

相乗り通勤行動を考慮したボトルネックモデル

苗 璐¹・頓所 燎²・高山 雄貴³

¹学生会員 金沢大学 大学院自然科学研究科 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)
E-mail: miao@stu.kanazawa-u.ac.jp

²非会員 株式会社 NTT ドコモ (〒 100-6150 東京都千代田区永田町 2 丁目 11 番 1 号)
E-mail: dcm.215194938@gmail.com

³正会員 金沢大学准教授 理工研究域 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)
E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

本研究では、相乗り通勤行動を考慮したボトルネックモデルを構築する。そして、相乗りサービス提供企業の規模の経済を明示的に考慮したうえで、その企業が独占的な行動をするケース、運賃が限界費用/平均費用の水準に規制されるケースの各々について、均衡状態の性質を調べる。その結果から、相乗り運賃の規制の有無・種類が均衡状態における相乗り利用者数、通勤費用に与える影響を明らかにする。

Key Words : carpooling, bottleneck congestion, scale economies, potential game

1. はじめに

近年、情報化の進展やスマートフォンの普及により、“相乗り”が新たな通勤交通手段として注目されるようになってきている¹⁾。これは、相乗り (i.e., 複数人による自動車の共有) による交通需要の抑制により、ピーク時の交通渋滞が大幅に緩和されると期待されるためである。それゆえ、ピーク時の交通渋滞を表現できるボトルネックモデル^{2), 3), 4), 5)}を拡張することで、相乗り通勤行動の影響を分析した理論研究が蓄積されるようになってきている (e.g., Huang⁶⁾, Qian and Zhang⁷⁾, Xiao et al.⁸⁾, Ma and Zhang⁹⁾, Yu et al.¹⁰⁾)¹⁾。

これらの既存研究では、相乗り通勤による交通需要の抑制 (i.e., 相乗り利用者の増加による、自動車台数の減少) 効果に注目していることから、それ以外の相乗り通勤に関する設定は簡略化されている。実際、これらの全てにおいて、「相乗り自体の利便性は、その利用者数に依存しない」と仮定されている。しかし、大規模な“相乗り”と捉えることのできる鉄道・バスなどの公共交通の利便性 (e.g., 運賃, 運行頻度) は、その利用者数に強く依存することが知られている。より具体的には、利用者数が多いほど、その利便性が高まる傾向が確認されている。

公共交通の利便性が利用者数に強く依存する本質的な要因の一つに、“規模の経済”が挙げられる。公共交通サービスの供給/利便性向上に必要となる運行費用の多くは、(利用者数に依存して変化する可変費用では

なく) 利用者数に依存しない固定費用である。したがって、公共交通部門では、「利用者数が増えるほど一人当たりの運行費用が低下する」という規模の経済が強く働く。

本研究で注目する相乗りサービスも、既存の公共交通と同様、その供給/利便性向上には、車両・ドライバーの確保、利用者のマッチングのためのシステム開発等の固定的な費用が莫大にかかることが想定される。さらに、Tabuchi¹³⁾、野田・高山¹⁴⁾で明らかにされているように、規模の経済の存在は、均衡状態の特徴や、望ましい都市交通政策に本質的な影響を与える。したがって、既存研究で得られた知見は、「相乗りの利便性は、利用者数に依存しない」という仮定に強く依存している可能性が高い。相乗り通勤を活用した適切な都市交通政策を立案・実施するためには、その仮定を緩和した研究蓄積が不可欠であろう。

この方向の研究を進めるためには、莫大な固定費用が必要となる産業の特徴を踏まえた分析が必要となる。その際、特に重要だと考えられるのが、これらの産業部門では規模の経済が働くため、市場競争に任せると自然独占状態になるという特徴である。この場合、一般には特定の企業に独占を許すと同時に、その価格を平均費用 (i.e., 限界費用 + 固定費用 / 利用者数) の水準に規制する政策が取られる (cf. 神取¹⁵⁾)²⁾。したがって、相乗り通勤行動の影響を分析するには、そのサービスを供給する企業が市場を独占することを前提とし

¹ これらの研究の他にも、Yang and Huang¹¹⁾, Xu et al.¹²⁾ など、ボトルネックモデルではないものの、相乗り通勤行動と関連した研究が蓄積されている。

² これは次のような理由からである: 独占を許さない場合、企業ごとに多くの固定費用を要する非効率な状態が生じてしまう (i.e., 規模の経済性を活かせない); 価格を限界費用に規制すると、企業の利潤が必ず負になる (i.e., 企業の赤字を強いる)。

