

サンプル欠損を考慮した劣化予測モデルによる 簡易補修の有効性の検討

山岸拓歩¹・安藤翠²・貝戸清之³

¹学生会員 大阪大学大学院博士前期課程 工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: t.yamagishi@civil.osaka-u.ac.jp

²正会員 阪神高速技術株式会社 保安マネジメント室 (〒 550-0005 大阪市西区西本町 1 丁目 4-1 オリックス本町ビル)

E-mail: midori-ando@hex-eng.co.jp

³正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

社会基盤施設に対する定期点検時には、安全性の向上と予防保全を目的に簡易的な補修が実施されることがある。近年多く蓄積されている統計学に基づいた社会基盤施設のマネジメントの研究事例を参考に、簡易補修の効果を点検データに基づいて定量的に評価し、簡易補修の有効性を示すことを試みる。簡易補修は劣化速度が相対的に大きい損傷に対して実施されると考えられるため、点検データはこれに起因するサンプル欠損バイアスを有することが懸念される。そのため、従来の統計的劣化予測モデルに基づいてでは、簡易補修の効果を過小評価する恐れがある。本研究では、サンプル欠損を考慮した統計的劣化予測モデルを援用し、サンプル欠損バイアスを除去した上で簡易補修の効果を定量的に評価する手法を提案する。そして、実際の道路構造物に対する点検データに提案した手法を適用した実証分析を通じて、本研究の有用性および簡易補修の有効性を議論する。

Key Words : *Sample Missing Bias, Inspector's First-Aid Works, Markov Deterioration Hazard Model*

1. はじめに

近年、高度経済成長期に数多く建設された社会基盤施設の老朽化が顕在化しており、それらの継続的な使用のために適切な維持管理を行うことが強く求められている。特に、橋梁の劣化は我が国の土木分野が抱える重大な課題の一つである。橋梁やトンネル等の道路構造物に対して、損傷の早期発見や進展の確認を目的に、五年に一度の頻度で近接目視を基本とする定期点検を行うことが道路法施行規則¹⁾において義務付けられている。定期点検を通して確認された損傷に対して補修（以下、本補修）を実施するためには、補修計画の立案等に長期間を要するだけでなく²⁾、本補修にあたって作業員や機材を再調達する必要が生じる。しかし、限られた予算や人員によって効率的に維持管理を行うことが求められている現状を踏まえると、全ての損傷に対してこの流れ従って本補修を実施することは効率的ではない。加えて、本補修の実施までに損傷が進展する恐れがある。そこで、橋梁の維持管理においては、定期点検が損傷に接近できる機会であることを利用して、その際に軽微な損傷に対して簡易補修（本研究で対象とする阪神高速道路においては点検時措置²⁾と呼称していることから、以下、点検時措置）を実施することがある。点検時措置の実施によって、本補修の対象となる損傷数の削減とそれに伴う補修費用の

縮減、補修までの時間の短縮による安全性の向上、第三者被害の低減等の様々な効果が期待される。本研究においては、点検時措置の効果について、橋梁の劣化抑制効果に着目して、定量的に事後評価する。

点検時措置は、実施の必要性が点検員により認められた損傷に対して行われる。点検時措置の効果の評価を劣化抑制効果、すなわち劣化速度の変化に基づいて行う場合、点検時措置が実施された後の劣化過程と、それらの損傷に対して点検時措置が実施されなかったと仮定した場合の劣化過程を比較することが有効である。前者は点検データから直接的に推定可能であるが、後者は不可能であるために、前者との比較対象となる後者に代替するような劣化過程を推定しなければならない。本研究においては、点検時措置が実施されなかった損傷に関する劣化情報を用いて劣化過程の推定とその補正を試みるが、そもそも点検時措置が実施されなかった損傷は点検員によって点検時措置を実施する必要がないと判断されたものであり、点検時措置が実施された損傷に比べて劣化速度が小さいと考えられる。すなわち、点検時措置が実施されなかった損傷の劣化情報のみを用いて単純に劣化過程を推定すると、劣化速度を過小評価する恐れがある。本研究では、劣化速度が大きいという特徴を有するサンプルが欠損することに伴ってデータに偏りが生じ、その偏ったデータを用いて推定した劣化速度が過小評価されることをサンプル欠

損バイアス³⁾と称して、議論を行う。その上で、劣化過程の比較を通して点検時措置の効果を評価する。以下、2.で本研究の基本的な考え方を述べる。3.でははじめに、劣化過程の予測モデルとして用いるマルコフ劣化ハザードモデル⁴⁾について述べる。次に、サンプル欠損バイアスを除去する手法について述べた後、マルコフ劣化ハザードモデルにおけるシミュレーションについて述べる。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既往研究の概要

個別の損傷に対する補修効果を力学的に評価した研究事例はいくつか報告されている。加藤等⁵⁾は港湾部に位置する RC 構造物を対象に、目視により判定された劣化度と試験により測定された部材の保有性能の結果を用いて、劣化度から保有性能を推定する手法を提案した。仁平等⁶⁾は構造物の損傷履歴が性能に与える影響について、試験を通して明らかにした。これらの研究事例は、いずれも実際の試験に基づいて補修効果を力学的に評価するものである。補修効果の評価を力学的な観点から行うことは、実現象を試験に基づいて解明するという点から合理的である。一方で、全ての損傷に対する効果を力学的に解明することは、時間やコスト等を考慮すると現実的とはいえない。

