

多産業集積立地モデルにおける 都市階層パターンの創発

小林 明生¹・赤松 隆²

¹ 学生員 東北大学 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06-408)

E-mail: akio.kobayashi.r2@dc.tohoku.ac.jp

² 正会員 東北大学教授 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06-408)

E-mail: akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp

現実の都市空間には頑健に成立するいくつかの実証的規則性が存在する。その中でも、都市階層原理はよく知られた規則性の1つである。ここで、都市階層原理とは大都市の産業が小都市の産業を含むという規則性である。都市階層原理が生じるメカニズムは、Christaller, Lösch らによる古典的中心地理論において説明されてきた。この中心地理論にミクロ経済学的基礎を与える試みが新経済地理学分野で行われてきたが、どのような構造の経済モデルならばその安定均衡解が都市階層パターンを示しうるかは未解明である。本研究では、多産業集積立地モデルの利潤関数が特定の条件を満たすならば都市階層パターンが創発するという仮説を提示する。そして、その条件を満たすモデルの確率安定解が都市階層パターンを示すことを確認する。

Key Words: *Central Place Theory, Urban Hierarchy Principle, Location of Industries, Agglomeration Economy, Stochastic Stability Analysis*

1. はじめに

(1) 背景

数多くの実証研究から、現実の都市空間にはいくつかの規則性が存在することが示されている。その中でも、都市階層原理 (*Urban Hierarchy Principle*) はよく知られた規則性の1つである。ここで、都市階層原理とは、大都市の産業の種類集合は小都市の産業の種類集合を含むという規則性である。

この都市階層原理が生じるメカニズムは Christaller¹⁾ や Lösch²⁾ らの示した古典的中心地理論によって説明されてきた。具体的には、中心地理論では多様な財が異なる産業の企業によって供給される。そして、幾何学的な考察により、ある財が供給される都市にはその財よりも商圏の小さい全ての財を供給する産業の企業が立地するという、都市階層原理が成立する都市階層パターンが示される。しかし、この理論では個々の企業の行動が考慮されておらず、ミクロ経済学的基礎が存在しない。

この問題に対して、中心地理論にミクロ経済学的基礎を与える試みが行われてきた。Eaton and Lipsey³⁾ は、消費者の複数財の購入行動によって企業の立地パターンが都市階層パターンを示すことを明らかにした。新経済地理学 (NEG) 分野において、Fujita et al.⁴⁾, Tabuchi and Thisse⁵⁾ は、Krugman⁶⁾ の Core-Periphery (CP) モデルを多産業に拡張し、都市階層パターンを示した。

高山・赤松⁷⁾ はコミュニケーション外部性を考慮した多産業集積立地モデルにおいて都市階層パターンを示している。

しかし、以上の全ての既往研究では、どのような構造の経済モデルならば、その安定均衡解が都市階層パターンを示しうるかが未解明である。加えて、Eaton and Lipsey, Fujita et al., Tabuchi and Thisse ではモデルの均衡解の安定性についても議論されていない。高山・赤松では局所安定解について議論しているが、2産業4都市の証明にとどまり、さらに局所安定解が複数存在しうるということが考慮されていない。

(2) 目的

本研究では、どのような構造の経済モデルが都市階層パターンを示すか明らかにすることを目的とする。具体的には、多産業集積立地モデルの利潤関数が特定の条件 (階層化条件) を満たすならば、その安定均衡解が都市階層パターンを示すという仮説を提示する。この階層化条件は第2章に詳細を示す。そして、確率安定性解析によって、階層化条件を満たす多産業集積立地モデルの安定均衡解が都市階層パターンを示すことを確認する。

(3) 本稿の構成

本稿の構成を示す。まず、第2章において階層化条件に関する仮説を示す。第3章では、階層化条件を満



図-1: 都市階層パターン

たす多産業集積立地モデルの定式化を行う。第 4 章では、このモデルの安定均衡解の解析方法を示す。具体的には、安定性の概念として確率安定性を採用する。第 5 章では、数値実験の結果を示す。ここで、階層化条件を満たすモデルが都市階層パターンを示すことを確認する。最後に第 6 章では、結論と今後の発展を述べる。

2. 階層化条件に関する仮説

多産業集積立地モデルの利潤関数が満たすべき条件(階層化条件)を明らかにするために、都市階層パターンを産業ごとに分解しよう。具体的には、図-1 のような以下の空間条件を満たす各産業のレイヤに分解される：

