

行列木定理を用いた道路ネットワーク 評価方法の検討

光澤 駿治¹・中山 晶一朗²・山口 裕通³・小林 俊一⁴

¹学生会員 金沢大学大学院 自然科学研究科 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail:shunji0129@stu.kanazawa-u.ac.jp

²正会員 金沢大学教授 理工研究域 地球社会基盤学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail:nakayama@staff.kanazawa-u.ac.jp

³正会員 金沢大学助教 理工研究域 地球社会基盤学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail:hyamaguchi@se.kanazawa-u.ac.jp

⁴正会員 金沢大学准助教 理工研究域 地球社会基盤学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail:koba@se.kanazawa-u.ac.jp

我が国では大規模な地震や豪雨等の自然災害が多数発生する．このような緊急時における道路の接続性は災害後の復興支援において重要である．道路の接続性を確保し，強靱なネットワークを構築するためには事前にネットワークの信頼性を分析し，脆弱な部分を補強，対策することが重要である．

本研究では，行列木定理を用いて石川県の緊急輸送道路ネットワークの脆弱なリンクを算出する方法を提案する．従来のネットワークの信頼性・脆弱性の研究には連結度等の指標が用いられてきたが，本研究では脆弱性指標の新たな指標としてネットワークのスパニングツリーの減少率を採用している．この指標にはネットワークのラプラシアン行列を用いてネットワークのスパニングツリーと各リンクを切断した際のスパニングツリーの数との減少量を用いる．この指標の特徴として，スパニングツリーの算出は簡単な固有値の計算によって求めることができる．また，ネットワーク全体の中から重要なリンクを算出するためODの設定等を行わない．この提案手法を石川県の緊急輸送道路ネットワークを対象に分析を行い，手法の妥当性等について検討する．

Key Words : road network, connectivity, laplacian matrix, tree

1. はじめに

近年我が国では地震や豪雨といった大規模な自然災害が多発している．そのような災害時には道路や道路の周辺施設が破損・損傷し，道路ネットワークが寸断される恐れがある．災害発生後の復興支援には被災地と防災拠点の円滑な物資輸送が必要であり，そのためにネットワークが寸断されないようにネットワークの信頼性評価を行い事前に対策を行うことが望ましいと考える．日本では緊急時の道路輸送円滑を行うために，高速道路や国道などが緊急輸送道路として指定されており，各県の防災拠点や官公庁，病院等を結んでいる．災害時に緊急輸送道路の接続性が確保されていることで迅速な復興支援が可能となる．

ネットワークの信頼性評価の手法は数多く存在するが，本研究ではネットワークの信頼性指標として行列木定理によるスパニングツリーの減少率を提案する．スパニン

グツリーとは，ネットワーク内の全てのノードに最小のリンク数で接続できるリンクの組み合わせのことである．ネットワークのスパニングツリーの数は任意のリンクが分断されると減少する．この減少数が多いほど切断されたリンクは重要度が高いと考え，ネットワークのスパニングツリーの数と各リンクを切断したときのスパニングツリーの数の差分を信頼性指標として用いる．この指標はネットワークの構造的にクリティカルなリンクを求めることができ，各リンクに接続するノードの次数が考慮されている．

本稿ではまずネットワークのスパニングツリーの数を求める方法を説明する．次に石川県の緊急輸送道路ネットワークで分析を行い，最後に橋梁やトンネル等の道路施設の管理データも合わせて優先的に対策すべき道路施設の順位についても検討する．

2. リンクの評価方法

(1) ラプラシアン行列と固有値

ネットワークのラプラシアン行列について説明する。道路ネットワークにおけるリンク・ノードの関係は隣接行列で表現できる。隣接行列 \mathbf{A} の成分は a_{ij} は、ネットワークのノード i とノード j がリンクで接続しているときに1、非接続だと0になる。各ノードから出ているリンクの数は次数と呼ばれ、その数を対角成分とした行列は次数行列 \mathbf{D} とよばれる。この隣接行列 \mathbf{A} と次数行列 \mathbf{D} を用いてラプラシアン行列 \mathbf{L} は

