

経路選択パラメータと経路交通量の同時推定 モデルの構築と推定誤差要因に関する考察

嶋本 寛¹

¹正会員 宮崎大学准教授 工学部社会環境システム工学科 (〒889-2192 宮崎市学園木花台西 1-1)
shimamoto@cc.miyazaki-u.ac.jp

都市内における交通施策の立案・評価にあたり、利用者の経路選択行動およびネットワークフローを正確に把握することが重要である。本研究では、OD 交通量の先験情報と一部リンクで計測されるリンク交通量を入力データとして、経路集合を限定することなくネットワーク上の観測データから経路選択パラメータと経路交通量を同時推定するモデルの構築を行う。構築するモデルは、確率的利用者均衡配分問題を下位問題とした最小二乗法により定式化するが、ZDD（ゼロサプレス型二分決定グラフ）を用いて OD ペア間の全経路を列挙する。本稿では、構築するモデルを仮想ネットワークに適用し、ネットワークの規模と計算可能性に関する検討を行うとともに、各種誤差要因と推定精度の関係について考察する。

Key Words: route choice parameter, path flow, factors of estimation error, Zero-suppressed Binary Decision Diagram

1. はじめに

都市内における交通施策の立案・評価にあたり、利用者の経路選択規範およびネットワークフローを正確に把握することが重要である。そのため、ネットワーク上で観測されるデータから OD 交通量¹⁾や経路交通量²⁾を推定するモデルが数多く提案されている。しかし、これらの研究では利用者の経路選択規範を表すパラメータを推定対象としておらず、利用者の経路選択行動を分析することはできない。

一方、中山ら³⁾は、観測リンク交通量の相関関係を考慮して経路選択パラメータを最尤推定する方法を提案している。さらに、中山ら⁴⁾は経路重複の影響も加味した推定手法を提案している。石川ら⁵⁾は首都圏高速道路を対象にして、経路選択パラメータを動的に最尤推定し、経路選択パターンの規則性を分析している。これらの経路選択パラメータを推定する研究は OD 交通量を所与としており、OD 交通量が不明の場合は別途推定する必要がある。Lo⁶⁾らは観測リンク交通量から OD 交通量と経路選択パラメータを最尤推定法により同時推定する手法論を提案している。Loらの研究は OD 交通量の先験情報を必要としていないが、近年は日々の流動を観測する技術が進展しており、OD 交通量の先験情報を入手しやすい環境にあるといえる。また、入力データの誤差やモデル化の仮定（eg.道路利用者は確率的利用者均衡規範にしたがって経路選択を行う）と現実の利用者行動との間

の齟齬が推定精度に大きな影響を及ぼすと考えられる。しかし、経路選択パラメータ推定に関するこれらの研究では、大規模なネットワークでこれらの誤差要因と推定精度の間の検証は行われていない。

以上を踏まえて、本研究では OD 交通量の先験情報と一部リンクで計測されるリンク交通量を入力データとして、経路交通量と経路選択規範を表すパラメータを同時推定するモデルを構築するとともに、各種誤差要因と推定精度の間の関係性を明らかにすることを目的とする。

2. モデルの定式化

(1) 前提条件

モデル化にあたり、以下の前提条件を設定する。

- ・道路利用者は、確率的利用者均衡規範にしたがって経路選択を行う
- ・道路ネットワーク諸元に関する情報に加えて、一部リンクの交通量データと OD 交通量の先験情報データが利用可能である

2 番目の仮定に関して、OD 交通量の先験情報はパーストリップ調査データやセンサスデータが利用可能であり、また近年では携帯電話の位置情報データをもとにした流動データの活用が考えられる。