都市階層パターン

- P1.** 各産業の企業が、固有の周期を持つ多極型の空間分布を示す。
- P2.** 産業ごとに企業分布の周期 (i.e., 商圏) が異なる。
- P3.** 全産業の企業分布が同期する。

全空間条件の成立には各空間条件に対応した 3 条件をモデルが満たせば十分であるという仮説が立てられる。まず、距離に依存した分散力(大域分散力)が利潤関数に存在するならば階層化条件 **P1** が成立する。これは既往の経済地理モデル群に共通する性質であり、数学的に証明されている⁸⁾。距離に依存した分散力を持つモデルは、具体的には Krugman⁶⁾ や Pflüger⁹⁾、高山・赤松¹⁰⁾ 等が挙げられる。

この大域分散力のもとで企業分布の周期を変化させるパラメータは交通費用である。したがって、産業ごとに交通費用が異なるならば階層化条件 **P2** が成立すると予想される。

最後に、産業間の集積力が存在するならば、全産業が隣接し、階層化条件 **P3** が成立すると予想される。以上から、本研究では次の階層化条件を提示する：

仮説：階層化条件

- C1.** 産業内に距離に依存した分散力が存在する。
- C2.** 産業ごとに交通費用が異なる。
- C3.** 産業間に集積力が存在する。

本研究では、以上の階層化条件を満たす多産業集積立地モデルを提案する。そして、このモデルの安定均

衡解が都市階層パターンを示すことを数値実験により確認する。

3. 多産業集積立地モデル

本章では階層化条件を満たす多産業集積立地モデルの例を示す。具体的には、大域分散力として高山・赤松¹⁰⁾ による企業間の空間競争を導入し、産業間の集積力として立地点内の企業数に応じた集積の経済を導入する。

(1) 基本設定

離散な K 個の立地点が存在する都市を想定する。立地点の集合を $\mathcal{K} = \{0, 1, \dots, K-1\}$ とする。

立地主体は I 種類の産業に分類される企業である。産業の集合を $\mathcal{I} = \{0, \dots, I-1\}$ とし、産業 $i \in \mathcal{I}$ の総企業数は一定数 $N^{(i)}$ とする。産業 i の企業の空間分布を $\mathbf{n}^{(i)} \equiv (n_k^{(i)})_{k \in \mathcal{K}} \geq 0$ と表現する。以降では、これを満足する全産業の企業分布 $\mathbf{n} = (\mathbf{n}^{(i)})_{i \in \mathcal{I}}$ の集合を、 $\mathcal{N} \equiv \{\mathbf{n} \in \mathbb{R}_+^n \mid \sum_{k \in \mathcal{K}} n_k^{(i)} = N^{(i)} \forall i \in \mathcal{I}\}$ と表現する。

企業は自らの利潤を最大化するように立地点を選択する。企業分布 \mathbf{n} を所与とした場合に各立地点において産業 i の企業が得る利潤を $\Pi^{(i)}(\mathbf{n}) = (\Pi_k^{(i)}(\mathbf{n}))_{k \in \mathcal{K}}$ とする。全産業の利潤は $\Pi = (\Pi^{(i)})_{i \in \mathcal{I}}$ と表現する。この利潤関数に階層化条件を組み込む。

(2) 階層化条件を満たす利潤関数の定式化

階層化条件を満たす分散力・集積力を考える。まず、階層化条件 **C1** に対応した分散力として、高山・赤松^{10),7)} による企業間の空間競争を導入する。具体的には、各立地点に一定数 m 存在する消費者が、各産業の財の購入地点について総交通費用 $\tau c(k, l)$ に従い logit 型を選択を行うと仮定する。ここで τ は交通費用、 $c(k, l)$ は立地点 k, l 間の空間距離を表す。これにより、立地点 k を選択した産業 i の企業の立地点 l での財消費量 $q_{lk}^{(i)}$ は以下のように表される：

$$q_{lk}^{(i)} \equiv \frac{\exp[\eta^{(i)} \tau c(l, k)]}{\sum_{d \in \mathcal{K}} n_d^{(i)} \exp[\eta^{(i)} \tau c(l, d)]} m. \quad (1)$$

