

# 鉄道 Fundamental Diagram に基づく 高頻度運行鉄道システムの理論解析

瀬尾 亨<sup>1</sup>・和田 健太郎<sup>2</sup>・福田 大輔<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 東京大学助教 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

E-mail: seo@civil.t.u-tokyo.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 筑波大学准教授 (〒 305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)

<sup>3</sup>正会員 東京工業大学准教授 (〒 152-8552 目黒区大岡山 2-12-1)

高頻度運行鉄道システムにおいては、乗客の乗降時間がシステムの効率に大きな影響を及ぼす。本論文では、その影響について一般的な知見を得るための理論の解説と分析を行う。まず、著者らの先行研究で提案された鉄道 Fundamental Diagram (FD) について概説する。鉄道 FD とは、定常的に運行されている鉄道システムにおける列車流率 (編成/時)、列車密度 (編成/km)、乗客流率 (人/時) の間に成り立つ 3 次元的関係である。そして、単純な鉄道運行モデルと乗客乗降モデルのもとで理論的に導出された鉄道 FD の性質を解説する。さらに、本研究による新たな結果として、乗降時間が乗降客数に応じて加速度的に増加する場合の鉄道 FD を導出し、その状況では先行研究の単純な場合と異なり旅客流率を最大化する列車運行間隔が存在するという知見を得た。

**Key Words:** urban transit system, high frequent operation, fundamental diagram

## 1. はじめに

東京都心部のような人口密集地区における通勤では、高頻度運行鉄道システムが非常に重要な役割を果たしている。しかし、そのような鉄道には混雑の影響により頻繁に遅延が発生するという問題がある。高頻度運行鉄道システムでは列車・旅客・駅の間で複雑な相互作用があり、遅延の原因の特定と解消や最適な運行形態の導出が難しい。

そのため、既往研究では、高頻度運行鉄道システムの分析にあたってはマイクロシミュレーションを用いた手法が広く用いられており<sup>1)~4)</sup>、特定の状況下での問題解決に役立てられている。しかし、このようなアプローチでは、シミュレーションの再現性を高めるためには詳細なデータに基づくキャリブレーションが必要であるほか、政策変数と結果の間の因果関係が不明瞭なため、得られた結論を一般化するのは困難である。

本研究では、上記既往研究とは全く異なる高頻度運行鉄道システムの分析方法論を提案する。すなわち、鉄道システムの巨視的な交通状態の間に成り立つ関係、鉄道 Fundamental Diagram (FD) に基づく分析である。本方法論では、比較的単純なマイクロな鉄道運行モデルと旅客乗降モデルを仮定したうえで、その条件下で列車流率、列車密度、旅客流率の間に成り立つ関係を理論的に導出し、その性質を分析する。長所として、因果関係が明確である点、計算が容易である点が挙げられる

ため、(モデルの仮定が妥当とみなせれば) 高頻度運行鉄道システムについて一般的な知見が見いだせる可能性がある。また、鉄道 FD は道路交通における FD<sup>5)</sup> や Macroscopic FD (MFD)<sup>6)</sup> に類似する概念である。そのため、道路交通における FD の出発時刻選択問題への適用<sup>7)</sup> と類似のアプローチを採用すれば、動的な通勤問題を一般的に扱えると期待される。短所としては、単純なマイクロモデルを仮定しているため、細かい運行形態の差異の考慮が困難な点や、モデルの現実性に議論が必要な点が挙げられる。

本論文の目的は、高頻度鉄道運行システムの鉄道 FD について整理・分析し、高頻度鉄道運行システムについての理論的知見を得ることである。そのために、**第 2 章**でモデル全体の枠組みを提示し、**第 3 章**で著者らの既往研究<sup>8),9)</sup> で導出された線形乗降時間モデルに基づく FD をレビューし、最後に**第 4 章**で本研究独自の貢献である非線形乗降時間モデルに基づく FD を導出し、それらの性質を考察する。

