

公共交通における規模の経済を考慮した 出発時刻・通勤手段選択モデル

野田 幸太¹・高山 雄貴²

¹学生会員 金沢大学 大学院自然科学研究科 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: kotanoda1218@stu.kanazawa-u.ac.jp

²正会員 金沢大学 理工研究域 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

本研究では、自動車と公共交通による通勤に着目し、通勤者の出発時刻・通勤手段選択行動をモデル化する。そのために、Tabuchi¹⁾に基づき、公共交通における規模の経済を考慮した出発時刻選択モデルを構築する。さらに、モデルにポテンシャル関数が存在することを利用して、安定均衡状態の性質を調べる。その結果、外部性の影響により、非効率的な出発時刻・通勤手段分布となることを示す。さらに、渋滞待ち時間費用に等しい水準の動的混雑料金と、公共交通の運営に必要な固定費用に等しい水準の補助金を導入することで、社会的最適状態が達成されることを明らかにする。

Key Words : bottleneck congestion, modal split, scale economies, potential function, congestion toll

1. はじめに

通勤ラッシュ時における交通渋滞は、我が国の社会問題の一つである。この問題に関しては、桑原²⁾など、出発時刻選択モデルに関する多くの既存研究で解決策が提案されている。しかし、既存研究に用いられたモデルには、次に挙げるような問題点が存在する：自動車による通勤のみを考慮したモデルが多く、公共交通による通勤が考慮されていない；公共交通を考慮したモデルもわずかに存在するものの、規模の経済の効果が反映されていない場合が多い。ここで、規模の経済とは、通勤者が増えるほど一人当たりの通勤費用が低下することである。公共交通は規模の経済が働く代表例であり、これが通勤費用に大きく影響するという特徴がある。

今回研究するにあたって注目するモデルは、Tabuchiモデル¹⁾である。このモデルの特徴としては、自動車による通勤だけでなく公共交通による通勤も考慮されていること、公共交通の通勤費用に先ほど述べた規模の経済の効果を導入していること、最適な税金・補助金政策の検討を行っていることが挙げられる。しかし、Tabuchiモデルは、複数の均衡状態が存在するにもかかわらず、均衡状態の安定性はまだ確認されていない。そのため、どの均衡状態が実現するか、こういった政策が有効かがわからないといった問題が残されている。

そこで、本研究では、Tabuchi¹⁾に基づき、公共交通における規模の経済の効果を導入した出発時刻選択モ

デルを構築する。そして、構築したモデルの(局所的)安定均衡状態の特性を明らかにする。そのために、本モデルにポテンシャル関数が存在することを利用して、安定均衡状態として創発する通勤パターンの特性を明らかにする。さらに、均衡状態と社会的最適状態の条件を比較することで、最適な混雑料金・補助金政策の水準を求め、その政策下での安定均衡状態の特性を調べることで、政策の実現可能性を確認する。

本稿の構成は、以下の通りである。2章では、Tabuchi¹⁾に基づき、公共交通の規模の経済を考慮したモデルを構築し、均衡条件を定式化する。3章では、均衡状態の特性分析を、ポテンシャル関数を用いた安定性解析によって明らかにする。4章では、社会的最適状態の定式化を行ったうえで、均衡状態と比較する。5章では、第4章での比較から最適な混雑料金・補助金水準を示し、その安定性を解析する。最後に、6章で結論を述べる。

2. モデル

本章では、Tabuchi¹⁾モデルに基づいた、公共交通における規模の経済の効果を導入した出発時刻選択モデルを構築する。そして、均衡条件を定式化したうえで、本モデルにポテンシャル関数が存在することを示す。

(1) 設定

均質な通勤者が住宅地からCBDに通勤する状況を考える(図-1)。ここでは、通勤者の総数は固定的に N と

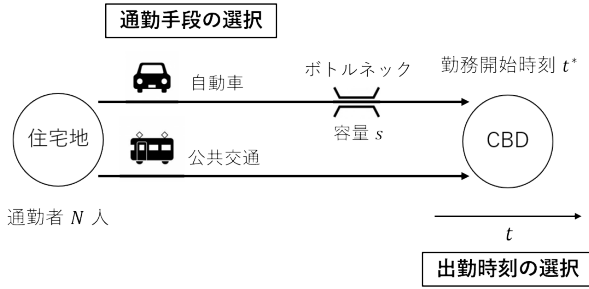


図-1 都市空間の設定

する。また、各通勤者は、同一の勤務開始時刻 t^* の下で、CBD の到着時刻 $t \in \mathbb{R}$ 、自動車・公共交通いずれかの通勤手段を選択する（以降、下付き添え字 c は自動車、 p は公共交通を指す）¹。また、自動車・公共交通の通勤者数は $\mathbf{N} = (N_c, N_p)$ とし、各通勤費用は C_c, C_p とする。

