自動運転車両の普及過程における
移動時間信頼性を考慮した交通量配分モデル

峪　龍一[1]・内田　賢悦[2]

[1] 学生会員　北海道大学大学院　工学院（〒060-8628 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目）
E-mail:ryuichitani@eis.hokudai.ac.jp

[2]正会員　北海道大学大学院　工学研究院（〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目）
E-mail:uchida@eng.hokudai.ac.jp

本研究は異なる交通量配分原則に基づく車両が同一の道路ネットワーク上に併存する状態における，移動時間の不確実性を考慮した交通量配分モデルを提案する．確率的道路ネットワークを簡易的に表現することによって，交通流あるいは移動時間の各部分の定式化において特別な近似計算を行うことなく，移動時間の不確実性を表現することが可能となる．本研究では，自動運転車両はシステム最適配分原則に，既存の車両は利用者均衡配分原則に基づき経路選択を行うものと仮定する．利用者均衡配分原則とシステム配分原則のそれぞれに従う交通需要が併存し，かつ移動時間が確率的に変動する状態の交通量配分を非線形相補性問題として定式化できることを示す．最後に，テストネットワークにおける数値計算例を示し，本研究で提案する手法の挙動を確認する．

Key Words :*Travel time reliability, stochastic travel demand, real road network*

1.　はじめに

移動時間の不確実性がドライバーの経路選択行動に影響を与えることは広く知られている．ドライバーは移動時間の平均とばらつきがそれぞれ小さい経路を選好する傾向にあり，新規の道路事業を行う場合，移動時間の平均のみならず，標準偏差あるいは分散を縮小させることが事業の効果として期待される。そのため，道路事業の効果として，移動時間縮小便益，移動時間信頼性縮小便益がそれぞれ計量されることが理想である[1]．しかし，移動時間信頼性を便益として計量する上での技術的な課題は大きく，関連研究も少数である（例えば，Kato and Uchida[2]）．

さらに近年，自動運転車両の研究開発が急速に進展している．近い将来，自動運転車両の本格的な普及が見込まれる中，その普及過程に応じた道路管理が求められる．自動運転車両あるいは高度道路管理システムの普及によって，期待される主な効果として以下の2点を挙げる．

(i). 自動運転車両の普及により，ドライバーによる運転挙動のばらつきが縮小する．
(ii). 車両と道路インフラとの間で相互通信が可能になることにより，システム最適配分原則に基づく交通量配分が実現する．

それぞれのドライバーにより，その運転挙動は様々であり，運転挙動のばらつきは移動時間を不確実にさせる要因の一つである．自動運転車両の運転の挙動は，人間のドライバーによる運転挙動と比べて，標準化されると仮定するとき，道路ネットワークにおける自動運転車両の割合が増加することは，交通流全体の運転挙動が標準化されることを意味する．つまり，上記の仮定に基づく場合，自動運転車両の普及割合が増加すると，交通容量のばらつきが減少することが期待される．

さらに，自動運転車両の普及と高度道路交通システムが発展した将来においては，ドライバーは各トリップにおける経路選択にかかる意思決定を外部に委ねることが可能となる．車両と道路インフラが相互に情報交換を行うことにより，車両と道路管理者の双方が，道路ネットワーク全体のリアルタイムな交通流あるいは移動時間を把握できるようになる．このとき，道路ネットワーク全体の社会厚生を向上させるためには，道路ネットワークがシステム最適な配分状態に近づくことが理想である．道路管理者がそれぞれの自動運転車両に対して，経路情報を伝達することによって，道路ネットワーク全体としてシステム最適な配分状態に近づけることが可能となる．

そこで，本研究では，自動運転車両と人間が運転する車両が併存する状態を，それぞれ利用者均衡原則とシス

テム最適原則のそれぞれに従うドライバーが併存する状態と仮定し，このときの交通量配分手法を提案する．なお，交通需要ならびに移動時間は確率的に変動するものとし，各ドライバーは移動時間のばらつきに対してリスク回避的な経路選択行動をとるものとする．以下に，本研究に関連する既存研究を整理する.

既存研究において移動時間のばらつきを考慮した交通量配分モデルが数多く提案されている．交通量配分モデルの定式化にあたり，以下の3点が焦点となってきた.