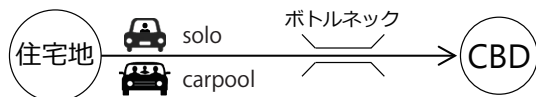


図-1 都市空間の設定

た枠組みや、価格規制の影響の把握が重要となる。

以上の背景に鑑み、本研究では、相乗り通勤行動を考慮したボトルネックモデルを構築する。そして、相乗りサービス提供企業への価格規制が、通勤ピーク時の交通渋滞に与える影響を調べる。より具体的には、次の3種類の状況の均衡状態を比較する：相乗り運賃に規制がない（独占企業が運賃を設定する）場合、運賃が平均費用に規制される場合、（社会的により望ましいと考えられる）運賃が限界費用に規制される場合。その結果、平均費用価格規制の導入は、必ずしも通勤時の交通渋滞を緩和させるわけではないことが明らかにされる。

本稿の構成は、以下の通りである。2章では、相乗り通勤行動を考慮したボトルネックモデルを開発したうえで、均衡条件を定式化する。3章では、上記の3つの状況毎の均衡状態の特性を分析する。4章では、3章で得られた結果を比較し、相乗り運賃の規制の有無・種類が都市交通に与える影響を検証する。最後に、5章で結論を述べる。

2. 出発時刻・通勤手段選択モデル

本章では、標準的なボトルネックモデルに通勤者の相乗り通勤行動を導入したモデルを構築する。

(1) 都市空間の設定

単一の住宅地と CBD が道路で結ばれる都市を考える（図-1）。通勤者は全て均質であり、総数は固定的に N である。各通勤者は、同一の始業時刻 t^* の下で、CBD の到着時刻 $t \in \mathbb{R}$ と、通勤手段を選択する³。本研究は、この通勤手段として、単独通勤 (solo drive) と2名での相乗り通勤 (carpool) を考える（以降、下付き添え字 s は単独、 p は相乗りを指す⁴）。各手段の通勤者数は、各々、 N_s, N_p と表す。

道路には、CBD の直前に容量 μ のボトルネックが存在する。このボトルネックのサービスは、first-in-first-out (FIFO) 原則を満足し、待ち行列は標準的なボトルネックモデルと同様の point queue モデルにより表現できると仮定する。したがって、通勤者の住宅地から

³ 本研究では、通勤者は住宅地の出発時刻ではなく、CBD への到着時刻を選択する問題を考えている。これは以降の解析を明快にするためのものであり、結果に影響を与えるものではない。実際、FIFO サービスの下では、CBD 到着時刻と住宅地からの出発時刻は一対一対応する。

⁴ 本研究では、以降の解析結果を明快に示すために、相乗りの人数を2名であると仮定している。なお、この相乗り人数を一般化しても、以降の定性的な結果は変わらない。

CBD までの所要時間 $T(t)$ は、その移動時間 T_0 とボトルネックでの渋滞待ち時間 $q(t)$ の和で与えられる。ただし、移動時間 T_0 の水準は以降の分析結果に何ら影響を与えないため、表記を簡略化するために $T_0 = 0$ と設定する。

(2) 通勤者の行動

通勤者は、通勤費用が最小となる交通手段 $k \in \{s, p\}$ 、CBD 到着時刻 $t \in \mathbb{R}$ を選択する。そこで、本節では、単独通勤・相乗り通勤に関する設定を順に説明する。

単独通勤者の通勤費用 $c_s(t)$ は、CBD 到着時刻 t に応じて定まる所要時間費用 $\alpha q(t)$ とスケジュールコスト $\eta(t)$ に加え、通勤のために自動車を保有・使用するための費用 C_{car} から構成される：

$$c_s(t) = \alpha q(t) + \eta(t) + C_{\text{car}}, \quad (1a)$$

$$\eta(t) = \begin{cases} \beta(t^* - t) & \text{if } t \leq t^*, \\ \gamma(t - t^*) & \text{if } t \geq t^*. \end{cases} \quad (1b)$$

ここで、 α は所要時間1単位当たりの費用、 β, γ は早着・遅刻時間1単位当たりの費用を表す。本研究では、標準的な出発時刻選択モデルに関する研究と同様、FIFO 原則を満足する均衡状態の存在を保証するために、 $\alpha > \beta$ と仮定する。

相乗り通勤者の通勤費用 $c_p(t)$ は、単独通勤者と同じ所要時間費用 $\alpha q(t)$ とスケジュールコスト $\eta(t)$ に加え、相乗りをするための運賃 P と金銭以外の費用 $\theta(N_p)$ から構成される：

$$c_p(t) = \alpha q(t) + \eta(t) + P + \theta(N_p). \quad (2)$$

ここで、 $\theta(N_p)$ は相乗り需要の増加に伴う混雑外部性 (e.g., 時間的・心理的な負担の増加) を表現する項であり、相乗り利用者数 N_p の単調増加・凸関数であると仮定する。

(3) 相乗りサービス提供企業の行動

本稿では、通勤者に相乗りで CBD への移動サービスを提供する企業を考える。この企業は、以下のように定義される利潤 π に応じて運賃 P を設定する⁵：

$$\pi = PN_p - cN_p - F. \quad (3)$$

ここで、 c は限界費用、 F は固定費用を表す。

利潤 π の定義から明らかなように、本モデルでは、相乗りサービスの供給に規模の経済が働く。したがって、1章でも議論したように、相乗りサービス部門は市場競争に任せると独占状態となる。また、このとき、限界費用の水準に価格を規制することが社会的には望ま

