

相乗り通勤を考慮したボトルネックモデル

頓所 燎¹・高山 雄貴²

¹学生会員 金沢大学 大学院自然科学研究科 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: ryo_ton@stu.kanazawa-u.ac.jp

²正会員 金沢大学准教授 理工研究域 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

本研究では、相乗り通勤を考慮したボトルネックモデルを構築する。具体的には、1人の通勤者が1台の自動車で移動する単独通勤に加え、複数の通勤者が1台の自動車で移動する相乗り通勤をボトルネックモデルに導入する。さらに、規模の経済の影響により、相乗り通勤者数が多いほど相乗りをするための追加的なコストが低くなる状況を表現する。そして、ポテンシャルゲームの性質を利用した解析により安定均衡状態の特性を明らかにするとともに、社会的最適状態を達成するための料金政策を示す。

Key Words : *bottleneck model, carpool, scale economy, stability, congestion toll*

1. はじめに

人口増加や都市経済の発展に伴い、多くの都市では激しい交通渋滞が生じている。これは人々の移動時間や様々なエネルギーを消費させ、大きな経済損失を呼んでいる。そこで、近年インターネットの普及やスマートフォンの登場などの情報社会の発展¹⁾により、代替輸送手段として“相乗り”が注目されつつある。相乗りは同じ目的地あるいは目的地までの道中に他の目的地がある人同士が同じ自動車を利用することを指す。複数人で自動車を共有することにより、交通需要を抑えることができ、渋滞緩和につながるのではないかと期待されている。

通勤ピーク時の交通渋滞を表現できる代表的なモデルの一つが、ボトルネックモデル (Vickrey²⁾, Hendrickson and Kocur³⁾, Arnott et al.⁴⁾) である。このモデルは、非常にシンプルな枠組みにより多様な政策の影響を分析できるという特徴を有する。それゆえ、現在まで、その枠組みを応用・拡張した研究が膨大にされてきた。しかしながら、ボトルネックモデルと相乗り通勤を統合した研究は多くない (e.g., Yu et al.⁵⁾)。また、数少ない相乗り通勤を考慮した研究においても、他の公共交通と同様、相乗りには規模の経済が強く働き、その利便性に多大な影響を与えている可能性があるにも関わらず、その効果が無視されている。

そこで本研究では、相乗り通勤と規模の経済を考慮したボトルネックモデルを構築する。そして、構築したモデルの(局所的)安定均衡状態の特性を明らかにする。そのために、本モデルにポテンシャル関数が存在することを利用して、安定均衡状態として創発する

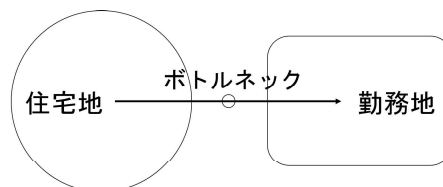


図-1 単独ボトルネックを持つネットワーク

通勤手段の特性を明らかにする。さらに、社会的最適状態を達成するために混雑料金を導入し、導入後の安定均衡状態の特性を調べることで政策の実現可能性を確認する。

本稿の構成は以下のとおりである。2章では、相乗り通勤、規模の経済を考慮したボトルネックモデルを構築し、均衡条件を定式化する。3章では、均衡状態の特性分析として、ポテンシャル関数を用いた安定性解析によって明らかにする。4章では、社会的最適状態の定式化を行ったうえで、均衡状態との比較を行う。5章では、渋滞を解消するための混雑料金を導入し、その均衡条件の定式化をし、混雑料金導入後の均衡状態の安定性を解析する。最後に、6章で結論を述べる。

2. モデル

(1) 基本設定

総数 N の通勤者が住宅地から勤務地への通勤状況を考える(図-1)。住宅地と勤務地を結ぶ道路には、容量 μ のボトルネックが存在する。このボトルネックのサービスは、first-in-first-out (FIFO) 原則を満足し、待ち行列は Vickrey²⁾, Arnott et al.⁶⁾ と同様の point queue モデルにより表現できると仮定する。本研究では、通

