

高速道路施設を構成する部品備蓄の最適計画に関する研究

佐津川 功季¹・水谷 大二郎²・川崎 洋輔³・金田 威夫⁴・桑原 雅夫⁵

¹正会員 東北大学助教 未来科学技術共同研究センター (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: satsukawa@tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学助教 大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: daijiro.mizutani.a5@tohoku.ac.jp

³正会員 東北大学助教 大学院情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: kawasaki-y@plan.civil.tohoku.ac.jp

⁴非会員 西日本高速道路ファンリテーズ株式会社 (〒 567-0885 茨木市東中条町 1-6)

E-mail: t-kaneda@w-nexco-fct.co.jp

⁵正会員 東北大学教授 未来科学技術共同研究センター (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: kuwahara@plan.civil.tohoku.ac.jp

本稿では高速道路施設の構成部品について、予備品備蓄の拠点配置および日々の備蓄パターンの最適戦略を考察する。ETC や情報板などの補助施設の故障は構成部品の経年劣化により引き起こされ、予備品の備蓄拠点配置や在庫管理計画は故障施設復旧の円滑性、すなわち施設故障時における道路利用者の経済損失に影響を与える。道路施設を効率的に維持・管理するためには、こうした経済損失と拠点配置・予備品管理費用とのトレードオフ関係を考慮した管理計画・施策を策定する必要がある一方、これに関する知見は十分に蓄積されていない。以上を踏まえ、本稿では、施設故障時の利用者経済損失および予備品管理費用から構成される社会的損失を最小化する、備蓄拠点の配置パターンおよび各拠点での予備品備蓄パターンの最適化問題を定式化する。次に、簡易化された高速道路ネットワークにおける理論解析を通して、最適配置・備蓄パターンに関する知見を得る。

Key Words: *asset management; maintenance; life cycle cost; user cost; electric toll collection system; optimisation*

1. はじめに

ETC 施設や情報板といった高速道路施設の故障は、高速道路利用者の利便性、快適性、安全性に影響を与えるため、高速道路施設の管理者は、施設の故障の影響を最小化するように、高速道路施設を適切に維持管理してゆくことが必要となる。しかしながら、実在の高速道路施設の維持管理を考えた場合、全ての施設の故障を未然に防ぐように頻りに補修・更新を行うことは経済的観点から現実的ではない。そのため、少数ではあるがある程度の数の施設の故障を許容しつつも、利用者の利便性、快適性、安全性をできる限り担保するような維持管理方策を採用することが求められる。

実際の高速道路施設の維持管理体制において、故障の際に用いるための予備的な部品を予め備蓄しておき、故障が発生した場合には、それらの予備品を用いて復旧・補修が行われている。このような維持管理体制は、補修や更新に際して設計や発注業務を伴う土木構造物と比較した際の高速道路施設の維持管理上の特徴である。そのため、高速道路施設を維持管理するにあたっては、どのように予備品を備蓄しておくかに応じて、施設の故障から復旧までの対応時間が異なることとなる。

すなわち、予備品の備蓄体制の改善により、施設故障時の利用者の損失を低減できる可能性がある。当然のことながら、故障に起因した利用者費用を低減するために、施設の故障が発生した場合の復旧作業には即時性が求められる。したがって、高速道路管理者は、限られた予算の範囲内で予備品を高速道路ネットワーク上に効率的に配置し、施設故障時の復旧の迅速性と予備品配置に関する経済性の双方を考慮して、高速道路施設の維持管理を行ってゆく必要がある。

既往研究では、橋梁や舗装、トンネルなど一般的な土木構造物の維持管理に関するものは数多い^{1),2)}。しかし、これらの研究では維持管理の対象となる構造物の故障は許容されていない。すなわち、緊急の補修を要する、あるいは使用不可能となるような劣化状態が発生する確率を極めて低く保つようにリスク管理水準を設定した上で、この水準を満足しながら維持管理費用を最小化する維持管理施策を行っている。一方、本稿で対象とする ETC 施設などの高速道路施設に関しては、故障過程や故障時の利用者損失を推定する方法が提案されてきている^{3),4)}。しかし、その維持管理施策の最適化やその施策の特性分析に関する研究は未だ十分な研究は存在しない。

