Flexible MDCEV モデルを用いた活動種類と活動時間の同時選択行動の分析

渡邉　萌[1]・力石　真[2]・円山琢也[3]

[1] 学生会員　熊本大学　大学院自然科学研究科（〒860-8555 熊本市中央区黒髪 2-39-1）

2 正会員 広島大学准教授 国際協力研究科（〒739-8529 広島県東広島市鏡山 1 丁目 5-1）
E-mail: chikaraishim@hiroshima-u.ac.jp

[3] 正会員　熊本大学准教授 くまもと水循環・減災研究教育センター
（〒860-8555 熊本市中央区黒髪 2-39-1）
E-mail: takumaru@kumamoto-u.ac.jp

MDCEVモデルはミクロ経済学と整合した形で複数の選択肢の財を同時に消費する行動を記述することができる離散連続モデルであり，数多くの適用事例がある．しかしながら，離散問題と連続問題を同一の評価関数にて表現しているという強い仮定を前提としており，離散選択行動と連続選択行動の評価関数が異なることが予想される問題の記述は困難であった．しかし近年，この仮定を緩和した拡張モデルであるFlexible MDCEVモデルが提案され，その実証分析が望まれている．本研究では，提案されたFlexible MDCEVモデルを時間利用行動に適用し，既存のMDCEVモデルとの比較・検証を行った．推定結果から，既存のMDCEVモデルにて有意である一部の変数が，Flexible MDCEVモデルでは，離散選択行動か連続選択行動のどちらかでのみ有意であることを明らかにした．また，既存のMDCEVモデルでは明らかにすることができなかった，都市部と地方部での行動特性の違いを示した．

Key Words : *Flexible multiple discrete-continuous extreme value model, activity time use*

1. はじめに

交通需要は活動の派生需要であるという考えの下，人々の活動に着目した研究が交通分野で行われてきた．また，一日の活動は24時間という時間制約下での時間利用行動の結果とみなすことができるため，人々の活動発生・活動時間長に関する研究は，交通分野で長年注目を集めている．

人々の活動種類・活動時間長の同時選択行動を分析する手法として，計量経済学の分野を中心に開発されてきた離散連続モデルが挙げられる．中でも，Bhat[1), 2)]が提案したMDCEV (Multiple Discrete-Continuous Extreme Value) モデルは複数の選択肢の財を同時に消費する状態を記述することができ，様々な事例への適用が見られる．しかしながら，福田・力石のレビュー[3)]でも述べられているように，MDCEVモデルは離散選択行動と連続量選択行動を同一の効用関数にて表現しているため，全ての状況下での離散・連続の選択行動を適切に記述することは難しい．具体例を挙げると，同じ買い物活動でも，買い物の頻度は高いが一回当たりの買い物時間が短いコンビニエンスストアでの買い物行動と，頻度は低いが一回当たりの買い物時間が長くなる傾向にあるデパートでの買い物行動は，それぞれ離散選択行動と連続量選択行動の評価関数が異なることが予想される．そのため，このような行動を記述するためには，Type IIのTobitモデルのように離散問題と連続問題の評価関数が異なるモデルの適用が望ましいことが示唆されてきた[3)]．

しかし近年，Bhat[4)]により新たなMDCEVの拡張モデルが提案されている．このモデルは，MDCEVモデルの課題であった，離散問題と連続問題を同一の評価関数で表現するという仮定を緩和したモデルである．MDCEVモデルにあったコンパクトな選択確率式は失われているものの，複数個の財の選択行動と消費行動を別々の評価関数を用いて記述することができる点が特徴である．このモデルは既存の離散連続モデルでは記述することができなかった問題に対して適用可能であると考えられ，さらなる実証研究が望まれる．しかしながら，適用事例は限られており，分析事例の積み重ねが求められる．

本研究では，Bhat[4)]が提案した拡張モデル(以下Flexible MDCEVモデル)を時間利用行動に適用し，オリジナルなMDCEVモデルとの結果の比較検証を行う．そして，その有効性を考察することを目的とする．