本モデルの都市は、単一の道路と公共交通機関で結ばれている単一中心都市である。ここでは、本モデルで用いる道路と公共交通機関の特徴について述べる。

この道路には、CBD の直前に容量 s のボトルネックが存在する。このボトルネックのサービスは、first-in-first-out (FIFO) 原則を満足し、待ち行列は Vickrey³, Arnott et al.⁴ と同様の point queue モデルにより表現できると仮定する。よって、自動車通勤者の住宅地から CBD までの所要時間 $T(t)$ は、自動車の移動時間 T_0 とボトルネックでの渋滞待ち時間 $Q(t)$ の和で与えられる：

$$T(t) = T_0 + Q(t), \quad (1a)$$

$$Q(t) = \frac{1}{s} \int_{-\infty}^t r(u) du - (t - t_0). \quad (1b)$$

ここで、 $r(t)$ は時刻 t に CBD に到着する通勤者数、 t_0 は渋滞の開始時刻を表す。ただし、自動車の移動時間 T_0 は通勤者の出発時刻に依存しない静的なコストであり、かつ以降の結果に本質的な影響を与えないため、ここでは無視する。このとき、時刻 t に CBD に到着する自動車の通勤費用 $C_c(t)$ は、渋滞待ち時間コスト $\alpha Q(t)$ とスケジュールコスト $S(t)$ の和で与えられる：

$$C_c(t) = \alpha Q(t) + S(t), \quad (2a)$$

$$S(t) = \begin{cases} \beta(t^* - t) & t \leq t^*, \\ \gamma(t - t^*) & t \geq t^*. \end{cases} \quad (2b)$$

ここで、 $\alpha > 0$ は渋滞待ち時間 1 単位当たりの費用とし、本モデルでは $\alpha = 1$ とする。 $\beta > 0, \gamma > 0$ は、各々、時間 1 単位当たりの早着・遅刻によるスケジュールコ

¹ 本研究では、通勤者は住宅地の出発時刻ではなく、CBD への到着時刻を選択する問題を考えている。これは以降の解析を明快にするためのものであり、結果に影響を与えるものではない。実際、FIFO サービスの下では、CBD 到着時刻と住宅地からの出発時刻は一対一対応する。

ストを表す。

本研究では、Tabuchi¹ と同様に、均衡状態の存在を保証するために、 $\beta < \alpha$ と仮定する。これは、標準的なボトルネックモデルに関する研究 (e.g., Arnott et al.⁵) でも示されている、均衡状態が FIFO 原則を満足するための条件である。この条件は、渋滞待ち時間一単位当たりの費用 (α) が、単位時間早着することによるスケジュールコストの増分 (β) より大きくなることを要求している。そして、この条件が満足されない場合、ボトルネックにおいて車の追い抜きを許さない限り、均衡状態は存在しない。

公共交通機関については、Tabuchi¹ と同様に、通勤者は必ず勤務開始時刻 t^* に到着すると仮定する。つまり、公共交通の通勤費用にスケジュールディレイは考慮しないため、その通勤費用 C_p は、次のように表される：

$$C_p = c + \frac{F}{N_p}. \quad (3)$$

ここで、 c は限界費用、 F は公共交通の固定費用を表す。これは、公共交通部門の利潤 π が以下で与えられ、かつその料金 p が平均費用と一致するように設定（規制）されている状況と対応している：

$$\pi = pN_p - cN_p - F. \quad (4)$$

(2) 均衡条件の定式化

本モデルでは、短期と長期の 2 段階の均衡を考える。短期的には、通勤者は、均衡状態での通勤手段別の通勤者数（以降、通勤手段分布と呼ぶ） $\mathbf{N} = (N_c, N_p)$ を与件として、通勤費用 C_c, C_p を最小化する CBD 到着時刻 t を選択する。その結果、均衡通勤費用 C_c^*, C_p^* が、通勤手段分布 \mathbf{N} の関数で与えられる。長期的には、均衡通勤費用 C_c^*, C_p^* を与件として、通勤者は通勤手段を選択する。その結果、均衡状態における通勤手段分布 \mathbf{N}^* が決まる。本節では、これらの短期・長期均衡状態が満たす均衡条件を定式化する。