勤者は 1 人で通勤する（単独通勤者, solo driver）か、2 人で相乗り通勤する（相乗り通勤者, carpooler）を選択でき、その通勤者数を、各々、 N_s, N_p で表す。また、相乗り通勤を選択する場合、追加的な費用 θ/N_p が生じると仮定する。 θ に想定されるものとしては、同じ目的地の相乗り通勤者とマッチングする待ち時間や他人と空間を共有することによるプライバシーへの抵抗などがあげられる。また、これは N_p の単調減少関数なので、利用者が多ければ利用しやすいという規模の経済を考慮した項となっている。

なお以降では、単独通勤、相乗り通勤に関する変数を、各々、下付き添え字 s, p により区別する。各通勤者の住宅地から勤務地までの所要時間は、ボトルネックでの待ち時間、自動車の移動時間の和となる。ただし、自動車の移動時間は通勤者の出発時刻に依存しない静的なコストであり、かつ以降の結果に本質的な影響を与えないため、ここでは無視する。

単位時間あたりの旅行時間（渋滞待ち時間）費用は α で与えられると仮定する。また、ボトルネックを時刻 t に通過する通勤者の渋滞待ち時間を $q(t)$ で表すと、渋滞待ち時間費用は $\alpha q(t)$ で与えられる。

全ての通勤者の勤務開始時刻は同一であり、 t^* とする。そして、ボトルネックを時刻 t に通過する通勤者のスケジュールコストは勤務開始時刻 t^* との時間差 $s(t-t^*)$ で与えられる：

$$s(t-t^*) = \begin{cases} \beta(t^* - t) & \text{if } t^* \geq t, \\ \gamma(t-t^*) & \text{if } t^* \leq t. \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $\alpha > 0$ は渋滞待ち時間 1 単位当たりの費用とし、本モデルでは $\alpha = 1$ とする。 $\beta (< 1), \gamma (> 1)$ は、各々、希望到着時刻 t^* に対して早着、遅着する場合の単位時間当たりの換算係数である。

本研究では、均衡状態の存在を保証するために、 $\beta < \alpha$ と仮定する。これは、標準的なボトルネックモデルに関する研究 (e.g., Arnott et al⁴⁾) でも示されている均衡状態が FIFO 原則を満足するための条件である。この条件は、渋滞待ち時間 1 単位当たりの費用 α が単位時間で早着することによるスケジュールコストの増分 β より大きくなることを要求している。そして、この条件が満足されない場合、ボトルネックにおいて自動車の追い抜きを許さない限り、均衡状態は存在しない。

以上の設定のもとでは、ボトルネックを時刻 t に通過し、勤務地に通勤する通勤者の通勤費用 $c_s(t), c_p(t)$ は、渋滞待ち時間費用 $q(t)$ 、スケジュールコスト $s(t-t^*)$ 、自動車の燃料費 c_{fuel} 、相乗り通勤者は追加的な費用 θ/N_p の和で与えられる：

$$c_s(t) = q(t) + s(t-t^*) + c_{fuel} \quad (2a)$$

$$c_p(t) = q(t) + s(t-t^*) + \frac{c_{fuel}}{2} + \frac{\theta}{N_p} \quad (2b)$$

(2) 均衡条件

本モデルでは、短期と長期の 2 段階の均衡を考える。短期的には、均衡状態における各通勤者の数を与件として、通勤費用を最小化する出発時刻 t を選択する。その結果、各通勤者の均衡通勤費用が手段別通勤者数 N_s, N_p で与えられる。長期的には、均衡通勤費用を与件として、通勤者は通勤手段を選択する。その結果、均衡状態における手段別通勤者数 N_s^*, N_p^* が決まる。

a) 出発時刻選択均衡状態

短期均衡状態が満たす均衡条件を以下に示す：

$$\begin{cases} c_s(t) = c_s^* & \text{if } n_s(t) > 0 \\ c_s(t) \geq c_s^* & \text{if } n_s(t) = 0 \end{cases} \quad (3a)$$

$$\begin{cases} c_p(t) = c_p^* & \text{if } n_p(t) > 0 \\ c_p(t) \geq c_p^* & \text{if } n_p(t) = 0 \end{cases} \quad (3b)$$

$$\begin{cases} n_s(t) + \frac{1}{2}n_p(t) = \mu & \text{if } q(t) > 0 \\ n_s(t) + \frac{1}{2}n_p(t) \leq \mu & \text{if } q(t) = 0 \end{cases} \quad (3c)$$

$$\begin{cases} \int n_s(t)dt = N_s \\ \int n_p(t)dt = N_p \end{cases} \quad (3d)$$