## 2. 準備

### (1) 記法

本論文で通して用いる数学的記法は以下の通り：

$q$  列車流率 (変数) . 単位は veh/h

$k$  列車密度 (変数) . 単位は veh/km

$q_p$  乗客流率 (変数) . 単位は pax/h

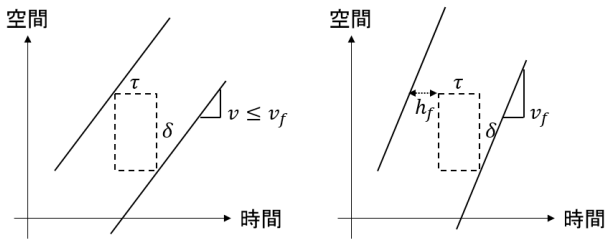


図-1: Newell の追従モデル

- $v$  列車走行速度 (変数). 単位は km/h
- $h_f$  自由流時の余裕車頭時間 (変数). 単位は h
- $\bar{v}$  運行平均速度 (変数). 単位は km/h.  $q \equiv k\bar{v}$  が成り立つ.
- $H$  列車車頭時間 (変数). 単位は h.  $H \equiv 1/q$  が成り立つ.
- $n_p$  駅での待ち乗客数 (変数). 単位は pax.  $n_p \equiv q_p/q$  が成り立つ.
- $v_f$  自由走行速度. 単位は km/h
- $\tau$  Newell モデルの反応時間. 単位は h
- $\delta$  Newell モデルの最小車頭距離. 単位は km
- $T_b(n_p)$  乗客乗車モデル. 乗客  $n_p$  人が乗車するときの乗降時間
- $\mu_p$  乗客の列車への乗車流率容量. 単位は pax/h
- $r$  乗客乗車モデルの高次項の係数. 単位は pax
- $g_b$  列車の駅での余裕停車時間. 単位は h
- $l$  駅間距離. 単位は km

(2) ミクロな運行モデル

駅間での列車走行挙動が Newell の追従モデル<sup>10)</sup> によって記述されるとする. 本モデルは, 車両は前車両との安全時間間隔  $\tau$ , 安全距離  $\delta$  をともに満たしつつ, 希望走行速度  $v_f$  以下の最大速度で走行すると仮定したモデルである (なお, 速度変化は一瞬でなされると仮定している). そのため, 本モデルは移動閉塞を表現したものと解釈できる. 本モデルを仮定すると, 二つの列車の車頭間隔は下式で記述される:

$$H = t_b + \tau + \frac{\delta}{v} + h_f \quad (1)$$

ここに,  $t_b$  は列車の駅での待ち時間,  $v$  は列車駅間速度,  $h_f$  は余裕車頭時間である. 図-1 に Newell の追従モデルを図示する.  $v = v_f$  かつ  $h_f > 0$  のとき, 列車は車頭時間に余裕を持たせつつ希望走行速度で走行しており, 鉄道システムが自由流状態にあるという.  $v < v_f$  かつ  $h_f = 0$  のとき, 列車は車頭時間に余裕がなく減速を強いられており, 鉄道システムが渋滞状態にあるという.  $v = v_f$  かつ  $h_f = 0$  のとき, 鉄道システムが臨界状態にあるという.

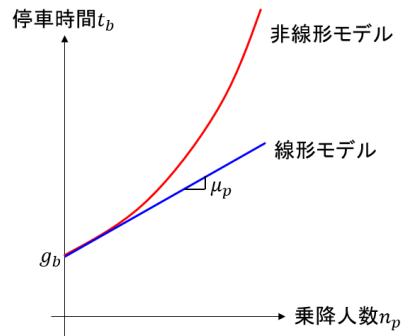


図-2: 乗降時間モデル

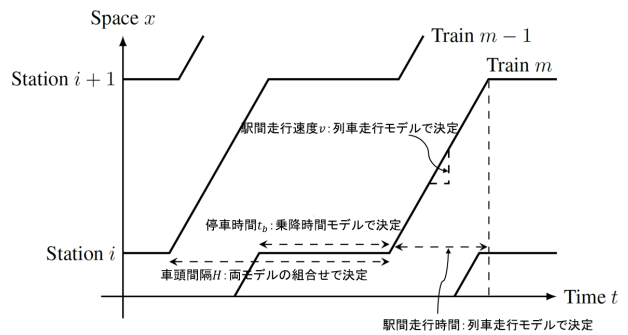


図-3: 乗降時間モデル

列車の駅での待ち時間は, その列車にその駅で乗降車する旅客人数  $n_p$  の関数として

$$t_b = T_b(n_p) \quad (2)$$

と記述できると仮定する. 関数  $T_b$  は単調増加関数とする. 図-2 に関数の例を図示する. 本モデルは, 乗車人数が多ければ多いほど停車時間が大きくなることを意味しており, 現実的といえる. ただし, 他の列車の運行状況に応じた停車時間調整は考慮できず, また, 駅で待っている全ての旅客が列車に乗車するため, 若干現実と異なる. なお, 列車の車頭間隔が  $H$ , 旅客の駅への到着流率が  $q_p$  のとき,

$$n_p = Hq_p = q_p/q \quad (3)$$

が成り立つ.