a) 短期均衡状態：出発時刻選択均衡条件

前述したとおり、自動車通勤者は、短期的には、通勤手段が定まっているとの前提の下で CBD 到着時刻 t を選択する。したがって、短期均衡状態は、通勤手段分布 \mathbf{N} を与件としたうえで決定される。この短期均衡条件が満たす均衡条件は、標準的な出発時刻選択モデルの均衡条件と完全に一致する。より具体的には、この均衡条件は以下に示す 3 条件で与えられる：

$$\begin{cases} C_c^* = C_c(t) & \text{if } r(t) > 0, \\ C_c^* \leq C_c(t) & \text{if } r(t) = 0, \end{cases} \quad (5a)$$

$$\begin{cases} r(t) = s & \text{if } Q(t) > 0, \\ r(t) \leq s & \text{if } Q(t) = 0, \end{cases} \quad (5b)$$

$$N_c + N_p = N. \quad (5c)$$

均衡条件 (5a) は, CBD 到着時刻選択の無裁定条件を表している. すなわち, この条件は, 短期均衡状態ではどの通勤者も自らの CBD 到着時刻を変更するインセンティブを持たないことを意味している. 条件 (5b) は, ボトルネックの容量制約である. この条件は, 時刻 t においてボトルネックに渋滞が発生している場合, その時刻のボトルネック流出者数は容量 s に等しく, 渋滞が発生していない時刻の流出者数は s 以下であることを示している. 条件 (5c) は通勤者の人口保存則である.

公共交通通勤者に着目すると, 先述の通り, スケジュールディレイを考慮しないため, 通勤費用 C_p は出勤時刻 t に依存しない. そのため, 均衡通勤費用 C_p^* は通勤費用 C_p と同様になる.

(3) 長期均衡状態：手段選択均衡条件

長期均衡状態が満たす均衡条件は, 次の条件で与えられる:

$$\begin{cases} C_c^*(N_c) = C_p^*(N_p) & \text{if } N_c > 0, N_p > 0, \\ C_c^*(N_c) \leq C_p^*(N_p) & \text{if } N_p = 0, \\ C_c^*(N_c) \geq C_p^*(N_p) & \text{if } N_c = 0, \end{cases} \quad (6a)$$

$$N_c + N_p = N. \quad (6b)$$

均衡条件 (6a) は, 通勤者の通勤手段選択均衡条件である. この条件は, 自動車, 公共交通どちらの通勤者も存在する場合は, 手段別の均衡通勤費用が等しく, どちらかの通勤手段に通勤者が集積している場合は, 均衡通勤費用が低い通勤手段に集積することを示している. 条件 (6b) は通勤者数の保存則を示している.

3. 均衡状態の特性分析

(1) 短期均衡状態の特性

最初に, 短期均衡状態の一意性を確認しよう. 自動車通勤者に関する短期均衡条件は, 標準的な出発時刻選択モデルと一致する. したがって, Daganzo⁶⁾, Lindsey⁷⁾ より, 短期均衡状態は一意である. さらに, 式 (3) と短期均衡条件 (5) より, 均衡通勤費用 C_c^*, C_p^* は以下で与えられることがわかる:

$$C_c^*(N_c) = \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \frac{N_c}{s}, \quad (7a)$$

$$C_p^*(N_p) = c + \frac{F}{N_p}. \quad (7b)$$

これらの式から分かることを考察する. まず, 式 (7a) より, 自動車通勤者数 N_c と通勤費用 C_c^* が比例していることから, 自動車通勤の特徴である負の外部性 (規模の不経済) が反映されていることがわかる. 一方, 式 (7b) より, 公共交通通勤者 N_p と通勤費用 C_p^* が反比例していることから, 公共交通通勤の特徴である正の外部性 (規模の経済) が反映されていることがわかる.

(2) 長期均衡状態の特性

a) ポテンシャル関数

次に, 長期均衡状態の特性を調べる. 本研究では, 公共交通の規模の経済の効果を考慮しているため, 長期均衡条件 (6) を満足する均衡状態が複数存在しうる. そこで, ここでは長期均衡状態の一意性・安定性を調べる準備として, 構築したモデルにポテンシャル関数が存在することを示そう.