これらに対して、補修効果を統計学的に評価する研究が近年行われている。これらは個別の損傷に対してではなく、構造物全体として寄与される補修効果を明らかにすることを試みるものである。これらの研究のためには、損傷の進展過程を記述する統計モデルが重要となる。状態が離散的な健全度として評価される損傷の進展過程の予測に対しては、津田等⁴⁾が健全度間の推移にマルコフ性を仮定し、健全度が一つ推移するために要する時間が指数分布に従うマルコフ劣化ハザードモデルを開発した。このモデルに基づいて、様々な事例に適用した研究が行われている。水谷等⁷⁾はこれを応用した混合マルコフ劣化ハザードモデル⁸⁾を用いることにより、RC 床版を対象に補修効果を定量的に評価する手法を開発した。具体的には、補修ターム（ある補修から次の補修までの期間）ごとに損傷の進展に異質性が存在することを指摘し、補修前後の異質性の相対比較を行うことにより、補修効果を定量的かつ統計学的に示した。また、小林等³⁾は道路舗装の劣化予測に際して、定期的な補修の対象となる損傷は、健全度が相対的に悪いものであることを指摘した。その上で、獲得される点検データには劣化速度が相対的に大きいサンプルが欠損しているというサンプル欠損を考慮した劣化予測モデルを提案した。膨大に蓄積された

点検データを用いて損傷の進展過程を記述する確率モデルを推定することにより、LCC の算出や補修施策の決定を精度良くかつ簡便に行うことができ、社会基盤構造物のアセットマネジメントに大きく寄与している。

(2) 点検時措置の概要

現在我が国では、橋梁等の道路構造物に対して、五年に一度の頻度での近接目視による定期点検を実施することが道路法施行規則により定められている¹⁾。橋梁管理者は、定期点検の際に確認された損傷に対して、対策の必要性の有無を判断し、必要性が認められた損傷に対しては、補修計画や補修設計に基づいた本補修を実施している²⁾。しかし、この一連の流れにおいては補修計画の立案等の諸手続きのために長期間を要するとともに、本補修のために損傷に再度接近する必要が生じる。そのため、その場で補修が可能な程度の軽微な損傷に対しては、点検時に点検作業に影響を与えない程度での簡易的な補修（点検時措置）が実施されることがある。例えば、コンクリートのひび割れに対しては表面部分の叩き落としを行い、鉄筋の防錆処理を施した上で剥落防止スプレアの散布が行われている。また、鋼部材の錆に対しては浮き錆の除去後に防錆剤の塗布が行われている。点検時措置の実施によって、損傷の発見から補修の実施までに要する時間が短縮される。これにより、本補修までに損傷が進展することを防ぐことができるために、構造物の安全性の向上が期待される。また、本補修のためには作業員や作業機材の再調達や交通規制の実施が必要であるために、点検時措置を実施することにより損傷に再接近する費用が低減される。加えて、軽微な損傷は点検時措置として実施が可能な程度の補修で進展を抑制できるとされているために、構造物の延命効果が期待される。

橋梁管理者には、定期点検およびその際に実施された点検時措置に関するデータが蓄積されている。本研究で用いる点検データは、それぞれの損傷に対して行われた異なる 2 時点間における点検に関するものであり、順に前回点検、今回点検と称する。各点検においては、それぞれの損傷の状態が 4 段階の健全度として記録されており、必要に応じて点検時措置が実施される。それぞれの点検において行われる健全度の判定と点検時措置を時系列で整理したものを図-1 に示す。それぞれの点検においては、損傷ごとに措置前判定が行われ、健全度が記録される。ここで、本研究においては、点検時措置は点検の対象となる全損傷のうち、劣化速度が大きいものから優先的に実施されると仮定を行い、この仮定を点検時措置に関する仮定と称する。措置前判定により点検時措置の実施が必要と判断された損傷、すなわち劣化速度が相対的に大きい損傷に対し

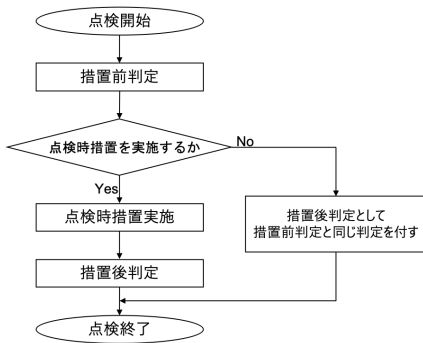


図-1 定期点検の時系列整理

	全サンプル Ω	劣化速度大サンプル $+\Omega$	劣化速度小サンプル $-\Omega$
点検時措置実施の場合	$+A$	$+A$ (比較)	$-A$
点検時措置不実施の場合	\bar{A} (シミュレーション)	\bar{A} (シミュレーション)	\bar{A} (シミュレーション)

注: サンプル欠損バイアス除去 (Sample bias removal) は \bar{A} の処理に関連する。

図-2 劣化過程の分類と評価の流れ

注) 色が塗られた $+A, -\bar{A}$ は点検データに基づいて直接推定可能な劣化過程, 点線で囲われた $\bar{A}, +\bar{A}$ は点検データに基づいては直接推定できない劣化過程である. 実線で囲われた $A, -\bar{A}$ は本研究では考察しない.