2. MDCEVモデル

オリジナルなMDCEVモデルはBhat[1), 2)]により定式化され，効用関数は(1)と書き表される．個人は財jの消費量t_jを総効用$u(t)$を最大化するように決定すると仮定している．

$$\text{maximize} \quad u(t) = \sum_{j=1}^{\mathrm{J}} \frac{\gamma_j}{\alpha_j} \psi_j \left\{ \left(\frac{t_j}{\gamma_j} + 1 \right)^{\alpha_j} - 1 \right\}$$
$$\text{subject to} \sum_{j=1}^{\mathrm{J}} t_j = \mathrm{T}, t_j \ \geq 0 \quad (j = 1,2, \dots, \mathrm{J}) \tag{1}$$

$$\psi_j = \exp\left(\beta' z_j + \varepsilon_j\right) \tag{2}$$

このとき

ψ_j：基準選好関数

α_j, γ_j：飽和パラメータ

ε_j：ガンベル分布に従う誤差項

β'：未知パラメータ

z_j：説明変数

t_j：財jの消費量

Bhat[1), 2)]よりJ個の選択肢からM個の活動を選択した場合の同時選択確率は式(3)のように表され，尤度関数はClosed-formで定義される．このときt^*はその活動への配分時間である．また，このとき効用関数V_iは式(4)のように定式化される．

$$\mathrm{P}(\mathrm{t}_1^*, \mathrm{t}_2^*, \dots, \mathrm{t}_M^*, 0, \dots, 0) = \left[\prod_{i=1}^{M} f_i\right] \left[\sum_{i=1}^{M} \frac{1}{f_i}\right] \left[\frac{\prod_{i=1}^{M} e^{V_i}}{\left(\sum_{j=1}^{\mathrm{J}} e^{V_j}\right)^M}\right] (M-1)! \tag{3}$$

$$V_i = \beta' z_i - \ln\left(\frac{\mathrm{t}_i^*}{\gamma_i} + 1\right), \quad \text{where } f_i = \frac{1-\alpha_i}{\mathrm{t}_i^* + \gamma_i} \tag{4}$$

本研究では休日の時間配分行動を4つの選択肢 (娯楽活動，外食活動，買い物活動，その他の活動)への時間配分としてモデルを構築する．この場合，娯楽活動，外食活動，買い物活動を余暇活動，それ以外の活動を「その他の活動」と設定する．そして「その他の活動」への時間配分を外部財とし，3種類の余暇活動への時間配分行動のモデル化を行う．本研究は，オリジナルなMDCEVモデルと，次章にて説明するFlexible MDCEVモデルの比較検証を目的としているため，飽和パラメータα_j, γ_jをそれぞれ0, 1に固定し推定を行う．

3. Flexible MDCEVモデル

以下，Bhat[4)]による定式化に基づく．式(5)に示すように，オリジナルなMDCEVモデルと同様，個人は財の消費量t_j $(j = 2, 3, \dots, \mathrm{J})$ を，総効用$u(t)$を最大化するように決定すると仮定している．γ_jは財jの消費量t_jに伴う，限界効用の逓減率を表現している飽和パラメータである．

$$\text{maximize} \ u(t) = \psi_1 t_1 + \sum_{j=2}^{\mathrm{J}} \gamma_j \left(\left[\psi_{jd}\right]^{1(t_j=0)} \times \left[\psi_{jc}\right]^{1(t_j>0)} \right) \ln\left\{ \left(\frac{t_j}{\gamma_j} + 1 \right) \right\}$$
$$\text{subject to} \sum_{j=2}^{\mathrm{J}} t_j = \mathrm{T}, t_j \ \geq 0 \ (j = 2, 3, \dots, \mathrm{J}) \tag{5}$$