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A} \quad (1)$$

と表現される。また、ラプラシアン行列の固有値 λ は固有値方程式を用いて

$$\mathbf{L}x = \lambda x \quad (2)$$

となる。ラプラシアン行列は半正定値行列であり、固有値は必ず非負である。ラプラシアン行列の第二最小固有値は代数的連結度、それに対応するベクトルはフィードラーベクトルと呼ばれ、ネットワークの連結性を表す指標の一つとして用いられている。

(2) スパニングツリーによる評価方法

ネットワークのスパニングツリーについて説明する^①。ネットワークにおいて最小のリンク数で全てのノードに接続する組み合わせのことをスパニングツリーという。このスパニングツリーの数 N_{sp} はネットワークのノードの数 N とラプラシアン行列の固有値 λ を用いて

$$N_{sp} = \frac{1}{N} \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n \quad (3)$$

となる。スパニングツリーはネットワークの規模が大きくなるほどその数も大きくなる。ネットワーク内の任意のリンクが通行不能となった場合、スパニングツリーの数は減少する。この減少量が大きいほど通行不能となったリンクの重要性が大きかったと考えられる。スパニングツリーの減少率は元のネットワークのツリーの数 N_{sp} と各リンクを切断した際のツリーの数 N_{nsp} から算出する。

$$\frac{N_{sp} - N_{nsp}}{N_{sp}} \quad (4)$$

3. 石川県ネットワークでの分析

(1) 石川県の緊急輸送道路ネットワーク

石川県の緊急輸送道路ネットワークについて分析を行う(612リンク413ノード)。石川県のネットワークは金沢市周辺が密なネットワークとなっており、一方で能登半島の部分は疎なネットワークとなっている。

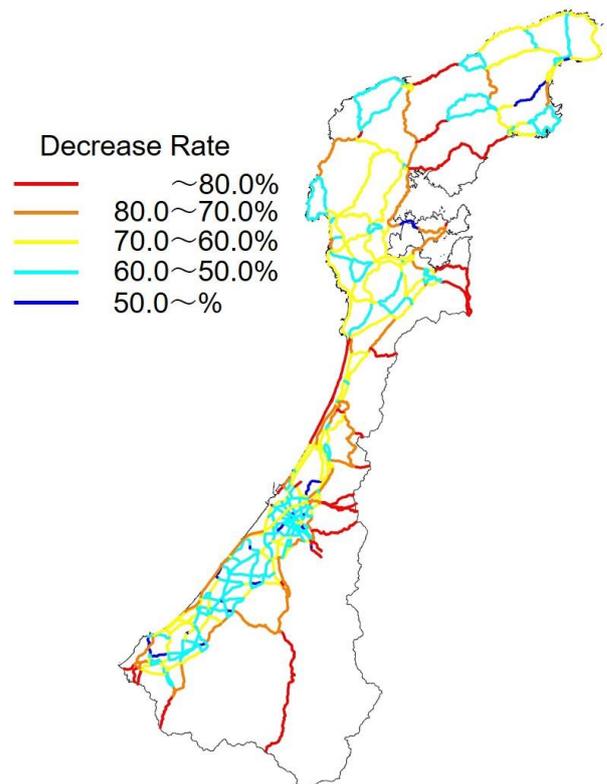


図-1 石川県の分析結果

分析結果を図-1に示す。道路網が密な金沢市内は比較的に減少率が低く、ほとんどのリンクが水色のリンクとなっている。かほく市～羽咋市にかけての部分は赤いリンクが存在し、ネットワークが分断されやすい部分であると考えられる。能登半島のネットワークが疎な部分も同様に赤いリンクが存在していることがわかる。さらに県の境目に位置するリンクも赤いリンクとなっているが、この原因については後程解説する。