両モデルを組み合わせると, 鉄道運行モデルとなる. 本モデルでは, 駅間の列車の挙動は式 (1) で, 駅での停車時間は式 (2) で決定され, これらを合わせると鉄道運行状況が求められる. 図-3 に鉄道運行の時空間図を例示する.

(3) 巨視的な交通状態

鉄道システムの巨視的な交通状態量を

- 列車流率  $q$ : 単位時間当たり通過する列車編成数

- 列車密度  $k$ : 単位距離当たり存在する列車編成数
- 運行速度  $\bar{v}$ : 列車の駅間走行時間と駅停車時間を共に考慮した平均運行速度
- 旅客流率  $q_p$ : 駅当たりで単位時間当たり到着する旅客流率

と定義する。なお、 $q_p$  は鉄道システムが捌ける旅客流率である。同時に、旅客需要も意味する。これは、乗降時間モデルにおいて、鉄道システムは旅客需要を全て捌く（旅客は最初に到着した列車に必ず乗車する）ことを仮定しているためである。現実には、駅に到着した旅客需要を捌けずに駅で待つ旅客が発生する場合もあるが、これは本研究では考慮しない。

恒等式  $q \equiv k\bar{v}$  が成り立つため、鉄道システムの独立な状態量は  $q, k, q_p$  といえる。ある鉄道システムの状態は、その  $k$  が小さいほど鉄道運行コストが小さく、 $q_p$  が大きいほど大量の需要を捌け、 $\bar{v}$  が大きいほど旅行時間が短くなり、交通システムとして良いといえる。

(4) 定常状態

鉄道システムの定常状態を

- モデル変数 ( $T_b, v_f, \tau, \delta$ ) が一定である
- 全ての隣接駅間距離  $l$  が等しい。また、 $l > \delta$  が成り立つ
- 路線長が十分に長い
- 全ての列車は全ての駅に停車する
- 全ての列車の運行時間間隔  $H$  が等しい
- 全ての列車の駅間走行速度  $v$  が等しい
- 全ての駅への乗客到着流率  $q_p$  が等しい

が全て満たされる状態と定義する。図-4 に定常状態の例を図示する。

定常状態における列車流率  $q$ , 列車密度  $k$ , 列車平均速度  $\bar{v}$  を Edie の定義<sup>11)</sup> により求めると、

$$q = \frac{1}{H} \tag{4}$$

$$k = \frac{T_b(q_p/q) + l/v}{lH} \tag{5}$$

$$\bar{v} = \frac{l}{T_b(q_p/q) + l/v} \tag{6}$$

となる。なお、式 (5) は列車数保存則

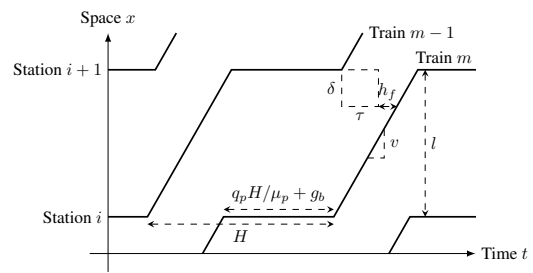
$$H = \frac{T_b(q_p/q) + l/v}{kl} \tag{7}$$

と等価である。

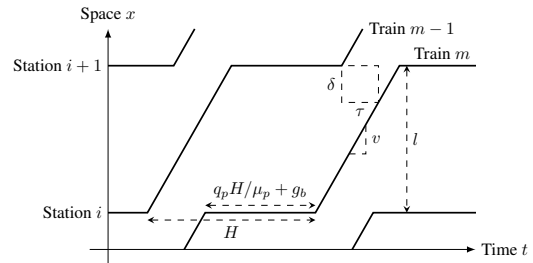
(5) 鉄道 FD

定常状態のもとで、鉄道システムの状態 ( $q, k, q_p$ ) の間に成り立つ関係を鉄道 FD と定義する。これは典型的には

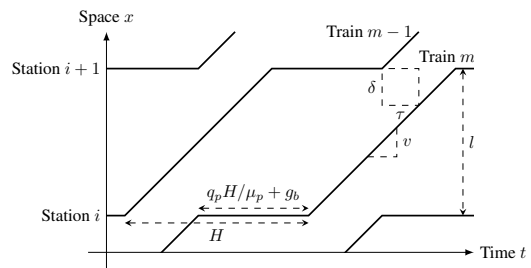
$$q = Q(k, q_p) \tag{8}$$



(a) 自由流状態:  $v = v_f, h_f > 0$



(b) 臨界状態:  $v = v_f, h_f = 0$



(c) 渋滞状態:  $v < v_f, h_f = 0$

図-4: 定常状態の鉄道システムの時空間図 (図中、停車時間  $t_b$  が第 3 章の線形時間モデルで表現されている)

