統計学的に）厳密に言えば隠れマルコフモデルとはなっていない。実用面に配慮した近似モデルとなっている。

b) 最短経路探索ベースの MM

本検証では、最短経路探索ベースの手法の実装として、Dalumpines and Scott (2011)¹¹⁾ を参考にする。Dalumpines and Scott (2011)¹¹⁾ は、トリップごとの起終点を結ぶ経路集合の中で、GPS 点から一定距離内の最短経路探索を行うものであり、（細部は異なるものの）基本的なアイデアは朝倉ら (2000)⁹⁾ と同じである。Dalumpines and Scott (2011)¹¹⁾ の特長は、アルゴリズムを GIS 上でツールボックスとして実装している点である。ただし、彼らのアルゴリズム自体は過度に単純化されているため一部改良して用いる。

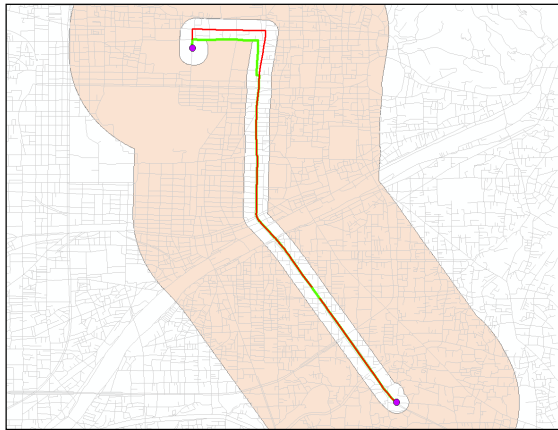
本研究では、下記のアロリズムを、ArcGIS の Model Builder 機能で実装した。なお、以下の「基本ルール」は、Dalumpines and Scott (2011)¹¹⁾ のものであり、「修正ルール」は、朝倉ら (2000)⁹⁾ を参考に本研究で考案したものである。なお、本検証では位置正確度の高い GPS を前提としており、これが低い場合、異常値を省くための事前の処理あるいはアルゴリズム上の工夫が必要となる。

【基本ルール】

トリップ毎に以下を繰り返す。

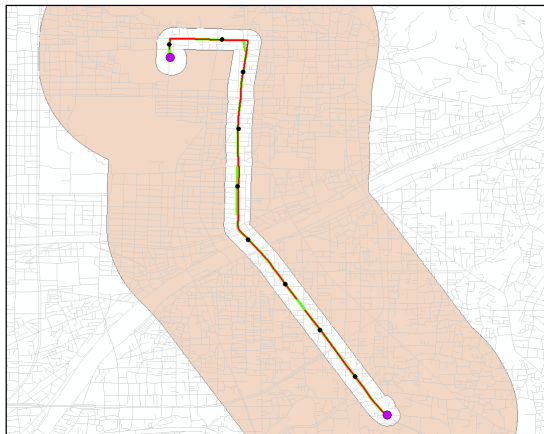
1. トリップの GPS 始点・終点の抽出、
2. 移動点列の線形化（ポイントからラインへの変換）
3. バッファの作成
 - ・ 2 で作成したラインから、GPS の位置正確度の約 5 倍から 6 倍の大きさのバッファを発生させ、その中に存在するリンク集合を抽出する。
4. 最短経路探索の実行
 - ・ 1 で特定した起点終点と、2 で特定したバッファ内のリンク集合を用いて、最短経路探索を実行する。

今回はバッファ半径 100m を基本値とし、100m で探索に失敗した場合は 150m とした。朝倉ら (2000)⁹⁾ は、観測した点群から直接バッファを発生させており、Dalumpines and Scott (2011)¹¹⁾ とややアルゴリズムが異なる。図 3 に、以上のアルゴリズムのイメージを示す。



- : 正解ルート
- : マッチング結果(GIS)
- : バッファ(外側)
- 内側の白抜き部分が100mバッファ : DRM
- : 始点, 終点

図3 最短経路探索ベースのMMのイメージ



- : 正解ルート
- : マッチング結果(GIS)
- : バッファ(外側)
- 内側の白抜き部分が100mバッファ : DRM
- : 始点, 終点
- : 中間点(10%間隔)

図4 修正ルールのイメージ

【修正ルール】

基本ルールでは、始点と終点のみを最短経路探索に用いており、途中の観測点は、バッファ作成のためのみに用いられた。そこで、朝倉ら(2000)⁹同様に途中の観測点を考慮する形の修正ルールを設ける。

すなわち、2 で作成したラインの経路長を 1 (100%)

