

# 新経済地理学モデルによる 都市システムの受容力の分析

塩崎 由人<sup>1</sup>・高山 雄貴<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 金沢大学特任助教 自然科学研究科 (〒920-1192 4 石川県金沢市角間町)  
E-mail: yuto@se.kanazawa-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 金沢大学准教授 理工研究域 (〒920-1192 4 石川県金沢市角間町)  
E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

自然災害等により都市に大きな外力が加えられたとき、人口や企業の流出によって、それまで存続していた都市が衰退傾向に陥る等、その長期的な趨勢が変化する可能性がある。本研究では都市システムが有する「外力による変動を受け容れ、存続可能な状態を保持する能力」を受容力と定義する。受容力に影響を与える要因と構造の解明は、外力に対する都市システムの存続可能性の制御を検討する枠組みの構築につながる。本研究はMurata and Thisse (2005) を応用した2地域スモールオープンモデルを用いて、都市の受容力が吸引点の吸引領域で表されることを示し、その上で受容力に影響を及ぼす要因を分析した。その結果、都市システムの受容力は他都市との交易によって強化されること、そして、交易の自由度が高いほど受容力が強化されることが明らかとなった。また、他都市との交易による利益を得て存続可能な状態となっている都市では、他都市での人口減少が自都市の存続可能性に影響することも確認された。

**Key Words :** *resilience, absorptive capacity, urban systems, external shock, new economic geography*

## 1. はじめに

### (1) 背景

都市や地域は住民の生活、企業の生産活動を支える機能を有したシステム（以下、都市システム）であると考えることができる。都市システムに自然災害をはじめとする一時的な外力が加えられたとき、人口流出等の変動が生じる可能性がある。外力による変動を契機に、それまで存続していた都市システムが衰退傾向に陥る等、長期的な趨勢が変化した場合、多大な負の影響が生じる恐れがある。このような事態を想定したとき、外力に対する都市システムの存続可能性の制御を検討する枠組みが必要である。その枠組みの構築に向けて、都市システムが望ましい状態で存続する上で許容し得る変動の程度、許容可能な変動の程度に影響を与える要因と構造の解明が求められる。

### (2) 先行研究

外力による変動を受けた都市システムの存続可能性に関する先行研究について整理する。都市システムの外力に対する存続可能性は、主に防災分野でレジリエンスの概念として研究されてきた。この中で、de Bruijn (2004)、Mens et al. (2011) は、Holling (1973) による

生態学分野でのレジリエンスの研究に着想を得て、都市システムの存続可能性の概念を組み込んだ水害リスク管理の枠組みを提示している<sup>1)2)3)</sup>。これらの研究を基に、塩崎・加藤 (2018) は、都市システムが「災害による被害を受け入れ、回復可能な状態を保持する能力」を「受容力」と定義している。その上で、対象地域とそれ以外の外部地域から成る1地域スモールオープンモデルを用いて、都市システムの受容力は、都市が存続可能となる吸引点（漸近安定な平衡点）の吸引領域（basin of attractor）によって表されることを示している。さらに、受容力には都市システムの産業構造や生産性、外部地域の状態が影響することを明らかにしている<sup>4)</sup>。しかし、交易等の相互依存関係にある他都市の状態や人口の自然増減が受容力に及ぼす影響は検討されていない。

空間経済学の分野では、藤田ら (2018) が自然災害による外力が長期的な人口や企業の立地構造に与える影響に着目している。直線状の空間構造を有する経済モデルを用いて、災害に伴う周辺都市への人口流出によって都市が消滅する可能性があること、そして人口減少下においてはその変化が不可逆となることを示している<sup>5)</sup>。しかし、都市システムが存続する上で許容可能な変動の程度がどのような要因に影響されるかについて、空間経済学のモデルを応用して分析した研究は見られない。

### (3) 本研究の位置づけ・目的・構成

本研究は、塩崎・加藤 (2018) による受容力の概念を、自然災害を含む外力全般に対して適用する。そして、外力によって生じる人口移動等の変動が、長期的な人口や企業の立地構造に及ぼす影響に着目することで、外力に対する都市システムの存続可能性に影響を与える要因とその構造の解明に取り組む。

都市システムの存続可能性は、外力による変動を受けた場合においても都市への人口や企業の集積力が他都市に対して十分に維持されるか否かによって決定されると考えることができる。そこで、本研究では都市の集積・分散現象を説明可能な既存の新経済地理学モデルを応用して都市システムの受容力を表現し、その構造を分析する。具体的には、Murata and Thisse (2005) による経済モデルを応用して、2 地域スモールオープンモデル

(Small Open Murata and Thisse モデル) (以下、SOMT モデル) を構築する<sup>9)</sup>。このモデルを用いることで、互いの地域の状態や地域間の交易が2地域の受容力に与える影響を考慮できる。なお、このモデルにおける「地域」は先述の都市システムに相当し、住民の生活や企業の生産活動を支える機能を有している考えることができる。

ここで本研究の目的を整理する。まず、新経済地理学モデルを応用して、都市システムの受容力を表現できることを示す。そして、交易関係を有する他地域の状態や交易の自由度が受容力に与える影響とその構造を明らかにする。

本研究の構成は次の通りである。まず、2. では、本研究における受容力の概念を定義する。その定義に基づき、受容力を表現する上で数理モデルに求められる要件を示す。次に、3. では、1地域SOMTモデルを定義する。そして、4. では、1地域SOMTモデルによって受容力を表現できることを示し、その構造を分析する。1地域SOMTモデルにおける受容力の基本的な特徴の把握は、2地域SOMTモデルの受容力の構造を理解する一助となる。5. において2地域SOMTモデルを定義したうえで、6. ではそのモデルを用いて、受容力の構造を分析する。最後に、7. において本研究の結論と今後の課題を示す。

## 2. 受容力の概念と数理モデルの要件

本研究では、塩崎・加藤 (2018) による定義を基に、都市システムの受容力を「外力による変動を受け容れ、存続可能な状態を保持する能力」と定義する。受容力の大きさは、概念としては、「都市システムが受容可能な変動の程度」によって測られる。受容可能な変動の程度とは、その変動を受けた場合でも、存続可能な状態を保持できる変動の程度を指す。都市システムへの変動の大

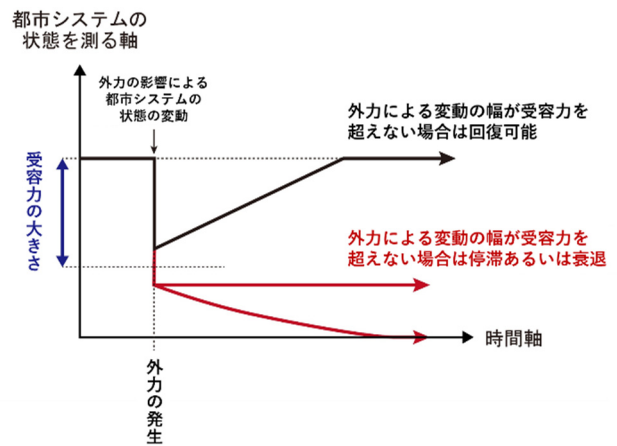


図-1 受容力の大きさの概念図<sup>9)</sup>  
(塩崎・加藤 (2018) を基に作成)

きさが受容力を超えると、都市は低下した状態のまま停滞したり、衰退する (図-1)。

以上の定義に基づき、都市システムの受容力を表現する上で数理モデルの要件について整理する。まず、都市システムの状態の動的変化を表現可能であることが求められる。次に、都市システムが存続可能な状態を内包していることである。そして、存続可能な状態において、一時的な外力によって状態変数に変動を与えたとき、変動の大きさによっては衰退する等、望ましくない状態に陥る機構を内包していることである。

本研究では、以上の3つの条件を満たすモデルとしてSOMTモデルを採用する。

## 3. 1地域SOMTモデル

本章では、Murata and Thisse (2005) による経済モデルを基に、1地域SOMTモデルを定義する<sup>9)</sup>。

### (1) 状況設定

1地域SOMTモデルは対象とする1つの地域とそれ以外の外部地域 (the rest of the world) の存在を前提とする。対象とする地域の経済には工業部門のみが存在し、収穫逓増の技術により労働を生産要素として差別化された工業財を生産する独占競争的な部門である。対象地域において生産された工業財は、この地域内でのみ消費され、外部地域で消費されることはない。また、外部地域で生産された工業財が対象地域で消費されることもない。この経済における財には、差別化された工業財のほか土地が存在する。