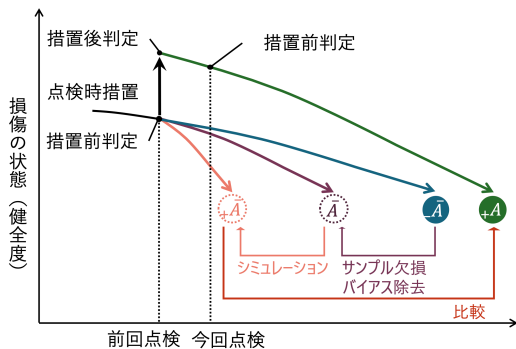


図-3 劣化過程の時系列整理

ては点検時措置が実施された上で, 措置後判定として新たな健全度が再度記録される (このとき, 点検時措置の内容によっては措置前判定と措置後判定が同じ健全度となることもある). 一方, 点検時措置が不要とされた損傷, すなわち劣化速度が相対的に小さい損傷に対しては点検時措置の実施はされず, 便宜上措置後判定として措置前判定と同じ判定が記録される.

(3) 点検時措置の効果の評価

本研究の目的は, 点検時措置の効果の定量的評価である. 劣化過程がマルコフ劣化ハザードモデル⁴⁾により記述されると仮定し, 点検時措置が行われた場合と行われなかった場合の劣化過程を比較する. 以下, 獲

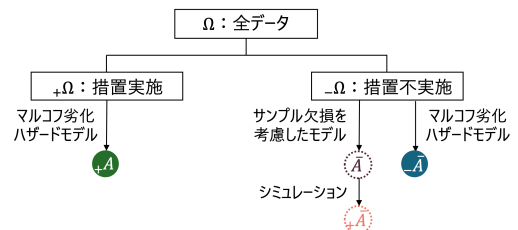


図-4 点検データの分類

得された点検データを用いてこの比較を行う流れを図-2, 図-3 および図-4 に基づいて述べる. 獲得されたサンプル (点検データ) の集合を Ω とする. また, Ω の要素であり, 劣化速度が相対的に大きいものの集合を $+\Omega$, 相対的に小さいものの集合を $-\Omega$ とする. ここに, $+\Omega \cap -\Omega = \emptyset$ であり, $+\Omega \cup -\Omega = \Omega$ が成り立つ. 記号「 \cup 」は直和を表し, \emptyset は空集合を表すとする. 点検時措置に関する仮定から, 実際には点検時措置は $+\Omega$ に対して実施され, $-\Omega$ に対しては実施されない.

ここで, $\Omega, +\Omega, -\Omega$ のそれぞれに対して点検時措置が実施されたとした場合, 実施されなかったとした場合に実現する劣化過程について考える. これらの劣化過程は, 集合の選び方で3通り, 実施の有無の選び方で2通り, 計 $3 \times 2 = 6$ 通り考えられる (図-2). 6通りの「A」はそれぞれの場合における劣化過程を表し, A に記号「 $-$ 」が付せられていないものは点検時措置が実施されたとした場合の劣化過程を表し, 付せられているものは点検時措置が実施されなかったとした場合の劣化過程を表すとする. また, A の添字として何も付せられていないものは Ω の劣化過程, 記号「 $+$ 」「 $-$ 」が付せられているものはそれぞれ $+\Omega, -\Omega$ の劣化過程を表すとする. ここで, 点検データに基づいて直接推定可能な劣化過程は, $+\Omega$ に対して点検時措置が実施された劣化過程である $+A$ と, $-\Omega$ に対して点検時措置が実施されなかった劣化過程である $-\bar{A}$ であり, これら以外の4つの劣化過程は点検データに基づいては直接得られないことに注意されたい.

点検データに基づいて直接推定可能な劣化過程である $+A$ と $-\bar{A}$ は, 点検時措置の実施の有無のみならず, サンプル元来の劣化速度が異なるために, これら2つの劣化過程の比較によっては, 点検時措置の効果を評価することはできない. そこで, 点検時措置の実施の有無のみが異なる劣化過程の組である $+A$ と $+\bar{A}$ の比較に基づいて, 点検時措置の効果を評価することを考える. しかし, 前者は点検データから直接推定可能である一方で後者は不可能であるために, $+\bar{A}$ を点検データに基づいて推定する手法が求められる. そのため, $-\Omega$ は劣化速度が相対的に大きい $+\Omega$ の要素が Ω から取り除かれた集合 $-\Omega = \Omega \setminus +\Omega$ であることに着目し, $-\Omega$ はサン