⁵ 本研究では、相乗り利用者が自動車を運転する状況は明示的には考えていない。ただし、本研究の簡単な拡張により、その状況 (e.g., Yu et al.¹⁰) の設定) を表現することができる。

しい⁶一方で、事業者には赤字を生じさせるなどの欠点があることから、平均費用の水準に価格を規制する政策が一般的に採用される。

本研究では、企業への価格規制の有無・種類が均衡状態に与える影響を調べるために、次の 3 種類の状況を考える：

独占： 運賃は企業が独占下で設定する。

限界費用価格規制： 運賃が限界費用と等しい水準となるよう規制される。

平均費用価格規制： 運賃が平均費用と等しい水準となるよう規制される (i.e., 企業の利潤がゼロとなる)。各々の状況の、より具体的な内容は以下に示す通り。

a) 独占

まず、相乗りサービス提供企業が独占下で運賃 P を設定する状況を考える。このとき、企業は、 P の水準に応じた相乗り通勤需要 $N_p(P)$ を見越して行動する。すなわち、 P は、利潤最大化問題の一階条件から得られる次の関係を満たす (i.e., 企業の利潤を最大化する) 水準に設定される：

$$N_p(P) + (P - c) \frac{dN_p(P)}{dP} = 0. \quad (4a)$$

b) 限界費用価格規制

次に、限界費用価格規制が導入されている場合、運賃 P は限界費用と一致した水準に設定される：

$$P = c. \quad (4b)$$

c) 平均費用価格規制

最後に、平均費用価格規制が導入されている状況を考える。この場合、運賃 P は事業者の平均費用と等しい水準に設定される：

$$P = c + \frac{F}{N_p}. \quad (4c)$$

したがって、相乗り利用が増えるほど運賃が低下する。

(4) 均衡条件の定式化

本モデルでは、Tabuchi¹³⁾, Huang et al.¹⁶⁾, Wu and Huang¹⁷⁾ などと同様、通勤者の CBD 到着時刻と通勤手段に関する選択は、次の 2 段階に分けられると考える：通勤者は、まず利用する交通機関を決定し (第 1 段階)、次に CBD 到着時刻を選択する (第 2 段階)。

この場合、均衡状態は、第 2 階層から後ろ向きに解くことで得ることができる。すなわち、まず通勤者が利用する通勤手段 (手段別の通勤者数 N_s, N_p) を与件としたうえで、単独・相乗り通勤者の CBD 到着時刻選択に関する均衡条件を解く。そして、第 2 段階の均衡状態における手段別の通勤費用 c_s^*, c_p^* を与件としたう

えで、通勤者の通勤手段選択に関する均衡条件を解き、第 1 段階の均衡状態 N_s^*, N_p^* を得る。

本稿では、上述の第 1, 2 段階の均衡状態を、各々、通勤手段選択均衡状態・出発時刻選択均衡状態と呼ぶ。以降の章で、それらの均衡状態の特性を調べる準備として、本章では、各段階の均衡状態を定義する条件を定式化する。

a) 出発時刻選択均衡条件

前述したとおり、通勤者は、通勤手段が定まっているとの前提の下で CBD 到着時刻 t を選択する。したがって、出発時刻選択均衡状態は、単独・相乗り通勤者数 (以降、通勤手段分布と呼ぶ) $N = (N_s, N_p)$ を与件としたうえで決定される。この均衡状態が満たす均衡条件は、標準的な出発時刻選択モデルの均衡条件と一致する。より具体的には、この均衡条件は以下に示す条件で与えられる：

$$\begin{cases} c_k^* = c_k(t) & \text{if } n_k(t) > 0 \\ c_k^* \leq c_k(t) & \text{if } n_k(t) = 0 \end{cases} \quad \forall k \in \{s, p\}, \quad (5a)$$

$$\begin{cases} n_c(t) + n_p(t)/2 = \mu & \text{if } q(t) > 0, \\ n_c(t) + n_p(t)/2 \leq \mu & \text{if } q(t) = 0, \end{cases} \quad (5b)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} n_k(t) dt = N_k \quad \forall k \in \{s, p\}. \quad (5c)$$

ここで、 $n_c(t) + n_p(t)/2$ は時刻 t に CBD に到着する車両数を表す。これは、本研究では相乗りを 2 名で行うと仮定しているためである。

条件 (5a) は、CBD 到着時刻選択の無裁定条件を表している。すなわち、この条件は、均衡状態ではどの通勤者も自らの CBD 到着時刻を変更するインセンティブを持たないことを意味している。条件 (5b) は、ボトルネックの容量制約である。この条件は、時刻 t においてボトルネックに渋滞が発生している場合、その時刻のボトルネック流出車両数は容量 μ に等しく、渋滞が発生していない時刻の流出車両数は μ 以下であることを示している。条件 (5c) は通勤者の人口保存則である。