対象地域は1次元の空間 $X$ に沿って広がっているものとする。対象地域の各地点 $x \in X$ では、1単位の土地が利用可能である。対象地域のすべての企業は、 $x = 0$ とな

る地点に立地し、中心業務地区 (Central Business District) を形成する。

対象地域における家計の総数は  $L$  とする。各家計は、1 単位の土地を消費し、1 単位の労働力を地域内の工業部門に供給し、中心業務地区に通勤する。均衡状態では、家計は中心業務地区を中心に均等に立地するため、この地域において家計が立地する領域 (都市地域の広がり) は  $[-L/2, L/2]$  となる。通勤費用の水準は通勤距離に比例して増加するものと考え、氷塊型の通勤費用を仮定する。この仮定に基づき、中心業務地区から距離  $|x|$  の地点に居住する家計の有効労働供給  $s(x)$  を次のように与える：

$$s(x) = 1 - 2\theta|x| \quad x \in [-L/2, L/2] \quad (1)$$

ここで、 $\theta (> 0)$  は通勤距離単位当たりの通勤費用を表すパラメータである。対象地域における総有効労働供給  $S$  は次のように与えられる：

$$S = \int_{-L/2}^{L/2} s(x) dx = L(1 - \theta L/2) \quad (2)$$

ここで、 $L$  の値が  $2/\theta$  を越えると、総有効労働供給  $S$  が負の値となる。  $S < 0$  となることを避けるため、本研究では  $L$  の定義域を  $[0, 2/\theta]$  とする。

供給した有効な労働 1 単位当たりの賃金を  $w$  とすると、家計は  $s(x)w$  を受け取る。よって、都市地域の端 ( $x = -L/2$ ,  $x = L/2$ ) に居住する家計が受け取る労働賃金は、

$$s(-L/2)w = s(L/2) = (1 - \theta L)w \quad (3)$$

となる。ここで、都市地域の端における地代を 0 と基準化する。すべての労働者は同一であるから、労働賃金から地代を引いた額は、居住する立地点に関係なく等しくなるので、

$$s(x)w - R(x) = s(-L/2)w = s(L/2)w \quad (4)$$

が成り立つ。ここで、 $R(x)$  は地点  $x \in \mathbf{X}$  における地代である。式(1)、(4)より、均衡時の地代  $R^*(x)$  は次のように与えられる：

$$R^*(x) = \theta(L - 2|x|)w \quad (5)$$

式(5)より、対象地域における地代の合計  $TR$  は、

$$TR = \int_{-L/2}^{L/2} R^*(x) dx = \theta L^2 w / 2 \quad (6)$$

となる。対象地域における家計は地域内の土地を均等に所有しており、その地代収入も等しく得るものとする。

よって、1 家計当たりの地代収入は、

$$\frac{TR}{L} = \frac{\theta L w}{2} \quad (7)$$

となる。以上より、各家計の所得  $I$  は、労働による賃金から地代を差し引き、これに地代収入を加えて、

$$I = (1 - \theta L)w + \frac{\theta L w}{2} = \left(1 - \frac{\theta L}{2}\right)w \quad (8)$$

と表される。

外部地域は対象地域と比較して人口および産業の規模は十分に大きく、その状態は対象地域からの影響を受けないものとする。よって、その効用水準は常に一定であると仮定する。

## (2) 家計の行動

対象地域の消費者は、次の効用関数  $U$  を所得制約の下で最大化するように差別化された工業財の購入量を決定する：

$$U = \left( \int_{k \in N} q(k) \frac{\sigma-1}{\sigma} dk \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (9)$$

$$s.t. \int_{k \in N} p(k)q(k) dk = \left(1 - \frac{\theta L}{2}\right)w \quad (10)$$

$k$  は差別化された工業財の種類を表す変数である。ここでは工業財の種類が連続的かつ無限に存在すると仮定するため、 $k$  は連続変数である。 $p(k)$ ,  $q(k)$  は対象地域で生産されて消費される工業財の種類ごとの価格、消費量を表す。 $N$  は対象地域で生産された工業財の種類を要素にもつ集合である。 $\sigma (> 1)$  は任意の 2 種類の工業財間の代替の弾力性を表す。

各家計の工業財の各種類に対する需要は次のように表される：

$$q(k) = p(k)^{-\sigma} \rho^{\sigma-1} \left(1 - \frac{\theta L}{2}\right)w \quad (11)$$

$$\text{where } \rho \equiv \left( \int_{k \in N} p(k)^{1-\sigma} dk \right)^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (12)$$

ここで、 $\rho$  は工業財の価格指数である。これより、対象地域における工業財の種類  $k$  に対する総需要  $Q(k)$  は、

$$Q(k) = q(k)L = p(k)^{-\sigma} \rho^{\sigma-1} \left(1 - \frac{\theta L}{2}\right)Lw \quad (13)$$

家計の間接効用  $v$  は、式(9)に式(12)を代入して、次のように表される：

$$v = \frac{(1 - \theta L/2)w}{\rho} \quad (14)$$

家計は対象地域と外部地域の効用を比較して労働・居住する地域を選択できる。

## (3) 企業の行動

対象地域の工業部門では、参入・撤退が自由な企業が収穫逓増の技術により差別化された工業財を生産するものとする。規模の経済、家計の多様性選好、工業財の種類が無限であることから、どの企業も必ず他企業とは異なる種類の工業財を生産する。

種類 $k$ の工業財を $y(k)$ 生産するために必要な労働投入 $l(k)$ は、次のように表される：

$$l(k) = \alpha + \beta y(k) \quad (15)$$

ここで、 $\alpha$ 、 $\beta$ は、それぞれ固定費用、限界費用として必要な労働力である。よって、種類 $k$ の工業財を $y(k)$ 生産するために必要な費用 $c(k)$ は、

$$c(k) = w(\alpha + \beta y(k)) \quad (16)$$

と表される。

工業財市場の清算条件として、工業財の種類ごとに需要量 $Q(k)$ と供給量 $y(k)$ が等しくなるので、次の関係が成立する：

$$y(k) = Q(k) \quad (17)$$

工業部門では、価格指数、家計の需要量を所与のものとして、企業は自らが生産する工業財の価格 $p(x)$ を設定することができる。以上より、企業の利潤最大化行動は、下記のように定式化できる：

$$\max_{\{p(k)\}} \Pi(k) = p(k)y(k) - w(\alpha + \beta y(k)) \quad (18)$$

ここで、 $\Pi(k)$ は種類 $k$ の工業財を生産する企業の利益を表す。この利潤最大化問題の最適条件と家計の需要関数(式(13))、式(17)より、工業財の価格 $p^*(k)$ は、

$$p^*(k) = \frac{\beta\sigma}{\sigma-1} w \quad (19)$$

と導出される。さらに利潤ゼロ条件より、種類 $k$ の工業財の生産量 $y^*(k)$ は、

$$y^*(k) = \frac{\alpha(\sigma-1)}{\beta} \quad (20)$$

となる。このとき、この企業に必要な労働投入 $l^*(k)$ は、式(15)、(20)より、

$$l^*(k) = \alpha\sigma \quad (21)$$

となる。式(19)~(21)の結果から、工業財の価格、生産量、必要な労働投入は、工業財の種類に依らないことがわかる。

#### (4) 短期均衡

対象地域における工業財の生産・消費量と財の価格、賃金は、家計が地域間を移動できない程、短期間で均衡すると仮定する。

先述の通り、工業財市場の清算条件として式(17)が成立する。式(17)に式(13)、(20)を代入して、 $w$ について解くと、下記に示す賃金方程式が得られる：

$$w = \frac{\sigma-1}{\beta\sigma} \left( \frac{S}{\alpha\sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}} \rho \quad (22)$$