(2) 特異なリンクの処理

今回の分析で用いた石川県の緊急輸送ネットワークには県境のリンクが存在する。このようなリンクは県境側のノード次数が1となっており、このリンクを切断した場合の減少率は100%となってしまう。したがってこのような片側のノード次数が1のリンクは分析結果から除外する。結果を図-2に示す。県の境目のリンクが除外されてかほく市～羽咋市にかけてのリンク、能登半島周辺のリンクが赤いリンクとして残った。この処理を行うことにより、さらに精度の高い分析を行うことができたと考えられる。七尾大泊ICにも赤いリンクが存在するがこれは国道160号線と能越自動車道が県境の部分で接続していることから、接続部のノードの次数が2となっており、特異なリンクとして処理されていないためである。

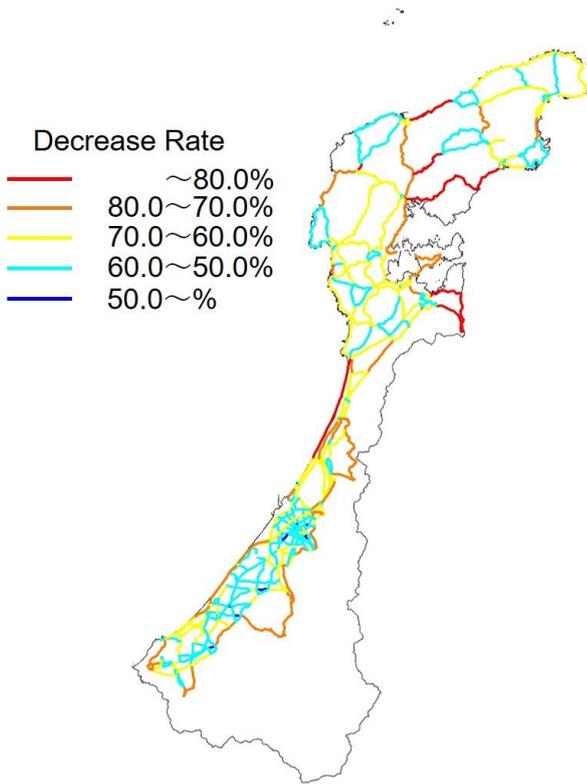


図-2 特異リンク除外後の分析結果

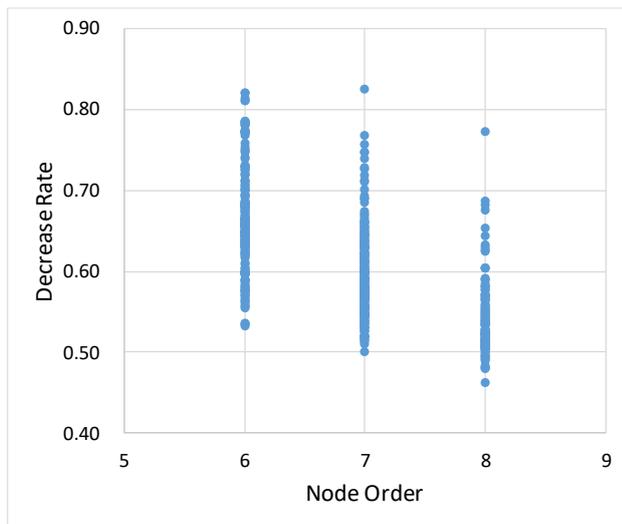


図-3 ノード次数と減少率

(3) ノードの次数による分類

リンクを切断した際のスパニングツリーの減少率は接続しているノードの次数に影響する。一般的に次数の低いノードに接続しているリンクほど減少率は高くなる。しかし、ネットワークの構造によっては接続しているノードの次数が高くても切断時のスパニングツリーの減少率が高いリンクや、その逆のリンクも存在することが考えられる。そこで、各リンクを切断した際の減少率とリンクに接続している両端のノードの次数和でグラフをと

り、ノードの次数と減少量の関係を分析した。グラフを図-3に示す。グラフを見ると、同次数内でも減少率には幅があることがわかる。また、次数7,8に関しては減少率が80%を超えてはいないものの他の同次数のリンクと比較して減少率が非常に大きいリンクが存在していることがわかる。このようなリンクもクリティカルなリンクとして扱うべきであると考えることができる。