(2) 記号表記

本研究で用いる記号表記とその意味を以下に示す。

- A : リンク集合
 M : 交通量が計測されているリンクの集合
 W : OD ペアの集合
 K_w : OD ペア $w \in W$ における経路集合
 δ_{wk}^a : OD ペア $w \in W$ における経路 k がリンク a を通過すれば 1, そうでなければ 0 をとるダミー変数
 \mathbf{x} : 推定リンク交通量ベクトル
 $(\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{|M|})^T)$
 \mathbf{v} : 観測リンク交通量ベクトル
 $(\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_{|M|})^T)$
 \mathbf{f} : 推定経路交通量ベクトル
 $(\mathbf{f} = (\dots, f_{wk}, \dots))$
 \mathbf{q} : 推定 OD 交通量ベクトル
 $(\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_{|W|}))$
 \mathbf{Q} : 先験 OD 交通量ベクトル
 $(\mathbf{Q} = (Q_1, \dots, Q_{|W|}))$
 $t_a(x_a)$: リンク a の旅行時間
 t_{a0} : リンク a の自由流旅行時間
 C_a : リンク a の容量
 c_{wk} : 経路 $k \in K_w$ の旅行時間
 $(c_{wk} = \sum_{a \in A} \delta_{wk}^a t_a(x_a))$
 θ, η : 経路選択パラメータ
 PS_{wk} : 経路間のリンク共有の程度を表す修正項
 λ_1, λ_2 : 目的関数の重み

(3) 定式化

本研究で構築するモデルは、式(3)に示すように道路利用者は確率的利用者配分規範に従って経路選択するという条件のもと、式(1)に示すようにリンク交通量と OD 交通量の重み付き二乗和を最小にするように OD 交通量 \mathbf{q} と経路選択パラメータ θ および η を決定するものである。

$$\min_{\mathbf{q}, \theta, \eta} G = \lambda_1 \sum_{a \in M} (x_a - v_a)^2 + \lambda_2 \sum_{w \in W} (q_w - Q_w)^2 \quad (1)$$

Subject to

$$\mathbf{q} \geq \mathbf{0}, \theta > 0, \eta > 0 \quad (2)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\mathbf{f}) &= \arg \min_{\mathbf{x}(\mathbf{f})} \left[\sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w) dw \right. \\ &+ \frac{1}{\theta} \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \left\{ f_{wk} \ln \left(\frac{f_{wk}}{q_w} \right) \right. \\ &\left. \left. + \eta f_{wk} \ln PS_{wk} \right\} \right] \quad (3) \end{aligned}$$

Subject to

$$x_a = \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{wk}^a f_{wk}, \forall a \in A \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K_w} f_{wk} = q_w, \forall w \in W \quad (5)$$

$$f_{wk} \geq 0, \forall w \in W, k \in K_w \quad (6)$$

$$t_a(x_a) = t_{a0} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{x_a}{C_a} \right)^\beta \right\} \quad (7)$$

式(3)から式(7)は確率的利用者均衡条件を表している。なお、式(3)から式(7)のキューンタッカー条件より、経路交通量は以下のように算出される。

$$f_{wk} = \frac{\exp(-\theta c_{wk} - \eta \ln PS_{wk})}{\sum_{k' \in K_w} \exp(-\theta c_{wk'} - \eta \ln PS_{wk'})}, \forall w \in W, k \in K_w \quad (8)$$

なお、式(8)に示す経路選択確率は多項ロジットモデルであり、重複部分が多い経路に大きな交通量が負荷されてしまう問題点がある。これを緩和するために、以下に示す経路間のリンク共有の程度を表す修正項を導入している。

$$PS_{wk} = \sum_{a \in A} \frac{\delta_{wk}^a l_a}{L_{wk}} \frac{1}{\sum_{k' \in K_w} \frac{L_{wk'}^{min}}{L_{wk}}}, \forall w \in W, k \in K_w \quad (9)$$

なお、確率的利用者均衡配分モデルにおいて、しばしば経路の列挙方法が問題となるが、本研究における経路の列挙方法は次節で述べる。

(4) 経路列挙

確率的利用者均衡配分モデルの目的関数に経路変数が含まれており、配分にあたり経路集合を特定する必要がある。Dial のアルゴリズムや Markov 連鎖配分を援用した経路列挙を必要としない配分方法が古くから提案されているが、それぞれ経路集合が限定される、推移確率行列が Hawkins-Simon 条件を満たさない場合は適用不可能である、という問題点を有している。

したがって、本研究では、交通計画分野においても近年活用されつつある ZDD (Zero-suppressed Binary Decision Diagram: ゼロサプレス型二分決定グラフ) ¹⁾により、任意の OD ペア間のすべての経路を列挙することにした。なお、式(8)の計算コストは $O(mn^2)$ (ただし、 m は OD ペア数、 n は経路数) であり、ネットワークサイズが大きくなれば経路列挙のみならずリンク重複に関する修正項 PS_{wk} の計算にかかる時間が爆発的に増大すると考えられる。また、道路利用者が経路選択する際に膨大な経路集合をすべて認識しているとは考えづらいため、簡易的ではあるが ZDD を適用する際に最短経路ある定数倍より長い経路は経路集合の含めないものとした。