また、対象地域の企業数を $n$ とすると、労働市場の均衡条件から、対象地域における企業の総労働投入と総有効労働供給 $S$ が等しくなるので、

$$\int_0^n l^*(k) dk = S \quad (23)$$

が成立する。式(23)に式(21)を代入して、企業数 $n$ について解くと、

$$n = \frac{S}{\alpha\sigma} \quad (24)$$

が得られる。この結果と式(12)、(19)から、価格指数は次のように表される：

$$\rho = \frac{\beta\sigma}{\sigma-1} \left( \frac{S}{\alpha\sigma} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}} w \quad (25)$$

式(25)は $w$ について解くと賃金方程式(22)になる。

間接効用 $v$ は、式(9)に賃金方程式(22)あるいは価格指数の式(25)を代入すると、対象地域の家計数 $L$ の関数として次のように表される：

$$v(L) = \frac{\sigma-1}{\beta\sigma} \left( \frac{1}{\alpha\sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}} \left( 1 - \frac{\theta L}{2} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} L^{\frac{1}{\sigma-1}} \quad (26)$$

#### (5) 長期均衡

長期的には、家計は対象地域と外部地域の間を移動することができる。ここでは、家計が効用の水準が高い地域に移動すると仮定して、家計数の時間変化は次の調整プロセスによって決定されるものとする：

$$\dot{L} = (v(L) - v_o)L \quad (27)$$

$v_o$ は外部地域 (the rest of the world) の間接効用を表す。先述の通り、外部地域の状態は対象地域から影響を受けないものと仮定し、 $v_o$ は定数として与える。

このとき、長期的な家計の立地均衡条件は下記の通り表現される：

$$\begin{cases} v_o = v(L) & \text{if } L > 0 \\ v_o \geq v(L) & \text{if } L = 0 \end{cases} \quad (28)$$

### 4. 1地域SOMTモデルにおける受容力の分析

#### (1) 外力による都市システムへの影響

地域に自然災害等の外力が加えられたとき、本研究では、その外力の影響によって人口が地域外に流出することを想定する。よって、外力による地域の変動を家計数の減少として表すものとする。

#### (2) 受容力の表現

2. で示した通り、受容力は「外力による変動を受け容れ、存続可能な状態を保持する能力」と定義されるが、外力を受ける前の時点において、地域が存続可能な状態でなければ、受容力を持ちえない。ここでは、対象地域の存続可能な条件を整理した上で、1地域SOMTモデル

によって表される受容力について説明する。

対象地域の間接効用 $v(L)$ を表す式(26)の関数としての特徴を整理する。まず、 $L = 0$ において、 $v(0) = 0$ となる。次に、 $0 < L < 2/(\sigma + 1)\theta$ において、 $v'(L) > 0$ となるので増加し、 $L = 2/(\sigma + 1)\theta$ において極大値をとる。さらに、 $2/(\sigma + 1)\theta < L < 2/\theta$ において、 $v'(L) < 0$ となるので減少し、 $L = 2/\theta$ において $v(2/\theta) = 0$ となる。 $v(L)$ の二階微分の符号の正負が $\sigma$ の値によって変化する場合もあるが、これらの特徴は $\sigma$ の値には影響されない。横軸を地域の家計数 $L$ 、縦軸を間接効用とすると、対象地域と外部地域の間接効用は図-2のように表される。

図-2を基に、対象地域が存続可能であるための条件を整理する。まず、必要条件として、次の条件を満たす必要がある：

$$v\left(\frac{2}{(\sigma + 1)\theta}\right) \geq v_o \quad (29)$$

この条件が満たされなければ、 $0 \leq L \leq 2/\theta$ における $v(L)$ の極大値が外部地域の効用 $v_o$ を常に下回ることになるため、対象地域の家計数は減少し、最終的には消滅する。

一方、式(29)を満たすとき、 $\dot{L} = 0$ となる $L$ の解（平衡点）が得られる。特に、 $(2/(\sigma + 1)\theta) > v_o$ が成り立つとき、 $\dot{L} = 0$ を満たす2つの解 $L_a^*$ 、 $L_b^*$ （ただし、 $L_a^* > L_b^*$ ）が得られる。このとき、 $L > L_b^*$ であれば、対象地域の家計数は $L = L_a^*$ に収束し、対象地域は安定して存続可能となる。しかし、 $L < L_b^*$ であれば、対象地域の家計数は減少し、いずれ対象地域は消滅する。つまり、式(29)が成り立つとき、 $L > L_b^*$ であることが対象地域が存続可能となる十分条件である。 $(2/(\sigma + 1)\theta) = \bar{v}$ のときは、 $L_a^* = L_b^*$ となり、 $\dot{L} = 0$ を満たす平衡点は一つとなるが、この場合でも対象地域が存続可能となる十分条件が $L > L_b^*$ となる。

先述の受容力の定義に基づき、本研究では、受容力の大きさを「地域が存続可能な状態を保持できる最大の家

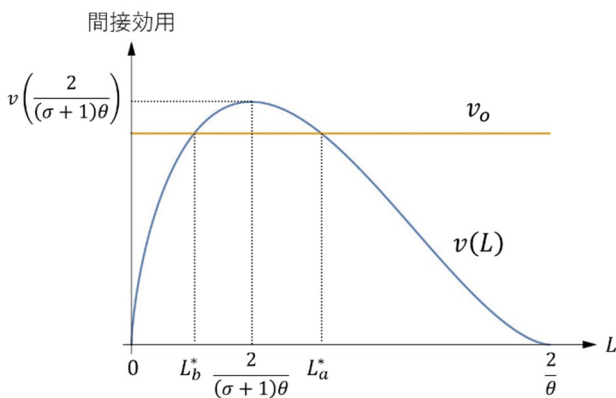
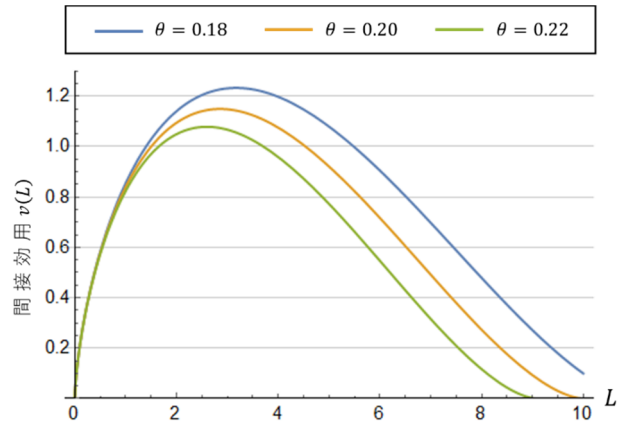


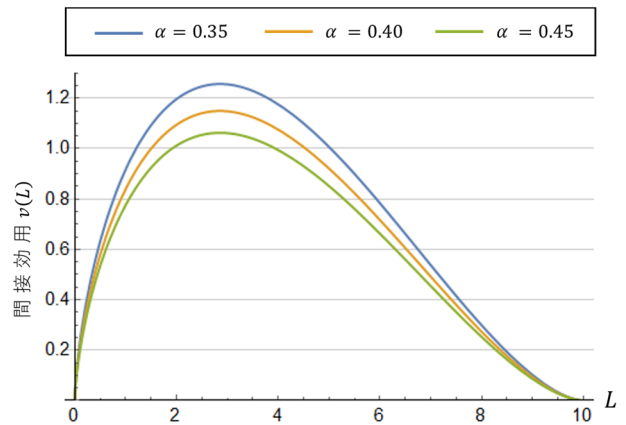
図-2 対象地域と外部地域の間接効用

計数変動量」によって測る。

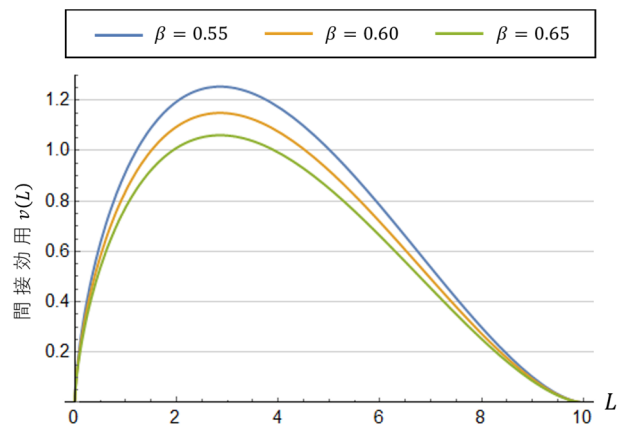
以上から、先述の存続可能な条件を満たしている場合、対象地域が受容力の大きさは、 $|L - L_b^*|$ と表すことができる。また、対象地域が存続可能であるとき、その家計



a) 通勤費用 $\theta$ を変化させたとき  
( $\sigma = 2.5, \alpha = 0.40, \beta = 0.60$ )



b) 固定費用 $\alpha$ を変化させたとき  
( $\sigma = 2.5, \theta = 0.20, \beta = 0.60$ )



c) 限界費用 $\beta$ を変化させたとき  
( $\sigma = 2.5, \theta = 0.20, \beta = 0.60$ )