ここで $n(t)$ はボトルネック通過時刻 t を通過する各通勤者数、 c_s^*, c_p^* は均衡状態における各通勤費用である。

均衡条件 (3a), (3b) は短期均衡状態では、どの通勤者も自らの勤務地到着時刻 t を変更するインセンティブを持たないことを意味している。条件 (3c) は、ボトルネック容量制約である。時刻 t にボトルネックを流出する“自動車台数 (\neq 通勤者数)”が $n_s(t) + \frac{1}{2}n_p(t)$ で与えられることから、この条件は時刻 t においてボトルネックに渋滞している場合、その時刻のボトルネック流出率は容量 μ に等しく、渋滞が発生していない時刻の流出率は μ 以下であることを示している。条件 (3d) はフロー保存則である。

b) 手段選択均衡状態

長期均衡状態を満たす均衡条件は、次の条件で与えられる：

$$\begin{cases} c_s^* - c_p^* = 0 & \text{if } N_s > 0, N_p > 0 \\ c_s^* - c_p^* > 0 & \text{if } N_p = N \\ c_s^* - c_p^* < 0 & \text{if } N_s = N \end{cases} \quad (4a)$$

$$N = N_s + N_p \quad (4b)$$

条件 (4a) は、通勤者の通勤手段選択均衡条件である。この条件は、単独通勤、相乗り通勤どちらの通勤者も存在する場合は、手段別の均衡通勤費用が等しく、どちらかの通勤手段に通勤者が集積している場合は、均衡

費用が低い通勤手段に集積することを示している，また，条件 (4b) は通勤者数の保存則を表す．

3. 均衡状態の特性

(1) 短期均衡状態の特性分析

最初に，短期均衡状態の一意性を確認する．短期均衡条件は，異質な通勤者を考慮した出発時刻選択モデルと対応した条件で与えられる．したがって，Lindsey⁷⁾より，短期均衡状態が一意であることがわかる．

条件式 (3a), (3b), (3c), (3d) から均衡通勤費用が以下のように求まる：

$$c_s^* = \frac{N_s + N_p/2}{\mu} \delta + c_{fuel} \quad (5a)$$

$$c_p^* = \frac{N_s + N_p/2}{\mu} \delta + \frac{c_{fuel}}{2} + \frac{\theta}{N_p} \quad (5b)$$

ここで， $\delta = \frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}$ である．

(2) 長期均衡状態の特性

a) ポテンシャル関数

本研究では，規模の経済を考慮していることから，一般的に均衡状態が複数存在し得る．そこで，ここでは均衡状態の一意性・安定性を調べる準備として，構築したモデルにポテンシャル関数が存在することを示す．

関数 $P(N)$ が (4b) と非負条件 ($N_s, N_p > 0$) を満たす任意の N に対して次の条件を満たせば，その関数はポテンシャル関数である：

$$\frac{\partial P(N)}{\partial N_s} - \frac{\partial P(N)}{\partial N_p} = -c_s^*(N_s) + c_p^*(N_p) \quad (6)$$

本稿で構築したモデルには，この条件を満足する関数 $P(N)$ が存在する：

$$P(N) = - \left\{ \frac{3\delta}{4\mu} N^2 + c_{fuel} \left(N - \frac{N_p}{2} \right) + \theta \ln[N_p] \right\} \quad (7)$$