と表現できる。その意味は、ある列車編成数 ( $k$  に比例) の鉄道システムで駅当たり流率  $q_p$  の旅客需要が与えられたとき、実現する列車流率  $q$  および列車平均速度  $\bar{v} \equiv q/k$  を求める関数と解釈できる。列車編成数を鉄道システムの供給、駅当たり旅客流率をその需要と捉えれば、鉄道 FD は鉄道システムのマクロな性能を表す関数と解釈でき、道路交通における MFD と同様の役割を果たすと考えられる。

実は、前節までの条件に適切な乗降時間モデル  $T_b$  の仮定を加えると、鉄道 FD を解析的に導出できる。すなわち、式 (1), (5) の 2 本の式を連立させた方程式系の解が FD である。この方程式系の未知変数は  $q, k, q_p, v, h_f$  の 5 個である。よって、一般に以下がいえる：

**自由流時**  $v = v_f$  なので、式 2 本の連立 4 元方程式が得られる。よって、解の自由度は 2、すなわち曲面になる。

**臨界時**  $v = v_f, h_f = 0$  なので、式 2 本の連立 3 元方程式が得られる。よって、解は曲線になる。

渋滞時  $h_f = 0$  なので、式 2 本の連立 4 元方程式が得られる。よって、解は曲面になる。

### 3. 鉄道 FD：乗降時間が線形の場合

乗降時間モデル  $T_b$  を線形と仮定したときの鉄道 FD を導出し、その性質を考察する。本章は瀬尾ら<sup>8),9)</sup>の結果を要約したものである。なお、結果の導出過程は煩雑なため省略する。

#### (1) 仮定

乗降時間モデルについて、関数  $T_b$  をテイラー展開し二次項以降を無視すると下式を得る。

$$T_b = \frac{n_p}{\mu_p} + g_b \quad (9)$$

これは、停車時間は乗車流率容量が一定値  $\mu_p$  の下で旅客が乗車に要する時間と、安全確認などに要する最低停車時間  $g_b$  の和であることを意味する。通常のボトルネック部歩行者交通を考えると妥当なモデルといえる。ただし、非常に混雑した鉄道では車内混雑による流率低下現象などが見られるため、そのような状況の再現性には限界がある。また、列車内の乗客収容人数に制限がない点も問題といえる。

#### (2) FD 式

式 (9) と式 (5) を連立すると FD 式が求まる。結果のみを述べると、

$$Q(k, q_p) = \begin{cases} \frac{lk - q_p/\mu_p}{g_b + l/v_f}, & \text{if } k < k^*(q_p) \\ -\frac{(l-\delta)g_b + \tau l}{(l-\delta)g_b + \tau l} (k - k^*(q_p)) + q^*(q_p), & \text{if } k \geq k^*(q_p) \end{cases} \quad (10)$$

ただし、 $q^*(q_p)$  と  $k^*(q_p)$  はある  $q_p$  のもとの臨界状態のそれぞれ流率、密度であり、

$$q^*(q_p) = \frac{1 - q_p/\mu_p}{g_b + \delta/v_f + \tau} \quad (11)$$

$$k^*(q_p) = -\frac{(l-\delta)/v_f - \tau}{(g_b + \delta/v_f + \tau)\mu_p l} q_p + \frac{g_b + l/v_f}{(g_b + \delta/v_f + \tau)l} \quad (12)$$

となる。

#### (3) 性質

前述した通り、FD は列車編成数 ( $k$  に比例) と旅客流率 ( $q_p$ ) が与えられたときに、運行頻度 ( $q$ ) と運行速度 ( $\bar{v} = q/k$ , FD 図中の傾き) を決定する関数である。

FD 式 (10) は一見複雑に見えるが、数学的には非常に単純な関係である。すなわち、 $q_p$  を固定すると、 $q$  は  $k$  の区分線形関数 (いわゆる三角形関数) となる。図-5 に、変数値を表-1 としたときの数値例を示す。前述の