と置いた時、それを 0.1 (10%) , 0.05 (5%) , 0.01 (1%) の間隔で分断した「中間点」を、順に通っていくように MM を行うというものである。なお、もともとの観測点を適当にサンプリングしても効果はほぼ同じと予想されるが、異なる時間解像度のデータへの適用の容易さを鑑みて、このような方法をとった。図 4 に、修正ルールのイメージを示す。

c) 正確度評価指標

本研究で用いる MM の正確度の評価指標については、Miwa et al. (2012)⁹に基づき、以下の 2 つの指標を採用することとした。

$$\text{経路一致率(\%)} = \frac{\text{正しく特定された区間長}}{\text{正解経路長}} \times 100 \quad (4)$$

$$\text{経路迂回率(\%)} = \frac{\text{誤って特定された区間長}}{\text{特定された区間長}} \times 100 \quad (5)$$

完全に正しく経路が特定されると、経路一致率が 100% となり、経路迂回率が 0% となる。経路一致率は、間違った区間が含まれる場合でも、特定された経路に正解経路がすべて含まれれば 100% となる。一方で経路迂回率は、MM によって特定された全経路長のうち、誤って特定された経路の割合を示している。

3. 実証分析

(1) データ処理

a) 時間解像度に関する検討 (データの間引き)

本研究では、時間解像度が MM の正確度に与える影響を調べるために、1 秒ごとに得られている GPS データを、1, 5, 10, 20, 30, 90 秒ごとへと間引き、それぞれのケースについて、MM を実行する。

b) FMM のためのデータ処理

FMM の実行のためには、GPS データ (ESRI shapefile 又は位置座標、タイムスタンプを含む csv) と道路ネットワークデータ (ESRI shapefile 又は OpenStreetMap xml) の処理が必要である。GPS データについては、決まった列名を用いる必要がある。詳細については、提案者の github サイトを参照されたい⁴。

道路ネットワークの整備については、いくつかの注意点が必要のため、ここに記しておく。1) デジタル道路地図 (DRM) では、2 次メッシュ内でのみノード番号がユニークであるため、複数の 2 次メッシュを用いる場合においては、2 次メッシュ+ノード番号を適当な整数に対応させて、解析ネットワーク全体におけるユニークなノード ID を作成する必要がある。2) 2 次メッシュ間の接続部においては、同じノードに対して 2 つ以上の ID が存在することになるので、DRM で提供されている接続情

⁴ <https://fmm-wiki.github.io/docs/documentation/input/#gps-data>

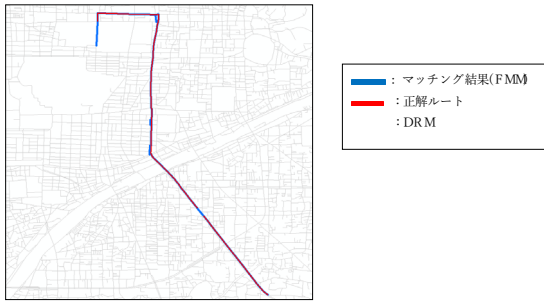
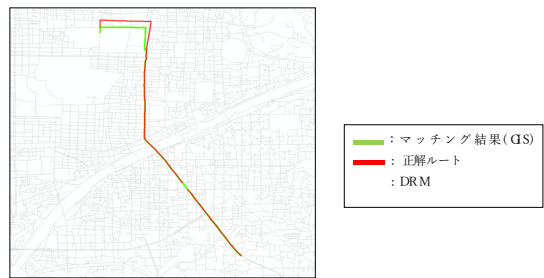


図 5 FMM によるマップマッチング結果

図 6 最短経路探索ベースのマップマッチング結果
(中間点無)

報を用いて、同一ノードについては ID を統合する必要がある。3) FMM においては、道路ネットワークとして shapefile が用いられるが、一方通行でなければ、ノード 1→ノード 2 というリンクとノード 2→ノード 1 というリンクの両方が必要となる。したがって、DRM のリンクを同じ位置で複製する必要がある。この際、単に複製するだけでなく、shapefile のジオメトリの向きとリンクの向きを対応させる必要がある（例えば、ArcGIS の Flip Line ツールなどが利用できる）⁵。

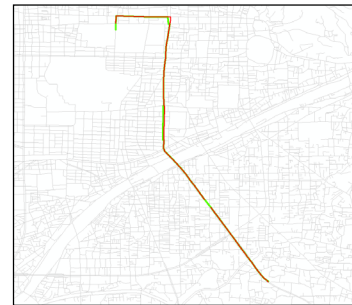
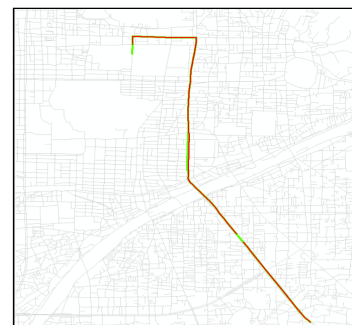
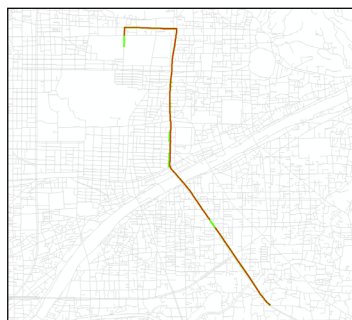
c) 最短経路探索ベースの MM のためのデータ処理