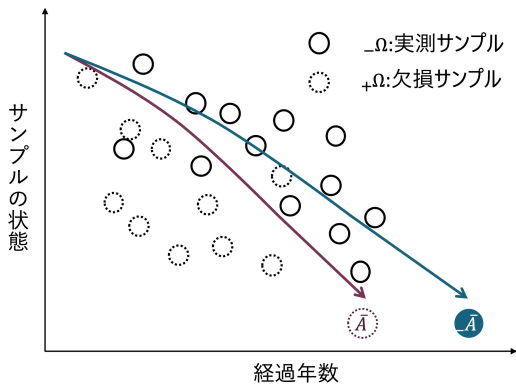


図-5 サンプル欠損バイアス発生メカニズム

プル欠損が生じており、 \bar{A} はサンプル欠損バイアスが発生していると考えられる。なお、サンプル欠損およびサンプル欠損バイアスについては 2.(4) で述べる。サンプル欠損を考慮して推定することにより \bar{A} に発生しているサンプル欠損バイアスを除去する。そして、 $+\Omega$ の要素が取り除かれなかったとした場合の $\Omega = -\Omega \cap +\Omega$ に対して、点検時措置が実施されなかったとした場合の劣化過程である \bar{A} を推定する。 \bar{A} に従う劣化現象をシミュレーションし、シミュレーション結果のうち劣化が速く進展したものに着目することにより、 $+\Omega$ の劣化過程である $+\bar{A}$ を推定する。推定された $+\bar{A}$ と $+\bar{A}$ の比較に基づいて、点検時措置の効果を評価する。

(4) サンプル欠損バイアス

点検データに基づいて \bar{A} を推定することを考える。この劣化過程を $-\Omega$ に基づいて推定することを試みた場合、 $-\Omega$ は劣化速度が相対的に小さいサンプルを要素として持つ集合であるために、劣化速度を過小評価してしまう。図-5 の実線の丸は $-\Omega$ の要素であり、点線の丸は $+\Omega$ に対して点検時措置が実施されなかったとした場合の要素を表す。ここで、前者は点検データとして実際に獲得可能な一方で、後者は不可能である。これら双方に基づいて推定される劣化過程が \bar{A} であり、実線の丸にのみ基づいて推定される劣化過程が $-\bar{A}$ である。求めたい劣化過程が \bar{A} であるにも関わらず、前者にのみ基づいて劣化過程を推定した場合は $-\bar{A}$ が推定され、劣化速度が過小評価される。これは、後者が点検データとしては獲得できない点を考慮していないために生じる問題であり、このメカニズムで劣化速度が過小評価される問題をサンプル欠損バイアスと称する。また、劣化速度が相対的に大きいサンプルが欠損している点検データの集合に対して、サンプル欠損が生じているということとする。

3. モデルの定式化

(1) マルコフ劣化ハザードモデル

対象とする劣化事象は、状態が離散的な I 段階の健全度 $1, 2, \dots, I$ として評価されるとする。ただし、健全度はその値が大きいほど悪い状態を表すとする。また、時刻 τ における健全度が i であることを $h(\tau) = i$ と表すとする。以下、 $z > 0$ に対して 2 つの時刻間 $\tau_{\text{pre}}, \tau_{\text{post}} = \tau_{\text{pre}} + z$ における健全度の推移確率について考える。 $\tau_{\text{pre}}, \tau_{\text{post}}$ はいずれも点検時刻を表し、これらの時刻においてのみ健全度が点検により記録されるとする。マルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$ は $h(\tau_{\text{pre}}) = i$ が生じた条件の下で $h(\tau_{\text{post}}) = j$ が生起する条件付き確率として定義され、推移確率が τ_{pre} 以前の進展過程に依らないという点においてマルコフ性を有し、

$$\pi_{ij}(z) = \text{Prob}[h(\tau_{\text{post}}) = j | h(\tau_{\text{pre}}) = i] \quad (1)$$

と与えられる。

本研究で社会基盤施設の劣化過程の予測モデルとして用いるマルコフ劣化ハザードモデルの定式化を行う。読者の便宜を図るために概要を述べるが、詳細に関しては他の文献^{4),9)}を参照されたい。

劣化過程がマルコフ劣化ハザードモデルにより記述されると仮定する。健全度 i の開始時刻を τ_{i-1} とし、健全度 $i < I$ の寿命 $\tau_i - \tau_{i-1}$ を確率変数 $Z_i > 0$ で表す。また、 Z_i が従う確率分布の確率密度関数、累積分布関数、生存関数をそれぞれ f_i, F_i, S_i とする。さらに、 $h(\tau_{\text{pre}}) = i$ のとき、時刻 $\tau_{\text{pre}} + \zeta_i$ に健全度が $i+1$ に推移する確率密度をハザード関数 λ_i とすれば

$$\lambda_i(\zeta_i) \Delta \zeta_i = \frac{f_i(\zeta_i) \Delta \zeta_i}{S_i(\zeta_i)} \quad (2)$$

と表せる。 λ_i が ζ_i に依存せずに一定値 $\theta_i > 0$ をとる場合、指数ハザード関数

$$\lambda_i(\zeta_i) = \theta_i \quad (3)$$

となる。指数ハザード関数を用いることで劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現でき、

$$f_i(\zeta_i) = \theta_i \exp(-\theta_i \zeta_i) \quad (4)$$

が成立し、 Z_i は指数分布 $\text{EX}(\theta_i)$ に従うことがわかる。

さらに、 $h(\tau_{\text{pre}}) = i$ の下、 τ_{pre} から $z_i > 0$ 以上にわたって健全度 i が継続する条件付き確率は

$$S_i(\tau_{\text{pre}} + z_i | \zeta_i \geq \tau_{\text{pre}}) = \exp(-\theta_i z_i) \quad (5)$$

と表される。すなわち、 $h(\tau_{\text{pre}}) = i$ の下、 $\tau_{\text{post}} = \tau_{\text{pre}} + z$ に対して $h(\tau_{\text{post}}) = i$ である条件付き確率は

$$\text{Prob}[h(\tau_{\text{post}}) = i | h(\tau_{\text{pre}}) = i] = \exp(-\theta_i z) \quad (6)$$