ψ_{jd}は財jが消費されるかどうかを決定づける基準選好関数である．ψ_{jc}は財jが消費された時の基準選好関数であり，財jが限りなく小さい量消費された時の限界効用を表す．このようにFlexible MDCEVモデルでは，財の消費量t_jが0である場合とそうでない場合で，オリジナルなMDCEVモデルでは同一であった基準選好関数を分割している．ここではψ_{jd}を離散選択要素，ψ_{jc}を連続量選択要素の関数とし，それぞれ式(6)に示す.

$$\psi_{jd} = \exp\left(\beta' z_j + \varepsilon_j\right), \ \psi_{jc} = \exp\left(\theta' w_j + \xi_j\right) \tag{6}$$

誤差項ε_j $(j = 1, 2, \dots, \mathrm{J})$ とξ_j $(j = 2, 3, \dots, \mathrm{J})$ は共にスケールパラメータσのIIDガンベル分布を仮定する．z_j，w_jはそれぞれ離散選択要素，連続量選択要素における説明変数である．β'，θ'はその未知パラメータである．財jの配分量t_jの最適解をKKT条件を用いて解くと，選択確率は式(8)，式(9)のように導出される．

全選択肢JのうちM個選択された時の，離散・連続量の同時選択確率は式(8)となる．このとき，

$$\tilde{V}_{j,1} = \beta' z_1 - \beta' z_j,$$
$$\vec{V}_{j,1} = \beta' z_1 - \theta' w_j + \ln\left(\frac{\mathrm{t}_j^*}{\gamma_j} + 1\right) \tag{7}$$
$$j = 2, 3, \dots, \mathrm{J}$$

z_1は第一財(外部財)に対応した説明変数であるが，通常，定数項や個人属性は導入されない．式(7)より，選択確率はclosed-formで記述されるため，一般的な最尤推定法によりパラメータベクトル$(\beta', \theta', \gamma', \sigma)$を求めることができる．本研究では推定の簡略化のため，飽和パラメータγ'とスケールパラメータσを1に固定し，β'とθ'の推定を行う．

本研究では，個人は1日24時間の時間制約の下，効用最大化理論に基づくそれぞれのモデルに従って時間配分を決定していると仮定する．また両方のモデルにおいて，同じ説明変数を用いて推定を行う．

$$P(\mathrm{t}_1^*, \mathrm{t}_2^*, \dots, \mathrm{t}_{M+1}^*, 0, \dots, 0)$$

$$= |K| \int_{\eta_2=\tilde{V}_{2,1}}^{\eta_2=\infty} \dots \int_{\eta_{M+1}=\tilde{V}_{M+1,1}}^{\eta_{M+1}=\infty} \int_{\eta_{M+2}=-\infty}^{\eta_{M+2}=\tilde{V}_{M+2,1}} \dots \int_{\eta_{\mathrm{J}}=-\infty}^{\eta_{\mathrm{J}}=\tilde{V}_{\mathrm{J},1}} f(\eta_2, \eta_3, \dots, \eta_{\mathrm{J}}; \vec{V}_{2,1}, \vec{V}_{3,1}, \dots, \vec{V}_{M+1,1}) d\eta_{\mathrm{J}} d\eta_{\mathrm{J}-1}, \dots d\eta_2$$

$$= |K| \left[\begin{array}{c} G_{\mathrm{J}-1}(\vec{V}_{21}, \vec{V}_{31}, \dots, \vec{V}_{M+1}, \tilde{V}_{M+2,1}, \dots, \tilde{V}_{\mathrm{J},1}) + \\ \sum_{S \subset \{2,3,\cdots M+1\}, |S| \geq 1} (-1)^{|S|} G_{\mathrm{J}-1+|S|}(\vec{V}_{21}, \vec{V}_{31}, \dots, \vec{V}_{M+1}, \tilde{V}_{M+2,1}, \dots \tilde{V}_{\mathrm{J},1}, \tilde{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{S},\mathbf{1}}) \end{array} \right], \tag{8}$$