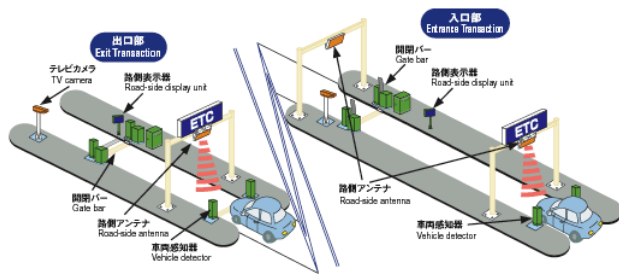


図-1 ETC 施設を構成する装置 (出典：国土交通省ホームページ)

そこで、本研究では、高速道路ネットワーク上に点在する高速道路施設の故障に備えるための、予備品の最適備蓄計画を取り扱う。具体的には、ある施設が故障した際、高速道路ネットワーク上をランダムにパトロールしている管理者がネットワーク上に点在する拠点の内の1つまで予備品を取りに行き、予備品を故障した施設まで運搬し、復旧を行うことを想定する。このとき、管理者のパトロール方法は議論の対象とせず、拠点から故障した施設までの旅行時間のみを考慮して施設の復旧時間を定量化する。その上で、施設故障時の単位時間当たりの利用者の時間損失と復旧時間を掛け合わせることで、施設故障時の利用者損失を定量化する。なお、ネットワーク上の施設は、経過時間に応じて異質な故障確率を持つとする。また、予備品の備蓄費用として、拠点配置費用および予備品購入費用を考慮し、拠点や予備品が過度に増加することの不経済性（拠点や予備品を集約することの経済性）を表現する。このようにして定義した利用者損失と予備品備蓄費用の和により社会損失を定義し、社会損失を最小化するような最適備蓄計画を導出する。

以下、2.で、本研究で対象とする ETC 施設の維持管理の概要を説明する。3.で、維持管理モデルと故障過程を定式化する。4.で、予備品配置の最適化問題を定式化する。

2. ETC 施設の維持管理の概要

(1) ETC 施設の役割とその構成装置

ETC (Electronic Toll Collection system) とは、ETC 車載器にクレジットカード決済機能のついた IC カードを挿入することで、有料道路の料金所に設置された ETC 施設と車両が双方向通信し、車両が停止することなく料金支払いを行えるシステムである。平成 26 年より発売された ETC2.0 車載器であれば、上記の料金収受機能に加えて、道路上の路側機との双方向通信によるダイナミックルートガイダンスや安全運転支援等の情報提供機能をも有する。

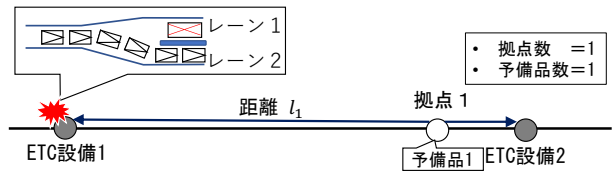


図-2 ETC 施設の劣化故障発生時の部品調達イメージ 1

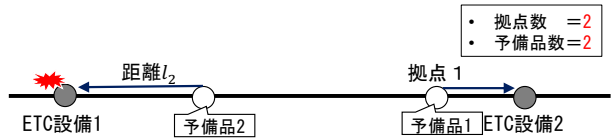


図-3 ETC 施設の劣化故障発生時の部品調達イメージ 2

ETC 施設は、“路側アンテナ”、“開閉バー”、“テレビカメラ”、“車両感知器”、ならびに“路側表示器”等の装置で構成される(図-1)。また、それぞれの装置は車線サーバ等の部品で構成されている。各部品は主に経年劣化により故障し、ある部品が故障するとその ETC 施設は機能不全状態に陥ることになる。機能不全に陥った施設は上記の交通補助行動を行えなくなり、その結果交通渋滞が発生または悪化し、利用者に経済損失が発生することになる。

機能不全に陥った施設の早期復旧を行うにあたり、高速道路会社は取り替え用の部品予備品を、施設近辺に配置している。例えば西日本高速道路ファシリティーズ株式会社では、各管理事務所が管理エリア内の ETC 施設の故障に備え、いくつかの予備品を適切な備蓄拠点に配置・管理している。