となる。 $\text{Prob}[h(\tau_{\text{post}}) = i | h(\tau_{\text{pre}}) = i]$ は $\pi_{ii}(z)$ にほかならない。指数ハザード関数を用いた場合、 $\pi_{ii}(z)$ は θ_i と z のみに依存し、 $\tau_{\text{pre}}, \tau_{\text{post}}$ に関する情報を用いな

くとも推移確率を表すことが可能となる。以上の議論を拡張することで、 τ_{pre} と τ_{post} の間で健全度が i から $j \geq i$ に推移する確率 $\pi_{ij}(z)$ は以下のように表される。

$$\pi_{ij}(z) = \sum_{k=i}^j \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k} \exp(-\theta_k z) \quad (7)$$

ここに表記の都合上、以下が成立するとする。

$$\prod_{m=i}^{i-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} = 1, \prod_{m=j}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k} = 1 \quad (8)$$

(2) 完全サンプルを用いた尤度の定式化

サンプル欠損が生じていない点検データの集合を完全サンプルと称することとし、本節では完全サンプルに対する尤度の定式化を行う。考察の対象とする点検データの集合を Ω とする。 Ω は完全サンプルとし、 Ω に対してマルコフ劣化ハザードモデルを適用して劣化過程を推定することを考える。 Ω のサンプルサイズは K とし、各サンプルに番号 k をつける。 $\omega^k \in \Omega$ に関して、前回点検における措置後判定（以下、前回措置後判定） $h(\tau_{\text{pre}}^k) = i^k$ および、今回点検における措置前判定（以下、今回措置前判定） $h(\tau_{\text{post}}^k) = j^k$ が記録されたとする。また、損傷の進展に影響を及ぼす特性や環境条件が M 個あげられるとして、その m 番目を x_m^k と表すこととする。ただし、 x_1^k は定数項とし、恒等的に 1 とする。また、 $\mathbf{x}^k = \top(x_1^k, \dots, x_M^k)$ とする。記号「 \top 」は転置操作を表す。すなわち、健全度 i^k, j^k 、点検間隔 $z^k = \tau_{\text{post}}^k - \tau_{\text{pre}}^k$ 、特性 \mathbf{x}^k が ω^k の有する情報であり、これを $\xi^k = (\bar{i}^k, \bar{j}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k)$ と表記することとする。また、記号「 $\bar{\cdot}$ 」は実測サンプルであることを表すとし、 $\Xi = \{\xi^1, \dots, \xi^K\}$ とする。ここで、 Ω の要素の点検間隔を N 個の離散的なカテゴリー $Z = \{z_1, \dots, z_N\}$ に分類し、特性を L 個の離散的なカテゴリー $X = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_L\}$ に分類する。その上で、 Ω を健全度 $i, j (1 \leq i \leq j \leq I)$ 、点検間隔 Z 、特性 X に基づいて $I(I+1)NL/2$ 個の非交差的な集合 Ω_{ijnl} に分割する。また、 $\Omega_{inl} = \bigsqcup_{j=i}^I \Omega_{ijnl}$ と定義し、 Ω に占める Ω_{inl} の相対度数を $\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)$ と表す。この値は Ω が定まれば求まるために既知である。また、 Ω から Ω_{ijnl} の要素がランダム抽出される確率を $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l | \beta)$ と表す。ただし、 β は $I-1$ 行 M 列の行列であり、 i 行成分 β_i を用いて健全度 i におけるハザード率が $\theta_i = \exp(\beta_i \cdot \mathbf{x}_l)$ と表せるとする。完全サンプルはサンプル欠損が生じていないために、 ω^k が確率 $f(\bar{i}^k, \bar{j}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k | \beta)$ に従いランダム抽出されるとしてよい。そのため、 Ξ が同時に抽出される尤度 $\mathcal{L}(\Xi | \beta)$ は

$$\mathcal{L}(\Xi | \beta) = \prod_{k=1}^K f(\bar{i}^k, \bar{j}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k | \beta) \quad (9)$$

と定義される。ここで、 i を与件として、 \mathbf{x}_l を有するサンプルが z_n を経て j が生起する条件付き確率を $P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l, \beta)$ と表すと、これはマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l | \beta)$ にほかならず、

$$P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l, \beta) = \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l | \beta) \quad (10)$$

である。また、条件付き確率の定義から

$$P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l, \beta) = \frac{f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l | \beta)}{\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)} \quad (11)$$

である。式 (10)、式 (11) より式 (9) は、

$$\mathcal{L}(\Xi | \beta) = \prod_{k=1}^K \pi_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k | \beta) \mu(\bar{i}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k) \quad (12)$$

となる。また、 $\mu(\bar{i}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k)$ は既知であり、定数であるために無視でき、式 (12) は

$$\mathcal{L}(\Xi | \beta) = \prod_{k=1}^K \prod_{i=1}^I \prod_{j=i}^I \pi_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k | \beta)^{\delta_{ij}^k} \quad (13)$$

と書き換えられる。ここに、ダミー変数 δ_{ij}^k は、 $h(\tau_{\text{pre}}^k) = \bar{i} \cap h(\tau_{\text{pre}}^k) = \bar{j}$ のとき 1 を、それ以外は 0 をとるものと定義する。