Logit モデルに現れるパラメータ $\eta^{(i)}$ は産業 i の商圏の広さを示す。パラメータ $\eta^{(i)}$ が大きければ商圏が狭く、小さければ商圏が広がる。ここで、階層化条件 **C2** を満たすため産業ごとに異なる商圏 $\eta^{(i)}$ を設定する。

最後に、階層化条件 **C3** に対応した集積力として、立地点の企業数 $\bar{n}_k \equiv \sum_{i \in \mathcal{I}} n_k^{(i)}$ に応じた集積の経済を導入する。

以上より，利潤関数 $\Pi_k^{(i)}$ が以下のように定まる：

$$\begin{aligned} \Pi_k^{(i)}(\mathbf{n}) &\equiv \sum_{l \in \mathcal{K}} q_{lk}^{(i)} + \bar{n}_k \\ &= \sum_{l \in \mathcal{K}} \frac{\exp[\eta^{(i)} \tau c(l, k)]}{\sum_{d \in \mathcal{K}} n_d^{(i)} \exp[\eta^{(i)} \tau c(l, d)]} m + \bar{n}_k. \end{aligned} \quad (2)$$

(3) 均衡条件

多産業集積立地モデルの均衡状態は，以下の条件が同時に満たされた状態である：

$$\begin{cases} \Pi^{*(i)} - \Pi_k^{(i)}(\mathbf{n}) = 0 & \text{if } n_k^{(i)} > 0 \\ \Pi^{*(i)} - \Pi_k^{(i)}(\mathbf{n}) \geq 0 & \text{if } n_k^{(i)} = 0 \end{cases} \quad \forall k \in \mathcal{K}, i \in \mathcal{I} \quad (3)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} n_k^{(i)} = N^{(i)} \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (4)$$

ここで， $\Pi^{*(i)}$ は内生的に決定する均衡利潤である．

式 (3) は企業の立地選択に関する無裁定条件である．各産業において，企業が立地選択に関して均衡状態にあるならば，どの企業も立地点変更の動機を持たない．式 (4) は各産業における企業数の保存則である．

4. 確率安定性解析

本章では，以上の提案モデルの安定均衡解が都市階層パターンを示すことを確認する．本研究では，安定性の概念として確率安定性を採用する．局所安定性がよく知られているが，局所安定解は複数存在しうる．対して，確率安定解は大域的に唯一であり，都市階層パターンを理論的に明瞭に示すことができる．

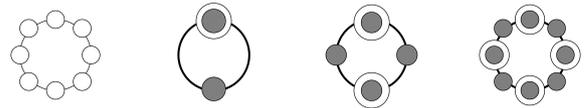
(1) 確率安定性とポテンシャル関数

確率安定状態とは，離散的・確率的な動的調整過程の定常状態において，連続的・確定的極限をとったときの定常確率が正となる状態である．

確率安定解の特定は，全ての状態 \mathbf{n} についてその定常確率を調べる必要があるため，通常困難である．しかし，多産業空間競争モデルの利潤関数に存在するポテンシャルを利用することで確率安定解は容易に特定可能である．Sandholm¹¹⁾によると，ポテンシャル関数が大域的に最大の状態が確率安定状態である．したがって，均衡解を列挙しポテンシャル関数値を比較することで確率安定解を特定できる．

多産業空間競争モデルは，利潤関数のベクトル場のヤコビ行列が対称となるためポテンシャル関数が存在し，以下の命題が得られる：

命題 1. 多産業モデルの空間均衡状態は，企業分布 $\mathbf{n} \equiv$



(a) 円周都市 (b) 2極・1極 (c) 4極・2極 (d) 分散・4極

図-2: 円周都市と対称集積パターンの例 (2産業8都市)

$[n_k^{(i)}]$ の変数を持つ最適化問題の解と一致する：

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{n}} \quad & Z(\mathbf{n}) = \int_{\mathbf{0} \rightarrow \mathbf{n}} \mathbf{\Pi}(\boldsymbol{\omega}) d\boldsymbol{\omega} \\ & = m \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \log\left(\sum_{l \in \mathcal{K}} d_{kl}^{(i)} n_l^{(i)}\right) + \frac{1}{2} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \bar{n}_k n_k^{(i)} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \quad \bar{n}_k = \sum_{i \in \mathcal{I}} n_k^{(i)} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \quad (6)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} n_k^{(i)} = N^{(i)} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (7)$$

$$n_k^{(i)} \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, i \in \mathcal{I}. \quad (8)$$