図-3 パラメータの変化による間接効用への影響

数はいずれ $L_a^*$ に収束するため、対象地域の潜在的な受容力の大きさは、 $|L_a^* - L_b^*|$ と表される。

### (3) 受容力に影響を与える要因の分析

1地域SOMTモデルにおいて、通勤費用、生産にかかる費用、外部地域の効用が受容力に与える影響について整理する。

まず、通勤費用、生産にかかる固定費用および限界費用による影響を調べる。各費用に関わるパラメータ  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  によって、間接効用を表す式(26)をそれぞれ微分すると、 $L$ の定義域 $[0, 2/\theta]$ において、明らかに、

$$\frac{\partial v(L)}{\partial \theta} < 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial v(L)}{\partial \alpha} < 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial v(L)}{\partial \beta} < 0 \quad (32)$$

となる。これより、通勤費用、固定費用および限界費用の上昇は間接効用に負の影響を、これらの費用の低下は正の影響を与えることがわかる。図-3に示すようにパラメータを設定して、 $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ をそれぞれ変化させると、式(26)の間接効用は、各パラメータの値の上昇に伴い減少していくことがわかる。

以上から、通勤費用、固定費用および限界費用の低下は受容力を増大させ、これらの費用の上昇は受容力は減少させる。外部地域の効用 $v_o$ については、図-2からも明らかのように、 $v_o$ の値の上昇は対象地域の受容力を減少させ、その値の低下は受容力を増大させる。また、通勤費用、固定費用および限界費用の上昇あるいは外部地域の効用の上昇によって、対象地域の間接効用が常に外部地域の間接効用を下回ることになれば、対象地域は受容力を失い、家計数の変動の有無にかかわらず衰退傾向に陥り、存続できない状態となる。

## 5. 2地域SOMTモデル

本章では、Murata and Thisse (2005) を基に2地域SOMTモデルについて定義する<sup>9)</sup>。

### (1) 状況設定

本章では、交易による関係を有する2地域 ( $i = 1, 2$ ) とそれ以外の外部地域の存在を前提とする。対象とする地域の経済には3. と同様の工業部門のみが存在する。2地域において生産された財は、2地域内でのみ消費され、外部地域で消費されることはない。この経済における財には、工業財と土地が存在する。

各地域における空間の広がり、利用可能な土地に関する仮定も2. と同様である。各地域の各地点 $x \in \mathbf{X}_i$ では、1単位の土地が利用可能であり、各地域のすべての企業は、 $x = 0$ となる地点に立地し、中心業務地区を形成する。

各地域における家計の総数を $L_i$ とする。土地の消費、労働力の供給、通勤費用に関する仮定は2. と等しく、各地域の家計が立地する領域は、 $[-L_i/2, L_i/2]$ となる。以上から、各地域において、中心業務地区から距離 $|x|$ に居住する家計の有効労働供給 $s_i(x)$ は次のように与えられる：

$$s_i(x) = 1 - 2\theta_i|x| \quad x \in [-L_i/2, L_i/2] \quad (33)$$

ここで、 $\theta_i$ は各地域の通勤距離単位当たりの通勤費用を表すパラメータであり、 $0 < \theta_i < 1$ とする。各地域における総有効労働供給 $S_i$ は次のように与えられる：

$$S_i = \int_{-L_i/2}^{L_i/2} s_i(x)dx = L_i(1 - \theta_i L_i/2) \quad (34)$$

各地域の各地点に居住する家計が得る賃金と支払う地代、土地所有と地代収入に関しても3. と同様に考えれば、各家計の所得 $I_i$ は次のように表される：

$$I_i = \left(1 - \frac{\theta_i L_i}{2}\right) w_i \quad (35)$$

ここで、 $w_i$ は各地域の家計が供給した有効な労働1単位当たりの賃金である。

本章においても3. と同様の仮定に基づき、外部地域の効用水準は常に一定であるものとする。

### (2) 家計の行動

各地域の消費者は、下記の効用関数 $U_i$ を所得制約の下で最大化するように差別化された工業財の購入量を決定する：

$$U_i = \left( \sum_{j=1,2} \int_{k \in N_j} q_{ji}(k)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dk \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (36)$$

$$s.t. \sum_{j=1,2} \int_{k \in N_j} p_{ji}(k) q_{ji}(k) dk = \left(1 - \frac{\theta_i L_i}{2}\right) w_i \quad (37)$$

ここで、 $p_{ji}(k)$ ,  $q_{ji}(k)$ は地域 $j$ で生産されて地域 $i$ で消費される種類 $k$ の工業財の価格、消費量である。 $N_j$ は、地域 $j$ で生産された工業財の種類を要素にもつ集合である。

地域 $i$ における各家計の種類 $k$ の工業財に対する需要 $q_{ji}(k)$ 、価格指数 $\rho_i$ は次のように表される：

$$q_{ji}(k) = p_{ji}(k)^{-\sigma} \rho_i^{\sigma-1} \left(1 - \frac{\theta_i L_i}{2}\right) w_i \quad (38)$$

$$\text{where } \rho_i \equiv \left( \sum_{j=1,2} \int_{k \in N_j} p_{ji}(k)^{1-\sigma} dk \right)^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (39)$$

これより、地域 $j$ で生産された種類 $k$ の工業財に対する地域 $i$ における総需要 $Q_{ji}(k)$ は次のように表される：

$$Q_{ji}(k) = q_{ji}(k)L_i \quad (40)$$

$$= p_{ji}(k)^{-\sigma} \rho_i^{\sigma-1} \left(1 - \frac{\theta_i L_i}{2}\right) L_i w_i \quad (41)$$

各地域の家計の間接効用 $v_i$ は、式(36)に式(38)を代入して、次のように表される：

$$v_i = \frac{(1 - \theta_i L_i / 2) w_i}{\rho_i} \quad (42)$$

### (3) 企業の行動

3. における仮定と同じく、各地域の企業は必ず他企業とは異なる種類の財を生産する。地域 $i$ において、種類 $k$ の工業財を $y_i(k)$ 生産するために必要な労働投入 $l_i(k)$ は、次のように表される：

$$l_i(k) = \alpha_i + \beta_i y_i(k) \quad (43)$$

ここで、 $\alpha_i$ 、 $\beta_i$ は、それぞれ各地域の固定費用、限界費用として必要な労働力である。よって、種類 $k$ の工業財を $y_i(k)$ 生産するために必要な費用 $c_i(k)$ は、

$$c_i(k) = w_i(\alpha_i + \beta_i y_i(k)) \quad (44)$$

と表される。

企業は、3. と同様に自らが生産する工業財の価格 $p_i(k)$ （工場卸し価格）を設定できるものとする、その利潤最大化行動は下記のように定式化できる：

$$\max_{\{p_i(k)\}} \Pi_i(k) = p_i(k) y_i(k) - w_i(\alpha_i + \beta_i y_i(k)) \quad (45)$$