したがって，本モデルのポテンシャル関数は上の $P(N)$ で与えられる．

b) 長期均衡状態の一意性と安定性

Sandholm⁸⁾ に示されているように，本モデルにはポテンシャル関数が存在することから，その均衡状態は次の最適化問題の Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件を満たす N^* の集合と一致する：

$$\max_N P(N) \quad (8a)$$

$$\text{s.t. } N = N_s + N_p, N_s \geq 0, N_p \geq 0 \quad (8b)$$

先ほども述べたように，本モデルでは規模の経済を考慮しているため均衡状態が複数存在しうる．そこで，先述の性質を利用して，本モデルの均衡状態が必ずしも一意ではないことを確認する．均衡状態が一意であることは，ポテンシャル関数が単峰であることと対応している．しかし，(7) から明らかのように，ポテンシ

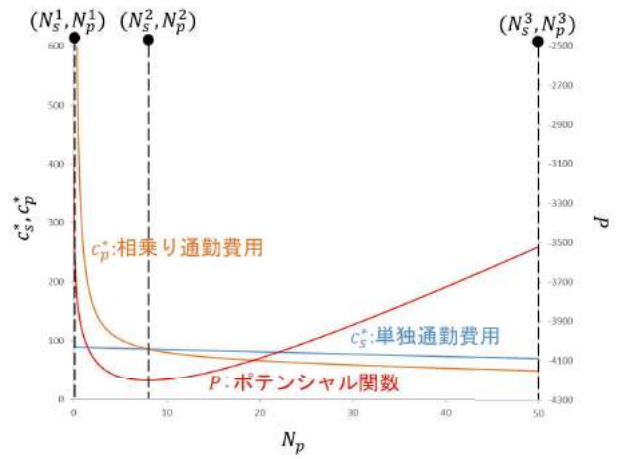


図-2 各均衡通勤費用とポテンシャル関数

ヤル関数は凸関数である．これはポテンシャル関数が必ずしも単峰とはならないことを意味していることから，均衡状態が必ずしも一意でないことがわかる．

以上より，均衡状態 N^* が複数存在しうることが確認できた．そこで，均衡選択のために Sandholm⁸⁾ の知見を利用して，均衡状態の局所安定性を調べる方法を示しておく．ポテンシャル関数が存在する場合，安定・不安定均衡状態は次の性質を有する：

ポテンシャル関数を局所的に最大化する均衡状態 N^* は，幅広い調整ダイナミクスの下で (局所的に) 安定であり，それ以外の均衡状態は不安定である．

ここからは，この性質を利用して，安定均衡状態の性質を明らかにする．

(3) 安定均衡状態の性質

長期均衡条件 (4a), (4b) より，均衡状態での通勤手段分布 $N^* = (N_s, N_p)$ は次の 3 通りになる：

$$N^{*1} = (N, 0), \quad (9a)$$

$$N^{*2} = \left(N - \frac{2\theta}{c_{fuel}}, \frac{2\theta}{c_{fuel}} \right), \quad (9b)$$

$$N^{*3} = (0, N). \quad (9c)$$

それぞれの均衡状態について述べる．具体的には， N^{*1} は全ての通勤者が単独通勤する状態， N^{*2} は単独通勤者と相乗り通勤者が存在する状態， N^{*3} は全ての通勤者が相乗り通勤する状態である．前述のとおり，ポテンシャル関数は凸関数であることから， N^{*1}, N^{*3} は安定， N^{*2} は不安定均衡状態となる．

これを具体的に確認するために，各均衡通勤費用とポテンシャル関数をグラフに示す (図-2)．ここでは， $N = 50, \beta = 0.8, \gamma = 100, \mu = 1, c_{fuel} = 50, \theta = 200$ の場合を考える．ポテンシャル関数が極大になっている

均衡 (N_s^{*1}, N_p^{*1}) と (N_s^{*3}, N_p^{*3}) が安定均衡, 極小になっている (N_s^{*2}, N_p^{*2}) が不安定均衡ということが分かった。