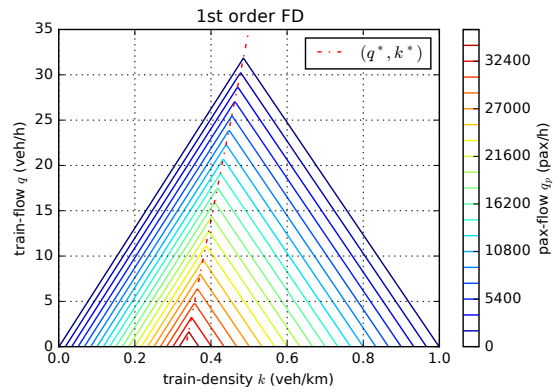


図-5: FD の数値例：線形乗降時間の場合

表-1: 数値例での FD の変数値

変数名	値
$v_f$	70 km/h
$\tau$	1/70 h
$\delta$	1 km
$\mu_p$	36000 pax/h
$g_b$	10/3600 h
$l$	3 km
$r$	10000 pax

通り、FD は  $q-k-q_p$  の三次元的関係であるが、図では、横軸  $k$ 、縦軸  $q$  とし、 $q_p$  が特定の値をとる等高線として FD を表現している。 $q$  と  $k$  の間の三角形の関係が良くわかる。

FD の定性的性質を以下に述べる。これらはいずれも FD 式から数学的に導出されたものであり、また図-5 の数値例でも容易に確認できるだろう。まず、車編成数が一定のとき、旅客需要が大きくなればなるほど運行頻度と運行速度が低下し、旅客需要が一定以上 ( $q_p \geq \mu_p$ ) になると運行が不可能になる。これは、旅客需要の影響で鉄道システムの速達性が低下する現象に相当する。以降の議論では、実行不可能な状態は考えないものとする。

次に、FD の三角形の左側が自由流状態、右側が渋滞状態、左右の境界線が臨界状態である。そして、ある旅客流率が与えられたとき、運行速度を最大化する列車密度が存在し、それは臨界状態の密度である。また、ある旅客流率をある運行速度で輸送する際、速度が臨界速度未満であれば、実行可能な列車密度・流率は二つある。そのうち一つは自由流状態であり、もう一つは渋滞状態である。それらの自由流状態と渋滞状態はともに同じ量の旅客流率を同じ速度で輸送しているが、



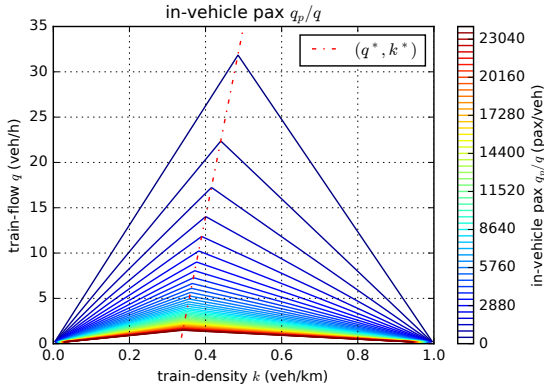


図-6: 列車内の乗客収容人数：線形乗降時間の場合

渋滞状態の方がより多くの列車を使っているため、非効率であるといえる。

このFDは運行速度が小さければ小さいほど捌け旅客流率が常に大きくなるという性質を持つ。具体的には、 $\bar{v} \rightarrow 0$  のとき  $q_p$  は上限値  $\mu_p$  に近づく。これは、ある程度の旅客流率までは、前述の通り需要増加に伴う効率低下と理解できるが、速度がゼロになるまで捌け旅客流率が増加し続けるのは非現実的であると思われる。この原因は、乗降率  $\mu_p$  が一定である点、および列車内の乗客収容人数に制限がない点である。

列車内の乗客収容人数は、各乗客のトリップ長が一定 ( $M$  駅とする) のとき、 $Mq_p/q$  と求められる。実は、 $q_p/q$  を固定したときの  $q$  と  $k$  の関係も求められ、それは図-6 に示す数値例のような三角形状である<sup>1</sup>。運行速度が小さいほど乗客収容人数が大きくなり、最終的に無限に発散する。また、ある旅客流率が与えられたとき、乗客収容人数が最小になるのは臨界状態である。なお、乗客収容人数に制限を設けるには、 $q_p/q$  が一定以上の状態は実行不可能であるとすればよい。

#### 4. 鉄道FD：乗降時間が2次式の場合

先ほどのモデルは乗降時間が乗車人数に対し線形と仮定されていた。一方、現実には、乗降時間は非線形、すなわち待ち乗客数に対して乗降時間が非線形に長くなると考えられる<sup>12)</sup>。本章では、この効果を考慮したFDを導出し、その性質を分析する。なお、前章と同様、結果の導出過程は煩雑なため省略する。