$$\text{where} |K| = \left[\prod_{j=2}^{M} f_j\right], \ f_j = \frac{1}{\mathrm{t}_j^* + \gamma_j}$$

$$G_{\mathrm{J}-1}(\vec{V}_{21}, \vec{V}_{31}, \dots, \vec{V}_{M+1}, \tilde{V}_{M+2,1}, \dots, \tilde{V}_{\mathrm{J},1}) = \left(\frac{M!}{\sigma^M} \times \frac{\prod_{j=2}^{M+1} e^{\frac{-(\vec{V}_{j1})}{\sigma}}}{\left(1 + \sum_{j=2}^{M+1} e^{\frac{-(\vec{V}_{j1})}{\sigma}} + \sum_{j=M+2}^{\mathrm{J}} e^{\frac{-(\tilde{V}_{j1})}{\sigma}}\right)^{M+1}} \right), \text{and}$$

$$G_{\mathrm{J}-1+|S|}(\vec{V}_{21}, \vec{V}_{31}, \dots, \vec{V}_{M+1}, \tilde{V}_{M+2,1}, \dots \tilde{V}_{\mathrm{J},1}, \tilde{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{S},\mathbf{1}}) = \left(\frac{M!}{\sigma^M} \times \frac{\prod_{j=2}^{M+1} e^{\frac{-(\vec{V}_{j1})}{\sigma}}}{\left(1 + \sum_{j=2}^{M+1} e^{\frac{-(\vec{V}_{j1})}{\sigma}} + \sum_{j=M+2}^{\mathrm{J}} e^{\frac{-(\tilde{V}_{j1})}{\sigma}} + \sum_{i \in S} e^{\frac{-(\tilde{V}_{i1})}{\sigma}}\right)^{M+1}} \right) \tag{9}$$

3. 推定結果と考察

前章で示したFlexible MDCEVモデルを，実際の活動選択・活動時間選択行動への適用を試みる．時間利用のデータとして，PP調査データから得られた個人の休日の時間利用データを用いる．今回用いたPP調査データは神奈川県横浜市において行われたPP調査 (2009年10月29日～2009年11月27日)と愛媛県松山市で行われたPP調査(2007年2月19日～2007年3月23日)の2つである．Flexible MDCEVモデルの推定結果とあわせて，オリジナルなMDCEVモデルの推定結果を比較し考察を行う．

推定結果を表-1，表-2にそれぞれ示す．まず表-1より，横浜市における休日の娯楽活動において，説明変数として用いた平日の娯楽・外食・買い物時間のt値が離散選択，連続量選択の両方において減少している．次に休日の外食活動に着目すると，オリジナルなMDCEVモデルでは正に有意である年齢が，Flexible MDCEVモデルの推定結果では離散選択において正に有意である一方，連続量選択では有意となっていない．これは，年齢が高い人ほど外食活動の頻度が高いことが示されているものの，外食活動に充てる時間が長い傾向にあるわけではないと解釈できる．平日の外食時間も同様に，離散選択において正に有意であるが連続量選択では有意とならなかった．このように，オリジナルなMDCEVモデルにて有意である変数でも，Flexible MDCEVモデルでは，離散選択・連続量選択のどちらかのみにおいて有意となる結果が示された．一方，横浜市における休日の買い物活動に着目すると，平日の買い物時間のように，離散選択と連続量選択の両方において有意である変数がみられる．この場合，平日の買い物時間が短い人は，休日に買い物活動を行う頻度が高く，また，買い物時間も長くなる傾向にあるといえる．

表-2は松山市における推定結果である．松山市でも同様に，オリジナルなMDCEVモデルにて有意である変数が，Flexible MDCEVモデルにおいては離散選択と連続量選択のどちらかのみで有意である変数の存在が確認できる．具体的には，休日の娯楽活動における年齢，また男性ダミーが挙げられる．これらは離散選択においてのみ有意であり，活動頻度に影響を与えるが，活動時間長には影響を与えるとはいえない変数である．