(2) ETC 施設の維持管理の現状と問題点

ETC 施設は、定期的な部品交換および故障時の部品交換により維持管理が行われている。定期的な部品交換では、部品の設置後経過年数に応じた定期的なメンテナンスにより部品交換が行われる。この場合はあらかじめ必要な部品の種類や数がわかっているため、部品は供給元 (e.g. メーカー) から直接現場に調達され、維持管理費用も各年で一定となる。一方、故障時の部品交換では施設の故障が認められた後、最寄りの備蓄拠点から予備品を調達する。この場合、施設の故障による交通渋滞の発生・悪化に伴い利用者に経済損失が発生する。

ここで重要であるのは、利用者の経済損失と維持管理費用とはトレード・オフが存在するという点である。これは、利用者の経済損失は交通状態に加え設置された備蓄拠点と ETC 施設との距離関係や備蓄された予備品リストに依存して変化する一方、この拠点設置位置や予備品リストが変化したときにはそれに

維持管理費用もまた変化するためである。簡単な事例を通してこれを見て行こう。図-2のようにETC施設が2つ、備蓄拠点が1つのネットワークを考えよう。ここで、ETC施設1または2が故障した場合に用いる予備品が1つ配置されているとしよう。この状況下でETC施設1のレーン1が故障した場合、利用者の経済損失は故障発生時から拠点1からの部品調達および修理が終了するまで、時間進展とともに増加する。よって、備蓄拠点1からETC施設間において、距離 l_1 が長い場合や渋滞が発生している場合には部品調達に時間を要するため、利用者の経済損失は大きくなってしまふ。

これに対して、図-3のように、ETC施設1の近くに備蓄拠点を1つ増やした状況を考えてみよう。新たに配置した備蓄拠点2にはETC施設1のための予備品2が1つ配置されている。この場合、図-2のネットワークよりも部品調達の距離が短くなる($l_1 > l_2$)ため、比較的、利用者の経済損失を抑えることができる。しかし、備蓄拠点2を配置する費用や予備品2の購入費用といった管理者費用が追加されるという新たな問題が生じることになる。

以上のように、利用者の経済損失と管理者費用(e.g. 拠点および予備品の配置費用)はトレードオフの関係にあるといえる。そのため、適切な維持管理施策を考案するためには、施設や予備品の配置も考慮しなければならない。

(3) 本研究の分析対象

前述した維持管理の現状と問題を踏まえ、本研究の分析対象を以下に述べる。本研究では、ETC施設を構成する部品の劣化故障に着目する。そして、備蓄拠点および予備品の最適配置問題を取り扱うこととする。備蓄拠点と予備品の最適配置が行えれば、管理者費用を適切に計画し、かつ、利用者の経済損失を抑えることが出来ると考える。

3. 維持管理モデルと故障過程の定式化

本章では、本稿で取り扱う高速道路施設の維持管理システムをモデル化するとともに、このシステムにおける、各施設を構成する部品の故障過程の定式化を行う。

(1) 維持管理システムのモデリング

a) 維持管理ネットワーク

本稿では、ノード集合 N および無向リンク集合 \mathcal{L} から構成されるグラフを考える。各ノードは、高速道路施設(以下、施設)が設置されているノード N_F 、および予備品備蓄拠点(以下、拠点)を設置する候補地 N_C に区分される。簡単のために、施設の集合を \mathcal{F} とも表

すこととする。リンクはこれらの施設・拠点間の距離を表す重みを持っており、これを $l(a,b) \forall a,b \in N$ で表す。このネットワークにおいてある複数の離散期間からなる計画期間 $\mathcal{T} \equiv [1, T]$ を考え、各期の最適拠点・予備品配置パターンを求めることになる。

b) 高速道路施設の構成要素とその劣化表現

各施設は複数の部品から構成されている。部品種類の集合を \mathcal{K} で表し、各施設には各部品が一つずつ用いられているものとする¹

各部品は、種類ごとに定められた過程に従い独立に劣化し、劣化度合いに従い故障確率が増加するものとする(劣化過程および故障確率の詳細は次節で説明する)。そして、いずれか一つの部品が故障すると施設は機能不全状態となり、交通渋滞の悪化などの利用者損失を引き起こすものとする。期間 t における、ある施設 $f \in \mathcal{F}$ の部品 $k \in \mathcal{K}$ の劣化度合いを $x_k^f(t)$ で表す; また、全種類の部品の劣化状態を並べたベクトルを $\mathbf{x}^f(t)$ で表す。この変数の関数として、ある期間における部品 k の故障確率を、劣化度合いの関数として $p_k(x_k^f(t))$ と表す。各部品の劣化過程および故障確率の詳細については次節で説明する。