(4) 安定均衡状態の比較

次に, 全員が単独通勤をする安定均衡状態 N^{*1} と全員が相乗り通勤をする安定均衡状態 N^{*3} の均衡通勤費用 c^{*1}, c^{*3} を比較しよう. 社会的には, $c^{*1} < c^{*3}$ であれば全員が単独通勤, $c^{*1} > c^{*3}$ であれば全員が相乗り通勤する均衡状態の方が望ましい. そこで, 全員が相乗り通勤する状態が望ましくなる条件 ($c^{*1} > c^{*3}$) を整理すると, 以下の条件が得られる:

$$N > \frac{-c_{fuel} + \sqrt{c_{fuel}^2 + 8\theta \frac{\delta}{\mu}}}{2\delta} \mu \quad (10)$$

この結果から, どのような都市でも相乗り通勤を推進するのではなく, 総通勤者数が少ない (i.e., 規模の小さい) 都市では単独通勤が望ましい場合があるということがわかった. これは, N が非常に小さい場合, 全員が相乗りすることによる自動車台数の減少・渋滞緩和効果より, 相乗りをすることの費用が大きくなるためである.

4. 社会的最適状態の分析

本稿で構築したモデルの均衡状態は外部性の存在により, 一般的には効率的とは言えない. そこで, 本章では社会的最適状態の性質を調べるとともに, その状態を達成するための混雑料金の特徴を示す.

(1) 社会的最適状態

社会的最適状態は, 単独通勤費用と相乗り通勤費用の総和で定義される総通勤費用を最小化する状態であると定義する. このとき, 総費用最小化問題は次のように定義される:

$$\min_{n_s(t), n_p(t)} TC = \int c_s(t) n_s(t) dt + \int c_p(t) n_p(t) dt, \quad (11a)$$

$$\text{s.t. } \int n_s(t) dt + \int n_p(t) dt = N, \\ n_s(t) + \frac{1}{2} n_p(t) \leq \mu, n_s(t) \geq 0, n_p(t) \geq 0 \quad (11b)$$

標準的なボトルネックモデルの研究 (e.g., Vickrey²⁾, Hendrickson and Kocur³⁾, Arnott et al.⁶⁾⁹⁾) で証明されているように, 社会的最適状態では必ず渋滞待ち時間がゼロになる (i.e., 渋滞が完全に解消される). したがって, 各通勤費用をスケジュールコスト, 燃料費, 不便コストで与えても, 式 (11a) の解は社会的最適状態と一致する. それを踏まえ, 各通勤費用を新たに以下

に示す:

$$S_s(t) = s(t - t^*) + c_{fuel} \quad (12a)$$

$$S_p(t) = s(t - t^*) + \frac{c_{fuel}}{2} + \frac{\theta}{N_p} \quad (12b)$$

これにより, 改めて社会的最適状態における総通勤費用 TC^o は以下で表すことができる:

$$TC^o = \int S_s(t) n_s(t) dt + \int S_p(t) n_p(t) dt \quad (13)$$

最適化問題の一階条件により, 社会的最適状態が満たす条件が得られる. このとき, 各制約条件のラグランジュ乗数をそれぞれ $\lambda, \nu(t)$ とすると, 短期均衡条件に対応した条件が以下で与えられる:

$$\begin{cases} \lambda = \lambda_s(t) & \text{if } n_s(t) > 0 \\ \lambda \leq \lambda_s(t) & \text{if } n_s(t) = 0 \\ \lambda = \lambda_p(t) & \text{if } n_p(t) > 0 \\ \lambda \leq \lambda_p(t) & \text{if } n_p(t) = 0 \end{cases} \quad (14a)$$

$$\begin{cases} n_s(t) + \frac{1}{2} n_p(t) = \mu & \text{if } \nu(t) \geq 0 \\ n_s(t) + \frac{1}{2} n_p(t) \leq \mu & \text{if } \nu(t) = 0 \end{cases} \quad (14b)$$

$$\int n_s(t) dt + \int n_p(t) dt = N \quad (14c)$$

これらの条件は, 短期均衡条件, 長期均衡条件と比較しやすい以下の条件と等価である:

$$\begin{cases} \lambda_s = \lambda_s(t) & \text{if } n_s(t) > 0 \\ \lambda_s \leq \lambda_s(t) & \text{if } n_s(t) = 0 \end{cases} \quad (15a)$$

