

公的資金の限界費用の内生的変化を考慮した 最適補修施策

嶋 万希音¹・河野 達仁²・水谷 大二郎³

¹非会員 東北大学 情報科学研究科人間社会情報科学専攻（〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-3-09）

E-mail:makine.shima.t4@dc.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学教授 情報科学研究科人間社会情報科学専攻（〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-3-09）

E-mail:kono@plan.civil.tohoku.ac.jp

³正会員 東北大学助教 災害科学国際研究所（〒980-0845 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉468-1）

E-mail:mizutani@irides.ac.jp

社会基盤施設の維持管理には多額の費用が必要となるため、維持管理主体の財政制約を考慮することが重要である。財政制約を考慮すると公的資金の限界費用（MCF）が社会厚生に影響を与える。本研究では財政制約を考慮し、補修施策による社会厚生の変化を比較することで最適な補修施策を決定する。社会厚生関数の差を整理することにより社会基盤施設の補修においてMCFが社会厚生に及ぼす影響を示す計測式が求められた。それにより維持管理に伴う迂回費用と補修費用に基づくライフサイクル費用最小化による補修施策の決定は間違いであることを示す。そこで、MCFが最適補修施策の決定にどのように影響を及ぼすかを示す。

Key Words : *optimal maintenance & rehabilitation, preventive maintenance, corrective maintenance, marginal cost of funds, social welfare*

1. はじめに

先進国を含め各国では第二次世界大戦後に整備された社会基盤施設の耐久期間が終わりに近づいている。ニューディール政策で一足早く社会基盤施設が整備されたアメリカでは1980年代からメンテナンスが追いついておらず、1983年にアメリカ・コネチカット州のマイアナス橋が落橋し、死者3人が出た。最近でもアメリカ・ペンシルベニア州のI-70跨道橋落橋（2005）、アメリカ・ミネソタ州ミネアポリスの35W号橋の落橋（2007）と老朽化による落橋が相次いでいる。アメリカだけではなく、台湾宜蘭県の南方澳跨港大橋の落橋（2019）も死者や行方不明者を出している。

すでに老朽化が進展している橋梁は多数あり、その維持管理費用もかさんでいる。アメリカで現在供用されている橋梁を補修するだけでも1,230億ドル¹⁾が必要だとされている。日本では国土交通省が管理する社会基盤施設の維持管理費用に5.2兆円/年²⁾が充てられている。令和元

年度の一般会計歳出は約101兆円³⁾であり、維持管理費用がその約5%を占めていることがわかる。

予防保全は事後保全よりも維持管理費用の総額を低減できると考えられており、国土交通省が管理する社会資本の維持管理・更新費用は2048年に予防保全で6.2兆円/年（平均値）、事後保全で11.6兆円/年（平均値）²⁾と、大きな差があると試算されている。したがって、補修施策は維持管理費用を決める大きな要因であり、その最適化は重要な課題である。

実務においても研究においても社会基盤施設の最適補修施策はライフサイクル費用の最小化を目的として考えられている。

小濱他（2012）⁴⁾は劣化過程を考慮し単一の社会基盤施設に対してライフサイクル費用を最小にする補修・廃棄施策を提案している。実際に自治体が管理するのは複数の施設であるので単一の施設に対する補修施策では不十分である。小林他（2017）⁵⁾は社会基盤施設を管理する団体の財政制約を考慮せず、複数の社会基盤施設に焦

点を当ててライフサイクル費用の最小化を目的としている。Karen Smilowits & Samer Madanat (2000)⁶⁾は予算制約を考慮したうえで橋梁のライフサイクル費用の最小化をしている。ここで考慮している制約は1橋毎に対して予算の上限値を与えるというものである。現実では複数の橋梁に対して予算が与えられるものである。Waheed Uddin et al. (2013)⁷⁾, Alvin S. Goodman & Makarand Hastak (2015)⁸⁾, Hojjat Adeli & Kamal C. Sarma (2006)⁹⁾では、社会基盤施設のライフサイクル費用の最小化に加え、費用対便益比について考えられているものの、費用の調達や財政制約については考えられていない。