ここに， $\mathbf{\Pi} \equiv (\mathbf{\Pi}^{(i)})_{i \in \mathcal{I}}$ である．

Sandholm¹¹⁾によると，モデルの均衡条件を満たす集合は，ポテンシャル最大化問題の Karush-Kuhn-Tucker 条件を満たす状態の集合と一致する．この証明は付録 I に示す．

(2) 確率安定解の特定アルゴリズム

以上で述べたように，確率安定解は均衡解を列挙しポテンシャル関数値を比較することで特定可能である．

本研究では，図-2a に示す円周都市において対称性の高い均衡解が創発する特性を利用し，対称集積パターン近傍を初期値とした進化ダイナミクスの停留点として得られる均衡解を列挙する．ここで，対称集積パターンとは，各産業の企業分布が周期倍分岐に対応する極数であり，各立地点における各産業の企業数が等しい立地パターンである．図-2b-2d に 2 産業 8 都市の場合の対称集積パターンを例示する．図中の黒丸，白丸が各産業の立地点を示している．対称集積パターンは 2 産業 8 都市であれば，各産業 1, 2, 4, 8 極の極数の企業分布を組み合わせ，同期した立地パターンである．

進化ダイナミクスとは，進化ゲーム理論における均衡解への動的な調整過程である．より具体的には，本研究では式 (9) に示すスミス・ダイナミックを適用し，

Smith¹²⁾に基づき数値計算を行う。

$$\begin{aligned} \dot{n}_k^{(i)} \equiv & \sum_{l \in \mathcal{K}} n_l^{(i)} [\Pi_k^{(i)}(\mathbf{n}) - \Pi_l^{(i)}(\mathbf{n})]_+ \\ & - n_k^{(i)} \sum_{l \in \mathcal{K}} [\Pi_l^{(i)}(\mathbf{n}) - \Pi_k^{(i)}(\mathbf{n})]_+ \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{where } [y]_+ \equiv \max(y, 0.0) \quad (10)$$

スミス・ダイナミックでは各企業が動的に現在の立地点と他の立地点を比較し、利潤に従い立地点の選択を行う。Sandholm¹¹⁾によると、このダイナミックの停留点は均衡条件を満たし、局所安定である。

列挙された全ての均衡解のポテンシャル関数値を計算し、ポテンシャルを最大化する均衡解を選択することで、確率安定解の特定が可能である。したがって、次のようなアルゴリズムで確率安定解を特定可能である。

確率安定解の特定アルゴリズム

- Step.1 モデル・パラメータの入力**
モデル・パラメータ $I, K, m, \eta^{(i)}, \mu^{(i,j)}, N^{(i)}$ を入力する。
- Step.2 均衡解の列挙**
対称集積パターンを列挙し、各パターン近傍を初期値として進化ダイナミクスの停留点を数値的に求め、均衡解として保存する。
- Step.3 ポテンシャル関数値の計算**
各均衡解のポテンシャル関数値を計算する。
- Step.4 確率安定解の出力**
ポテンシャルが最大の均衡解を確率安定解として出力する。

ここで、Step.2 の対称集積パターンについて、以下の条件を満たす対称集積パターンを列挙する：

- 各産業について 1 産業モデルとみなした場合、ポテンシャル関数値が最大となる対称集積パターンの極数、またはその極数より 1 段階小さい極数の企業分布である
- 下位産業の極数が上位産業の極数以上の大きさ (i.e., 産業 i の極数 $p^{(i)}$ とすると、 $p^{(0)} \geq p^{(1)} \geq \dots \geq p^{(I)}$) である

これは、全対称集積パターンを列挙すると、産業数、都市数の増加に対して対称集積パターンの数が計算可能なほど増加してしまうためである。

この対称集積パターンの限定方法の妥当性について、付録 II において検証を行う。具体的には、数値実験の結果より、進化ダイナミクスの停留点の極数は確率安定解の極数周辺である。そして、1 産業モデルの確率安定解の極数周辺に多産業モデルの確率安定解が存在する。さらに、多産業モデルの確率安定解の極数は、産業間集積力のために 1 産業モデルの確率安定解の極数以下の大きさになる。加えて、大域分散力のみが存在