ArcGIS の NetworkAnalyst を用いて最短経路探索を行うため、DRM を ArcGIS の扱えるジオメトリネットワークに変換しておく必要がある。この際に、（使用しなくても NetworkAnalyst の仕様上）リンクの旅行時間属性が必要なため、平成 22 年度道路交通センサス一般交通量集計結果より、愛媛県の一般道路における自動車の昼間 12 時間平均旅行速度：34.9km/h を用いて平均時間を属性に格納した。

(2) MM の結果と考察

GPS データの時間解像度 (1, 5, 10, 20, 30, 90 秒) ごとに、FMM と最短経路探索に基づく MM (中間点無し, 0.1, 0.05, 0.01) の正確度 (式 (4), (5) 参照) を示す。図 6-9 に、時間解像度 1 秒のケースについてマッチング結果を示す。

⁵FMM は C++ 言語で記述されている。ただし、Python のインターフェイスも作成されており、Python 上から呼び出すこともできる

図 7 最短経路探索ベースのマップマッチング結果
(中間点 0.1)図 8 最短経路探索ベースのマップマッチング結果
(中間点 0.05)図 9 最短経路探索ベースのマップマッチング結果
(中間点 0.01)

経路一致率をみると、上の 6 つのうち 5 つのケースで FMM のマップマッチング結果の経路一致率が最も高いという結果になった。また、最短経路探索ベースのマップマッチングでは、中間点を置く間隔を小さくしていくと、経路一致率が高くなる傾向にあることが読み取れる。直感通り、時間解像度を落としていくと、経路一致率は低くなっていくことも読み取れる。

経路迂回率をみると、6 つのうち 4 つのケースで FMM の経路迂回率が最も低くなった。また、時間解像度を落としていくと、経路迂回率は高くなる。しかし、GIS のマップマッチングでは、中間点を置く間隔を小さくしても経路迂回率が低くなるどころか、むしろ高くなるとい

きるようになっている。本研究では、OS として Windows10 を用いたため、Cygwin 環境で直接実行した。

表 1 経路一致率と経路迂回率 (時間解像度 : 1 秒)

GPS1 秒ごと	経路一致率(%)	経路迂回率(%)
FMM	97.67	14.97
GIS 中間点なし	74.54	28.57
GIS 中間点 0.1	86.93	20.63
GIS 中間点 0.05	89.41	18.63
GIS 中間点 0.01	93.90	19.46

表 2 経路一致率と経路迂回率 (時間解像度 : 5 秒)

GPS5 秒ごと	経路一致率(%)	経路迂回率(%)
FMM	97.37	14.30
GIS 中間点なし	74.54	28.57
GIS 中間点 0.1	86.93	20.63
GIS 中間点 0.05	89.41	18.63
GIS 中間点 0.01	93.90	18.90

表 3 経路一致率と経路迂回率 (時間解像度 : 10 秒)

GPS10 秒ごと	経路一致率(%)	経路迂回率(%)
FMM	96.45	15.65
GIS 中間点なし	71.61	28.57
GIS 中間点 0.1	84.00	20.63
GIS 中間点 0.05	86.78	18.47
GIS 中間点 0.01	92.65	24.56

表 4 経路一致率と経路迂回率 (時間解像度 : 20 秒)

GPS20 秒ごと	経路一致率(%)	経路迂回率(%)
FMM	83.60	26.67
GIS 中間点なし	71.61	28.57
GIS 中間点 0.1	94.29	13.16
GIS 中間点 0.05	87.70	17.52
GIS 中間点 0.01	91.05	30.12

表 5 経路一致率と経路迂回率 (時間解像度 : 30 秒)

GPS30 秒ごと	経路一致率(%)	経路迂回率(%)
FMM	83.60	24.70
GIS 中間点なし	65.81	37.24
GIS 中間点 0.1	70.65	36.33
GIS 中間点 0.05	73.87	39.06
GIS 中間点 0.01	79.82	44.54

表 6 経路一致率と経路迂回率 (時間解像度 : 90 秒)

GPS90 秒ごと	経路一致率(%)	経路迂回率(%)
FMM	72.09	35.12
GIS 中間点なし	71.61	28.57
GIS 中間点 0.1	62.15	36.70
GIS 中間点 0.05	77.08	43.08
GIS 中間点 0.01	58.62	57.24

う傾向が見られた。これは、GPS が並走する道路のほぼ中央にプロットされているという本トリップの状況下で、GPS の位置誤差の影響が大きくなったためと考えられる。