ここで、出発時刻選択均衡状態の一意性について議論しておこう。通勤者に関する均衡条件は、標準的な出発時刻選択モデルと一致する。したがって、Daganzo¹⁸⁾, Lindsey¹⁹⁾ で示されているように、出発時刻選択均衡状態は一意に定まる。さらに、均衡条件 (5) より、均衡通勤費用 c_s^*, c_p^* は以下で与えられる (導出過程は、付録 I 参照)：

$$c_s^* = \frac{\delta}{\mu} \left(N_s + \frac{1}{2} N_p \right) + C_{car}, \quad (6a)$$

$$c_p^* = \frac{\delta}{\mu} \left(N_s + \frac{1}{2} N_p \right) + \theta(N_p) + P. \quad (6b)$$

ここで、 $N_s + \frac{1}{2} N_p$ は総通勤車両数を表し、 $\delta \equiv \frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}$ である。

⁶ 本研究では、相乗りに関する混雑外部性を考慮しているため、限界費用価格規制下の均衡状態は、社会的最適状態と一致しない。

(6) より, 均衡通勤費用 c_s^* , c_p^* は総通勤車両数の単調増加関数であることから, ピーク時の交通渋滞外部性が反映されていることがわかる. また, 相乗りサービス提供企業への運賃規制の種類は, 出発時刻選択均衡状態に直接的には影響を与えないことも確認できる.

b) 通勤手段選択均衡条件

通勤者の手段選択は, 出発時刻選択均衡状態における通勤費用 c_s^* , c_p^* に基づき行われる. したがって, この均衡条件は, 次で与えられる:

$$\begin{cases} c^* = c_k^* & \text{if } N_k > 0 \\ c^* \leq c_k^* & \text{if } N_k = 0 \end{cases} \quad \forall k \in \{s, p\}, \quad (7a)$$

$$N_s + N_p = N. \quad (7b)$$

均衡条件 (7a) は, 次の関係を表す, 通勤手段選択均衡条件である: 単独・相乗り通勤が両方利用される場合, 両手段の通勤費用は等しい; どちらかの片方の手段のみが利用される場合, 利用される手段の通勤費用の方が, もう一方より低い. 条件 (7b) は通勤者数の保存則を示している.

本研究では, 相乗りサービスの規模の経済を考慮しているため, 通勤手段選択均衡条件 (7) を満足する均衡状態が複数存在しうる. そこで, ここでは均衡状態の一意性・安定性を調べる準備として, 構築したモデルにポテンシャル関数 $f(N)$ が存在することを示そう.

人口保存則 (7b) を満たす任意の N に対して関数 $f(N)$ が次の条件を満たせば, その関数はポテンシャル関数である:

$$\frac{\partial f(N)}{\partial N_s} - \frac{\partial f(N)}{\partial N_p} = -c_s^* + c_p^*. \quad (8)$$

ここで, (4), (6) より, c_s^* , c_p^* は明らかに積分可能である. したがって, 本稿で構築したモデルには, 上の条件を満たすポテンシャル関数が存在する.

以上を踏まえて, 均衡状態の一意性・安定性を調べる. Sandholm^{20), 21)} に示されているように, ポテンシャル関数が存在する場合, その均衡状態は次の最適化問題の Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件を満たす N^* の集合と一致する:

$$\max_N f(N) \quad (9a)$$

$$\text{s.t. } N_s + N_p = N, N_s \geq 0, N_p \geq 0. \quad (9b)$$

この事実は, 上記の問題の KKT 条件が, 均衡条件 (7) と一致することから容易に確認できる.

次に, 前述の性質を利用して, 本モデルの均衡状態が必ずしも一意ではないことを確認しておこう. 均衡状態が一意であることは, ポテンシャル関数が単峰であることと対応している. しかし, (4) で示した運賃水準によっては, ポテンシャル関数の Hessian 行列は負定値とは限らず, さらに正定値にもなりうる. これは

ポテンシャル関数が必ずしも単峰とはならないことを意味していることから, 均衡状態が必ずしも一意ではないことがわかる.

以上より, 均衡状態 N^* が複数存在しうる事が確認できた. そこで, 均衡選択のために, Sandholm²⁰⁾ の知見を利用して, 均衡状態の局所的安定性を調べる方法を示しておこう. ポテンシャル関数が存在する場合, 安定・不安定均衡状態は次の性質を有する:

ポテンシャル関数を局所的に最大化する均衡状態 N^* は, 幅広い調整ダイナミクスの下で (局所的に) 安定であり, それ以外の均衡状態は不安定である.

ここからは, この性質を利用して, 相乗りサービス提供企業への価格規制の種類毎に均衡状態の特性分析を行う.

3. 通勤手段選択均衡状態の特性分析

本章では, 独占・限界費用価格規制・平均費用価格規制下での通勤手段選択均衡状態の特性を分析する.