社会基盤施設の補修施策を含め、政策は税金を費やして実施されるものである。したがって、政策の決定において費用の最小化のみでは不十分であり、社会厚生が最大となるように政策を決定すべきである。

さらに、多数の社会基盤施設の補修施策を考えるときに多額の費用がかかることを踏まえると、施設を管理する団体の財政制約の考慮は欠かせない。その年度の施設の劣化状態によって補修費用に対する支出が変化する。それに合わせて補修費用以外の支出（以降、その他の支出）を調整することが想定される。その他の支出としては社会保障費や教育費などがあげられる。

施設を管理する団体の財政制約を考慮すると公的資金の限界費用（以降、MCF : Marginal Cost of Funds）が社会厚生に影響を与える。財政収入が変わらないことを考える場合、補修費用の増減に伴うその他の公共支出の増減で家計の効用が変化する。その他の支出の変化額に対する効用の変化（貨幣単位）の割合がMCFである。

費用調達のために税率を上げる場合であってもMCFは発生する。例えば、所得税の限界費用については別所他 (2003)¹⁰⁾によって1.0~1.2の損失額があると推計されている。すなわち、例えば1億円の公的資金を所得税から得ようとする1.0~1.2億円の社会的損失を引き換えにするとということになる。税率を変更せず、予算内で配分を変化させる場合、財政が厳しい自治体では1.2を超えることも十分に考えられる。本研究では税率を変更しないで最適補修施策を決定することを考える。

MCFを考慮して社会基盤施設の整備やメンテナンス費用を、社会厚生を最大にするように調達する研究は複数存在する。道路整備・メンテナンス財源の収支制約のもと税率や道路料金の最適化を行っている研究は森杉・河野 (2012)¹¹⁾やKono et al. (2019)¹²⁾が挙げられる。森杉・河野 (2012)¹¹⁾ではMCFを考慮して高速道路料金の最適化を行っている。Kono et al. (2019)¹²⁾ではMCFを考慮して自動車関連税と道路料金の同時最適化を行っている。財政支出がもともになる社会基盤施設の整備を考えるにあたって、最適補修施策の決定にMCFの考慮は不可欠である。

そこで、以上の問題意識のもとに本研究でMCFを考慮して社会厚生を最大化する橋梁の最適補修施策を決定することとする。具体的には、橋梁の補修施策によって変化する社会厚生関数の比較により、MCFが最適補修施策の決定において影響を及ぼすことを示す計測式を求める。それにより維持管理に伴う迂回費用と補修にかかる工事費用のみの計算では不十分であることを示す。さらにMCFが最適補修施策の決定にどのように影響を及ぼすかを示す。以下、2.では本研究で用いたモデルについて記述する。3.では社会厚生関数の比較から得られた最適補修施策の候補とMCFが与える影響について示す。

2. モデル

A, Bの2種類の橋梁がそれぞれ1橋ずつ伸びている居住エリア(n) (図-1) がN個存在するある都市を対象に社会厚生分析を行う。都市には異質な家計H世帯が暮らしている。時点tを離散として動的に社会厚生を考える。

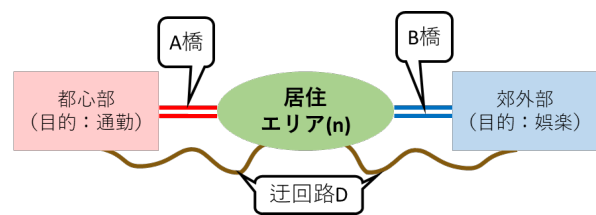


図-1 居住エリア(n)のイメージ図

(1) 橋梁の劣化

本研究では小林他 (2017) を参考に、橋梁の劣化の程度を3段階の健全度（I~III）を用いて表す。健全度IIでの補修を予防保全、健全度IIIでの補修を事後保全とする。健全度の分布は状態確率ベクトルで与えられ、マルコフ推移確率に従って時間的に変化するものとする。橋梁の健全度によって補修費用や補修にかかる期間が決定される。ここでは橋梁の数が十分多く、健全度の状態確率ベクトルも一定の、定常状態と仮定している。そのとき時点によらず補修費用や補修期間は一定となる。どの健全度以上で補修するかをA橋とB橋の補修施策の組み合わせ(a, b) (表-1) として与え、最も社会厚生を大きくする補修施策を最適補修施策とする。