時間解像度は、10 秒程度までは大きく変わらず、20 秒で悪化し、90 秒ではかなり悪くなるという傾向がみられた。ただし、本検証は 1 トリップのみで行ったため、ケースを拡充した検討が必要である。さらに、FMM では今回パラメータの設定値を試行錯誤で決めたが、それらの設定に結果がかなり依存する傾向があった。そのため、FMM を実務で使用しやすいものにするためには、

パラメータの最適化が必須であり、この点については研究の蓄積が必要である。

4. おわりに

本研究では、日本の実務用いられることが多い最短経路探索に基づくマップマッチング (MM) と、近年研究が蓄積されている隠れマルコフモデル (HMM) による MM の経路推論の正確度比較を行った。具体的には、愛媛県松山市で取得したプローブ (GPS) データと真の走行ルートの情報を用いて、HMM の高速な実装が可能な FMM を用いて、異なる時間解像度 (1, 5, 10, 20, 30, 90 秒) が両者の MM の経路推論の正確度にどのような影響を及ぼすかを検証した。

結果として、両手法ともに正確度は時間解像度が 10 秒程度までは大きく変わらず、20 秒で悪化し、90 秒で急激に低下するという傾向がみられた。また、最短経路探索をベースとする MM よりも、FMM を用いた MM の正確度の方が全般的に正確度が高いということが確認された。

今後の課題として、まず今回 1 トリップのみの実験を行ったことから、対象を拡充する必要がある。また、GPS の位置正確度が低い場合の検討も必要であると考えられる。FMM については、ハイパーパラメータによって MM の正確度が大きく変わったため、その自動的な設定が重要な課題となる。さらに、状態空間モデルを用いて、HMM のモデル自体を改良する取り組みも必要である (例えば、Oyama and Hato, 2018¹²) 。

謝辞

本研究は、国土交通省による道路政策の質の向上に資する技術研究開発『ETC2.0 データの活用と評価を通じた次世代 ETC の基本設計提案』の助成を受けて実施された。また、神戸大学の瀬木俊輔氏より有益なご助言を賜った。ここに記して感謝を申し上げます。

参考文献

- 1) Quddus, M.A., Ochieng, W.Y. and Noland, R.B.: Current map-matching algorithms for transport applications: State-of-the art and future research directions. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.15, No.5, pp.312–318, 2007.
- 2) Chao, P., Xu, Y., Hua, W., Zhou, X.: A Survey on map-matching algorithms. In *Databases Theory and Applications*, Springer, Berlin/Heidelberg, pp.121–133, 2020.
- 3) Huang, Z., Qiao, S., Han, N., Yuan, C.A., Song, X. and Xiao, Y.: Survey on vehicle map matching techniques, *CAAI Transactions on Intelligence Technology*, on line, 2020.
- 4) Hashemi, M. and Karimi, H.A.: A critical review of real-time map-matching algorithms, Current issues and future directions,

- Computers, Environment and Urban Systems*, Vol.48, pp.153–165, 2014.
- 5) 朝倉康夫, 羽藤英二, 大藤武彦, 田名部淳: PHS による位置情報を用いた行動調査手法, 土木学会論文集, No.663/IV48, pp.95–104, 2000.
 - 6) Newson, P. and Krumm, J.: Hidden Markov map matching through noise and sparseness, In Proceedings of the 17th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems, pp.336–343, 2009.
 - 7) Lou, Y., Zhang, C., Zheng, Y., Xie, X., Wang, W. and Huang, Y.: Map-matching for low-sampling-rate GPS trajectories, In Proceedings of the 17th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems, pp.352–361, 2009.
 - 8) Yang, C. and Gidofalvi, G.: Fast map matching, an algorithm integrating hidden Markov model with precomputation. *International Journal of Geographical Information Science*, Vol.32, No.3, pp.547–570, 2018.
 - 9) Miwa, T., Kiuchi, D., Yamamoto, T. and Morikawa, T.: Development of map matching algorithm for low frequency probe data, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.22, pp.132–145, 2012.
 - 10) 岩館洸太, 和佐州洋, 有村博紀: 隠れマルコフモデルを用いた軌跡データに対するカーネルの設計, 第 7 回データ工学と情報マネジメントに関するフォーラム (<https://db-event.jpn.org/deim2015/paper/128.pdf>), 2015.
 - 11) Dalumpines, R. and Scott, D.M.: GIS-based map-matching: Development and demonstration of a postprocessing map-matching algorithm for transportation research, In *Advancing Geoinformation Science for a Changing World*, pp.101–120, Springer, Berlin/Heidelberg, 2011.
 - 12) Oyama, Y. and Hato, E.: Link-based measurement model to estimate route choice parameters in urban pedestrian networks, *Transportation research part C: emerging technologies*, Vol.93, pp.62–78, 2018.