ここで、 $\Pi_i(k)$ は種類 $k$ の工業財を生産する企業の利益を表す。

地域間における工業財の輸送は氷塊型の輸送技術に従うものとする。地域 $i$ から地域 $j$ に1単位の財を届けるためには、地域 $i$ において $T_{ij}$ 単位の財を輸出する必要がある。ただし、同じ地域内では輸送費用はかからず、 $T_{ii} = 1$ とする。ここで、 $\tau$ を $\tau > 1$ のパラメータとすると、輸送費用は次のように表される：

$$\begin{cases} T_{ij} = \tau & \text{if } i \neq j \\ T_{ij} = 1 & \text{if } i = j \end{cases} \quad (46)$$

このとき、地域 $i$ で生産され、地域 $j$ で消費される工業財の地域 $i$ での価格 $p_{ij}(k)$ は、工場卸し価格 $p_i(k)$ と輸送費用 $T_{ij}$ を用いて、

$$p_{ij}(k) = p_i(k) T_{ij} \quad (47)$$

と表される。また、工業財の需要量 $Q_{ij}(k)$ と供給量 $y_i(k)$ との間には次の関係が成立する：

$$y_i(k) = \sum_{j=1,2} T_{ij} Q_{ij}(k) \quad (48)$$

以上より、式(45)の利潤最大化問題の最適化条件を満たす工業財の価格 $p_i^*(k)$ は、

$$p_i^*(k) = \frac{\beta_i \sigma}{\sigma - 1} w_i \quad (49)$$

と導出される。さらに利潤ゼロ条件より、種類 $k$ の工業財の生産量 $y_i^*(k)$ は、

$$y_i^*(k) = \frac{\alpha_i(\sigma - 1)}{\beta_i} \quad (50)$$

となる。このとき、この企業に必要な労働投入 $l_i^*(k)$ は、

$$l_i^*(k) = \alpha_i \sigma \quad (51)$$

となる。

### (4) 短期均衡

3. と同様に、各地域における財の生産・消費量・価格と賃金は、家計が地域間を移動できないほど短期間で均衡すると仮定する。

工業財市場の清算条件である式(40)に、式(34)、(38)、(40)、(49)、(50)を代入して変形すると、各地域の賃金方程式が次のように得られる：

$$w_i \sigma = \frac{1}{\alpha_i \sigma} \left( \frac{\beta_i}{\sigma - 1} \right)^{1-\sigma} (\rho_i^{\sigma-1} S_i w_i + \tau^{1-\sigma} \rho_j^{\sigma-1} S_j w_j) \quad (52)$$

また、各地域の企業の数 $n_i$ とすると、労働市場の均衡条件から、

$$\int_0^{n_i} l_i^*(k) dk = S_i \quad (53)$$

が成立する。式(53)に式(51)を代入して、 $n_i$ について解くと、

$$n_i = \frac{S_i}{\alpha_i \sigma} \quad (54)$$

が得られる。この結果と式(39)、(49)から、価格指数は次のように表される：

$$\rho_i = \frac{\beta_i}{\alpha_i(\sigma - 1)} \left[ S_i w_i^{1-\sigma} + S_j (\tau w_j)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (55)$$

### (5) 長期均衡

長期的には、家計は2地域と外部地域の間を移動することができる。ここでは、家計が効用の水準が高い地域に移動すると仮定して、家計数の時間変化は次の調整プロセスによって決定されるものとする：

$$\begin{cases} \dot{L}_1 = (v_1(L) - v_o) L_1 \\ \dot{L}_2 = (v_2(L) - v_o) L_2 \end{cases} \quad (56)$$

$v_o$ は外部地域の間接効用であり、定数で与える。

このとき、長期的な家計の立地均衡条件は下記の通り表現される：

$$\begin{cases} v_o = v_i(L) & \text{if } L_i > 0 \\ v_o \geq v_i(L) & \text{if } L_i = 0 \end{cases} \quad (57)$$

## 6. 2地域SOMTモデルにおける受容力の分析

本章では、2地域SOMTモデルを用いて、各地域の状態や交易の自由度が各地域の受容力に与える影響を明らかにする。

### (1) 外力による都市システムへの影響

4. と同様、地域に自然災害等の外力が加えられたとき、その外力の影響によって人口が地域外に流出することを想定する。よって、外力による地域の変動を家計数の減少として表すものとする。また、1地域だけでなく、2地域両方に外力が同時に加えられる場合もあるものとする。

### (2) 吸引領域と受容力

2地域SOMTモデルの調整過程を表す式(56)によって、各地域の長期的な人口（ここでは家計数）の変動を表現することができる。各地域の状態の動的変化は、両地域の家計数とパラメータによって決定され、i)両地域とも存続、ii)1地域が存続、1地域が消滅、iii)両地域とも消滅、のいずれかの状態に収束する。図-4は、あるパラメータの値を与え、各格子点を初期値としたときに、各地域の状態が収束する平衡点を示している。図-4からわか

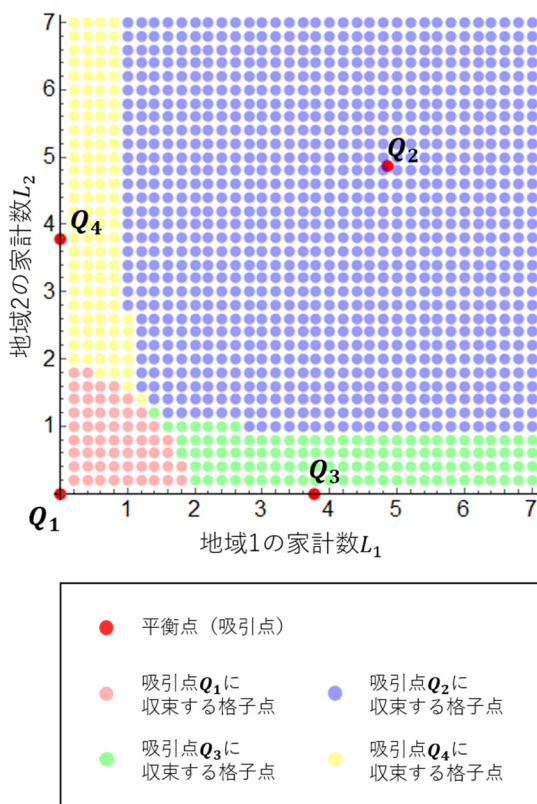


図-4 2地域 SOMT モデルにより表現される吸引領域  
 $(\sigma = 2.5, \tau = 2.5, \theta_1 = \theta_2 = 0.2, \alpha_1 = \alpha_2 = 0.4, \beta_1 = \beta_2 = 0.6, v_0 = 1.1)$

るように、各地域の家計数の組み合わせによって収束する平衡点（吸引点）が異なる。吸引点 $Q_2$ が両地域とも存続、吸引点 $Q_3, Q_4$ が1地域が存続、1地域が消滅、吸引点 $Q_1$ が両地域とも消滅している状態に相当する。吸引点 $Q_3, Q_4$ が存在していることは、それぞれ地域1、地域2が単独でも存続可能であり得ることを意味する。各平衡点に収束する領域は吸引領域と呼ばれる。

各地域の受容力については、家計数 $L_1, L_2$ が吸引点 $Q_2$ の吸引領域内にある時、地域1が受容可能な変動は吸引点 $Q_1, Q_4$ の吸引領域に入らない程度の変動となり、地域2が受容可能な変動は吸引点 $Q_1, Q_3$ の吸引領域に入らない程度の変動となる。家計数 $L_1, L_2$ が吸引点 $Q_3$ の吸引領域内にある時、地域1が受容可能な変動は吸引点 $Q_1$ の吸引領域に入らない程度の変動となり、地域2は受容力を失っている状態である。家計数 $L_1, L_2$ が吸引点 $Q_4$ の吸引領域内にある時、地域1は受容力を失っている状態であり、地域2が受容可能な変動は吸引点 $Q_1$ の吸引領域に入らない程度の変動となる。

各吸引点の位置や存在の有無、吸引領域の形状は、パラメータによって変化する。パラメータの変化による平衡点の位置や吸引領域の形状への影響を分析することで、各地域が存続のために許容できる家計数の変動の程度、つまり受容力への影響を把握することができる。