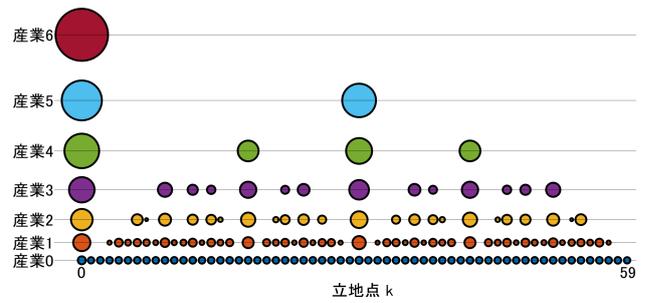


図-3: 確率安定解：7 産業 60 都市

するモデルのもとで、交通費用の減少に対し企業分布の極数は小さくなる⁸⁾。したがって、この限定方法が妥当であると示される。

5. 数値実験

本稿では、7 産業 60 都市における確率安定解を確認し、都市階層パターンが再現されるか検証する。モデル・パラメータを $m = 840.0, \eta^{(0)} = 1.0, \eta^{(1)} = 0.27, \eta^{(2)} = 0.17, \eta^{(3)} = 0.12, \eta^{(4)} = 0.06, \eta^{(5)} = 0.04, \eta^{(6)} = 0.01, N^{(i)} = 60.0 \forall i \in \mathcal{I}, \tau = 20.0$ とした。

図-3 は 7 産業 60 都市の確率安定解である。横軸を立地点 k として企業分布を示す。ただし、図中の丸の大きさは企業数 $n_k^{(i)}$ の大きさに比例する。

都市階層パターンがモデル・パラメータによらず再現されることが図-3 より確認できる。すなわち、以下の空間条件 **P1-P3** が満たされている。**P1**) 各産業の企業が、固有の周期を持つ多極型の空間分布を示す。**P2**) 産業ごとに企業分布の周期 (i.e., 商圏) が異なる。**P3**) 全産業の企業分布が同期する。特に、空間条件 **P3** が強固に満たされていることがわかる。具体的には、産業 4 が 12 極、産業 5 が 8 極を示しているが、産業 5 が等間隔に立地せず、全産業の企業分布が同期している。

本稿では省略するが、モデル・パラメータを変更した場合にも確率安定解は都市階層パターンを示した。

6. おわりに

本研究ではまず、多産業集積立地モデルの利潤関数が以下の階層化条件を満たすならば、都市階層パターンが創発するという仮説を提示した。**C1**) 産業内に距離に依存した分散力が存在する。**C2**) 産業ごとに交通費用が異なる。**C3**) 産業間に集積力が存在する。具体的には、都市階層パターンを産業のレイヤに分解し、その空間条件を考察することで仮説を示した。この階層化条件は様々な経済モデルに対し適用可能である。

さらに、階層化条件を満たす多産業集積立地モデル

の確率安定解が都市階層パターンを示すことを確認した。既往研究において、多産業、多都市のケースは安定均衡解が複数存在するために分析が困難であった。本稿では、確率安定性の採用により、大域的に唯一な安定均衡解の選択が可能となった。

今後の発展として、都市階層パターンを示すモデルにおける Zipf's law の再現が挙げられる。ここで Zipf's law とは、都市規模の頻度分布が冪乗分布に従うという規則性である。近年、都市階層パターンと Zipf's law の関連が明らかになった。例えば、Hsu¹³⁾ では都市階層パターンを示すモデルへの確率論的枠組みの導入により、Zipf's law が再現された。本研究の提案モデルではどのようなパラメタ・セットならば Zipf's law が成立するか、現在調べている。

付録 I 命題 1 の証明

命題 1 に示した最適化問題の KKT 条件が均衡条件と等価であることを示す。式 (6) の最適化問題のラグランジアン関数を以下のように定義する：

$$L(\mathbf{n}, \Pi^*) = Z(\mathbf{n}) + \sum_{i \in \mathcal{I}} \Pi^{*(i)} \left(N^{(i)} - \sum_{k \in \mathcal{K}} n_k^{(i)} \right) \quad (I.1)$$

$$\text{s.t. } n_i \geq 0, \Pi^{*(i)} \geq 0 \quad (I.2)$$

ただし、 $\Pi^* \equiv (\Pi^{*(i)})_{i \in \mathcal{I}}$ はラグランジュ乗数である。このラグランジアン関数の 1 階条件は、

$$\begin{cases} n_k^{(i)} \cdot \frac{\partial L}{\partial n_k^{(i)}} = 0 \\ n_k^{(i)} \geq 0, \frac{\partial L}{\partial n_k^{(i)}} \leq 0 \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K} \quad (I.3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Pi^{*(i)}} = N^{(i)} - \sum_{k \in \mathcal{K}} n_k^{(i)} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (I.4)$$

$$\text{where } \frac{\partial L}{\partial n_k^{(i)}} = \Pi^{(i)}(\mathbf{n}) - \Pi^{*(i)} \quad (I.5)$$