(1) 独占

本節では, 独占下における均衡状態を分析する. このとき, 相乗りサービス提供企業は, 2 章 (3) 節 a) で示したように, 利潤を最大化する運賃 P を決定する. その結果として定まる相乗り通勤者数 N_p^{m*} , 運賃 P^{m*} は一意であり, 以下のようなになる (証明は付録 II を参照):

$$N_p^{m*} = \theta^{-1}(\Delta C - N_p^{m*} \theta'(N_p^{m*})). \quad (10)$$

$$P^{m*} = c + \theta'(N_p^{m*}) N_p^{m*}. \quad (11)$$

ここで, $\theta^{-1}(\cdot)$ は $\theta(\cdot)$ の逆関数, $\Delta C \equiv C_{\text{car}} - c$ である.

(2) 限界費用価格規制

次に, 限界費用価格規制下での均衡状態の分析を行う. このとき, 相乗りサービス提供企業は, 限界費用の水準に運賃を設定する必要がある (i.e., $P^{MC*} = c$). この関係と (6), (7) より, 限界費用での相乗り均衡通勤者数 N_p^{MC*} は一意に定まり, 以下のように与えられる:

$$N_p^{MC*} = \theta^{-1}(\Delta C). \quad (12)$$

(3) 平均費用価格規制

最後に, 平均費用価格規制下における均衡状態の分析を行う. このとき, 相乗りサービス提供企業は, 平均費用の水準に運賃を設定することを強いられる ($P^{AC*} = c + \frac{F}{N_p}$). 通勤手段選択均衡条件 (7) と P^{AC*} より, 均

衡状態での相乗り通勤者数 N_p^{AC*} は次の条件を満たす：

$$N_p^{AC*} = \theta^{-1} \left(\Delta C - \frac{F}{N_p^{AC*}} \right). \quad (13)$$

$\theta(\cdot)$ が単調増加関数 (i.e., $\theta^{-1}(\cdot)$ も単調増加関数) であることを利用すると、条件 (13) を満たす N_p^{AC*} は、最大で次の条件を満たす 3 種類存在することがわかる：

$$N_{p1}^{AC*} > N_{p2}^{AC*} > N_{p3}^{AC*} = 0. \quad (14)$$

そこで、その安定性を確認するために、ポテンシャル関数 $f(N)$ を示しておこう：

$$f(N) = -C_{car}N_s + \int_0^{N_p} \theta(x)dx + cN_p + F \ln N_p. \quad (15)$$

このとき、次の条件を満たす N_p^{AC*} が安定均衡状態となる：

$$\frac{\partial^2 f(N_p^{AC*}, N - N_p^{AC*})}{\partial N_p^{AC*2}} < 0. \quad (16)$$

すなわち、ポテンシャル関数 $f(N_p^{AC*}, N - N_p^{AC*})$ を局所的に最大化する $N_p^{AC*} \in [0, N]$ が安定均衡状態である。

この条件と均衡状態がポテンシャル関数最大化問題の KKT 条件を満たすことを利用すると、 $N_{p1}^{AC*}, N_{p3}^{AC*}$ は安定均衡状態、 N_{p2}^{AC*} は不安定均衡状態であることがわかる。これは、KKT 条件を満たす N_p が 3 種類存在する場合、ポテンシャル関数を極大化するのは必ず両端の 2 種類のみとなるためである。

4. 通勤手段選択均衡状態の比較

本章では、前章で得られた均衡状態における相乗り通勤者数と均衡通勤費用を用いて、価格規制の有無・種類がピーク時の交通渋滞に与える影響を考察する。

(1) 通勤者分布の比較

最初に、次の条件を満たす均衡状態における相乗り利用者数 N_p を比較する。

- 独占

$$N_p^{m*} = \theta^{-1}(\Delta C - N_p^{m*}\theta'(N_p^{m*})). \quad (17)$$

- 限界費用価格規制

$$N_p^{MC*} = \theta^{-1}(\Delta C). \quad (18)$$

- 平均費用価格規制

$$N_p^{AC*} = \theta^{-1} \left(\Delta C - \frac{F}{N_p^{AC*}} \right). \quad (19)$$

その結果は、以下の通りとなる (証明は付録 III を参照)：

$$N_p^{MC*} \geq N_{p1}^{AC*} \geq N_p^{m*} \geq N_{p2}^{AC*} \geq N_{p3}^{AC*} = 0. \quad (20)$$

この結果は、均衡状態における相乗り利用者数は、限界費用価格規制導入時が最も多く、平均費用価格規制

時の安定均衡状態の一つ N_{p3}^{AC*} が最も少ないことを示している。さらに、規制が導入されず、企業が独占的に行動する場合の相乗り利用者数 N_p^{m*} は、平均費用価格規制時の安定均衡状態 N_{p1}^{AC*} より少なく、不安定均衡状態 N_{p2}^{AC*} より多い。