さらに、比較対象として k 番目最短経路探索により経路列挙した場合の推定精度の比較も行う。

(5) 解法アルゴリズム

a) モデル全体の解法

本研究で構築するモデルの未知変数は OD 交通量 \mathbf{q} およびロジットモデルのパラメータ θ, η である。式(1)は非線形最小二乗問題であり、その解法アルゴリズムも提案されているが、実規模ネットワークでは OD ペア数が増大するため計算コストが大きくなる。一方、式(1)は \mathbf{q}

について見れば 2 次計画問題であり，高速な計算アルゴリズムが提案されている．そこで，本研究では OD 交通量とロジットモデルのパラメータを別々に最適化し，収束計算を行うことにする．具体的な解法アルゴリズムは以下の通りである．

Step 0 初期設定

前節で述べた方法により OD ペアごとに経路を列挙するとともに，リンク共有の程度を表す修正項 PS_{wk} を計算する．

Step 1 推定モデルの初期値設定

$n = 1$, $\mathbf{q}^n \leftarrow \mathbf{Q}$, $\theta^n \leftarrow \theta_{initial}$, $\eta^n \leftarrow \eta_{initial}$ とする．

Step 2 初期実行可能解の算出

Step 1 で設定した初期値を用いて SUE 配分を行い，リンク交通量 \mathbf{x}^n および OD ペア別のリンク利用確率マトリクス \mathbf{P}^n およびリンク旅行時間を算出する．なお，リンク

利用確率マトリクス $\mathbf{P}^n = \begin{pmatrix} p_{11}^n & \cdots & p_{1M}^n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{W1}^n & \cdots & p_{WM}^n \end{pmatrix}$ の要素は

以下のように求めることができる．

$$p_{wa}^n = \frac{\sum_{k \in K_w} \delta_{wk}^a f_{wk}^n}{q_w^n}, \forall w \in W, \forall a \in M \quad (10)$$

ここに， f_{wk}^n は n ステップ目の SUE 配分により得られる経路交通量である．

Step 3 ロジットモデルのパラメータの更新

OD 交通量 \mathbf{q}^n およびリンク旅行時間を固定した上で，ロジットモデルのパラメータ θ^n , η^n を更新する．

Step 4 OD 交通量の補助解の算出

θ^n , η^n およびリンク利用確率マトリクス \mathbf{P}^n を所与として，OD 交通量の補助解 \mathbf{q}^{aux} を求める．

Step 5 リンク交通量の補助解の算出

\mathbf{q}^n および θ^n , η^n を所与のもと SUE 配分を行い，リンク交通量の補助解 \mathbf{x}^{aux} を求める．

Step 6 1 次元探索による解の更新

$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \alpha(\mathbf{x}^{aux} - \mathbf{x}^n)$, $\mathbf{q}^{n+1} = \mathbf{q}^n + \alpha(\mathbf{q}^{aux} - \mathbf{q}^n)$ とし，式(1)を最小にする α ($0 \leq \alpha \leq 1$) を求め，解を更新する．

Step 7 収束判定

リンク交通量および OD 交通量の変化が十分小さければ計算終了．そうでなければ， $n = n + 1$ としてリンク利用確率マトリクス \mathbf{P}^n およびリンク旅行時間を更新した上で Step 3 に戻る．

以下に，Step 3 および Step 4 の解法について述べる．

b) Step 3 の解法

Step 3 は θ^n および η^n を未知変数とする非線形最小二乗問題である．Step 3 における問題は θ^n および η^n に関して凸性を満たさないため，大域的最適化アルゴリズムの一種である微分進化法により求解する．

c) Step 4 の解法

リンク利用確率マトリクス \mathbf{P} が与えられたとき，式(1)は以下のように表すことができる．

$$\min_{\mathbf{q}} G' = \lambda_1 \sum_{a \in M} \left(\sum_{w \in W} q_w^{aux} p_{wa}^n - v_a \right)^2 + \lambda_2 \sum_{w \in W} (q_w^{aux} - Q_w)^2 \quad (1)$$