<sup>1</sup>  $q$  が小さい領域では等高線がプロットされていないが、実際には  $q_p/q$  の値は  $q = 0$  を除き定義されている。これは技術的問題(値が無限大に発散してしまうため)のためである。

#### (1) 仮定

乗降時間モデルについて、関数  $T_b$  をテイラー展開し三次項以降を無視すると下式を得る。

$$T_b(n_p) = g_b + \frac{1}{\mu_p} n_p + \frac{1}{\mu_p r} n_p^2 \quad (13)$$

ここで、 $r$  は2次項の弱さを表す係数(単位:pax)であり、 $n_p$  が  $r$  を超えると2次項の影響が支配的になると解釈できる。大きさは常識的には  $1 \ll r$  と考えられる。

#### (2) FD式

式(1), (5), (6), (13)を連立するとFD式が求められる。ただし、今回の場合、 $q = Q(k, q_p)$  を満たす一価関数  $Q$  は一般には存在せず、 $Q$  は多価関数になってしまう。代わりに、FDは  $q_p = Q_p(q, k)$  を満たす一価関数  $Q_p$  として表せる。具体的には、 $k < k^*(q_p)$  のとき

$$Q_p(q, k) = \frac{1}{2} \left( -rq + \sqrt{rq} \sqrt{rq - 4\mu_p(l/v_f + g_b)q + 4\mu_p lk} \right) \quad (14)$$

となり、 $k \geq k^*(q_p)$  のとき

$$Q_p(q, k) = \frac{1}{2} \left( -rq + \sqrt{rq} \sqrt{rq - 4\mu_p g_b q + \frac{4l\mu_p(1 - \delta k - \tau q)}{l - \delta}} \right) \quad (15)$$

となる。式(14)は式(5), (13)から、式(15)は式(1), (6), (13)からそれぞれ得られる。

#### (3) 性質

前述した通り、FDは列車編成数( $k$ に比例)と旅客流率( $q_p$ )が与えられたときに、運行頻度( $q$ )と運行速度( $\bar{v} = q/k$ , FD図中の傾き)を決定する関数である。ただし、線形乗降時間モデルに基づくFDとは異なり、 $Q$ は多価関数のため $q$ と $\bar{v}$ を一意には決定できず、ほとんどの場合には値の候補が二つある。

##### a) 数値例

まず、分かり易さのため、数値例を示す。FDの全体図を図-7に示す。用いる変数値は表-1と同じである。同じ変数値のときの線形乗降時間モデルに基づくFD(図-5)と比較すると、 $q$ が大きい場合は両者の違いは小さいが、 $q$ が小さくなるにつれて違いが大きくなる。また、列車内の乗客収容人数を図-8に示す。

##### b) 数理的性質とその含意

FDの定性的性質を以下に述べる。これらの性質はFD式から数学的に導出でき、また図-7の数値例で容易に確認できる。

まず、線形乗降時間FDと同様に、FDの左側が自由流状態、右側が渋滞状態、境界線が臨界状態である。臨界状態の $q, k$ には関係

$$q = \frac{l}{(l - \delta)/v_f - \tau} k - \frac{1}{(l - \delta)/v_f - \tau} \quad (16)$$