(3) サンプル欠損を考慮した尤度の定式化

本節ではサンプル欠損を考慮した尤度の定式化を行う。考察の対象とする点検データの集合を Γ とし、 Γ はサンプル欠損が生じている集合とする。 Γ のサンプルサイズは K とし、各サンプルに番号 k をつける。**3.(2)** と同様に、 $\gamma^k \in \Gamma$ が有する情報を $\xi^k = (\bar{i}^k, \bar{j}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k)$ と表記することとし、 $\Xi = \{\xi^k\}$ とする。また、 Γ を $I(I+1)NL/2$ 個の非交差的な集合 Γ_{ijnl} に分割する。 $\Gamma_{inl}, \Gamma_{ij}, \Gamma_i$ をそれぞれ $\Gamma_{inl} = \bigsqcup_{j=i}^I \Gamma_{ijnl}, \Gamma_{ij} = \bigsqcup_{n=1}^N \bigsqcup_{l=1}^L \Gamma_{ijnl}, \Gamma_i = \bigsqcup_{j=i}^I \Gamma_{ij}$ と定義する。また、 Γ_{ij} のサンプルサイズは K_{ij} とする。前回措置後判定が i であるサンプルのうち、劣化速度が大きいものに対して点検時措置が実施される確率が大きくなると考え、今回措置前判定 j と対応してサンプル欠損率が決まるようなサンプル欠損メカニズムに着目し、 Γ_{ij} 内でサンプル欠損率が一定であると考え、つまり、 i, j を固定したとき、欠損するサンプルの割合は添字 n, l の選び方に依らず一定であるとする。

図-6 に基づいて、サンプル欠損バイアスの発生のメカニズムおよび、以下で考察を行うサンプル欠損バイアス除去の手法の概念について述べる。 i を固定する。図-6 の左右の図はいずれも Γ_i を表しており、前回措置後判定が i であるサンプルに着目している。図は縦方向に $I-i+1$ 分割、横に NL 分割されており、それぞれの領域は Γ_{ijnl} を表す。また、左図において縦に青く塗られた領域は Γ_{inl} を、右図において横に赤く塗られた領域は Γ_{ij} を表す。実線の丸は点検データとして獲得された実測サンプルを、点線の丸は点検時措置の実

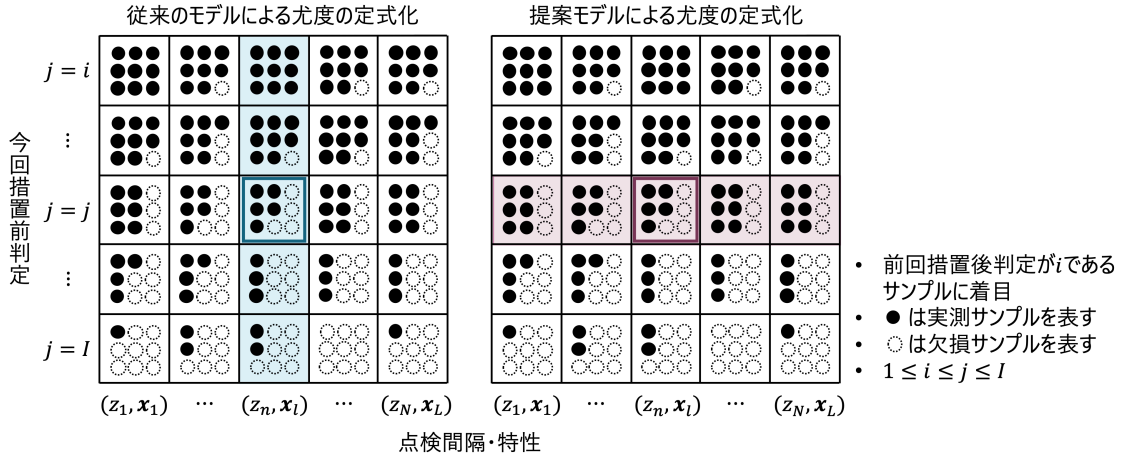


図-6 サンプル欠損バイアス発生のメカニズムと除去の手法の概念

施により欠損した欠損サンプルを表す。劣化速度が大きく、 j が大きいサンプルが欠損する割合が大きいため、 i, j を固定したときに欠損するサンプルの割合が n, l の選び方に依らず一定であることが確認される。

従来のモデルによる尤度は式 (13) に従う。式 (10) より、 i, n, l を与件として j が生起する条件付き確率を用いる。これは図-6 の左図において、 Γ_{inl} を与件として Γ_{ijnl} の要素が抽出される確率に相当するが、 j が大きくなるにつれ欠損サンプルの割合が大きくなることから、 Γ が完全サンプルであったとした場合、すなわち欠損サンプルが得られたと仮定した場合に比べて、 j が小さいサンプルが大きい確率で抽出される。そのため、ハザード率が過小に評価され、劣化速度も過小評価される。これがサンプル欠損バイアスの発生のメカニズムである。一方、右図にあるように、 Γ_{ij} を与件として Γ_{ijnl} の要素が抽出される確率に相当する確率を考慮することにより、 j が大きくなることで欠損するサンプルの割合が大きくなる影響を除去できる。この考え方に基づいたサンプル欠損バイアスの除去について以下に記す。