である。

式 (I.3) は企業の立地選択の空間均衡条件 (3) と一致する。式 (I.4) は企業の数量保存則 (4) と等価である。

付録 II 確率安定解の特定アルゴリズムの妥当性

本章では、確率安定解の特定アルゴリズムにおいて、対称集積パターンの限定方法が妥当であるか確認する。

(1) 全対称集積パターンを列挙した場合の確率安定解の候補

2 産業 8 都市のケースについて、全対称集積パターンを列挙した場合の確率安定解の候補を確認する。まず、交通費用 τ に対する確率安定解の変化を図-4 に示す。

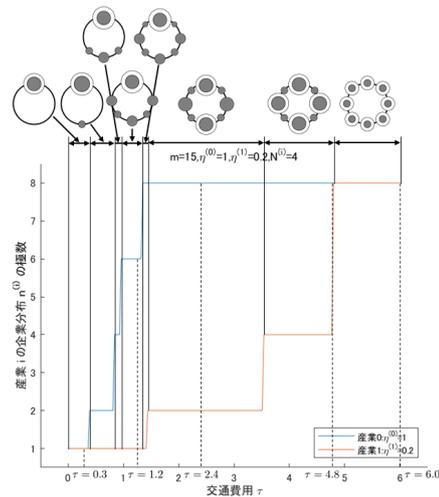


図-4: 2 産業 8 都市の確率安定解：交通費用 τ に対する各産業の極数の変化

表-1: 確率安定解の候補：2 産業 8 都市のケース

| τ | 初期値 | 停留点 | 確率安定解 |
|--------|---------------------|---------|---------|
| 0.3 | 全パターン | 1 極・1 極 | 1 極・1 極 |
| 1.2 | 全パターン | 6 極・1 極 | 6 極・1 極 |
| 2.4 | 全パターン | 分散・2 極 | 分散・2 極 |
| 4.8 | 1 極・4 極 - 分散・4 極 | 分散・4 極 | 分散・4 極 |
| | その他 | 分散・分散 | |
| 6.0 | 全パターン | 分散・分散 | 分散・分散 |

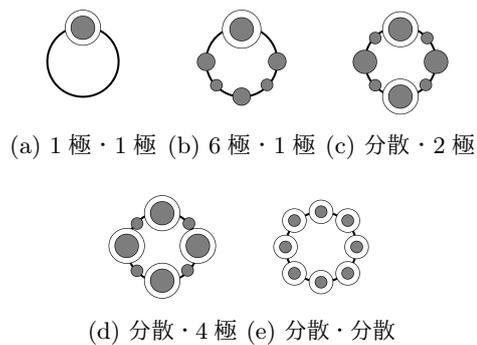


図-5: 確率安定解の候補

横軸に交通費用 τ ，縦軸に各産業の企業分布 $\mathbf{n}^{(i)}$ の極数を示す。各領域に対応した確率安定解の模式図を併記する。次に、各破線部の交通費用 τ における確率安定解の候補と、その時の確率安定解を表-1 にまとめる。

ほとんどの対称集積パターンが確率安定解の極数に近い極数の停留点に至る。さらに、確率安定解と同じ極数の対称集積パターンから確率安定解が得られている。

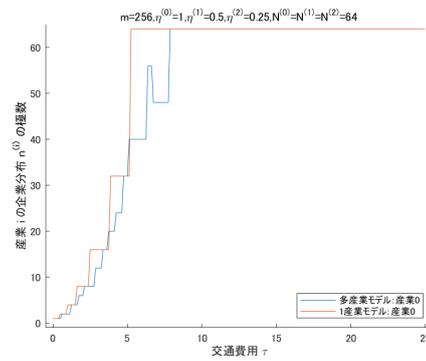
(2) 1 産業モデルと多産業モデルの確率安定解の比較

次に、3 産業 64 都市について 1 産業モデルと多産業モデルの確率安定解の極数の比較を行う。図-6 は横軸に交通費用 τ ，縦軸に産業 i の企業分布の極数をとり、交通費用 τ に対する各産業の極数の変化を示している。