1. 交通需要ならびに経路・リンクの移動時間が従う確率分布の形状
2. 交通流ならびにリンク移動時間の定式化
3. 上記の2点を踏まえた交通量配分モデルの定式化

交通需要あるいは移動時間を確率分布として代表させるため，既存研究において様々な分布形状が検討されてきた．例えば，Nakayama and Takayama[3]は2項分布に従う交通需要を仮定した．Clark and Watling[4]またはLam et al.[5]はそれぞれポアソン分布と正規分布に従う交通需要を仮定している．しかし，観測事実として交通需要あるいは移動時間は非対称な分布形状をもつことが指摘されている（例えば，Uno et al.[6]）ことから，交通需要あるいは移動時間が対数正規分布に従うものと仮定した研究が複数存在する．Zhou and Chen[7]とSumalee and Xu[8]は各ODペアの交通需要が対数正規分布に従う交通量配分モデルを提案している．ただし，それぞれの研究では，交通量と移動時間についてリンク間の統計的独立を仮定している．これは対数正規分布の和に関する再生性をFenton[9]に拠っているためである．対数正規分布はその特性として積について再生性を有するものの，和については再生性を有しない．したがって，Fenton[9]に基づくことで，対数正規分布の加法性を近似的に仮定している．Fenton[9]の近似計算では確率分布間の独立を仮定していることから，ネットワークモデルにおいて交通量あるいは移動時間のリンク間の統計的独立が仮定される．Tani and Uchida[10]はAbu-Dayya and Beaulieu[11]の近似手法を交通量配分モデルのネットワーク表現に適用し，交通需要が対数正規分布に従うときに，交通量と移動時間のリンク間の確率的相関を表現できることを示し，交通量配分モデルとして定式化した．さらに，Uchida and Kato[12]とTani and Uchida[10]は，対数正規分布に従う総交通需要を仮定し，各ODペアの交通需要間の確率的相関を仮定することにより，道路ネットワーク中の確率的な交通流を簡易的に表現できることを指摘した.

一方で，自動運転車両の普及をみこして，自動運転車両と既存の車両が同一の道路ネットワーク上で併存する状況を考慮した交通量配分モデルが近年提案されている. Bagloee et al.[13]は既存の車両が利用者均衡配分原則に基づき経路選択を行うのに対して，自動運転車両あるいはコネクテッドカーはシステム最適配分原則に基づき経路選択を行うと仮定した交通量配分モデルを提案している．Zhang and Nie[14]は既存の車両を確率的利用者均衡配分原則，自動運転車両を利用者均衡配分原則にそれぞれ従うものとして，交通量配分を行っている。

そこで，本研究では，大規模な実道路ネットワークにおける移動時間信頼性の評価をみこした，簡易的な道路ネットワーク表現手法に基づく交通量配分手法を提案する． 特に，本研究ではBagloee et al.[13]に基づき，利用者均衡配分原則とシステム最適配分原則のそれぞれに従う交通需要が併存するときの交通量配分手法を提案する。

本研究の構成は以下の通りである．1.では，移動時間信頼性を考慮した交通量配分手法が求められる社会的な背景と，提案する手法の理論的な特徴を述べた．2.では，提案する手法の具体的な定式化部分を説明する．3.では，本研究において提案する手法を例証するため，テストネットワークにおける交通量配分の結果を示す．最後に，本稿をまとめ，今後の研究における課題を示す.

2. モデルの定式化

(1) 記号

本稿で使用する記号を以下に示す.

W: 道路ネットワーク中のODペア集合
K_w: ODペアw間の経路集合
N: 道路ネットワーク中のノード集合
A: 道路ネットワーク中のリンク集合
Q: 確率的総交通需要
q: 確率的総交通需要の平均
cv: 確率的総交通需要の変動係数
Q_w^i: 配分原則iに従うODペアw間の確率的交通需要