(2) 社会厚生関数

都市内に居住する各家計は所得制約と時間制約の中で効用を最大化する。所得制約には支出として財消費、交通の費用、迂回費用、貯蓄、所得税を考え、収入には労働所得と前期の貯蓄を考える。時間制約は労働時間と余暇時間と交通の時間の合計が利用可能時間と一致する。最大化する効用関数には交通による効用と余暇時間によ

る効用と財消費による効用とその他の支出（補修費用以外の支出）による効用を考える。異質な家計を対象としているものの、この効用関数は準線形効用関数であるので異質な家計を考えても同質な家計と同様に効用の集計が可能である。

政府は財政制約の下でその他の支出の支出額を選択し、社会厚生を最大化する。財政制約には支出として補修費用とその他の支出を考え、収入として所得税収入と補助金を考える。間接効用関数と財政制約式から社会厚生関数をラグランジェ方程式の形で表す。ここでラグランジェ乗数 φ はMCFを表す。

表-1 補修施策の組み合わせ

補修施策(a, b)	A橋 (補修対象健全度)	B橋 (補修対象健全度)
(pr, pr)	予防保全 (Ⅱ, Ⅲ)	予防保全 (Ⅱ, Ⅲ)
(pr, co)	予防保全 (Ⅱ, Ⅲ)	事後保全 (Ⅲ)
(co, pr)	事後保全 (Ⅲ)	予防保全 (Ⅱ, Ⅲ)
(co, co)	事後保全 (Ⅲ)	事後保全 (Ⅲ)

a : A 橋の補修施策 b : B 橋の補修施策
 pr : 予防保全 (preventive maintenance)
 co : 事後保全 (corrective maintenance)

3. 最適補修施策の分析

本研究では補修施策(a, b)実施時に最大化された社会厚生 $\Phi_{(a,b)}$ と補修施策(co, co)実施時に最大化された社会厚生 $\Phi_{(co,co)}$ を比較する。条件を揃えた状態で補修施策(co, co)よりも社会厚生額が大きく、その差が最も大きい補修施策が最適補修施策となる。

補修施策(a, b)の社会厚生関数から補修施策(co, co)の社会厚生関数を引いて整理すると以下の計測式が示された。計測式は現在行われているナイーブな計算方法との比較が容易であり、MCFが影響することが明らかになっている。

$$\Phi_{(a,b)} - \Phi_{(co,co)} = \left[\begin{aligned} & -\sum_{i=1}^I \bar{w}^i \bar{T}_D \left(\sum_K \sum_{m=1}^{\text{III}} E_{(k)m}^K \bar{x}_{K^m} - \sum_K \sum_{m=1}^{\text{III}} E_{(co)m}^K \bar{x}_{K^m} \right) \\ & -\sum_{i=1}^I \bar{f}^i \bar{l}_D \left(\sum_K \sum_{m=1}^{\text{III}} E_{(k)m}^K \bar{x}_{K^m} - \sum_K \sum_{m=1}^{\text{III}} E_{(co)m}^K \bar{x}_{K^m} \right) \\ & - \left(\sum_K C_{(k)}^K - \sum_K C_{(co)}^K \right) \\ & -\sum_{i=1}^I \bar{\tau} \bar{T}_D \sum_K \int_{(co,co)}^{(a,b)} (\varphi(G_{(p,q)}) - 1) d \sum_{m=1}^{\text{III}} E_{(k)m}^K \bar{x}_{K^m} \\ & - \int_{(co,co)}^{(a,b)} (\varphi(G_{(p,q)}) - 1) \sum_K dC_{(k)}^K \end{aligned} \right]$$