松山市における離散選択と連続量選択において，パラメータ値の正負が異なる変数もみられた．休日の外食活動における平日の娯楽時間は，離散選択においては負に有意であるが，連続量選択でのパラメータ値は正の値である．同様に休日の買い物活動においても，平均就業時間は連続量選択で正に有意である一方，離散選択では負の値となっている．本研究では，これらの変数のt値は10%の有意水準に達していないものの，Flexible MDCEVモデルは離散選択と連続量選択で異なる影響を与える要因を明らかにすることができることを示している．

表-1 推定結果（横浜市）

	Original MDCEV		Flexible MDCEV			
			離散選択		連続量選択	
説明変数	パラメータ値	t値	パラメータ値	t値	パラメータ値	t値
娯楽活動（休日）			**娯楽活動（休日）**			
定数項	-9.22	-12.36 ***	-1.44	-2.20 **	3.40	3.52 ***
平均トリップ数（平日）	0.28	1.22	0.26	1.12	0.19	0.61
娯楽時間（平日）	-6.73	-6.18 ***	-0.92	-0.78	-2.72	-1.54
外食時間（平日）	-9.03	-3.53 ***	-3.89	-1.70 *	-1.11	-0.33
買い物時間（平日）	6.80	7.80 ***	1.55	1.61	1.89	1.42
外食活動（休日）			**外食活動（休日）**			
定数項	-10.47	-11.41 ***	-5.91	-3.21 ***	3.17	2.28 ***
平均通勤時間（平日）	-1.02	-3.54 ***	-0.19	-0.43	0.23	0.50
年齢	0.10	4.63 ***	0.10	2.67 ***	0.01	0.22
外食時間（平日）	5.96	5.00 ***	4.04	2.94 ***	-0.17	-0.15
買い物活動（休日）			**買い物活動（休日）**			
定数項	-8.36	-14.67 ***	0.27	0.22	5.03	4.28 ***
平均就業時間（平日）	0.39	6.50 ***	0.19	2.25 **	0.13	1.59
男性ダミー	-4.62	-7.73 ***	-1.51	-1.50	-2.77	-2.74 ***
外食時間（平日）	17.17	11.00 ***	5.01	2.37 **	8.91	4.15 ***
買い物時間（平日）	-5.86	-10.56 ***	-1.81	-2.22 **	-2.63	-3.09 ***
サンプルサイズ		114	サンプルサイズ			114
初期尤度		-1443.10	初期尤度			-1610.85
最終尤度		-1374.68	最終尤度			-1165.55

表-2 推定結果（松山市）

	Original MDCEV		Flexible MDCEV			
			離散選択		連続量選択	
説明変数	パラメータ値	t値	パラメータ値	t値	パラメータ値	t値
娯楽活動（休日）			**娯楽活動（休日）**			
定数項	-4.45	-7.24 ***	0.11	0.21	4.24	5.32 ***
平均トリップ数（平日）	-0.48	-6.62 ***	-0.10	-1.72 *	-0.08	-0.85
年齢	-0.04	-2.29 **	-0.02	-1.85 *	0.001	0.05
男性ダミー	1.36	4.96 ***	0.63	2.45 **	0.30	0.75
娯楽時間（平日）	1.44	2.93 ***	0.14	0.26	2.26	2.94 ***
外食活動（休日）			**外食活動（休日）**			
定数項	-5.85	-13.88 ***	0.44	0.62	3.16	5.75 ***
平均通勤時間（平日）	0.78	4.80 ***	0.96	3.12 ***	0.09	0.30
通勤時移動手段変更回数（平日）	0.65	1.98 **	1.24	2.31 **	0.12	0.24
年齢	-0.07	-5.62 ***	-0.08	-3.65 ***	0.01	0.74
娯楽時間（平日）	-1.85	-3.33 ***	-1.55	-1.83 *	1.12	1.43
外食時間（平日）	0.60	1.22	0.66	0.83	0.83	1.09
買い物活動（休日）			**買い物活動（休日）**			
定数項	-9.33	-20.80 ***	-0.79	-1.15	2.07	3.59 ***
平均就業時間（平日）	0.06	2.57 ***	-0.05	-1.18	0.07	2.27 **
年齢	0.08	7.96 ***	0.06	3.95 ***	0.02	1.66
男性ダミー	-1.26	-7.87 ***	-0.78	-3.19 ***	0.004	0.02
買い物時間（平日）	1.74	6.40 ***	0.55	1.23	0.65	1.61
サンプルサイズ		280	サンプルサイズ			280
初期尤度		-3038.52	初期尤度			-3605.25
最終尤度		-2947.58	最終尤度			-2497.22