以上より、次の重要な性質が確認できる。相乗りサービスが供給されていない状況 (i.e., $N_p = 0$) を初期状態として、平均費用価格規制を導入したまま企業を参入させると、実現する安定均衡状態は N_{p3}^{AC*} となる。これは、誰も利用していない状態で平均費用価格規制を導入すると運賃が高額にならざるを得ず、その結果として相乗りする動機が生じなくなるためである。一方、価格規制を導入しない (i.e., 企業に独占的行動を許す) 状況で実現する均衡状態は N_p^{m*} である。したがって、 $N_p = 0$ が初期状態の場合、平均費用価格規制を導入するよりも、企業が独占的行動をした方が相乗り利用者が多くなる。これは、企業が利潤を増やすには、平均費用価格規制よりも運賃水準を低く設定し、相乗り利用を促進する必要があるためである。

さらに、(20) は、次の性質も示している：価格規制を導入しない状況下での均衡状態 N_p^{m*} を初期状態として平均費用価格規制を導入すると、相乗り利用者が増加した状態 N_{p1}^{AC*} が実現する。これは、平均費用価格規制導入時に初期状態が N_{p2}^{AC*} より大きい [resp. 小さい] と、状態が N_{p1}^{AC*} [resp. N_{p3}^{AC*}] に変化することが、進化ゲーム理論の知見から示されるためである。

以上の結果は、限界費用価格規制の導入が現実的ではないとの想定で、今後、相乗り利用者を増加させるには、次の方策が有効である可能性があることを示している：(1) 最初は価格規制を導入せず、企業に独占的行動を許すことで N_p^{m*} を実現する；(2) その後、平均費用価格規制を導入し N_{p1}^{AC*} を達成する。

(2) 均衡通勤費用の比較

次に、均衡通勤費用の比較を行う。(6a), (7) と各均衡状態の相乗り通勤者数を用いると、均衡通勤費用は以下で与えられる：

$$c^* = \left(N - \frac{1}{2}N_p^* \right) \frac{\delta}{\mu} + C_{car}. \quad (21)$$

この関係から、均衡通勤費用は、相乗り利用者数が多いほど低いことがわかる。これは、相乗り利用者の増加が通勤ピーク時の交通渋滞を緩和させるためである。

この性質と前節で得られた相乗り通勤者数の関係 (20) より、価格規制の有無・種類毎の均衡通勤費用には、次の関係があることがわかる：

$$c^{MC*} \leq c_1^{AC*} \leq c^{m*} \leq c_2^{AC*} \leq c_3^{AC*}. \quad (22)$$

ここで、 c_i^{AC*} は、平均費用価格規制の下で相乗り通勤者数が N_{pi}^{AC*} となる場合の均衡通勤費用を表す。この

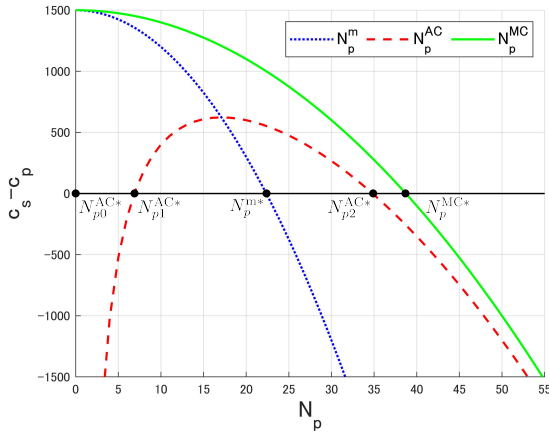


図-2 相乗り通勤者数の大小関係 (数値解析例)

結果から、限界費用価格規制が通勤費用を最も低くさせる一方で、平均費用価格規制下の通勤費用は、独占下より高くなる可能性があることが確認できる。

(3) 数値解析例

本章では、数値解析により前章までの解析結果の特徴を具体的に確認する。本解析では、 $\theta(N_p)$ を次の 2 次関数で与えた：

$$\theta(N_p) = N_p^2. \quad (23)$$

また、パラメータは、以下の値に設定した：

$$F = 10000, C_{car} = 2500, c = 1000, N = 55. \quad (24)$$

なお、前節までに示したように、 α, β, γ は、相乗り利用者数に影響を与えない。

各均衡状態の相乗り通勤者数は図-2 に示すとおりである。これらの結果より、各均衡状態の相乗り通勤者数の大小関係は (20) の結果と一致することが確認できる。

5. おわりに

本研究では、標準的なボトルネックモデルを拡張することで、相乗り通勤行動を考慮した出発時刻・通勤手段選択モデルを構築した。そして、ポテンシャルゲームの性質を利用することで、価格規制の有無・種類が均衡状態に与える影響を理論的に調べた。その結果、次の結果が示された：(1) 相乗りサービス提供企業に独占を許した方が、平均費用価格規制を導入するより、相乗り利用者が多く、通勤費用が低くなる可能性がある；(2) 相乗り利用者を増やす方策として、一度、企業に独占的行動を許した後、平均費用価格規制を導入することが考えられる。