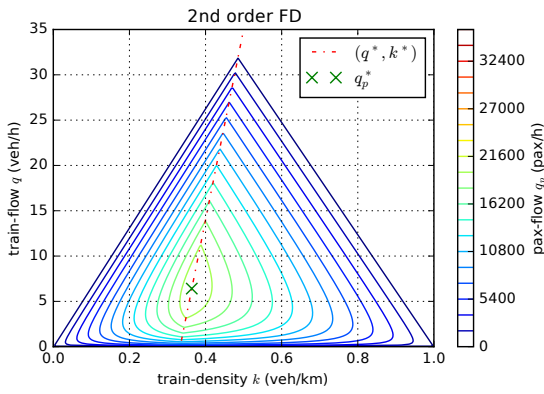


図-7: FD の数値例：非線形乗降時間の場合

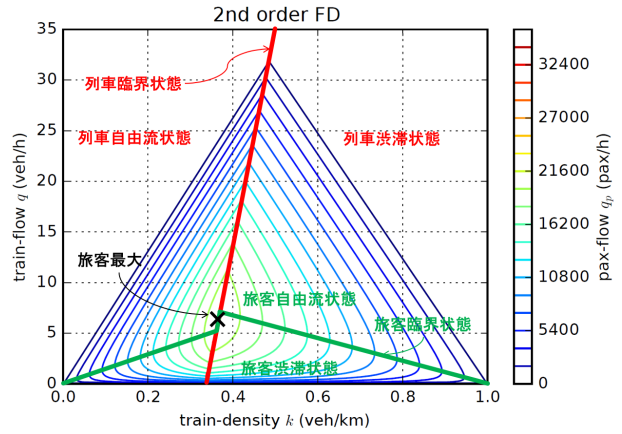


図-9: 非線形乗降時間 FD の領域

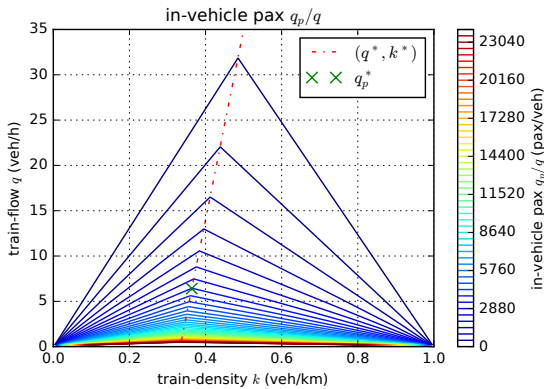


図-8: 列車内の乗客収容人数：非線形乗降時間の場合

が成り立ち、これは線形乗降時間 FD のそれと同じ関係である。一方で、線形乗降時間 FD と大きく異なる点として、 $k$  を固定し  $q$  を小さくしたとき、ある値までは  $q_p$  が大きくなるものの、ある値を超えると  $q_p$  が小さくなる点がある。これは、乗降時間が  $q_p$  について非線形に大きくなるためである。

より具体的に述べると、自由流状態のとき、ある  $k$  において  $q_p$  を最大化する  $q$  は  $k$  についての一次式で表せる。よって、 $q_p$  を最大化する自由流状態での平均速度  $\bar{v}$  は一定となる。渋滞状態のときも、ある  $k$  において  $q_p$  を最大化する  $q$  も  $k$  についての一次式で表せる。以上の結果から、ある  $k$  において  $q_p$  を最大化する  $q$  および  $\bar{v}$  が存在することがわかる。すなわち、列車数が一定の場合、特定の運行頻度を採用することで旅客流率を最大化できる。また、運行頻度を最適値より大きくすると、平均速度は大きくなる一方で旅客流率が小さくなる。逆に、運行頻度を最適値より小さくすると、平均速度も旅客流率も小さくなる。

$q_p$  の最大値  $q_p^*$  は

$$q_p^* = \frac{1}{1 + 2\sqrt{C_1/r}} \mu_p \quad (17)$$

である。ただし、定数  $C_1 = (g_b + \tau + \delta/v_f)\mu_p$  であり、 $1 - 4C_1/r > 0$  を仮定した ( $r$  は通常非常に大きいので、現実的と思われる)。この  $q_p$  は臨界状態において達成される。本 FD が線形乗降時間 FD と異なる点で最も重要なのは、旅客流率を最大化する状態が存在することといえる。

以上を踏まえると、本 FD は鉄道システムの状態が定性的に異なる 4 つの領域からなると解釈できる。図-9 にその領域を示す。FD の左側は列車自由流状態の領域であり、列車流率を固定したとき列車密度が大きいかほど旅客流率が大きくなる。FD の右側は列車渋滞状態の領域であり、列車流率を固定したとき列車密度が大きいかほど旅客流率が小さくなる。列車自由流・渋滞状態とは独立に、FD の上側は旅客自由流状態の領域であり、列車密度を固定したとき列車流率が小さいほど旅客流率が大きくなる。FD の上側は旅客渋滞状態の領域であり、列車密度を固定したとき列車流率が小さいほど旅客流率が小さくなる。また、それぞれの自由流・渋滞状態の境界線は臨界状態である。そして、列車・旅客両方の臨界状態上に、旅客流率を最大化する点が存在する。

列車自由流状態では、線形乗降時間 FD と同様に、列車密度が一定のとき旅客流率を大きくすると列車流率が小さくなる。これは旅客需要の増加に伴う速達性の低下現象と解釈できる。一方、旅客渋滞状態では、列車密度が一定のとき旅客流率を小さくすると列車流率が小さくなる。これは、列車流率の減少に伴う捌け旅客流率の低下現象と解釈できる（旅客需要の増加に伴う速達性の上昇ではない）。第 2.(3) 節で述べたように、本モデルでは捌け旅客流率と旅客需要は等価な概念だが、現実ではそれらは異なる概念なので、モデルの意味解釈に際しては注意が必要である。