これは \mathbf{q}^{aux} に関する 2 次計画問題であり，効率的な解法が提案されている．いま， $\mathbf{q} = (q_1^{aux}, \dots, q_W^{aux})^T$,

$$\mathbf{Q} = (Q_1, \dots, Q_W)^T, \mathbf{v} = (v_1, \dots, v_M)^T, \mathbf{P} =$$

$$\begin{pmatrix} p_{11}^n & \cdots & p_{1M}^n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{W1}^n & \cdots & p_{WM}^n \end{pmatrix} \text{ のとき, } \mathbf{H} = 2(\lambda_1 \mathbf{P} \mathbf{P}^T + \lambda_2 \mathbf{I}), \mathbf{h} =$$

$-2(\lambda_1 \mathbf{v}^T \mathbf{P}^T + \lambda_2 \mathbf{Q}^T)$ とすれば，式(1)および式(2)は以下のようにベクトル表記が可能である．

$$\min_{\mathbf{q}} G' = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{q} + \mathbf{h} \mathbf{q} + \mathbf{v} \mathbf{v}^T + \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T \quad (11)$$

Subject to

$$\mathbf{q} \geq \mathbf{0} \quad (12)$$

本研究では，上記の 2 次計画問題を python3.7 上においてフリーのソルバーである `cvxopt` 関数を用いて計算した．

4. ケーススタディ

(1) 分析の流れ

本章では，構築したモデルを Sioux Falls とアナハイムの 2 種類の規模のネットワークに適用し，推定精度検証を行う．なお，それぞれのネットワークにおけるリンク長，リンク容量等の諸元データに加え，OD 交通量やリンク交通量等のデータも公開されている¹²⁾．

まず，規模の小さい Sioux Falls ネットワークにおいて，ZDD で経路を列挙したときの経路数の分布を分析した後に，公開されているリンク交通量を観測交通量として，経路列挙を ZDD で行った場合と k 番目最短経路探索で行った場合の推定精度を比較する．ついで，規模の大きいアナハイムネットワークにおいて，経路列挙を k 番目最短経路探索で代用した推定モデルを用いて，各種誤差要因と推定精度の関係について分析を行う．

なお，推定精度の評価指標として，以下に示す RMSEP を用いる．

$$\text{RMSEP} = 100 \sqrt{\sum_i \left(\frac{x_{true}^i - x_{estimate}^i}{x_{true}^i} \right)^2} \quad (13)$$