関数 $P(\mathbf{N})$ が (6) と, 非負条件 ($N_c \geq 0, N_p \geq 0$) を満たす任意の \mathbf{N} に対して次の条件を満たせば, その関数はポテンシャル関数である:

$$\frac{\partial P(\mathbf{N})}{\partial N_c} = -C_c^*(N_c), \quad (8a)$$

$$\frac{\partial P(\mathbf{N})}{\partial N_p} = -C_p^*(N_p). \quad (8b)$$

本稿で構築したモデルには, この条件を満足する関数 $P(\mathbf{N})$ が存在する:

$$P(\mathbf{N}) = - \left(\frac{1}{2s} \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} N_c^2 + cN_p + F \ln N_p \right). \quad (9)$$

したがって, 本モデルのポテンシャル関数は上の $P(\mathbf{N})$ で与えられる.

b) 長期均衡状態の一意性と安定性

Sandholm⁸⁾ に示されているように, 本モデルにはポテンシャル関数が存在することから, その均衡状態は次の最適化問題の Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件を満たす \mathbf{N}^* の集合と一致する:

$$\max_{\mathbf{N}} P(\mathbf{N}) \quad (10a)$$

$$\text{s.t. } N_c + N_p = N, N_c \geq 0, N_p \geq 0. \quad (10b)$$

この事実は, 上記の問題の KKT 条件が, 長期均衡条件 (6) と完全に一致することから容易に確認できる.

ここでは, 先述の性質を利用して, 本モデルの長期均衡状態が必ずしも一意ではないことを確認しておこう. 均衡状態が一意であることは, ポテンシャル関数が単峰であることと対応している. しかし, ポテンシャル関数の Hessian 行列は負定値とは限らず, さらに正定値にもなりうる. これはポテンシャル関数が必ずしも単峰とはならないことを意味していることから, 均衡状態が必ずしも一意ではないことがわかる.

以上より, 長期均衡状態 \mathbf{N}^* が複数存在しうる事が確認できた. そこで, 均衡選択のために, Sandholm⁸⁾ の知見を利用して, 均衡状態の局所的安定性を調べる方法を示しておこう. ポテンシャル関数が存在する場合, 安定・不安定均衡状態は次の性質を有する:

ポテンシャル関数を局所的に最大化する均衡状態 \mathbf{N}^* は, 幅広い調整ダイナミクスの下で (局所的に) 安定であり, それ以外の均衡状態は不安定である.

ここからは、この性質を利用して、安定均衡状態の性質を明らかにする。

(3) 安定均衡状態の性質

長期均衡条件 (6) より、均衡状態での通勤手段分布 N^* は次の 3 通りになる:

$$N^{*1} = \left(\frac{N + \eta_1 - \eta_2}{2}, \frac{N - \eta_1 + \eta_2}{2} \right), \quad (11a)$$

$$N^{*2} = \left(\frac{N + \eta_1 + \eta_2}{2}, \frac{N - \eta_1 - \eta_2}{2} \right), \quad (11b)$$

$$N^{*3} = (N, 0). \quad (11c)$$

ここで、 η_1, η_2 は以下で定義される:

$$\eta_1 = cs \frac{\beta + \gamma}{\beta \gamma}, \quad (12a)$$

$$\eta_2 = \sqrt{(N - \eta_1)^2 - 4sF \frac{\beta + \gamma}{\beta \gamma}}. \quad (12b)$$

ただし、均衡状態が 3 つ存在する条件は次の条件で与えられる:

$$(N - \eta_1)^2 - 4sF \frac{\beta + \gamma}{\beta \gamma} \geq 0. \quad (13)$$

これは、 η_2 の存在条件を示している。この条件を満たさない場合は、 η_2 が存在せず、均衡状態は N^{*3} だけとなる。

これらの均衡状態の安定性解析を行う。(11) より、それぞれの均衡状態での自動車通勤者数 N_c^* に着目すると、次の大小関係が成り立つ:

$$N_c^{*1} < N_c^{*2} < N_c^{*3} = N. \quad (14)$$

また、次の条件を満たす N_c^* は安定均衡状態となる:

$$\frac{\partial^2 P(N_c^*, N - N_c^*)}{\partial N_c^{*2}} < 0. \quad (15)$$

以上より、 $N_c \in [0, N]$ の範囲で 3 箇所の KKT point が存在するならば、必ず N^{*1}, N^{*3} が極大、 N^{*2} が極小となる。よって、安定均衡状態は N^{*1}, N^{*3} である。

この結果から、Tabuchi¹⁾ では、優位な均衡状態のみを考慮するという前提の下、 N^{*1} のみを考慮していたが、 N^{*3} も安定均衡状態になることがわかった。