4. 優先対策道路施設の検討

(1) 道路施設のクラス分け

本研究で行なった分析結果を用いて道路施設の優先対策順位についての分析を行った。トンネル・橋梁等の道路施設は通常の道路よりも災害に酔える被害を受けやすく、破損した場合には道路が途絶する確率が非常に大きい。災害時に機能するネットワークの構築を考えると、道路施設の優先対策順位付けは重要である。

今回の分析では道路施設として、石川県内の橋梁・トンネル・斜面のデータを用いる。斜面については自然斜面と法面の両方が存在する。それぞれの施設の点検データには施設の状態を表した危険度が存在し、危険度が高いものは早急に対策を必要とするものである。分析ではまず初めに、各施設の危険度で分類を行う。続いて緯度経度による地図の投影を行い、スパニングツリーの分析結果と照合して優先順位を決定する。橋梁、トンネル、斜面を整理したものを表-1、表-2、表-3に示す。橋梁と斜面に関してはデータが多く危険度の高いものも多い。トンネルに関しては所持しているデータの数が少なく、危険な判定のものは存在しなかった。橋梁に関しては危険度Ⅲ「早期措置段階」、危険度Ⅳ「緊急措置段階」の橋梁を対策が必要な橋梁として抽出した。斜面に関してはA+「崩壊、滑落の危険性が高く速やかに対策工を実施すべき」、A「近い将来に崩壊、滑落の確率が高く対策工を実施すべき」の斜面を対策が必要な斜面として抽出した。

(2) 分析結果との照合

先ほどの対策が必要な道路施設として抽出した橋梁・斜面のデータをスパニングツリーによる分析結果と照合した。橋梁の結果を図-4に、斜面の結果を図-5に示す。橋梁の照合結果では能登半島の赤いリンク上に複数の橋梁が確認できた。また、斜面の結果も同様に能登半島の赤いリンク付近に複数の斜面が確認できた。このような赤いリンク上に存在する橋梁や斜面は災害時においてクリティカルリンクの切断に大きな影響を及ぼすと考えられるため、優先的に対策すべきであると評価できる。