### (3) 受容力に影響を与える要因の分析

数値計算によって、パラメータの変化が吸引点の位置や吸引領域の形状に与える影響を分析する。これにより、2地域間の輸送費用や各地域の通勤費用、生産に関わる固定費用・限界費用が受容力に与える影響とその構造を明らかにする。

#### a) 輸送費用による影響：2地域とも単独で存続可能な場合

両地域とも単独でも存続可能な状態となるように図-5に示すパラメータを与える。そのうえで、2地域間の輸送費用を表すパラメータ $\tau$ の変化による影響を整理する。図-5から明らかなように、吸引点 $Q_2$ における各地域の家計数 $L_1$ および $L_2$ は、吸引点 $Q_3$ における家計数 $L_1$ および吸引点 $Q_4$ における家計数 $L_2$ よりも大きい。そして、輸送費用が低い（交易の自由度が高い）ほど、吸引点 $Q_2$ における各地域の家計数 $L_1, L_2$ は増加し、その吸引領域も拡大する。一方、輸送費用が高い（交易の自由度が低い）ほど、吸引点 $Q_2$ における各地域の家計数 $L_1, L_2$ は減少し、その吸引領域は縮小していく。同時に、吸引点 $Q_1, Q_3, Q_4$ の吸引領域が拡大する。

以上から、両地域ともに存続している場合では、各地域が単独で存続している場合よりも受容力が大きい。輸送費用の低下が両地域の受容力を増大させ、輸送費用の上昇は受容力を減少させることが確認された。これは輸



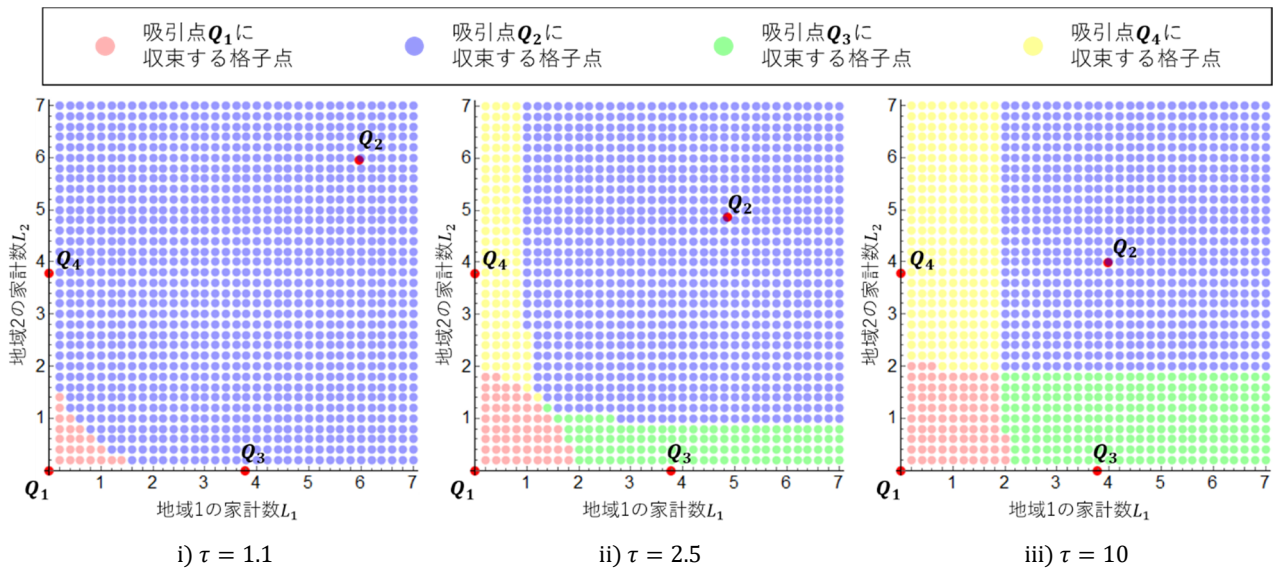


図-5 輸送費用が吸引領域に与える影響

( $\sigma = 2.5, \theta_1 = \theta_2 = 0.2, \alpha_1 = \alpha_2 = 0.4, \beta_1 = \beta_2 = 0.6, v_o = 1.1$ )

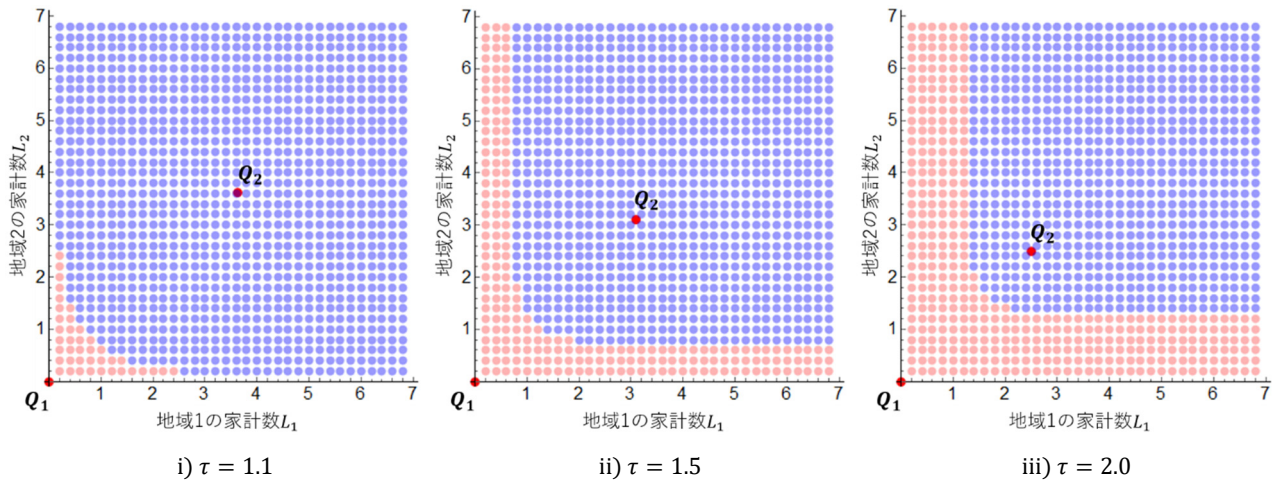


図-6 輸送費用が吸引領域に与える影響 (2地域とも単独では存続不可能な場合)

( $\sigma = 2.5, \theta_1 = \theta_2 = 0.28, \alpha_1 = \alpha_2 = 0.4, \beta_1 = \beta_2 = 0.6, v_o = 1.1$ )

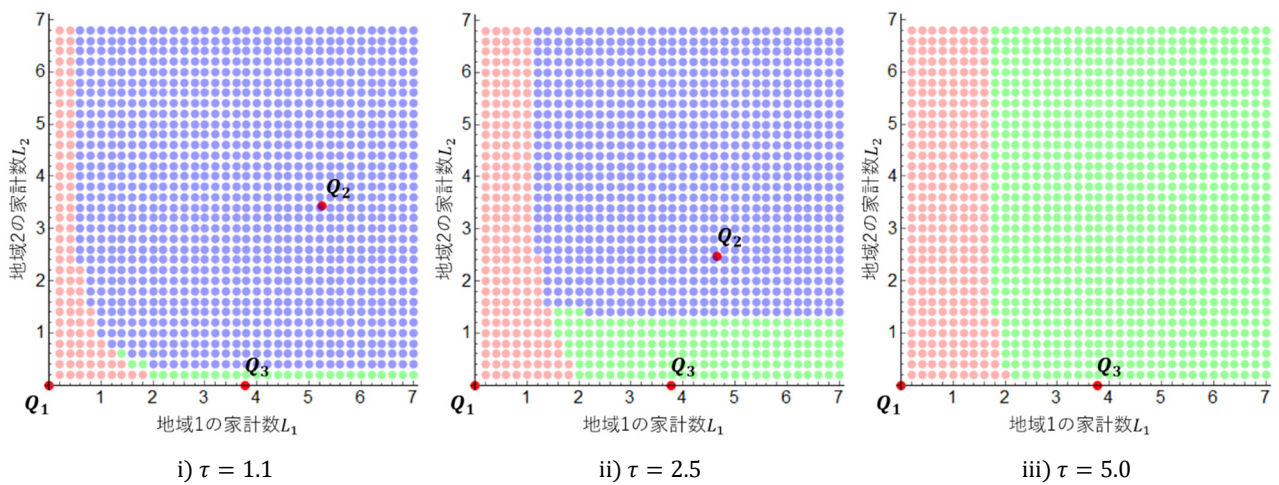


図-7 輸送費用が吸引領域に与える影響 (地域1のみ単独で存続可能な場合)