以上の性質を具体例で確認しておこう。ここでは、 $N = 5000$, $\beta = 0.8$, $\gamma = 100$, $s = 1$, $c = 100$, $F = 1.0 \times 10^6$ の場合を考える。このときの自動車・公共交通の均衡通勤費用 C_c^*, C_p^* を図-2 に、ポテンシャル関数 $P(N)$ と均衡通勤費用の比較を図-3 に示す。図-2 より、均衡状態での通勤者分布は具体的に次の通りである:

$$N^{*1} \approx (400, 4600),$$

$$N^{*2} \approx (4726, 274),$$

$$N^{*3} = (5000, 0).$$

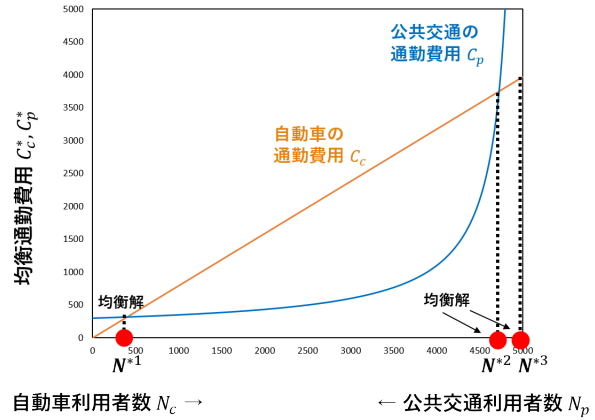


図-2 均衡通勤費用

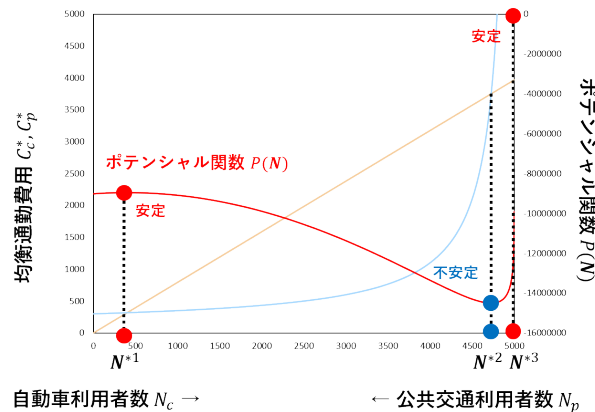


図-3 ポテンシャル関数と均衡通勤費用の比較

また、前述と同様に均衡状態の安定性を調べると、図-3 より、 N^{*1}, N^{*3} が安定、 N^{*2} が不安定となることがわかった。よって、安定均衡状態は N^{*1}, N^{*3} である。

4. 社会的最適状態の分析

社会的最適状態は、自動車の通勤費用と公共交通の通勤費用の総和で定義される総通勤費用を最小化する状態であると定義する。このとき、総費用最小化問題は、次のように定義される:

$$\min_{r(t), N_p} TC = \int C_c(t)r(t)dt + C_p N_p \quad (16a)$$

$$\text{s.t. } r(t) \leq s, \int r(t)dt + N_p = N, r(t) \geq 0, N_p \geq 0. \quad (16b)$$

標準的なボトルネックモデルの研究 (e.g., Vickrey³⁾, Hendrickson and Kocur⁹⁾, Arnott et al.^{4),5)}) で証明されているように、社会的最適状態では必ず渋滞待ち時間 $Q(t)$ がゼロになる (i.e., 渋滞が完全に解消される)。すなわち、 $C_c(t)$ をスケジュールディレイコスト $S(t)$ で与えても、式 (16) の解は社会的最適状態と一致する。それゆえ、社会的最適状態における総通勤費用 TC^o は、

以下で表すことができる:

$$TC^o = \int S(t)r(t)dt + C_p N_p. \quad (17)$$

最適化問題の一階条件により, 社会的最適状態が満たす条件が得られる. このとき, 各制約条件のラグランジュ乗数を $\phi_c(t)$, C_c^o とすると, 短期均衡条件に対応した条件が次に示す (18) で与えられる:

$$\begin{cases} C_c^o = C_c^o(t) & \text{if } r(t) > 0, \\ C_c^o \leq C_c^o(t) & \text{if } r(t) = 0, \end{cases} \quad (18a)$$

$$\begin{cases} r(t) = s & \text{if } \phi_c(t) > 0, \\ r(t) \leq s & \text{if } \phi_c(t) = 0, \end{cases} \quad (18b)$$

$$\int r(t)dt + N_p = N. \quad (18c)$$

ここで, $C_c^o(t)$ は以下で定義される:

$$C_c^o(t) = S(t) + \phi_c(t). \quad (19)$$

また, 長期均衡条件に対応した条件は次に示す (20) で与えられる:

$$\begin{cases} C_c^o = C_p^o & \text{if } N_c > 0, N_p > 0, \\ C_c^o \leq C_p^o & \text{if } N_p = 0, \\ C_c^o \geq C_p^o & \text{if } N_c = 0, \end{cases} \quad (20a)$$

$$\int r(t)dt + N_p = N. \quad (20b)$$

ここで, C_p^o は以下で定義される:

$$C_p^o = c. \quad (21)$$

これらの条件 (18), (20) を満たす社会的最適状態 N^o は次のようになる:

$$N^o = \begin{cases} \left(cs \frac{\beta+\gamma}{\beta\gamma}, N - cs \frac{\beta+\gamma}{\beta\gamma} \right) & \text{if } cs \frac{\beta+\gamma}{\beta\gamma} < N, \\ (N, 0) & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (22)$$

均衡条件と (18), (20) を比較すると, 次の条件を満たすような政策 $\phi_c(t), \phi_p$ を導入すれば, 社会的最適状態 N^o が均衡状態と一致する:

$$C_c(t) + \phi_c(t) = C_c^o(t), \quad (23a)$$

$$C_p + \phi_p = C_p^o. \quad (23b)$$

この $\phi_c(t), \phi_p$ は, 各々, 交通渋滞, 規模の経済による外部性を内部化する効果を持つ. 実際, $\phi_c(t)$ は, 渋滞待ち時間コスト $Q(t)$ と一致する水準となり, ϕ_p は $-F/N_p$ で与えられる.

5. 社会的最適状態への誘導策

本章では, 社会的最適状態を達成するための方法を考える. 均衡状態と社会的最適状態が一致しない原因として, 均衡状態において外部性が存在することが挙げられる. そこで, 両状態を一致させるために, 混雑

料金と公共交通への補助金を導入した場合を考え, それぞれの水準を求める.

(1) 混雑料金導入

本節では, 混雑料金を導入した際の短期均衡状態を考える. このときの短期均衡条件は次のようになる:

$$\begin{cases} C_c^{p*} = C_c^p(t) & \text{if } r(t) > 0, \\ C_c^{p*} \leq C_c^p(t) & \text{if } r(t) = 0, \end{cases} \quad (24a)$$

$$\begin{cases} r(t) = s & \text{if } \phi_c(t) > 0, \\ r(t) \leq s & \text{if } \phi_c(t) = 0, \end{cases} \quad (24b)$$

$$N_c + N_p = N. \quad (24c)$$

ただし, 条件 (23a) より, 均衡状態が社会的最適状態と一致するためには, 渋滞待ち時間コスト $Q(t)$ と等しい水準の動的な混雑料金 $\phi_c(t)$ を導入すればよいと解釈できる. したがって, 混雑料金導入後の自動車の通勤費用 $C_c^p(t)$ は次のようになる:

$$C_c^p(t) = \phi_c(t) + S(t). \quad (25)$$

均衡条件 (24a) は, CBD 到着時刻選択の無裁定条件を表している. すなわち, この条件は, 短期均衡状態ではどの通勤者も自らの CBD 到着時刻を変更するインセンティブを持たないことを意味している. 条件 (24b) は, ボトルネックの容量制約である. この条件により, 均衡状態において, ボトルネック渋滞が完全に解消されることが保証される. 条件 (24c) は通勤者の人口保存則である.

条件 (24) は, 条件 (5) と同様であることは明らかのため, 自動車の均衡通勤費用 C_c^{p*} は次のようになる:

$$C_c^{p*}(N_c) = \frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma} \frac{N_c}{s}. \quad (26)$$

(2) 補助金導入

次に, 混雑料金・公共交通への補助金を導入した際の長期均衡状態を考える. このときの公共交通の均衡通勤費用 C_p^{p*} は次のようになる:

$$C_p^{p*}(N_p) = c + \frac{F}{N_p} + \phi_p. \quad (27)$$

このときの長期均衡条件は次のようになる:

$$\begin{cases} C_c^{p*}(N_c) = C_p^{p*}(N_p) & \text{if } N_c > 0, N_p > 0, \\ C_c^{p*}(N_c) \leq C_p^{p*}(N_p) & \text{if } N_p = 0, \\ C_c^{p*}(N_c) \geq C_p^{p*}(N_p) & \text{if } N_c = 0, \end{cases} \quad (28a)$$

$$N_c + N_p = N. \quad (28b)$$

均衡条件 (28a) は, 通勤者の通勤手段選択均衡条件である. この条件は, 自動車, 公共交通どちらの通勤者も存在する場合は, 手段別の均衡通勤費用が等しく, どちらかの通勤手段に通勤者が集積している場合は, 均