計測式の右辺1行目が迂回時間損失の差、2行目が迂回にかかる燃料損失の差、3行目が補修費用の差、4行目が

所得税の歪みを通して現れる迂回時間の価値の変化分、5行目がMCFによる3行目（補修費用の差）の追加的な費用を表している。4行目と5行目からMCFが社会厚生に影響を及ぼすことが明らかである。また、財政制約を考慮していない場合 ($\varphi = 1$) では4行目と5行目が0になり、維持管理に伴う迂回費用と補修にかかる工事費用のみで計算すればよいことが示される。これまでの試算はこの $\varphi = 1$ に相当すると考えられる。

予防保全の時と事後保全の時の迂回回数の差の正負と労働時間の差の正負を条件として4つのケース（表-2）に分けて分析する。社会厚生関数の中ではA橋に関する項とB橋に関する項が対称であるのでA橋とB橋の迂回回数の正負が逆転しているケースを考えなくても一般性は失われない。補修費用については予防保全が事後保全よりも維持管理費用の総額を低減できると考えられているため、負の条件のみ設定している。

表2のケースごとに社会厚生を比較すると補修施策の個々の候補ごとに、当該施策が最適補修施策となるための必要十分条件（表-3）が整理できる。表-3からA橋、B橋ともに予防保全の施策(pr, pr)が常に最適補修施策となるとは限らないということがわかる。今回分析しなかった、A橋とB橋の迂回回数の差の正負が逆転しているケースを分析した場合、表-3中のケース2とケース3の必要十分条件がAcの正負によるものとなり、最適補修施策(pr, co)が(co, pr)に代わる。

迂回回数の差や補修費用の差が社会厚生に与える影響を分析する。迂回回数の差や社会厚生差での社会厚生関数の微分から、橋の（予防保全時の迂回回数）－（事後保全時の迂回回数）が小さくなればなるほど、（ある補修施策の社会厚生）－（補修施策(co, co)の社会厚生）が大きくなる。また、橋の（予防保全の補修費用）－（事後保全の補修費用）が小さくなればなるほど、（ある補修施策の社会厚生）－（補修施策(co, co)の社会厚生）が大きくなる。ここでMCFは迂回回数差や補修費用差の社会厚生差への影響を強めている。つまり、ケース2, 3では最適補修施策の決定にMCFが関係することがわかる。

MCFの社会厚生への影響を見るために、MCFである φ で計測式を微分すると式(2)が得られる。

$$\frac{\partial (\Phi_{(a,b)} - \Phi_{(co,co)})}{\partial \varphi(G_{(p,q)})} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{r^i} \left[\begin{aligned} & -\sum_{i=1}^I \bar{\tau} \bar{T}_D \left(\int_{(co,co)}^{(a,b)} d \sum_{m=1}^{\text{III}} E_{(p)m}^A \bar{x}_{A^m} + \int_{(co,co)}^{(a,b)} d \sum_{m=1}^{\text{III}} E_{(q)m}^B \bar{x}_{B^m} \right) \\ & - \int_{(co,co)}^{(a,b)} dC_{(p)}^A - \int_{(co,co)}^{(a,b)} dC_{(q)}^B \end{aligned} \right] \tag{2}$$

式(2)において、1行目はケースの条件や、迂回回数の値によって正負が異なり、2行目は本研究での仮定では

常に正となる。ここからMCFの大きさが変化することによって最適補修施策が変わりうることがわかる。数値計算によって最適補修施策の変更があり得るのかを確認する。ケース2の条件において、税収入規模を変化させることによってMCF=1, 2, 5のとき補修施策の組み合わせごとの社会厚生を比較した(表-4)。

MCF=1ではA橋が予防保全, B橋が事後保全という施策が最適補修施策となり, MCF=2, 5ではA橋もB橋も予防保全という施策が最適補修施策となった。したがって, 条件によってMCFが社会厚生に与える影響が変化し, 最適補修施策の決定に影響を与えることが示された。