ただし， x_{true}^i , $x_{estimate}^i$ はそれぞれ i 番目の真値および観測値を表す．

(2) Sioux Falls ネットワークにおける分析

a) 経路数の分布

図-1 に，ZDD で経路列挙した場合における許容経路長と，OD ペアごとの経路数の分布の関係を示す．図中における凡例の数字（以下では，許容倍率と称する），最

短距離より γ 倍短い経路のみを列挙していることを表し

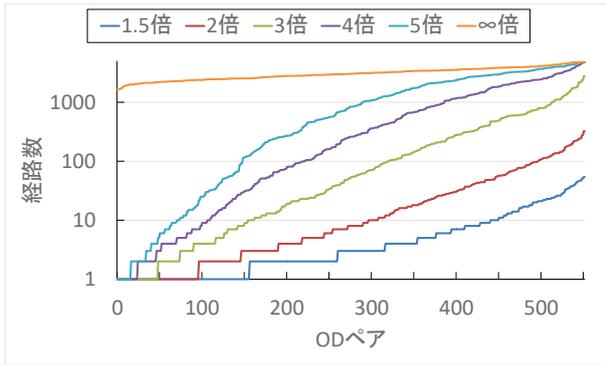


図-1 許容経路長と経路数の関係

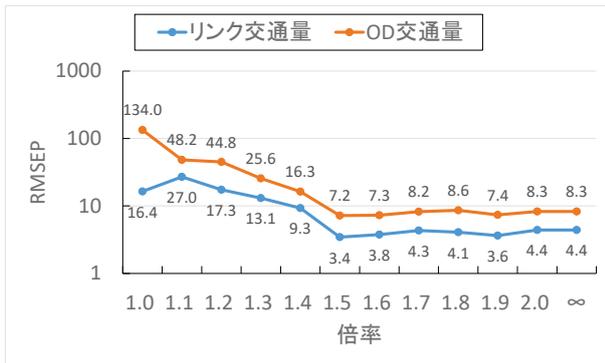


図-2 ZDDにおける許容倍率と推定精度の関係

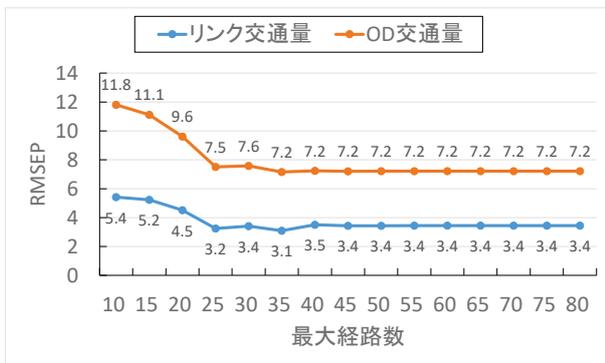


図-3 k番目最短経路探索法における最大経路数と推定精度の関係

ている。図から、最短経路の2倍より短い経路のみを列挙した場合でも、経路数が100を超えるODペアが少なからず存在していることがわかる。

b) 経路列挙方法の違いによる推定精度の比較

まず、ZDDで経路列挙した場合における許容倍率とリンク交通量およびOD交通量の推定精度の関係を図-2に示す。図から、許容倍率が1.5までは小さくなるにつれリンク交通量およびOD交通量の推定精度が向上するが、1.5よりも大きくなると推定精度はやや悪化する傾向にあることがわかる。仮想ネットワークにおける公開されている交通量を真値とした分析ではあるが、許容倍率が大きくなるにつれて道路利用者が認知していない経

路も経路集合に含むようになったため、推定精度が悪化したのではないかと推察される。

次に、k番目最短経路探索で経路列挙した場合における、最大経路数(k)と推定精度の関係を示す。なお、前述の分析において最短経路の1.5倍より長い経路を経路集合に含めた場合推定精度が悪化することが確認されたため、経路数がk未満であったとしても最短経路の1.5倍より長い経路は経路集合に含めていない。図を見ると、最大経路数が大きくなるにつれ、リンク交通量およびOD交通量の推定精度は概ね向上しているが、最大経路数が40を超えても推定精度は変化しないことがわかる。また、このときのリンク交通量およびOD交通量に対するRMSEP値は、ZDDで経路列挙した場合における推定精度が最もよい場合の値と一致しており、経路列挙をk番目最短経路探索で代用しても推定精度に大きな影響を及ぼさないといえる。

(3) アナハイムネットワークにおける分析

a) 分析条件

前節における分析で、ZDDで経路列挙した場合とk番目最短経路探索で経路列挙した場合の推定精度が同等であることを確認したため、ここでは経路列挙をk番目最短経路探索で代用する。また、アナハイムネットワークでの分析では、公開されているOD交通量に誤差を付与し、これをSUE配分することにより観測交通量データを作成した。想定する誤差要因および誤差レベルは次項で述べる。分析に用いたその他のパラメータは以下の通りである。

- ・ 経路選択規範パラメータ (推定対象)
 - $\theta = 0.3, \eta = 1.0$
- ・ 経路列挙に関するパラメータ
 - 最大経路長: 50, 許容倍率: 4.0
- ・ BPR関数(式(7))のパラメータ
 - $\alpha = 0.15, \beta = 4$
- ・ 式(1)における重み
 - $\lambda_1 = 1.0, \lambda_2 = 0.2$

b) 誤差要因および水準

本研究で想定する誤差要因として、1) 先験情報誤差、2) 経路利用率誤差の2種類を想定し、それぞれを表-1に示す3水準設定する。2)は利用者の経路選択規範の乖離を表すものである。さらに、リンク交通量の観測比率も3水準として設定する。