均衡通勤費用が低い通勤手段に集積することを示している。条件 (28b) は通勤者数の保存則を示している。前章の解析から、公共交通を利用する通勤者への補助金水準は次式で与えられる:

$$\phi_p = -\frac{F}{N_p}. \quad (29)$$

これは、補助金水準を規模の経済を示す項である F/N_p にすれば、社会的最適状態が達成されることを示している。しかし、これは“一人当たりの”補助金水準であるため、公共交通の通勤者全体に対しては、固定費用 F を補助金水準とすればよいといえる。ここから考えられる具体的な政策例としては、通勤者に直接 F/N_p の補助金を出すこと、事業者に対して F の補助を行うこと、固定費用 F を用いて事業自体を行政が行うことが挙げられる。

(3) 政策導入後の安定性解析

本節では、これまで求めた政策水準の下での長期均衡状態の安定性解析を行うことで、その実現可能性を調べ、政策の水準が適切であることを確認する。

a) $\phi_p = F/N_p$ の場合

このときの均衡通勤費用は次のようになる:

$$C_c^{p*}(N_c) = \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \frac{N_c}{s}, \quad (30a)$$

$$C_p^{p*}(N_p) = c. \quad (30b)$$

これを用いてポテンシャル関数を求めると次のようになる:

$$P^o(N) = -\left(\frac{1}{2s} \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} N_c^2 + cN_p\right). \quad (31)$$

このポテンシャル関数 $P^o(N)$ は単峰であるため、必ず社会的最適状態を達成する。

ここで、3章で用いたパラメータと同様に、 $N = 5000$, $\beta = 0.8$, $\gamma = 100$, $s = 1$, $c = 100$, $F = 1.0 \times 10^6$ の場合の安定性解析を行う。均衡通勤費用とポテンシャル関数の比較を以下の図-4 に示す。図-4 より、 $N^o = (126, 4874)$ の状態、つまり、大半の通勤者が公共交通通勤をする状態が安定均衡状態であることを確認できた。よって、政策導入によって公共交通の利用促進、自動車の利用抑制に繋がったといえる。

b) $\phi_p = F/N_p^o$ の場合

前項では、補助金の水準がその時の通勤者数に応じて細かく変化する場合を考えた。しかし、一般的な Pigou 補助金の理論で示されている通り、社会的最適状態での公共交通通勤者数 N_p^o を用いた $\phi_p = F/N_p^o$ とした場合でも均衡状態と社会的最適状態は一致する。そこで、補助金を社会的最適状態での通勤者数 N_p^o を用いた水準に固定した場合の安定性解析を行う。

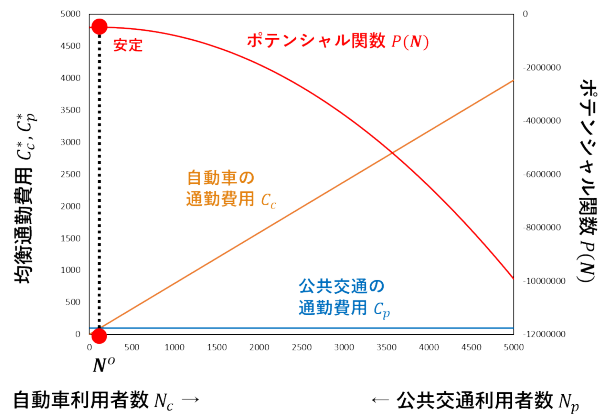


図-4 政策導入後のポテンシャル関数と均衡通勤費用の比較 ($\phi_p = F/N_p$)

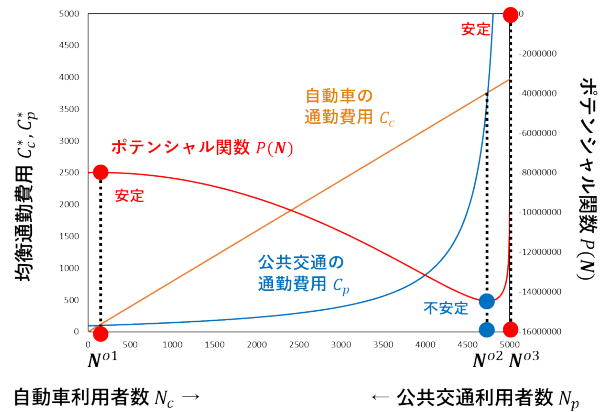


図-5 政策導入後のポテンシャル関数と均衡通勤費用の比較 ($\phi_p = F/N_p^o$)