$$\begin{cases} \lambda_p = \lambda_p(t) & \text{if } n_p(t) > 0 \\ \lambda_p \leq \lambda_p(t) & \text{if } n_p(t) = 0 \end{cases} \quad (15b)$$

$$\begin{cases} n_s(t) + \frac{1}{2} n_p(t) = \mu & \text{if } \nu(t) \geq 0 \\ n_s(t) + \frac{1}{2} n_p(t) \leq \mu & \text{if } \nu(t) = 0 \end{cases} \quad (15c)$$

$$\begin{cases} \int n_s(t) dt = N_s \\ \int n_p(t) dt = N_p \end{cases} \quad (15d)$$

$$\begin{cases} \lambda = \lambda_k & \text{if } N_k > 0 \\ \lambda \leq \lambda_k & \text{if } N_k = 0 \end{cases} \quad \text{for } k \in \{s, p\} \quad (15e)$$

$$N_s + N_p = N \quad (15f)$$

ここで, $\lambda_s(t), \lambda_p(t)$ は以下で与えられる:

$$\lambda_s(t) = S_s(t) + \nu(t) \quad (15g)$$

$$\lambda_p(t) = S_p(t) + \frac{1}{2} \nu(t) \quad (15h)$$

また, 条件 (15e), (15f) より λ_s, λ_p が得られる:

$$\lambda_s = \frac{2N_s + N_p/2}{\mu} \delta + c_{fuel} \quad (16a)$$

$$\lambda_p = \frac{N_s + N_p}{\mu} \delta + \frac{c_{fuel}}{2} \quad (16b)$$

(2) 最適な混雑料金

次に、社会的最適状態が均衡状態となるような最適な混雑料金の特徴を調べる。短期均衡条件と最適性条件 (14) との比較から、自動車 1 台当たり $\nu(t)$ の動的な混雑料金を導入すれば、短期均衡状態における出発時刻分布が社会的最適状態と一致することがわかる。

次に、長期均衡条件と最適性条件 (14) を比較すると、相乗り通勤で考慮されている (外部的な) 規模の経済性の影響を内部化する必要があることがわかる。そのために、ここでも自動車 1 台当たり料金 p^L を課する政策を考える。この水準は、 $p^L = \frac{v^L}{2} + \frac{\theta}{N_p}$ を満足するため、

$$p^L = \frac{2\theta}{N_p} \quad (17)$$

となる。

以上より、社会的最適状態を均衡状態とするためには、自動車 1 台当たり、次の動的な混雑料金 $p(t)$ を課す必要があることが示された:

$$p(t) = \nu(t) + p^L. \quad (18)$$

そこで、次章では、この混雑料金を課した状況下での均衡状態の特性を調べる。

5. 最適な動的混雑料金

本章では、前章で示した最適な動的混雑料金 $p(t) = \nu(t) + p^L$ を導入した状況を考える。すなわち、各通勤者の通勤費用を以下で与える:

$$c_s^o(t) = p(t) + s(t - t^*) + c_{fuel} \quad (19a)$$

$$c_p^o(t) = \frac{p(t)}{2} + s(t - t^*) + \frac{c_{fuel}}{2} + \frac{\theta}{N_p} \quad (19b)$$

そして、この料金政策下の均衡状態の特性を調べる。

(1) 短期均衡状態

混雑料金は、ボトルネック渋滞を完全に解消する水準に設定される。混雑料金導入後の短期均衡状態の均衡条件を以下に示す:

$$\begin{cases} c_s^o(t) = c_s^{o*} & \text{if } n_s^o(t) > 0 \\ c_s^o(t) \geq c_s^{o*} & \text{if } n_s^o(t) = 0 \end{cases} \quad (20a)$$

$$\begin{cases} c_p^o(t) = c_p^{o*} & \text{if } n_p^o(t) > 0 \\ c_p^o(t) \geq c_p^{o*} & \text{if } n_p^o(t) = 0 \end{cases} \quad (20b)$$

$$\begin{cases} n_s^o(t) + \frac{1}{2}n_p^o(t) = \mu & \text{if } p(t) > 0 \\ n_s^o(t) + \frac{1}{2}n_p^o(t) \leq \mu & \text{if } p(t) = 0 \end{cases} \quad (20c)$$

$$\begin{cases} \int n_s^o(t) dt = N_s \\ \int n_p^o(t) dt = N_p \end{cases} \quad (20d)$$