本稿では、単独・相乗りの複数交通機関を扱い、相乗り通勤における規模の経済を考慮した出勤者選択行動を分析する枠組みの基礎構築を大きな目的の一つとし

た。そのため、交通手段は単独・相乗り通勤の 2 種類のみであり、相乗りは 2 名で行うと仮定したうえで均衡状態の特性分析を行った。今後は、これらの仮定の緩和や、社会的最適状態を達成するための方策とその効果を検証していく必要がある。その内容・結果については、発表時に追加で報告する予定である。

付録 I. 均衡通勤費用の証明

標準的なボトルネックモデルを用いた研究で示されているように、出発時刻選択均衡条件を満たす車両台数 $n_s(t) + n_p(t)/2$ は、次の条件を満足する：

$$n_s(t) + n_p(t)/2 = \begin{cases} \mu & \text{if } t \in [t^E, t^L] \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (I.1)$$

ここで、 t^E, t^L は、各々、通勤者が CBD に到着する最も早い・遅い時刻であり、均衡条件から、以下で与えられる：

$$t^E = t^* - \frac{\gamma}{(\beta + \gamma)\mu} \left(N_s + \frac{N_p}{2} \right) \quad (I.2a)$$

$$t^L = t^* + \frac{\beta}{(\beta + \gamma)\mu} \left(N_s + \frac{N_p}{2} \right) \quad (I.2b)$$

ここで、相乗り利用者は、全員 2 名で乗車すると仮定しているため、 $N_s + N_p/2$ は総車両台数を表す。

均衡状態における通勤費用 c_s^*, c_p^* が次の条件を満足することを利用すると、(6) が得られる。

$$\begin{aligned} c_s^* &= c_s(t^E) = c_s(t^L) \\ &= \eta(t^E) + C_{car}, \end{aligned} \quad (I.3a)$$

$$\begin{aligned} c_p^* &= c_p(t^E) = c_p(t^L) \\ &= \eta(t^E) + P + \theta(N_p). \end{aligned} \quad (I.3b)$$

付録 II. 独占下の均衡通勤費用の導出

企業の利潤最大化問題を解き、利潤が最大となる価格 P を求める。通勤手段選択均衡状態において、各均衡通勤費用が等しいならば、次の関係が成立する：

$$N_p = \theta^{-1}(C_{car} - P). \quad (II.1)$$

この需要関数を利潤関数 (3) に代入すると、

$$\pi = (P - c)\theta^{-1}(C_{car} - P) - F. \quad (II.2)$$

この利潤最大化の一階条件 $d\pi/dP = 0$ より、次の関係が与えられる：

$$N_p - (P - c) \frac{1}{\theta'(N_p)} = 0. \quad (II.3)$$

したがって、(II.1), (II.3) より、運賃 P^{m*} が以下の通り求まる：

$$P^{m*} = c + \theta'(N_p)N_p. \quad (II.4)$$

得られた運賃と均衡条件により、相乗りサービス利用者数 N_p^{m*} が次の条件を満たすことがわかる:

$$N_p^{m*} = \theta^{-1}(C_{car} - c - N_p \theta'(N_p)). \quad (\text{II.5})$$

付録 III. 相乗り通勤者数の大小関係の証明

通勤手段選択均衡状態における相乗り通勤者数の大小関係を比較する。まず、(10), (12) より、独占と限界費用価格規制下での相乗り通勤者数は、次の関係を満たす:

$$N_p^{MC*} - N_p^{m*} = \theta^{-1}(\Delta C) - \theta^{-1}(\Delta C - N_p^{m*} \theta'(N_p^{m*})) \geq 0. \quad (\text{III.1})$$

これは、 $\theta^{-1}(\cdot)$ が単調増加関数であるためである。したがって、 $N_p^{MC*} \geq N_p^{m*}$ 、すなわち、限界費用価格規制での相乗り利用者数は、独占下より多いことがわかる。

次に、(12), (13) より、限界費用価格規制と平均費用価格規制下での相乗り利用者数の関係が得られる:

$$N_p^{MC*} - N_p^{AC*} = \theta^{-1}(\Delta C) - \theta^{-1}\left(\Delta C - \frac{F}{N_p^{AC*}}\right) \geq 0. \quad (\text{III.2})$$

したがって、 $N_p^{MC*} \geq N_p^{AC*}$ となることが確認できる。

最後に、独占・平均費用価格規制下での相乗り利用者数の大小関係を整理する。独占下の均衡状態では、企業の利潤が非負であると仮定する (\cdot : 利潤が負であれば、企業が撤退するため):

$$\pi = PN_p^{m*} - cN_p^{m*} - F \geq 0 \quad (\text{III.3})$$

また、(11) より、 $P = c + N_p^{m*} \theta'(N_p^{m*})$ となることから、(III.3) は以下のように書き換えられる:

$$N_p^{m*} \theta'(N_p^{m*}) - \frac{F}{N_p^{m*}} \geq 0. \quad (\text{III.4})$$

したがって、独占下での相乗り利用者数は次の条件を満たす:

$$N_p^{m*} = \theta^{-1}(\Delta C - N_p^{m*} \theta'(N_p^{m*})) \leq \theta^{-1}\left(\Delta C - \frac{F}{N_p^{m*}}\right) \quad (\text{III.5})$$