表-1 橋梁の分類

管理者	判定区分			
	I	II	III	IV
国	242	58	9	0
県	232	437	116	0
市町村	1371	761	176	3

表-2 トンネルの分類

	判定区分			
	I	II	III	IV
トンネル	0	8	0	0

表-3 斜面の分類

総合判定	法面	自然斜面
A+	44	136
A	585	403
B+	169	213
B	62	31
C	57	40

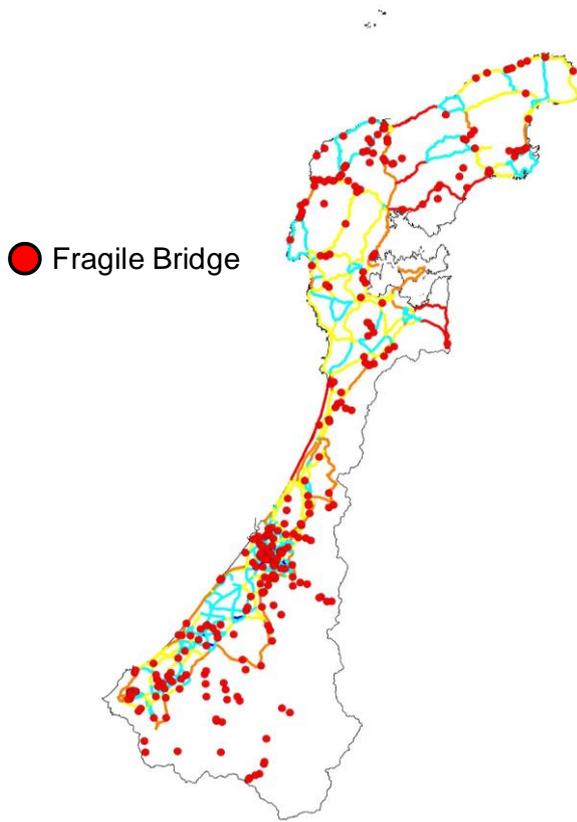


図-4 橋梁データ照合結果

● Fragile Sloped

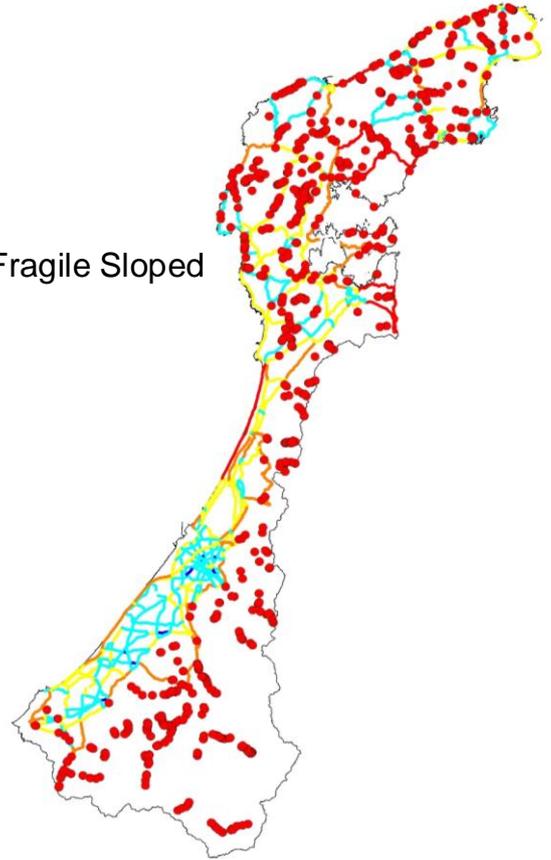


図-5 斜面データ照合結果

5. おわりに

ネットワークの行列木定理を用いたスパニングツリー指標による分析によってネットワーク内におけるクリティカルなリンクを求める手法を提案した。分析には石川県の緊急輸送道路ネットワークを適用し、ネットワークの接続性における重要なリンクの評価を行った。この分析では各リンクを切断したときのスパニングツリーの減少率は接続しているノードの次数の低さに影響する特徴がある。本研究では減少率をノードの次数で分類することで他のリンクよりも減少率の大きいクリティカルなリンクを算出することができた。

県境のリンクのようなネットワークの切れ目のリンクが存在する場合、指標が正しく算出されないことが分かった。これを防ぐには対象とするネットワークの切れ目をなくすことが考えられる。また、スパニングツリーの数はネットワークの規模が大きくなるほど、その数も大きくなるため、適切な分析範囲を決定することが望ましい。

今後の展望として北陸三県のネットワークを分析対象とした分析範囲の拡大が挙げられる。石川県においては

富山、福井のネットワークを適用することで県境のリンクがなくなり、より精度の高い分析を行うことができると考えられる。また、スパニングツリーのネットワークの脆弱性分析以外の用途も発展の余地があると考えられる。グラフ理論の観点から、道路ネットワークにおける行列木定理の利用について今後研究を進めていく。

参考文献

- 1) 矢久保考介：複雑ネットワークとその構造，共立出版，201

EXAMINATION OF ROAD NETWORK EVALUATION METHOD USING MATRIX TREE THEOREM

Shunji KOZAWA, Shoichiro NAKAYAMA, Shun-ichi KOBAYASHI and Hironichi YAMAGUCHI

Many natural disasters such as large-scale earthquakes and heavy rains occur in Japan. In such an emergency, road connectivity is important for post-disaster reconstruction support. In order to build a strong network, it is important to analyze the reliability of the network in advance, and to reinforce and take countermeasures against vulnerable areas.

In this study, we propose a method for calculating vulnerable links in emergency transportation road networks in Ishikawa Prefecture using the matrix tree theorem. Conventionally, indices such as connectivity have been used to study the reliability and vulnerability of networks. In this study, the rate of decrease of the spanning tree of the network is adopted as a new index for vulnerability indices. For this index, we use the Laplacian matrix of the network and the amount of reduction between the spanning tree of the network and the number of spanning trees when each link is disconnected. As a characteristic of this index, spanning tree can be calculated by simple eigenvalue calculation. In addition, since important links are calculated from the entire network, OD is not set. The proposed method is analyzed for the emergency transportation road network in Ishikawa Prefecture, and the validity of the method is examined.