c) 予備品備蓄拠点の配置と担当施設との関係

ある候補地 $i \in N_C$ に拠点が設置されているかどうかを表す変数として、 $s_i(t)$ を導入する; 期間 t に候補地 i に拠点が設置される場合1、設置されない場合は0をとるものとする。便宜的に、計画期間の直前である $t=0$ においては $s_i(t)=0, \forall i \in N_C$ とする。全ての候補地における設置変数を並べたベクトル(i.e. 拠点設置パターン)を、 $|N_C|$ 次元のベクトル $\mathbf{s}(t)$ で表す。また、ある拠点設置パターン $\mathbf{s}(t)$ において、実際に設置された拠点集合を $\mathcal{B}(\mathbf{s}(t))$ で表す。

設置された各拠点には、施設を構成する各部品が故障したときに備えて、部品の予備品が備蓄されている。ある拠点 $b \in \mathcal{B}(\mathbf{s}(t))$ がある部品 $k \in \mathcal{K}$ を備蓄するか否かを表す変数として $n_k^b(t)$ を定義する; 期間 t において備蓄する場合は1、備蓄しない場合は0をとるものとする。この変数を全ての部品について並べたベクトル(i.e. 予備品備蓄パターン)を $\mathbf{n}^b(t)$ で表す。また、全ての拠点の予備品備蓄パターンを、各拠点の予備品備蓄パターンのベクトルを連結する形で、 $\mathbf{n}(t)$ で表す。ある施設の部品が故障したとき、その施設の維持管理を担当する拠点から予備品が送られ、補修が行われるものとする。ある設置パターンにおける各施設の補修担当拠点は、その施設との距離が一番近い拠点であるとする。ある拠点 b が担当する施設の集合を $\mathcal{F}^b(\mathbf{s}(t))$ と表す。

¹ 同一種類の部品が複数個用いられている場合、それを一単位として計上すれば良い。

なお本稿では、施設が故障したとき、補修担当拠点のみが補修に必要な部品や人員を提供できるものとする (i.e. 担当拠点以外の拠点が補修を行うことはない)。また、仮に部品が故障したにも関わらず予備品を提供できない状況にある場合、担当拠点は必要な予備品を発注する必要がある。そしてこの間、施設の機能不全状態は継続するものとする。

(2) 劣化過程モデルと故障確率

施設 f の部品 k の劣化過程および故障確率をワイブルハザードモデル⁵⁾により表現する。ハザードモデルの詳細は参考文献^{5),6)}を参照されたい。ハザードモデルにおいてハザード関数をワイブルハザード関数

$$\lambda_k^f(\tau) = \gamma_k^f \alpha_k^f \tau^{\alpha_k^f - 1} \quad (\alpha_k^f > 0; \gamma_k^f > 0) \quad (1)$$

とすると、ワイブルハザードモデルを定義できる。なお、 τ は施設の供用開始からの経過時間であり、 α_k^f は加速度パラメータ、 γ_k^f は速度パラメータである。上記のハザード関数が定まると、施設 f の部品 k の寿命の確率密度関数 $g_k^f(\tau)$ 、分布関数 $G_k^f(\tau)$ 、生存関数 $\tilde{G}_k^f(\tau)$ は、

$$g_k^f(\tau) = \gamma_k^f \alpha_k^f \tau^{\alpha_k^f - 1} \exp(-\gamma_k^f \tau^{\alpha_k^f}) \quad (2)$$

$$G_k^f(\tau) = 1 - \exp(-\gamma_k^f \tau^{\alpha_k^f}) \quad (3)$$

$$\tilde{G}_k^f(\tau) = \exp(-\gamma_k^f \tau^{\alpha_k^f}) \quad (4)$$

と一意に与えられる。

ここで、施設の供用開始から期間 t まで故障や補修が発生しない場合を考える²⁾。供用開始から期間 t の期首までの経過時間を z_{t-1} 、期間 t の長さを ζ_t と表し $z_t = z_{t-1} + \zeta_t$ とする。ここで、劣化度合いを表す関数 $x_k^f(t)$ を $x_k^f(t) = t$ と表し、経過年数のみが故障確率に影響を与える場合を考える。このとき、部品 k の期間 t 内の故障確率 $p_k(x_k^f(t))$ は、期間 t の期首まで部品 k の故障が発生しないという条件のもとでの、期間 t 内での故障発生確率として、