この関係は、図 3 から確認できるように、 $N_p^{AC*} \leq N_p^{m*} \leq N_p^{AC*}$ が成立することを意味している。

以上の結果をまとめると、(20) が得られる。

参考文献

- 1) 宮崎康二：シェアリング・エコノミー：Uber, Airbnb が変えた世界, 日本経済新聞出版社, 2015.
- 2) Vickrey, W. S.: Congestion theory and transport investment, *American Economic Review*, Vol. 59, No. 2, pp. 251–260, 1969.
- 3) Hendrickson, C. and Kocur, G.: Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model, *Transportation Science*, Vol. 15, No. 1, pp. 62–77, 1981.

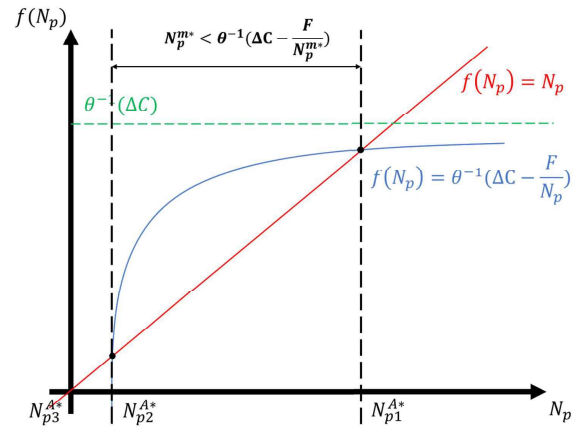


図-3 相乗り通勤者数の大小関係

- 4) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: Economics of a bottleneck, *Journal of Urban Economics*, Vol. 27, No. 1, pp. 111–130, 1990.
- 5) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand, *American Economic Review*, Vol. 83, No. 1, pp. 161–179, 1993.
- 6) Huang, H.-J.: Fares and tolls in a competitive system with transit and highway: The case with two groups of commuters, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 36, No. 4, pp. 267–284, 2000.
- 7) Qian, Z. and Zhang, H. M.: Modeling multi-modal morning commute in a one-to-one corridor network, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 19, No. 2, pp. 254–269, 2011.
- 8) Xiao, L. L., Liu, T. L. and Huang, H.-J.: On the morning commute problem with carpooling behavior under parking space constraint, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 91, pp. 383–407, 2016.
- 9) Ma, R. and Zhang, H. M.: The morning commute problem with ridesharing and dynamic parking charges, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 106, pp. 345–374, 2017.
- 10) Yu, X., van den Berg, V. A. C. and Verhoef, E. T.: Carpooling with heterogeneous users in the bottleneck model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 127, pp. 178–200, 2019.
- 11) Yang, H. and Huang, H.-J.: Carpooling and congestion pricing in a multilane highway with high-occupancy-vehicle lanes, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 33, No. 2, pp. 139–155, 1999.
- 12) Xu, H., Pang, J. S., Ordóñez, F. and Dessouky, M.: Complementarity models for traffic equilibrium with ridesharing, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 81, pp. 161–182, 2015.
- 13) Tabuchi, T.: Bottleneck congestion and modal split, *Journal of Urban Economics*, Vol. 34, pp. 414–431, 1993.
- 14) 野田幸太, 高山雄貴: 公共交通における規模の経済を考慮した出発時刻・通勤手段選択モデル, 第 18 回 ITS シンポジウム, 2020.
- 15) 神取道宏: ミクロ経済学の力, 日本評論社, 2014.
- 16) Huang, H.-J., Tian, Q., Yang, H. and Gao, Z. Y.: Modal split and commuting pattern on a bottleneck-constrained highway, *Transportation Research Part*

- E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 43, No. 5, pp. 578–590, 2007.
- 17) Wu, W. X. and Huang, H.-J.: Equilibrium and modal split in a competitive highway/transit system under different road-use pricing strategies, *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 48, No. 1, pp. 153–169, 2014.
- 18) Daganzo, C. F.: The uniqueness of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, *Transportation Science*, Vol. 19, No. 1, pp. 29–37, 1985.
- 19) Lindsey, R.: Existence, uniqueness, and trip cost function properties of user equilibrium in the bottleneck model with multiple user classes, *Transportation Science*, Vol. 38, No. 3, pp. 293–314, 2004.
- 20) Sandholm, W. H.: Potential games with continuous player sets, *Journal of Economic Theory*, Vol. 97, No. 1, pp. 81–108, 2001.
- 21) Sandholm, W. H.: *Population Games and Evolutionary Dynamics*, MIT Press, 2010.

(2021. 4. 7 受付)

A bottleneck model considering carpooling behavior

Lu MIAO, Ryo TONDOKORO, Yuki TAKAYAMA