表-1 想定する誤差・観測比率水準

先験情報誤差	経路利用率誤差	観測比率
0.1	0.0	0.3
0.2	0.1	0.5
0.3	0.2	0.7

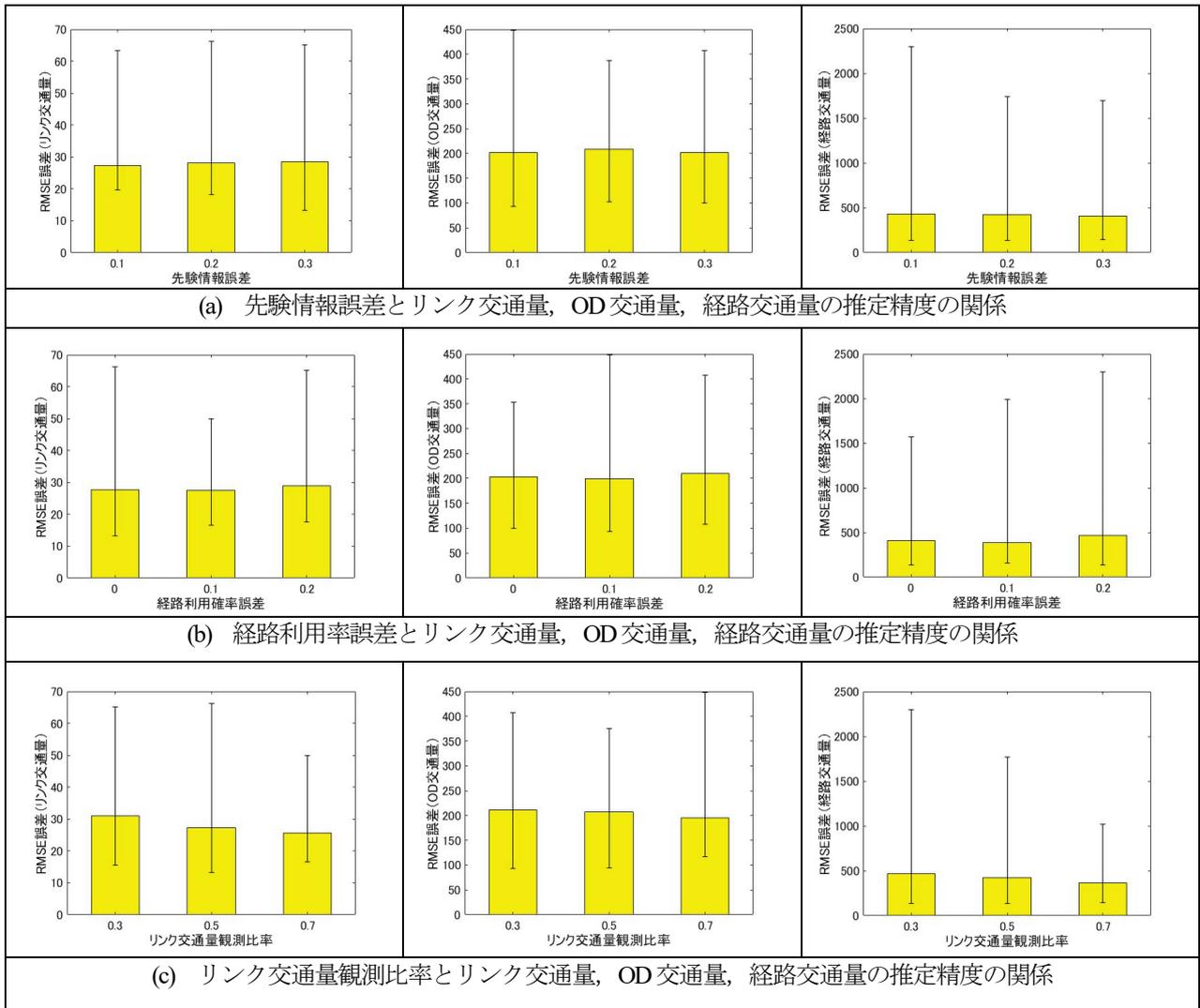


図-4 各種誤差要因と推定精度の関係

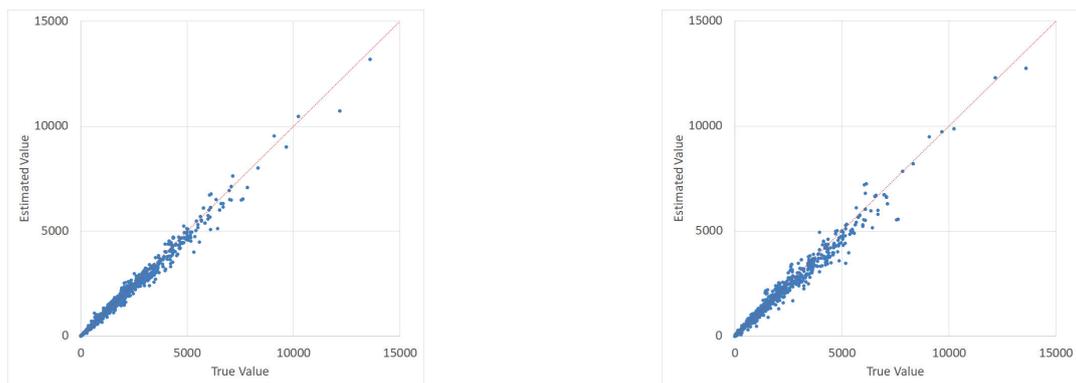


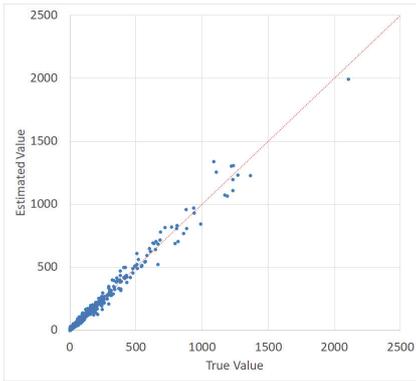
図-6 RMSEP 値最小・最大ケースにおけるリンク交通量の推定結果

表-1 に示した 3 要因の組み合わせは 27 通りあるが、それぞれに対して 20 回ずつ乱数を発生させ入力データを作成し推定を行った。

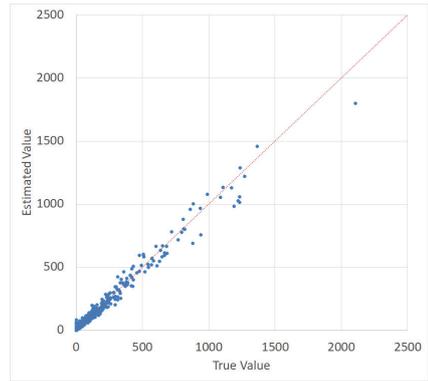
c) 結果と考察

図-4 に誤差要因の水準ごとに集計したリンク交通量, OD 交通量, 経路交通量の推定精度を示す。図中における棒グラフは RMSEP 値の平均を, バーグラフは最大値

および最小値を示している。図を見ると, 先験情報, 経路利用率誤差およびリンク交通量の観測比率は, リンク交通量, OD 交通量, 経路交通量の推定精度に大きな影響を及ぼさないことがわかる。図-6, 図-7 にそれぞれ RMSEP 値最小, 最大ケースにおけるリンク交通量と OD 交通量の推定結果を示す。リンク交通量, OD 交通量ともに RMSEP 値が最大ケースでも非常に精度よく推定で



(a) RMSEP 値最小ケース ($R^2 = 0.9936$)



(b) RMSEP 値最大ケース ($R^2 = 0.9908$)