Γ_{ij} のそれぞれに対して、添字 n, l の同時生起確率を $P(z_n, \mathbf{x}_l | i, j)$ と表す。 $P(z_n, \mathbf{x}_l | i, j)$ は Γ_{ij} ごとに定義される。言い換えれば、 Γ_{ij} ごとにサンプル発生メカニズムが異なる。このとき、 Ξ は各 Γ_{ij} から確率 $P(z_n, \mathbf{x}_l | i, j)$ に従い、それぞれ K_{ij} 個ずつランダムに抽出されたものであると考えることができる。 τ_{post} における理論的な健全度分布 $P(j|i, \beta)$ は i に依存して変化する。 i, n, l を与件とした j の分布に関する条件付き確率密度関数 $P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l, \beta) = \pi_{ij}(z_n, \mathbf{x}_l | \beta)$ を用いれば $P(j|i, \beta)$ は

$$P(j|i, \beta) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l, \beta) \mu(z_n, \mathbf{x}_l | i) \quad (14)$$

と表される。ここに、 $\mu(z_n, \mathbf{x}_l | i)$ は Γ_i に占める Γ_{inl} の相対度数であり、 Γ に占める Γ_{inl} の相対度数 $\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)$

および Γ に占める Γ_i の相対度数 $\mu(i)$ を用いて

$$\mu(z_n, \mathbf{x}_l | i) = \frac{\mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)}{\mu(i)} \quad (15)$$

と表され、既知である。また、条件付き確率の定義から、 Γ から Γ_{ijnl} の要素がランダム抽出される確率 $f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l | \beta)$ は

$$f(i, j, z_n, \mathbf{x}_l | \beta) = P(j|i, \beta) P(z_n, \mathbf{x}_l | i, j, \beta) \mu(i) \quad (16)$$

と表される。また、式 (11), 式 (16) より

$$P(z_n, \mathbf{x}_l | i, j, \beta) = \frac{P(j|i, z_n, \mathbf{x}_l, \beta) \mu(i, z_n, \mathbf{x}_l)}{P(j|i, \beta) \mu(i)} \quad (17)$$

が成立する。 i, j を与件として添字 n, l が生起する条件付き確率 $P(z_n, \mathbf{x}_l | i, j, \beta)$ を用いることにより、ある i に対して j が大きいことにより欠損するサンプルの割合が大きくなる影響を除去でき、サンプル欠損を考慮した修正尤度を定義できる。 Ξ に対して、サンプル欠損を考慮した修正尤度 $\mathcal{L}(\Xi | \beta)$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\Xi | \beta) &= \prod_{k=1}^K P(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k | \bar{i}^k, \bar{j}^k, \beta) \\ &= \prod_{k=1}^K P(\bar{j}^k | \bar{i}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k, \beta) \mu(\bar{i}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k) \\ &\quad \cdot \prod_{i=1}^I \prod_{j=i}^I \{P(j|i, \beta) \mu(i)\}^{-K_{ij}} \quad (18) \end{aligned}$$

と定義される。また、 $\mu(\bar{i}^k, \bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k), \mu(i)$ は既知であり、定数であるために無視でき、式 (10) より式 (18) は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\Xi | \beta) &= \prod_{i=1}^I \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \pi_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k | \beta)^{\delta_{ij}^k} \\ &\quad \cdot P(j|i, \beta)^{-K_{ij}} \quad (19) \end{aligned}$$

と書き換えられる。さらに、 $\tilde{\pi}_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k | \beta)$ を

$$\tilde{\pi}_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k | \beta) = \frac{H_{j|i}}{P(j|i, \beta)} \pi_{ij}(\bar{z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k | \beta) \quad (20)$$

と定義すれば、式 (19) は

$$\mathcal{L}(\Xi|\beta) = \prod_{k=1}^K \prod_{i=1}^I \prod_{j=i}^I \tilde{\pi}_{ij}(z^k, \mathbf{x}^k|\beta)^{\delta_{ij}^k} \quad (21)$$

と等価となる。ここに

$$H_{j|i} = \frac{K_{ij}}{\sum_{j=i}^I K_{ij}} \quad (22)$$

である。\$H_{j|i}\$ は、\$\Gamma_{ij}\$ のサンプルサイズ \$K_{ij}\$ を用いて定義されるために、理論的な健全度分布 \$P(j|i, \beta)\$ と必ずしも一致しない。式 (20) に示すように、サンプル欠損を考慮した修正尤度 \$\tilde{\pi}_{ij}\$ は、完全サンプルが得られた場合の尤度 \$\pi_{ij}\$ に補正係数 \$\frac{H_{j|i}}{P(j|i, \beta)}\$ を乗ずることにより求まる。補正係数の分子は、前回措置後判定が \$i\$ であるサンプルのうち、今回措置前判定が \$j\$ に推移したサンプルの割合を示す観測される健全度分布を表す。一方、分母は式 (14) に基づいた理論的な健全度分布である。これにより、\$P(j|i, \beta)\$ から算出される確率密度が大きい健全度 \$j\$ から抽出されたサンプルには相対的に小さい補正係数が、逆に小さい健全度 \$j\$ から抽出されたサンプルには相対的に大きい補正係数が採用されることになる。言い換えれば、補正係数が 1 より小さい場合はサンプル欠損が生じており、1 より大きい場合はサンプル欠損が生じていないということである。