( $\sigma = 2.5, \theta_1 = 0.20, \theta_2 = 0.28, \alpha_1 = \alpha_2 = 0.4, \beta_1 = \beta_2 = 0.6, v_o = 1.1$ )

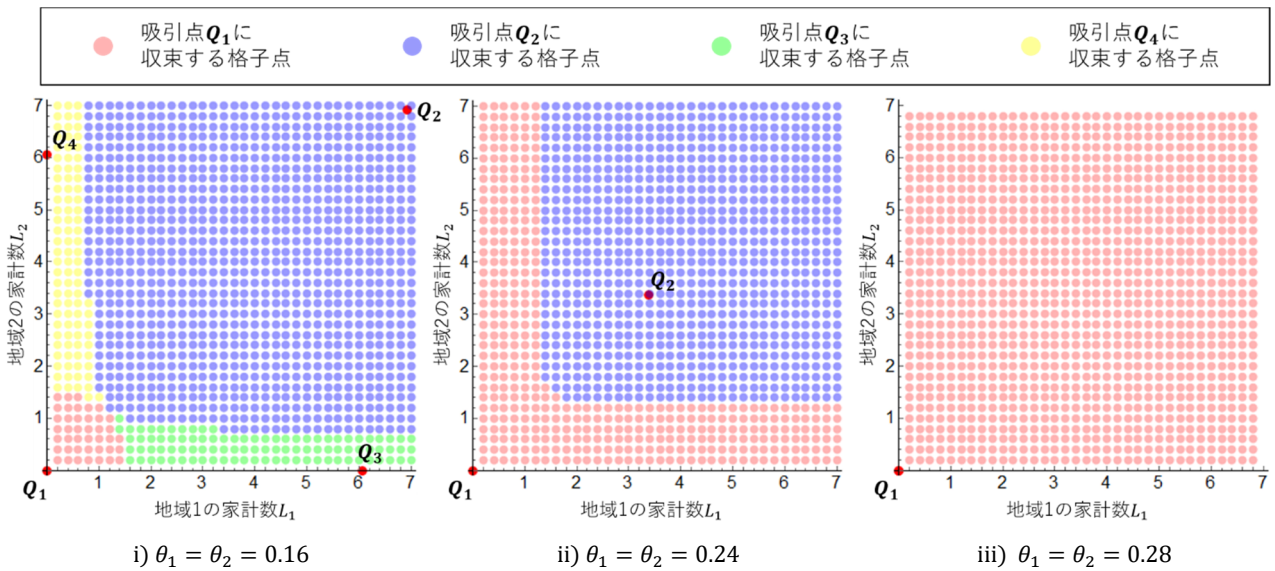


図-8 通勤費用による影響 (2地域における通勤費用が等しい場合)  
 $(\sigma = 2.5, \tau = 2.5, \alpha_1 = \alpha_2 = 0.4, \beta_1 = \beta_2 = 0.6, v_0 = 1.1)$

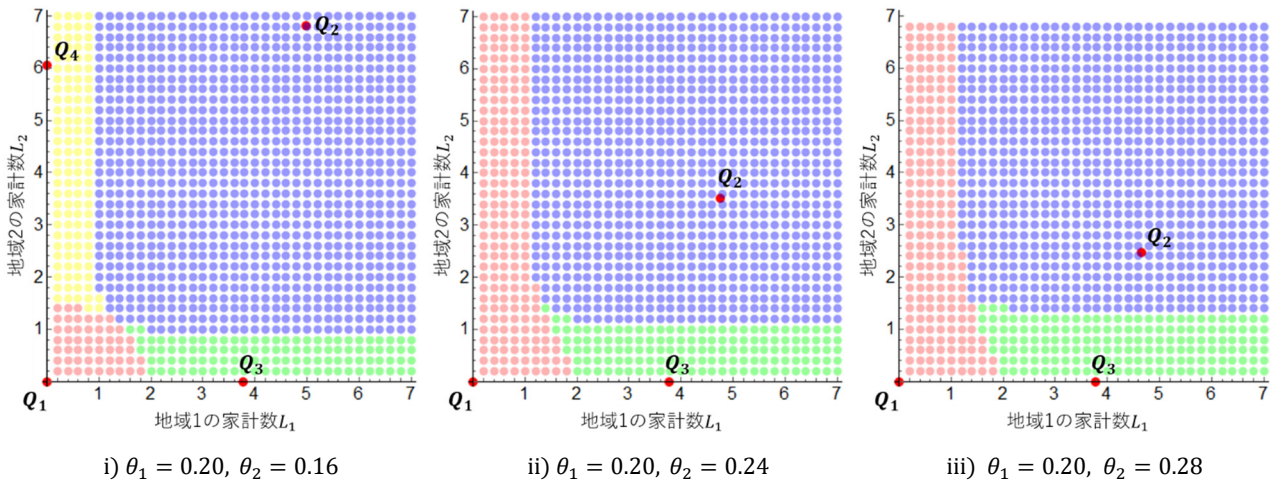


図-9 通勤費用による影響 (2地域における通勤費用が異なる場合)  
 $(\sigma = 2.5, \tau = 2.5, \alpha_1 = \alpha_2 = 0.4, \beta_1 = \beta_2 = 0.6, v_0 = 1.1)$

送費の低下に伴い、交易によって他方の地域で生産された多様な財をより安価に得られることで効用が増大するためである。逆に輸送費用が上昇すると、交易による正の効果が損なわれていき、図-5 iii) ( $\tau = 10$ のとき) が示すように、各地域の受容力は各地域が単独で存在している場合と同等の状態に近づいていく。

**b) 輸送費用による影響：2地域とも単独では持続不可能な場合**

両地域とも単独では持続不可能な状態となるように図-6に示すパラメータを与える(図-5のパラメータ設定から通勤費用を $\theta_1 = \theta_2 = 2.8$ に高めている)。その上でパラメータ $\tau$ の変化が吸引領域に与える影響を整理する。図-6から明らかなように、輸送費用が低い(交易の自由度が高い)ほど、吸引点 $Q_2$ における各地域の家計数 $L_1$ ,

$L_2$ は増加し、その吸引領域も拡大する。一方、輸送費用が高い(交易の自由度が低い)ほど、吸引点 $Q_2$ における各地域の家計数 $L_1$ ,  $L_2$ は減少し、その吸引領域は縮小していく。図-6と同じパラメータの設定で、輸送費用を $\tau = 2.5$ まで上昇させた状態が図-8 iii)であり、両地域とも持続できないことがわかる。

以上から、両地域とも単独では持続不可能な場合でも十分に輸送費用が低ければ、交易による正の効果を受けて両地域が持続可能と成り得る(つまり、吸引点 $Q_2$ が存在し得る)ことが確認された。さらに、吸引点 $Q_2$ が存在するとき、輸送費の低下は両地域の受容力を増大させることが確認された。

また、図-6から一方の地域においては全く家計数の変動が生じなくても、もう一方の地域での家計数の変動に

よって、両地域の状態が吸引点 $Q_1$ の吸引領域まで変化すれば、両地域ともに衰退傾向に陥り消滅することがわかる。このように、地域が存続する上で他地域の家計数の変動にも許容できない閾値を抱える状況となるが確認された。