図-6 RMSEP 値最小・最大ケースにおける OD 交通量の推定結果

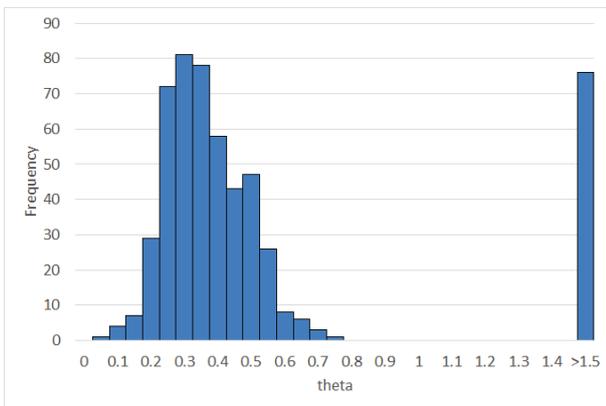


図-7 θ の推定結果の分布

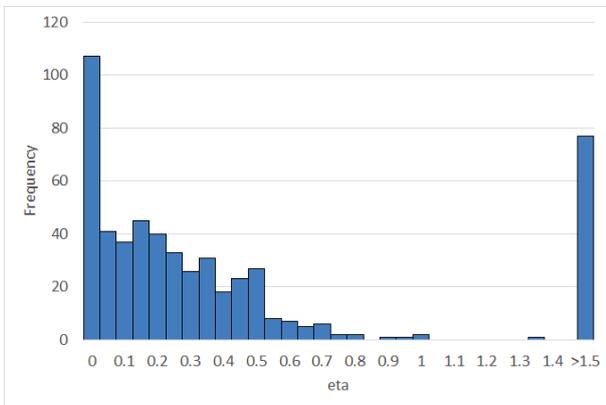


図-8 η の推定結果の分布

きており、本研究で構築したモデルは観測誤差および観測箇所の欠損に対して頑強であるといえる。

最後に、図-7 および図-8 に θ および η の推定値の分布を示す。 θ は 1.5 以上と過大に推定されているケースが 1.4%ほど見られるが、真値 (0.3) 付近の推定結果が多くの割合を占めており、本研究で構築したモデルを道路利用者の経路選択規範の把握に活用しても支障は少ないといえる。一方、 η に関しては、多くのケースで真値 (1.0) と比べて過小推定されており、推定精度を改良する余地があるといえる。

4. おわりに

本研究では、OD 交通量の先験情報と一部リンクで計測されるリンク交通量を入力データとして、経路選択パラメータと経路交通量を同時推定するモデルを、確率的利用者均衡配分問題を下位問題として推定されるリンク交通量と観測リンク交通量の誤差 2 乗和と推定 OD 交通量と先験 OD 交通量の誤差 2 乗和の合計の最小化問題として定式化した。

構築したモデルを仮想ネットワークに適用して推定精度の検証を行った。その結果、構築したモデルは誤差および観測箇所の欠損に対して頑強であることを確認した。さらに、経路重複に関するパラメータの推定精度を向上する余地はあるものの、経路選択パラメータも概ね精度よく推定可能であることを確認した。今後は、構築したモデルを実ネットワークに適用し、イベント発生前後の経路選択行動規範の推移について分析する予定である。

謝辞：本研究は、JSPS 科研費 18H01562 の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) Yang, H.: Heuristic algorithms for the bilevel origin-destination matrix estimation problem, *Transportation Research Part B*, 29(4), 231–242, 1995
- 2) Lundgren, J. T., and Peterson, A.: A heuristic approach for the bilevel origin-destination matrix estimation problem, *Transportation Research Part B*, 42(4), 339–354, 2008
- 3) Nie, Y. M., Zhang, and H. M.: A relaxation approach for estimating origin-destination Trip Tables, *Networks and Spatial Economics*, 10, 147–172, 2010
- 4) Bell, M.G.H, Shield C. M., Busch, F. and Kruse, G.: A stochastic user equilibrium path flow estimator, *Transportation Research Part C*, 5(3–4), 197–201, 1997
- 5) Chen, A., Chootinan, P. and Recker, W.: Norm approximation method for handling traffic count inconsistencies in path flow estimator, *Transportation Research Part B*, 43(8), 852–872, 2009

- 6) Tang, S., and Zhang, H. M.: Primal-dual heuristic for path flow estimation in medium to large networks, *Transportation Research Record*, 2333, 91-99, 2013
- 7) 中山晶一郎, 高山純一: リンク交通量を用いた交通ネットワーク均衡問題のパラメータ推定: リンク相関を考慮した最尤法, *土木学会論文集 D*, Vol.62, No.4, 548-557, 2006
- 8) 中山晶一郎, 道下健二, 高山純一: 経路重複を考慮したネットワーク上での経路選択パラメータ推定法: リンクベースの最尤法, *土木学会論文集 D3 (土木計画学)*, Vol.68, No.5, I_741-I_749, 2012
- 9) 石川裕太郎, 酒井高良, 赤松隆: 首都圏高速道路網における経路選択パターンの規則性, *土木計画学研究・講演集*, 59, CD-DOM, 2019
- 10) Lo, H.P. and Chan, C.P.: Simultaneous Estimation of an Origin-Destination Matrix and Link Choice Proportions Using Traffic Counts, *Transportation Research Part A* 37, 771-788, 2003
- 11) Minato, S. : Zero-suppressed BDDs for set manipulation in combinatorial problems, *Proceedings of 30th ACM/IEEE Design Automation Conference*, pp. 272-277, 1993
- 12) Transportation Networks for Research Core Team. *Transportation Networks for Research*. <https://github.com/bstabler/TransportationNetworks>. Accessed 10,3, 2019.

(2019. 10. 4 受付)

SIMULTANEOUS ESTIMATION MODEL OF ROUTE CHOICE PARAMETERS AND PATH FLOW AND IT'S ESTIMATION ERROR FACTORS

Hiroshi SHIMAMOTO