$$p_k(x_k^f(t)) = \tilde{G}_k^f(z_{t-1}) - \tilde{G}_k^f(z_t) \quad (5)$$

と表すことができる。

4. 予備品配置の最適化問題の定式化

本章では、前章で定式化した維持管理システム・モデルおよび故障過程で生じる総コストを最小化する最適化問題を構築する。このコストは、部品故障による(期待)経済損失および拠点・予備品配置に伴う維持管理費用から構成され、拠点配置および予備品配置を考える上でトレードオフの関係になっている。これらのトレードオフを考慮しながら、ある計画期間における総費用を最小化するための、拠点配置および予備品配

²⁾ 供用期間中に補修や更新が行われた場合には、その時点供用開始時点と考えることも可能である。

置の最適パターンを求めるのが本章で構築する最適化問題の目的である。

以下ではまず、各節において、拠点配置パターン $\mathbf{s}(t)$ および予備品配置パターン $\mathbf{n}(t)$ を与件としたときの、ある一定期間において生じるコストの詳細について説明する。そして、計画期間中に生じる総コストを最小化する拠点・予備品配置を求める最適化問題の定式化を行う。

(1) 拠点・予備品配置に伴う維持管理費用

本稿では、維持管理費用は「拠点と予備品の新設費用」、「拠点・予備品の廃棄費用」、および「拠点維持費用」から構成されるものとする。

a) 拠点と予備品の新設費用

拠点と予備品の新設費用は新たに拠点や予備品を配置・購入する際にかかる費用である。まず、期間 t において候補地 $i \in \mathcal{N}_C$ に拠点が新設されたかどうかを表すために、次の演算を用いる：

$$[s_i(t) - s_i(t-1)]_+ = \max\{s_i(t) - s_i(t-1), 0\} = \begin{cases} 1 & \text{if } s_i(t) > s_i(t-1) \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

この式は、 $s_i(t) = 1$ かつ $s_i(t-1) = 0$ のとき 1 をとり、それ以外のときは 0 をとる。従って、期間 t に必要となる拠点新設費用は、次のように表すことができる：

$$C^{A,B}(t) \equiv \sum_{i \in \mathcal{N}_C} c_i^e [s_i(t) - s_i(t-1)]_+. \quad (7)$$

ここで c_i^e は、候補地 i に拠点を新設するのにかかる費用を表すパラメータである。

予備品の配置費用についても、予備品配置パターンを t 期、 $t-1$ 期で比較することにより、同様に定式化できる：

$$C^{A,P}(t) \equiv \sum_{b \in \mathcal{B}(\mathbf{s}(t)) \cap \mathcal{B}(\mathbf{s}(t-1))} \sum_{k \in \mathcal{K}} c_k^p [n_k^b(t) - n_k^b(t-1)]_+ + \sum_{b \in \mathcal{B}(\mathbf{s}(t)) \setminus \mathcal{B}(\mathbf{s}(t-1))} \sum_{k \in \mathcal{K}} c_k^p [n_k^b(t)]_+. \quad (8)$$

ここで c_k^p は、種類 k の部品を購入するのにかかる費用を表すパラメータである。なお、式の第一項は $t-1$ 期にも設置されている拠点の部品新規購入費用を表す；一方で、式の第二項は t 期に新設された拠点の部品購入費用を表している。

b) 拠点と予備品の廃棄費用

拠点と予備品の廃棄費用は、すでに設立・配置された拠点や予備品を廃棄する際にかかる費用である。新設費用と同様に、これも各期の拠点・予備品配置ベクトルの比較を通して定式化することができる。ただし、予備品廃棄費用については、施設の更新に備え、最終