## 5. おわりに

本論文では、高頻度運行鉄道システムにおける巨視的な交通状態量（列車流率，列車密度，旅客流率）の間に成り立つ関係，鉄道FDについて分析した。著者らの既往研究<sup>8),9)</sup>で導出された線形乗降時間モデルに基づくFDをレビューしたのち，本研究独自の貢献である非線形乗降時間モデルに基づくFDを導出し，それらの性質を考察した。その結果，モデルの仮定のもとでは，ある旅客流率を運ぶのに最適な列車台数・運行頻度が存在すること，乗降時間が非線形の場合には運べる旅客流率を最大化する運行状態が存在すること等が理論的に明らかになった。

今後の課題には以下が考えられる。まず，モデルをより現実的にするため，異質性（例：駅ごとに旅客需要が異なる場合）を考慮する必要がある。また，モデルの活用として動的な出発時刻選択問題への適用およびその最適化も有望である。モデルの動的なシミュレーションへの応用はすでになされているため<sup>8),9)</sup>，その拡張が可能と考えられる。最後に，モデルの実データに基づく検証も重要である。田園都市線やボストンメトロのデータを用いた検証の予備的な結果が報告されており<sup>13),14)</sup>，今後の展開が期待される。

**謝辞：**本研究は科学研究費補助金・基盤研究(B)「高頻度運行都市鉄道システムの統合解析モデルの構築」(代表：福田大輔，課題番号：17H03320)の助成を受けた。ここに謝意を表します。

(2019. 10. 4 受付)

### 参考文献

- 1) 仮屋崎圭司, 日比野直彦, 森地茂: 列車間隔に着目した運行遅延に関するシミュレーション分析, 土木学会論文

- 集 D3 (土木計画学), Vol. 67, No. 5, pp. I\_1001-I\_1010, 2011.
- 2) 岩倉成志, 日比野直彦, 仮屋崎圭司, 福田大輔, 森地茂, 川村孝太郎, 角田隆太, 富田拓未: 都市鉄道の列車遅延対策の定量的評価, 土木計画学研究・講演集, Vol. 50, 2014.
- 3) 小林渉, 岩倉成志: 駅構造を組み込んだ列車遅延シミュレーションの開発, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 72, No. 5, pp. I\_1067-I\_1074, 2016.
- 4) Robenek, T., Maknoon, Y., Azadeh, S. S., Chen, J., and Bierlaire, M.: Passenger centric train timetabling problem, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 89, pp. 107-126, 2016.
- 5) Greenshields, B. D.: A study of traffic capacity, in *Highway Research Board Proceedings*, Vol. 14, pp. 448-477, 1935.
- 6) Daganzo, C. F. and Geroliminis, N.: An analytical approximation for the macroscopic fundamental diagram of urban traffic, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 42, No. 9, pp. 771-781, 2008.
- 7) 桑原雅夫: 道路交通における出発時刻選択に関する研究解説, 土木学会論文集, No. 604/IV-41, pp. 73-84, 1998.
- 8) 瀬尾亨, 和田健太郎, 福田大輔: 高頻度鉄道システムの効率性解析のための Fundamental Diagram の提案, 土木計画学研究・講演集, Vol. 53, pp. 1780-1789, 2016.
- 9) Seo, T., Wada, K., and Fukuda, D.: Fundamental diagram of rail transit and its application to dynamic assignment, *arXiv preprint arXiv: 1708.02147*, 2017.
- 10) Newell, G. F.: A simplified car-following theory: a lower order model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 36, No. 3, pp. 195-205, 2002.
- 11) Edie, L. C.: Discussion of traffic stream measurements and definitions, in Almond, J. ed. *Proceedings of the 2nd International Symposium on the Theory of Traffic Flow*, pp. 139-154, 1963.
- 12) 北山由奈, 日比野直彦, 森地茂, 家田仁: ビデオ映像を用いた都市鉄道における駅停車時分増大の実態把握と抑制策への示唆, 土木計画学研究・講演集, Vol. 52, pp. 984-995, 2015.
- 13) Fukuda, D., Imaoka, M., and Seo, T.: Empirical investigation of fundamental diagram for urban rail transit using Tokyo's commuter rail data, in *TRANSITDATA2019: 5th International Workshop and Symposium*, 2019.
- 14) Zhang, J. and Wada, K.: Fundamental diagram of urban rail transit: An empirical investigation by Boston's subway data, in *hEART 2019: 8th Symposium of the European Association for Research in Transportation*, 2019.

## Transit fundamental diagram and its application to analysis of high frequency transit systems

Toru SEO, Kentaro WADA, and Daisuke FUKUDA