このときの均衡通勤費用は以下に示す通り、

$$C_c^{p*}(N_c) = \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \frac{N_c}{s}, \quad (32a)$$

$$C_p^{p*}(N_p) = c + \frac{F}{N_p} - \frac{F}{N_p^o}. \quad (32b)$$

これを用いてポテンシャル関数を求めると次のようになる。

$$\hat{P}^o(N) = -\left[\frac{1}{2s} \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} N_c^2 + \left(c - \frac{F}{N_p^o}\right) N_p + F \ln N_p\right]. \quad (33)$$

このポテンシャル関数 $\hat{P}^o(N)$ は必ずしも単峰ではない。それゆえ、社会的最適状態以外にも均衡状態が存在しうるため、望ましくない状態となる可能性がある。

ここでも、前項と同様のパラメータのときの安定性解析を行う。このとき、 $N_p^o = 4874$ である。このときの均衡通勤費用とポテンシャル関数の比較を以下の図-5 に示す。図-5 より、この政策下での安定均衡状態での通勤者分布は、 N^{o1} , N^{o2} , N^{o3} となることが確認できた。それぞれの状態は具体的に次の通りである:

$$N^{o1} \approx (126, 4874),$$

$$N^{o2} \approx (4742, 258),$$

$$N^{\circ 3} = (5000, 0).$$

この結果から、政策を導入しても、全通勤者が自動車通勤する状態が実現する可能性が残っているため、この補助金政策導入は必ずしも社会的最適状態の達成を保証するものではないといえる。理由としては、今回の場合は N_p° の値が大きいため、補助金の水準が小さくなることが挙げられる。この政策の下では、補助金の水準が一定で、公共交通の通勤者数に依存していないため、大半の通勤者が自動車通勤するような、多くの補助金を必要とする状態で補助金が不足するためであるといえる。

以上のことから、公共交通への補助金の水準は、その時々通勤者数に応じて細かく変動させなければならないといえる。

6. おわりに

本研究では、Tabuchi¹⁾に従い、公共交通における規模の経済の効果を考慮した出発時刻選択モデルを構築した。そのために、本モデルにポテンシャル関数があることを利用し、その安定均衡状態の性質を示した。これによって、複数ある均衡状態のうち、ほとんどが公共交通を利用する状態と全員が自動車を利用する状態が実現することを確認できた。

さらに、本モデルの均衡状態と社会的最適状態を比較することで、最適な混雑料金・補助金水準が得られた。具体的には、混雑料金の水準は渋滞待ち時間と等しくし、公共交通への補助金については、事業全体に対して固定費用分を補助すればよいことがわかった。また、政策を導入した後の均衡状態での安定性解析を行うことで、これらの政策が有効であることも確認できた。

本研究の発展の可能性としては、住宅や企業の立地選択も同時に考慮したモデルや、駐車位置の制約を考慮したモデルの構築といった、本モデルをより実社会

に適応したものにするといったことが考えられる。

謝辞: 本研究は日本学術振興会 科学研究費補助金 (課題番号 18H01556, 18K18874, 18K04380) の助成金を受けた研究の一部である。ここに記し、感謝の意を表す。

参考文献

- 1) Tabuchi, T.: Bottleneck congestion and modal split, *Journal of Urban Economics*, Vol. 34, No. 3, pp. 414-431, 1993.
- 2) 桑原雅夫: 道路交通における出発時刻選択に関する研究解説, 土木学会論文集, No.604/IV-41, pp73-84, 1998.
- 3) Vickrey, W. S.: Congestion theory and transport investment, *The American Economic Review*, Vol. 59, No. 2, pp. 251-260, 1969.
- 4) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand, *The American Economic Review*, Vol. 83, No. 1, pp. 161-179, 1993.
- 5) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: Economics of a bottleneck, *Journal of Urban Economics*, Vol. 27, No. 1, pp. 111-130, 1990.
- 6) Daganzo, C. F.: The uniqueness of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, *Transportation Science*, Vol. 19, No. 1, pp. 29-37, 1985.
- 7) Lindsey, R.: Existence, uniqueness, and trip cost function properties of user equilibrium in the bottleneck model with multiple user classes, *Transportation Science*, Vol. 38, No. 3, pp. 293-314, 2004.
- 8) Sandholm, W. H.: Potential games with continuous player sets, *Journal of Economic Theory*, Vol. 97, No. 1, pp. 81-108, 2001.
- 9) Hendrickson, C. and Kocur, G.: Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model, *Transportation Science*, Vol. 15, No. 1, pp. 62-77, 1981.

(2019. 3. 10 受付)