(4) シミュレーション

健全度 \$i < I\$ のハザード率が \$\theta_i\$ であるマルコフ劣化ハザードモデルを考える。マルコフ劣化ハザードモデルにおいては、健全度が \$i\$ から \$i+1\$ へ推移するために要する時間 \$Z_i\$ は指数分布 \$\text{EX}(\theta_i)\$ に従う。異なる健全度における状態推移は互いに独立であると仮定されているために、健全度が \$i \leq I - \eta\$ から \$i + \eta\$ へ推移するために要する時間 \$Z_{i, i+\eta}\$ は \$Z_{i, i+\eta} = \sum_{r=1}^{\eta} Z_{i+r-1}\$ である。その確率密度関数 \$f_{i, i+\eta}\$ は数学的帰納法により

$$\begin{aligned} & f_{i, i+\eta}(\zeta_{i, i+\eta}) \\ &= \int_0^{\zeta_{i, i+\eta}} f_{i, i+\eta-1}(t') f_{i+\eta-1}(\zeta_{i, i+\eta} - t') dt' \\ &= \prod_{r=i}^{i+\eta-1} \theta_r \sum_{r=i}^{i+\eta-1} \frac{\exp(-\theta_r \zeta_{i, i+\eta})}{\prod_{e=i, \neq r}^{i+\eta-1} (\theta_e - \theta_r)} \end{aligned} \quad (23)$$

と導かれる。また、累積分布関数 \$F_{i, i+\eta}\$ は

$$F_{i, i+\eta}(\zeta_{i, i+\eta}) = \prod_{r=i}^{i+\eta-1} \theta_r \sum_{r=i}^{i+\eta-1} \frac{1 - \exp(-\theta_r \zeta_{i, i+\eta})}{\theta_r \prod_{e=i, \neq r}^{i+\eta-1} (\theta_e - \theta_r)} \quad (24)$$

である。以上の結果より、健全度が 1 から \$j\$ へ推移するために要する時間 \$Z_{1, j}\$ が従う分布の確率密度関数と累積分布関数は、それぞれ式 (23)、式 (24) において \$i = 1, \eta = j - 1\$ として、\$f_{1, j}, F_{1, j}\$ である。

以上の結果を用い、マルコフ劣化ハザードモデルにおけるシミュレーションを行う。シミュレーション結果の下側 \$\alpha\%\$ 点に相当する寿命を得ることを考える。健全度が 1 から \$j\$ へ推移する劣化過程のシミュレーションは、確率密度が \$f_{1, j}\$ である乱数 \$d\$ を発生させることに相当する。この乱数の発生にあたっては、一様分布 \$v \sim \mathcal{U}(0, 1)\$ を累積分布関数の逆関数 \$F_{1, j}^{-1}\$ により写す逆関数法を用いればよく、具体的には

$$d = F_{1, j}^{-1}(v) \quad (25)$$

である。式 (25) に基づいて乱数を十分な回数発生させ、蓄積された結果の下側 \$\alpha\%\$ 点を得ればよい。一方で、本研究においては \$d\$ が従う確率密度関数と累積分布関数が \$f_{1, j}, F_{1, j}\$ と閉じた式として得られているために、\$F_{1, j}^{-1}(\alpha/100)\$ によっても同等の結果が得られるため、解析の簡略化を目的に \$F_{1, j}^{-1}(\alpha/100)\$ によるとする。

4. おわりに

本研究では、社会基盤施設に対する定期点検時に実施される簡易的な補修の効果を定量的に評価する手法を開発した。具体的には、マルコフ劣化ハザードモデルに基づき、サンプル欠損を考慮した劣化予測モデルを定式化した。その上で、簡易補修が実施される対象の劣化過程と比較対象となる劣化過程を推定し、これらを比較した。なお、提案した方法論に基づいた実証分析結果は、研究発表会当日に提示する予定である。

参考文献

- 1) 道路法施行規則第四条の五の五、平成二六年三月三十一日公布、七月一日施行
- 2) 阪神高速道路株式会社、阪神高速技術株式会社：道路構造物の点検要領、2018
- 3) 小林潔司、熊田一彦、佐藤正和、岩崎洋一郎、青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル、土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- 4) 津田尚嵐、貝戸清之、青木一也、小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定、土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 5) 加藤絵万、川端雄一郎、岩波光保、横田弘：港湾 RC 構造物の確率論に基づく保有性能評価の試行、土木学会論文集 E2, Vol.67, No.1, pp.150-159, 2011.
- 6) 仁平達也、渡辺忠明、滝本和志、笹谷輝勝、土屋智史、原夏生、谷村幸裕、岡本大：損傷履歴を考慮した修復部材の性能評価に関する一考察、土木学会論文集 E, Vol.65, No.4, pp.490-507, 2009.
- 7) 水谷大二郎、貝戸清之、小林潔司：階層ベイズ法による補修効果の事後評価、土木学会論文集 F4, Vol.69, No.3, pp.204-221, 2013.
- 8) 貝戸清之、小林潔司、青木一也、松岡弘大、混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計、土木学会論文集 D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
- 9) 小林潔司、小濱健吾：リスク・アセットマネジメントのための統計数理、電気書院、2019