期において各拠点保有する予備品は全て廃棄されるものとする。

以上を踏まえ、拠点の廃棄費用を次のように表す：

$$C^{D,B}(t) \equiv \sum_{i \in \mathcal{N}_C} c_i^{db} [s_i(t-1) - s_i(t)]_+. \quad (9)$$

c_i^{db} は、候補地 i に設置された拠点を廃棄するのにかかる費用を表すパラメータである。

次に、予備品の廃棄費用は次のように表される：

$$C^{D,P}(t) \equiv \sum_{b \in \mathcal{B}(s(t)) \cap \mathcal{B}(s(t-1))} \sum_{k \in \mathcal{K}} c_k^{dp} [n_k^b(t-1) - n_k^b(t)]_+ + \sum_{b \in \mathcal{B}(s(t-1)) \setminus \mathcal{B}(s(t))} \sum_{k \in \mathcal{K}} c_k^{dp} [n_k^b(t-1)]_+. \quad (10)$$

c_k^{dp} は、種類 k の部品を購入するのにかかる費用を表すパラメータである。なお、式の第一項は $t-1$ 期にも設置されている拠点が予備品を廃棄する際にかかる費用を表す；一方で、式の第二項は t 期に廃棄された拠点に存在する予備品の廃棄費用を表している。またこれに加え、最終期には次の予備品廃棄費用が追加的にかかるものとする：

$$C_F^{D,P} \equiv \sum_{b \in \mathcal{B}(s(T))} \sum_{k \in \mathcal{K}} c_k^{dp} [n_k^b(T)]_+. \quad (11)$$

c) 拠点維持費用

拠点維持費用は、配置された拠点を維持するにあたり必要な固定費用 (e.g. 拠点維持の電力費、人件費) をまとめたものである。ある拠点 b を設置し維持するための費用を m^b と表す。これを用いて、ある拠点配置パターン $\mathbf{s}(t)$ において設置された全ての拠点の維持費用は次のように表される：

$$C^M(\mathbf{s}(t)) = \sum_{b \in \mathcal{B}(s(t))} m^b. \quad (12)$$

(2) 部品故障による経済損失

次に、部品が故障することで生じる経済損失について見ていこう。本稿では、この経済損失は、施設が機能不全に陥ることで発生する道路利用者の経済損失と、故障部品の修復費用から構成されるものとしている。以下ではまず、ある一定期間において生じうる故障事象についての仮定、およびその表現を説明する。そして、各故障事象において生じる各損失を定式化した後、期待経済損失を定義する。

a) 施設を構成する部品の故障事象の表現

本稿では、ある一定期間内において、ある故障事象が生じる確率とその故障事象が生じたときの経済損失を定式化する。各故障事象は、全ての施設の全ての部品について、どの部品が一定期間内に故障するかを表している。ここで本稿では、解析を容易にするために、生起する故障事象について、ある二つ以上の施設において同一種類の部品が同日に故障することはない、

という仮定を置いている。この仮定は、ある施設を構成する部品の故障状況が別の施設故障時の経済損失に影響を与えないことを意味するものであり、経済損失を施設ごとに定式化できることを意味している³。

定式化にあたり、ある期間において各施設で生じる故障事象を表す「故障事象ベクトル」を定義し、ベクトル \mathbf{e} で表す。これは施設数と部品種類数を乗じた次元数 $(|\mathcal{F}| \cdot |\mathcal{K}|)$ のベクトルであり、各要素 e_k^f は、ある期間における施設 f を構成する部品 k の故障状況を表す 0-1 変数である： $e_k^f = \{0, 1\}$ であり、0 は故障しない、1 は施設 f の部品 k が期間中に故障することを表す。施設 f を構成する部品の故障事象をベクトル \mathbf{e}^f 、ある拠点 b が担当する施設全体で生じる故障事象を \mathbf{e}^b で表すまた、拠点 b に紐づけられた施設で起こる故障事象の集合を \mathcal{E}^b で表し、故障事象全体の集合を $\mathcal{E} (= \prod_{b \in \mathcal{B}(s(t))} \mathcal{E}^b)$ で表す。

ある期 t における、ある施設 f に関する故障事象 \mathbf{e}^f の生起確率は、前章で定義した故障確率関数と与件として、次のように表される (なお、以下では簡略化のために t を省略している)：

$$p(\mathbf{e}^f | \mathbf{x}^f) = \prod_{k \in \mathcal{K}} \{p_k(x_k^f)\}^{e_k^f} \cdot \{1 - p_k(x_k^f)\}^{1-e_k^f}. \quad (13)$$