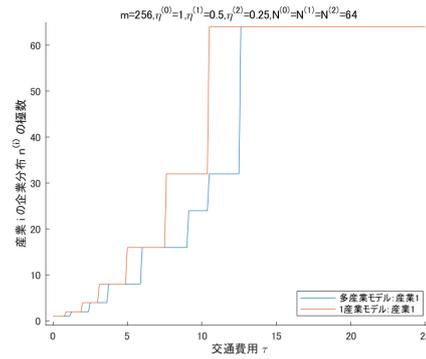
1 産業モデルと多産業モデルの確率安定解の極数はおおむね一致する。また、極数の遷移領域において極数にずれが生じているが、多産業モデルの極数の方が小さい。これは、多産業モデルは産業間集積力が加わるために 1 産業モデルよりも集積力が大きいからである。

参考文献

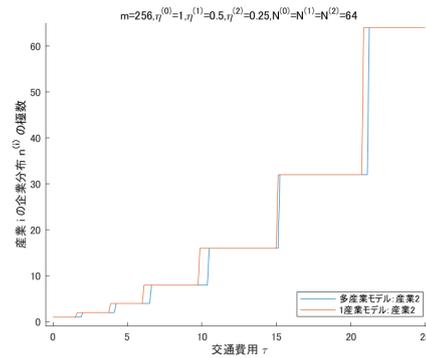
- 1) Christaller, W.: *Central Places in Southern Germany*, translated by C.W.Baskin, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ., 1933.
- 2) Lösch, A.: *The Economics of Location*, translated by W. Woglom, New Haven, CT: Yale University Press, 1940.
- 3) Eaton, B. C. and Lipsey, R. G.: An Economic Theory of Central Places, *The Economic Journal*, Vol.92, No.365, pp.56-72, mar 1982.
- 4) Fujita, M., Krugman, P., and Mori, T.: On the Evolution of Hierarchical Urban Systems, *European Economic Review*, Vol.43, No.2, pp.209-251, 1999.
- 5) Tabuchi, T. and Thisse, J.-F.: Self-organizing Urban Hierarchy, *CIRJE Discussion Paper No. F-414 (revisited January 4, 2008): Center for International Research on the Japanese*, Citeseer, 2008.
- 6) Krugman, P.: Increasing Returns and Economic Geography, *Journal of Political Economy*, Vol.99, No.3, pp.483-499, 1991.
- 7) 高山雄貴，赤松隆：一次元空間における産業構造の階層化メカニズム：コミュニケーション外部性を考慮した多産業立地モデルの分岐解析，*土木計画学研究・論文集*，Vol.27, pp.285-295, 2010.
- 8) Akamatsu, T., Mori, T., Osawa, M., and Takayama, Y.: Spatial Scale of Agglomeration and Dispersion: Theoretical Foundations and Empirical Implications, *RIETI Discussion Paper Series*, pp. 17-E-125, 2017.
- 9) Pflüger, M.: A Simple, Analytically Solvable, Chamberlinian Agglomeration Model, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.34, No.5, pp.565-573, 2004.
- 10) 高山雄貴，赤松隆：空間競争を考慮した Social Interaction モデルによる複数都心の創発，*土木学会論文集 D3 (土木計画学)*，Vol.67, No.1, pp.1-20, 2011.
- 11) Sandholm, W. H.: *Population Games and Evolutionary Dynamics*, MIT press, 2010.
- 12) Smith, M. J.: The Existence and Calculation of Traffic Equilibria, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.17, No.4, pp.291-303, 1983.



(a) 産業 0



(b) 産業 1



(c) 産業 2

図-6: 1 産業モデルと多産業モデルの確率安定解の比較

- 13) Hsu, W.-T.: Central Place Theory and City Size Distribution, *The Economic Journal*, Vol.122, No.563, pp.903-932, 2012.

(2020. 3. 8 受付)

EMERGENCE OF THE URBAN HIERARCHICAL PATTERN
ON A MULTI-INDUSTRY AGGLOMERATION LOCATION MODEL

Akio KOBAYASHI and Takashi AKAMATSU