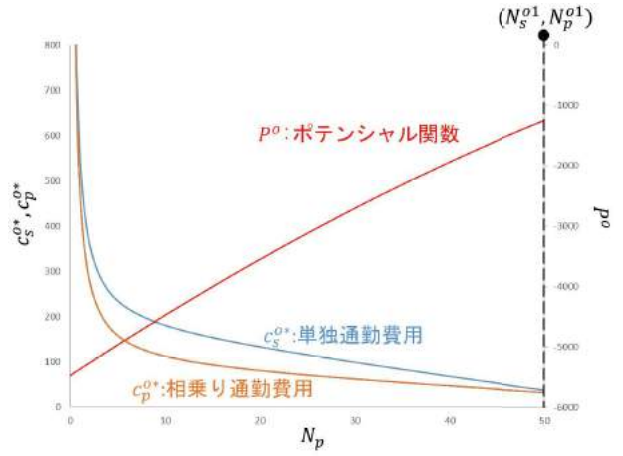


図-3 各均衡通勤費用とポテンシャル関数 (混雑料金導入後)

ここで、 $n_s^o(t), n_p^o(t)$ は混雑料金導入時の時刻 t に出勤する各通勤者の人数を表す。

均衡条件 (20a), (20b) は、通勤者の勤務地到着時刻選択の無裁定条件を表す。条件 (20c) は、ボトルネックの容量制約である。この条件は、時刻 t の交通需要 $n_s^o(t), n_p^o(t)$ がボトルネック容量 μ (供給量) と一致するように、料金 $p(t)$ が課せられることを示している。最後の条件 (20d) は、通勤者の人口保存則である。これらの短期均衡条件より、短期均衡状態での $n_s^o(t), n_p^o(t), p(t), c_s^{o*}, c_p^{o*}$ が与えられる。

以上より短期均衡状態における各通勤費用は以下で与えられる:

$$c_s^{o*} = \frac{3N_s - N_p/2}{\mu} \delta + c_{fuel} + 2\frac{\theta}{N_p} \quad (21a)$$

$$c_p^{o*} = \frac{3N_s}{2\mu} \delta + \frac{c_{fuel}}{2} + 2\frac{\theta}{N_p} \quad (21b)$$

(2) 長期均衡状態

次に、得られた短期均衡状態の通勤費用 (21a), (21b) を利用して、長期均衡状態を考える。このときの長期均衡条件は次ようになる:

$$\begin{cases} c_s^{o*} - c_p^{o*} = 0 & \text{if } N_s > 0, N_p > 0 \\ c_s^{o*} - c_p^{o*} > 0 & \text{if } N_p = N \\ c_s^{o*} - c_p^{o*} < 0 & \text{if } N_s = N \end{cases} \quad (22a)$$

$$N = N_s + N_p \quad (22b)$$

条件 (22a) は、通勤者の通勤手段選択均衡条件である。この条件は、単独通勤、相乗り通勤どちらの通勤者も存在する場合は、手段別の均衡通勤費用が等しく、どちらかの通勤手段に通勤者が集積している場合は、均衡通勤費用が低い通勤手段に集積することを示している。条件 (22b) は通勤者数の保存則を表す。

(3) 混雑料金導入後の安定性解析

ここでは、混雑料金導入後の長期均衡状態での安定性を明らかにする。3章同様に、ポテンシャル関数を用いて安定均衡状態の性質を明らかにする。

混雑料金導入後の均衡通勤費用 (21a), (21b) を用いてポテンシャル関数を求めると次のようになる：

$$P^o(\mathbf{N}) = - \left\{ \left(\frac{3}{2} N_s^2 + N_s N_p \right) \frac{\delta}{\mu} + c_{fuel} \left(N - \frac{N_p}{2} \right) \right\} \quad (23)$$