そして、これを全ての施設について掛け合わせることで、ある故障事象ベクトル \mathbf{e} の生起確率を次のように得る：

$$p(\mathbf{e} | \mathbf{x}) = \prod_{f \in \mathcal{F}} p(\mathbf{e}^f | \mathbf{x}^f) = \prod_{f \in \mathcal{F}} \prod_{k \in \mathcal{K}} \{p_k(x_k^f)\}^{e_k^f} \cdot \{1 - p_k(x_k^f)\}^{1-e_k^f}. \quad (14)$$

b) 道路利用者の経済損失

本稿では道路利用者の経済損失を、施設故障により悪化した交通渋滞が引き起こす総旅行時間の増分として定義する。交通渋滞の悪化度合いは施設故障の継続時間、i.e. 部品の修復時間、に依存すると考えられる。本稿ではこの修復時間は、拠点到予備品が備蓄されているかどうかで、次の二つのように変化するものとする。

1. 予備品が備蓄されている場合、道路管理者は部品の故障を検知したその日に修復活動を行うことができる。このとき、部品の修復時間は拠点と施設との距離に依存することとする：拠点と施設との距離が離れているとき、修復に要する時間は長くなる。
2. 備蓄されていない場合、道路管理者は補修活動を行う前に、補修に必要な部品を発注しなければならない；そして、部品が届くまで部品の修復活動

³ 拠点が保有する予備品数量あるいは人員には通常限りがある。複数施設で同一種類の部品が同日に故障する場合、どちらを先に修復するかで経済損失が変化することが考えられ、問題が複雑化する。

を行うことはできない。このとき、前述の損失に加え、部品が届くまでの日数分だけ「1 日中施設が故障しているときの、施設が故障していないときと比較した総旅行時間分の増分」を追加的な損失として計上することとする。

以上を踏まえて、道路利用者の経済損失を定式化していこう。まず、施設 f においてある故障事象 \mathbf{e}^f が生じたとき、第一の経済損失は次のように表される：

$$L_1^f(\mathbf{e}^f, \mathbf{s}) = |\mathbf{e}^f| \cdot \Delta TT^f(l(b, f) | \mathbf{s}) \quad (15)$$

なお、 $|\mathbf{e}^f|$ は施設 f の部品回数を表すことになる。また $\Delta TT^f(l(b, f))$ は施設故障による総旅行時間の増分であり、施設と担当拠点との距離 $l(b, f)$ として定義している；この関数は対象とする高速道路施設の種類により変化するものであり、数値計算を行う際には具体化する。

次に、第二の経済損失について定式化する。まず、与えられた故障事象に対してある部品 k が不足しているかどうかは、次の演算を用いて表すことができる：

$$[e_k^f - n_k^b]_+ = \max\{e_k^f - n_k^b, 0\} = \begin{cases} 1 & \text{if } e_k^f > n_k^b \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (16)$$

上記の演算は $e_k^f = 1$ かつ $n_k^b = 0$ 、すなわち部品 k が故障したにも関わらず担当拠点 b が予備品を保有していないとき 1 をとり、それ以外の時は 0 をとることを意味する。これを用いて、施設 f における部品 k の発注日数は、次のように表される：

$$D_k^f(\mathbf{e}^f, \mathbf{n}^b) = \tau_k [e_k^f - n_k^b]_+. \quad (17)$$

ここで、 τ_k は部品 k の発注に必要な日数を表している。これらを用いて、故障部品に対応した部品が備蓄されていないことによるペナルティ損失を、次のように表す：

$$L_2^f(\mathbf{e}^f, \mathbf{n}^b) = \sum_{k \in K} \Delta TT_{AllDay}^f \cdot D_k^f(\mathbf{e}^f, \mathbf{n}^b). \quad (18)$$