表-2 ケース条件一覧

(pr)-(co)	1	2	3	4
A橋の迂回回数	負	負	負	正
B橋の迂回回数	負	正	正	正
労働時間	正	正	負	負
補修費用	負	負	負	負

表-3 最適補修施策と必要十分条件

ケース	最適補修施策	必要十分条件
1	(pr, pr)	-
2	(pr, pr)	$B_c > 0$
	(pr, co)	$B_c < 0$
3	(pr, pr)	$B_c > 0$
	(co, co)	$B_c < 0$
4	(pr, pr)	$A_c > 0 \text{かつ} B_c > 0$
	(pr, co)	$A_c > 0 \text{かつ} B_c < 0$
	(co, pr)	$A_c < 0 \text{かつ} B_c > 0$
	(co, co)	$A_c < 0 \text{かつ} B_c < 0$

A_c (B_c): A (B) 橋の補修費用の差+A (B) 橋の迂回費用の差

表-4 ケース2における社会厚生と最適補修施策

MCF (ϕ)	(pr, pr)-(co, co) (百万円/年)	(pr, co)-(co, co) (百万円/年)	最適補修施策
1	3,756	3,878	(pr, co)
2	14,239	13,420	(pr, pr)
5	88,999	83,875	(pr, pr)

4. 結論

本研究では, 社会基盤施設を管理する団体の財政制約を明示的に考慮することによって, 最適補修施策が財政制約未考慮の場合とは異なることを示した。迂回回数や労働時間の条件によって最適補修施策になりうる補修施策は異なり, さらにMCFを含むパラメータの値によって最適補修施策は変化する。社会基盤施設の最適補修

策を決定するにあたり, 補修費用のみの比較では不十分であることが示唆される。

謝辞

本研究のテーマは, 大阪大学 貝戸清之先生と著者らメンテナンス研究について議論しているときに思いついたものである。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) American, Society, of, Civil, Engineers(2020). : 2017 Infrastructure Report Card. Bridges.
<https://www.infrastructurereportcard.org/>
- 2) 国土交通省 : 第 20 回メンテナンス戦略小委員会 (第 3 期第 2 回) 配付資料 参考資料 1, p.2-3, 2018,
<http://www.mlit.go.jp/common/001231388.pdf>.
- 3) 財務省 : 財政に関する資料, 令和元年度一般会計歳出・歳入の構成 (通常分+臨時・特別の措置), 2020
https://www.mof.go.jp/tax_policy/summary/condition/a02.htm
- 4) 小濱健吾, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司, 福田泰樹 : 劣化過程を考慮した最適廃棄・補修モデル, 土木学会論文集 F4 (建設マネジメント), pp.141-156, 2012.
- 5) 小林潔司, 中谷昌一, 大迫湧歩, 安倍倉完 : 橋梁の劣化速度の異質性を考慮した補修戦略プロファイリング, 土木学会論文集 D3(土木計画学), Vol.73, No.4, pp.201-218, 2017.
- 6) Karen, Smilowitz. and Samer, Madanat. : Optimal Inspection and Maintenance Policies for Infrastructure Networks. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering 15, pp.5-13, 2000.
- 7) Waheed, Uddin. W. Ronald, Hudson. and Ralph, Haas. : Public Infrastructure Asset Management, Second Edition, McGraw Hill Professional, 2013.
- 8) Alvin, S. Goodman. and Makarand, Hastak. : Infrastructure Planning, Engineering, and Economics, Second Edition. McGraw Hill Professional, 2015.
- 9) Hojjat, Adeli. and Kamal, C. Sarma. : Cost Optimization of Structures Fuzzy Logic, Genetic Algorithms, and Parallel Computing, Wiley, 2006.
- 10) 別所俊一郎, 赤井伸郎, 林 正義 : 公的資金の限界費用, 日本経済研究 47 号, pp.1-19, 2003.
- 11) 森杉壽芳, 河野達人 : 道路整備財源調達に伴う厚生損失を考慮した高速道路料金の効率的水準, 日本経済研究 67 号, pp.1-20, 2012.
- 12) Tatsuhito, Kono. Yohei, Mitsuhiro. and Jun, Yoshida. : Simultaneous Optimization of Multiple Taxes on Car Use and Tolls Considering the Marginal Cost of Public Funds in Japan, Japanese Economic Review, pp.1-37, 2019.

(2020.?? 受付)