最後に，オリジナルなMDCEVモデルの推定結果における，横浜市と松山市で共通している結果に着目すると，休日の買い物活動における平均就業時間が両都市で正に有意となっている．しかし，Flexible MDCEVモデルでは，両都市の結果は異なる．横浜市においては，離散選択において正に有意であり，連続量選択においても，t値は十分でないものの正の値である．一方，松山市では連続量選択では正に有意であるが，離散選択におけるパラメータ値は負の値である．この場合，オリジナルなMDCEVモデルから得られた結果だけに着目すると，このような違いを把握することが難しい．このように，活動頻度や活動時間長は都市の特性に大きく左右されることが予想されるため，さらなる理解へ向けた実証研究が望まれる．

4. まとめ

本研究では，Bhat[4]により提案されたFlexible MDCEVモデルを活動選択・活動時間選択行動に適用し，オリジナルなMDCEVモデルとの比較分析を行った．結果として，オリジナルなMDCEVモデルで有意でも，Flexible MDCEVモデルでは離散選択と連続量選択のどちらかのみで有意となっている変数や，離散選択と連続量選択でパラメータ値の正負が異なる変数が確認できた．また，オリジナルなMDCEVモデルでは明らかにすることができなかった，活動選択・活動時間選択行動における都市部と地方部の違いを示した．

今後の展開として，全国PT調査データを用いた分析を行い，地域特性による活動頻度・活動時間の違いを精査していきたい．

謝辞：

東京大学の羽藤研究室よりPPデータの提供をいただきました．深く感謝申し上げます．

参考文献

1) Bhat, C.R. : A multiple discrete-continuous extreme value model: formulation and application to discretionary time-use decisions, Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 39, pp.679-707, 2005.
2) Bhat, C.R. : The multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) model: Role of utility function parameters, identification considerations, and model extensions, Transportation Research Part B: Methodological, Vol.42, pp.274-303, 2008.
3) 福田大輔, 力石真：離散-連続モデルの研究動向に関するレビュー, 土木学会論文集 D3（土木計画学）, Vol. 69, No. 5, pp. I 497-I 510, 2013.
4) Bhat, C. R. : A new flexible multiple discrete–continuous extreme value (MDCEV) choice model. Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 110, pp.261-279, 2018.

A FLEXIBLE MDCEV APPROACH TO ANALYZE ACTIVITY PARTICIPATION AND TIME-USE BEHAVIOR

Hajime WATANABE, Makoto CHIKARAISHI, and Takuya MARUYAMA

A number of studies have developed microeconomic models for analysis of individual’s time-use behaviour over the years. One of the widely used models is the multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) model originally proposed by Bhat (2005, 2008), employing the random utility maximization framework as the fundamental basis. The model is quite practical for modelling time-use behaviour even for a large number of activity categories, while it assumes that one single utility can be used for modelling both the discrete choice component and the continuous consumption component. One drawback of this assumption is in the low ability to predict discrete choice component, while the continuous part is predicted well in many cases. To overcome the limitation, recently Bhat (2018) proposed a new Flexible multiple discrete-continuous model using separate baseline utilities for the discrete and continuous consumption decision. In this study, we employ the Flexible multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) model and examine the properties using time-use data.