なお ΔTT_{AllDay}^f は施設 f が機能不全状態にあるときの、1 日間の総旅行時間の増分を表している。

これらをまとめることで、備蓄パターンが \mathbf{n} であるときの、ある計画期間中に故障事象 \mathbf{e} が発生した時の総利用者損失は次のように表される：

$$L(\mathbf{e}, \mathbf{n}, \mathbf{s}) = \sum_{b \in \mathcal{B}(\mathbf{s})} \sum_{f \in \mathcal{F}^b(\mathbf{s})} [L_1^f(\mathbf{e}^f) + L_2^f(\mathbf{e}^f, \mathbf{n}^b)]. \quad (19)$$

c) 故障部品の修復費用と、部品故障の期待損失

一方、ある故障事象 \mathbf{e}^b が起こったときの故障部品修復費用は、故障した部品にその購入単価を乗じることによって次のように表せる：

$$C^b(\mathbf{e}) = \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{f \in \mathcal{F}^b} \sum_{k \in K} c_k^p \cdot e_k^f \quad \left(= \sum_{f \in \mathcal{F}} \sum_{k \in K} c_k^p \cdot e_k^f \right) \quad (20)$$

最終的にこれらをまとめることで、ある期 t においての、部品が故障することで生じる経済損失の期待値は

次のように表される：

$$C^L(\mathbf{n}(t), \mathbf{s}(t) | \mathbf{x}(t)) \equiv \sum_{\mathbf{e} \in \mathcal{E}} p(\mathbf{e} | \mathbf{x}(t)) [L(\mathbf{e}, \mathbf{n}(t), \mathbf{s}(t)) + C^b(\mathbf{e})] \quad (21)$$

(3) 拠点・予備品配置の同時最適化問題

従って、ある一定の計画期間において最適な拠点・予備品配置パターンを求める問題は、次の目的関数の最小化問題に帰着する：

$$\min_{\{\mathbf{n}(t)\}_{t=1}^T, \{\mathbf{s}(t)\}_{t=1}^T} Z \equiv \sum_{t \in \mathcal{T}} \beta^{t-1} [C^{A,B}(t) + C^{A,P}(t) + C^{D,B}(t) + C^{D,P}(t) + \delta_t^T C_F^{D,P} + C^M(\mathbf{s}(t)) + C^L(\mathbf{n}(t), \mathbf{s}(t) | \mathbf{x}(t))]. \quad (22)$$

なお、 β は時間割引率である。また、 $\mathbf{x}(t)$ は前章で定義した劣化過程に従うものとする。

5. 終わりに

高速道路施設の維持管理にあたっては、施設の故障を許容した上で、故障した際に生じる利用者損失と維持管理費用とのトレードオフを考慮した方策の構築が求められる。そして、これらのコストには、故障した施設を修復するための予備品の購入・配置計画や、この予備品を保管する備蓄拠点の配置計画が大きく影響することが想定される。本稿では、施設故障時の利用者損失および予備品管理・拠点維持費用から構成される社会的損失を最小化する、備蓄拠点と予備品の配置パターンの最適化問題を定式化した。この問題では、ある期間において拠点を集約し予備品備蓄を抑えることで維持管理費用を削減できる一方、施設故障時に迅速な復旧を行うことができず利用者損失がかさむ可能性がある、というトレードオフを表現している。その上で、複数期間から構成される計画期間において、各期に拠点・予備品配置パターンを変化させることができる、動的な最適化問題（あるいは確率システムの最適制御問題）を定式化した。この問題の数値特性の解析や数値計算の結果については研究発表会で報告する予定である。

謝辞： 本研究は、日本学術振興会 科学研究費補助金、基盤研究 (A) (課題番号：19H00777) の助成を受けたものである。また、西日本高速道路エンジニアリング関西株式会社、西日本高速道路ファシリティーズ株式会社との共同研究の一部である。

参考文献

- 1) 貝戸清之, 保田敬一, 小林潔司, 大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.83-96, 2005.

- 2) 小林潔司, 江口利幸, 大井明, 青木一也, 貝戸清之, 松村泰典: 舗装構造の最適補修更新モデル, 土木学会論文集 E1, Vol.68, No.2, pp.54-68, 2012.
- 3) 中川岳士, 川崎洋輔, 梅田祥吾, 水谷大二郎, 生嶋理恵, 桑原雅夫: 交通流への影響を考慮した高速道路情報板故障時の利用者の社会損失分析, 第 60 回土木計画学研究発表会, 2019
- 4) 水谷大二郎, 川崎洋輔, 佐津川功季, 中川岳士, 梅田祥吾, 生嶋理恵: 利用者の経済損失を考慮した高速道路情報板の維持管理施策の簡易的評価手法, 投稿中, 2020
- 5) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 6) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

(2020. 10. 2 受付)