#### c) 輸送費用による影響：1地域のみ単独で存続可能な場合

地域1は単独で存続可能、地域2は単独で存続不可能な状態となるように図-7に示すパラメータを与える(図-5のパラメータ設定から地域2の通勤費用を $\theta_2 = 2.8$ に高めている)。その上でパラメータ $\tau$ の変化が吸引領域に与える影響を整理する。図-7から明らかなように、輸送費用が低い(交易の自由度が高い)ほど、吸引点 $Q_2$ における各地域の家計数 $L_1, L_2$ は増加し、その吸引領域も拡大する。一方、輸送費用が高い(交易の自由度が低い)ほど、吸引点 $Q_2$ における各地域の家計数 $L_1, L_2$ は減少し、その吸引領域は縮小していく。図-7 iii)の通り、輸送費用が一定以上高くなると、地域2は存続できないことがわかる。

両地域ともに存続している場合では、地域1が単独で存続している場合よりも受容力が大きく、輸送費用の低下が両地域の受容力を増大させ、輸送費用の上昇は受容力を減少させることが確認された。

#### d) 通勤費用による影響：2地域における通勤費用が等しい場合

図-8の通りパラメータを与えた上で、通勤費用を表すパラメータ $\theta_1, \theta_2$ の変化による影響を整理する。図-8は、図-5 ii)を基準として、2地域の通勤費用 $\theta_1, \theta_2$ を等しく低下あるいは上昇させたときの吸引領域の様子を表している。図-8から明らかなように、通勤費用が低いほど、吸引点 $Q_2$ における各地域の家計数 $L_1, L_2$ は増加し、その吸引領域は拡大していく。また、 $\theta_1 = \theta_2 = 0.16$ (図-8 i))と $\theta_1 = \theta_2 = 0.2$ (図-5 ii))を比較すると、吸引点 $Q_3$ における家計数 $L_1$ および $Q_4$ における家計数 $L_2$ も増加している。さらに、若干であるが吸引点 $Q_3, Q_4$ の吸引領域は吸引点 $Q_1$ の吸引領域に対して拡大している。これは、通勤費用の低下によって家計数の増加による負の影響が緩和されて家計数が増加し、2地域が存続している場合においても1地域のみが存続している場合においても、生産される財の多様性が増加することで各地域における効用が増加するためである。

一方、通勤費用が高くなるほど、吸引点 $Q_2$ における各地域の家計数 $L_1, L_2$ は減少し、その吸引領域は縮小していく。通勤費用を上昇させていくと、その過程で吸引点 $Q_3, Q_4$ が消滅していることがわかる。これは、4.で説明したように、各地域が単独では外部地域の間接効用上回ることはできず、存続できない状態に陥っていることを意味する。 $\theta_1 = \theta_2 = 0.24$ (図-8 ii))では、一方の地域が消滅すると、他方の地域も存続できない。さらに通勤費用をさせると、吸引点 $Q_2$ の家計数 $L_1, L_2$ は一層減少し、その吸引領域も縮小する。最終的には図-8 iii)が示す通り、吸引点 $Q_2$ は消滅して吸引点 $Q_1$ の吸引領域だけとなり、家計数の多寡にかかわらず両地域とも消滅する状態に陥る。

以上から、両地域の通勤費用の低下は各地域の受容力を増大させ、逆に通勤費用の上昇は受容力を減少させることが確認された。

また、両地域の生産における固定費用、限界費用を等しく変化させた場合についても吸引領域と両地域の受容力に対して本項における通勤費用と同様の影響が確認された。

#### e) 通勤費用による影響：2地域における通勤費用が異なる場合

図-9の通りパラメータを与えた上で、 $\theta_2$ の変化による影響を整理する。ここでは、2地域の通勤費用が異なる場合を想定し、地域1の通勤費用を固定し、地域2の通勤費用のみを変化させた。図-9では、図-5 ii)を基準として、地域2の通勤費用 $\theta_2$ を低下あるいは上昇させたときの吸引領域の様子を表している。ここでは、地域2の通勤費用が低いほど、吸引点 $Q_2$ における地域2の家計数 $L_2$ は増加し、その吸引領域は拡大する。一方、地域2の通勤費用が高くなるほど、吸引点 $Q_2$ における地域2の家計数 $L_2$ は減少し、その吸引領域は $L_2$ 軸方向で縮小していく。 $\theta_2 = 0.20$ (図-9 ii))と $\theta_2 = 0.24$ (図-9 iii))の間で吸引点 $Q_4$ が消滅する。これは、通勤費用の上昇に伴い地域2が単独で存続することができなくなるためである。このとき、地域2は家計数 $L_2$ とは無関係に地域1の家計数の変動によって吸引点 $Q_1$ の吸引領域まで変化することがあれば、両地域はともに衰退し消滅する。逆に地域2が消滅した場合、地域1は単独でも存続可能であるが、地域2が存続していた時と比較して、受容力は低下する。

以上から、一方の地域の通勤費用の低下は、特にその地域2の受容力を増大させ、逆に通勤費用の上昇はその受容力を減少させることが確認された。また、通勤費用の上昇により一方の地域が単独で存続できない状態になると、他方の地域に依存して存続することになる。このとき、依存している地域が衰退傾向に陥ると、当該地域も衰退傾向に陥ることが確認された。

また、一方の地域の生産における固定費用、限界費用のみをそれぞれ変化させた場合についても吸引領域と各地域の受容力に対して、本項における通勤費用と同様の影響が確認された。

## 7. おわりに

本研究では、まず、塩崎・加藤(2018)を基に、都市システムの外力に対する受容力を定義したうえで、受容力を表現する上での数理モデルの要件を示した。そして、Murata and Thisse(2005)によるモデルを応用した1地域SOMTモデル、2地域SOMTモデルによって、都市システムの受容力を表現できることを示した。さらに、これらのモデルを用いて、都市システムの受容力に影響を与え

る要因と構造を分析した。

1地域SOMTモデルにおいては、通勤費用、生産における固定費用および限界費用、外部地域の効用の低下が、対象地域の受容力を増大させること、逆にこれらの費用や外部地域の効用の上昇は受容力を減少させることが明らかとなった。

2地域SOMTモデルにおいては、2地域がそれぞれ単独で存続可能な場合でも、交易によって両地域の受容力が高まり、交易の自由度が高いほど受容力が増大することが明らかとなった。片方の地域あるいは両地域が単独では存続できない場合でも交易によってその地域が存続できる状態になる可能性があり、この場合も交易の自由度が高いほど受容力が増大することが明らかとなった。また、他地域との交易に依存して存続が可能となっている場合は他地域での家計数の減少が自地域の消滅につながる可能性も確認された。通勤費用、生産における固定費用・限界費用による影響については、1地域SOMTモデルにおける受容力と同様に、各地域のこれらの費用の低下がそれぞれの地域の受容力を増大させること、逆にこれらの費用の上昇がそれぞれの地域の受容力を減少させることが明らかとなった。

今後の課題としては、地域が元来有している外生的な優位性 (first nature) を考慮した分析を行うことがあげられる。また、今回はMurata and Thisse (2005) を応用して分析を行ったが、選択するモデルの特徴によっては、吸

引領域の形状が変化する可能性もある。異なる特徴を有するモデルでも同様の分析を行い、受容力への影響を確かめる必要がある。

**謝辞**：本研究は、日本学術振興会 科学研究費補助金 (課題番号19K15261) の助成を受けた研究の一部である。

#### 参考文献

- 1) de Bruijn. K. M.: Resilience and flood risk management, Water Policy, Vol.6, No.1, pp.53-66, 2004.
- 2) Mens. M., Klijn. F., de Bruijn. K., van Beek. E.: The Meaning of System Robustness for Flood Risk Management, Environmental Science and Policy, Vol.14, pp.1121-1131, 2011.
- 3) Holling, C.S.: Resilience and Stability of Ecological Systems, Annual Review of Ecology and Systematics, Vol. 4, pp.1-23. 1973.
- 4) 塩崎由人, 加藤孝明: 都市システムの自然災害に対する受容力の構造の解明と制御の可能性, No.33, pp.63-73, 2018.
- 5) 藤田昌久, 浜口伸明, 亀山嘉大: 復興の空間経済学 - 人口減少時代の地域再生 -, 日本経済新聞社, 2018.
- 6) Murata. Y. and Thisse. J.: A simple model of economic geography à la Helpman-Tabuchi, Journal of Urban Economics, Vol.58, No.1, pp.137-155, 2005.