このポテンシャル関数は凹関数であるため、極大値が1つに定まる。そのため、社会的最適状態が唯一の均衡状態となることがわかる。

ここでも、パラメータの値を固定した場合の安定性解析を行う (図-3)。 $N = 50$, $\beta = 0.8$, $\gamma = 100$, $\mu = 1$, $c_{fuel} = 50$, $\theta = 200$ の場合を考える。図-3 より次の均衡状態が確認できた；すべての通勤者が相乗り通勤をする均衡 (N_s^{o1}, N_p^{o1})。加えて、ポテンシャル関数が極大になっている均衡 (N_s^{o1}, N_p^{o1}) が安定均衡状態ということがわかった。

今回はパラメータの変化から均衡状態の変容の確認は行っていないが、課題として今後行っていく。

6. おわりに

本研究では、相乗り通勤と規模の経済を考慮した出発時刻選択モデルを構築した。また、本モデルにポテンシャル関数が存在することを利用し、その安定均衡状態の性質を示した。これにより、複数ある均衡状態のうち、全員が単独あるいは相乗り通勤する状態が安定均衡状態だということが確認できた。

さらに、本研究では規模の経済を考慮していることから単独通勤、相乗り通勤がそれぞれ望ましいときの条件を新たに示した。これにより、ただ相乗り通勤を促すのではなく、その都市規模にあった通勤方法を実現できるような政策を検討する必要があることが確認できた。

最後に、社会的最適状態を達成するための最適な動的混雑料金の特徴を明らかにした。さらに、この混雑料金の下での均衡状態の特性を確認し、社会的最適状態が唯一の均衡状態となることを示した。

今後の展開としては、現在のモデルに新たに、住宅や企業の立地選択も同時に考慮したモデルや、不便コストに焦点を当てたモデルの構築などが考えられる。

謝辞：本研究は日本学術振興会 科学研究費補助金 (課題番号 18H01556, 18K18874, 18K04380) の助成金を

受けた研究の一部である。ここに記し、感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 宮崎康二：シェアリング・エコノミー Uber, Airbnb が変えた世界, 日本経済新聞出版社, 2015.
- 2) Vickrey, W. S.: Congestion theory and transport investment, *American Economic Review*, Vol. 59, No. 2, pp. 251-260, 1969.
- 3) Hendrickson, C. and Kocur, G.: Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model, *Transportation Science*, Vol. 15, No. 1, pp. 62-77, 1981.
- 4) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: Economics of a bottleneck, *Journal of Urban Economics*, Vol. 27, No. 1, pp. 111-130, 1990.
- 5) Yu, X., van den Berg, V. and Verhoef, E.: Carpooling with heterogeneous user in the bottleneck model, *Tinbergen Institute Discussion Paper*, 2018.
- 6) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand, *American Economic Review*, Vol. 83, No. 1, pp. 161-170, 1993.
- 7) Lindsey, R.: Existence, uniqueness, and trip cost function properties of user equilibrium in the bottleneck model with multiple user classes, *Transportation Science*, Vol. 38, No. 3, pp. 293-314, 2004.
- 8) Sandholm, W. H.: Potential games with continuous player sets, *Journal of Economic Theory*, Vol. 97, No. 1, pp. 81-108, 2001.
- 9) Arnott, R.: Congestion tolling and urban spatial structure, *Journal of Regional Science*, Vol. 38, No. 3, pp. 495-504, 1998.
- 10) Gubins, S. and Verhoef, E. T.: Dynamic bottleneck congestion and residential land use in the monocentric city, *Journal of Urban Economics*, Vol. 80, pp. 51-61, 2014.
- 11) Takayama, Y. and Kuwahara, M.: Bottleneck congestion and residential location of heterogeneous commuters, *Journal of Urban Economics*, Vol. 100, pp. 65-79, 2017.
- 12) 桑原雅夫：道路交通における出発時刻選択に関する研究解説, 土木学会論文集, No. 604 / IV-41, pp. 74-84, 1998.

(2019. 3. 10 受付)