(2) 交通流の定式化

本研究ではODペアw間の交通需要Q_iを対数正規分布に従う確率変数として仮定する．同様に，対数正規分布に従う総交通需要Qを考えるとき，$Q_i = p_i \cdot Q$と表される総交通需要の平均と分散がそれぞれ，$E[Q] = q$，$\mathrm{var}[Q] = (cv \cdot q)^2$と表されるものとする．このとき，交通需要$Q_i$の平均と分散はそれぞれ，$E[Q_i] = p_i \cdot q$，$\mathrm{var}[Q_i] = p_i^2 \cdot (cv \cdot q)^2$と表される．ここで，異なるODペア間に確率的な相関があるとき，ODペアi_1とi_2の間の交通需要の共分散を$\mathrm{cov}\left[Q_{i_1}, Q_{i_2}\right] = p_{i_1} \cdot p_{i_2} \cdot (cv \cdot q)^2$と定める．ODペア$i$における交通需要は，OD間を発着するすべての経路交通量の和として表される.

$$Q_i = \sum_{j \in J_i} F_{i,j} \tag{1}$$

なお，上記の関係は交通需要と各経路交通量の和についても同様なことを指摘できる．なお，経路交通量の平均

は常に非負である.

$$q_i = \sum_{j \in J_i} f_{i,j} \tag{2}$$

$$f_{i,j} \geq 0 \tag{3}$$

リンク交通量V_aはリンクaを通過するすべての経路交通量F_i $\forall i \in I$の和で表される.

$$V_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{i,j,a} \cdot F_{i,j} \tag{4}$$

$$v_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{i,j,a} \cdot f_{i,j} \tag{5}$$

ここで，Uchida and Kato[12]または Tani and Uchida[10]より，総交通需要の分散は以下のように保存される.

$$\begin{aligned} \mathrm{var}\left[\sum_{\mathrm{i} \in \mathrm{I}} Q_i\right] &= \mathrm{var}\left[\sum_{i \in I} p_i \cdot Q\right] = \sum_{i_1 \in I} \sum_{i_2 \in I} \mathrm{cov}[Q_{i_1}, Q_{i_2}] \\ &= \sum_{i_1 \in I\_} \sum_{i_2 \in I} p_{i_1} \cdot p_{i_2} \cdot \mathrm{var}[Q] \\ &= \left(\sum_{i \in I} p_i\right)^2 \cdot \mathrm{var}[Q] \ = \mathrm{var}[Q] \end{aligned} \tag{6}$$

次に，Tani and Uchida[10]に従い，リンク交通量の分散は以下のように表される.

$$\begin{aligned} &\mathrm{var}[V_a] = \mathrm{var}\left[\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{i,j,a} \cdot F_{i,j}\right] \\ &= \sum_{\mathrm{i}_1 \in I} \sum_{i_2 \in I} \sum_{j \in J_{i_1}} \sum_{j \in J_{i_2}} \delta_{i_1,j,a} \cdot \delta_{i_2,j,a} \cdot \mathrm{cov}\left[F_{i_1,j}.F_{i_2,j}\right] \\ &= \sum_{\mathrm{i}_1 \in I} \sum_{i_2 \in I} \sum_{j \in J_{i_1}} \sum_{j \in J_{i_2}} \delta_{i_1,j,a} \cdot \delta_{i_2,j,a} \cdot p_{i_1,j} \cdot p_{i_2,j} \cdot p_{i_1} \cdot p_{i_2} \\ &\qquad \cdot \mathrm{cov}\left[Q_{i_1}.Q_{i_2}\right] \\ &= \sum_{\mathrm{i}_1 \in I} \sum_{i_2 \in I} \sum_{j \in J_{i_1}} \sum_{j \in J_{i_2}} \delta_{i_1,j,a} \cdot \delta_{i_2,j,a} \cdot p_{i_1,j} \cdot p_{i_2,j} \cdot p_{i_1} \cdot p_{i_2} \\ &\qquad \cdot q_{i_1} \cdot q_{i_2} \cdot cv^2 \\ &= \left(\sum_{\mathrm{i} \in \mathrm{I}} \left(\sum_{j \in J_i} \delta_{i,j,a} \cdot p_{i,j}\right) \cdot q_i\right)^2 \cdot cv^2 \\ &= (v_a \cdot cv)^2 \end{aligned} \tag{7}$$

つまり，本研究で採用する仮定に基づくとき，リンク交通量の分散はリンク交通量の平均と総交通需要の変動係数によって表すことができる．なお，Uchida and Kato[11]は，隣り合うリンク間の交通量あるいは移動時間が確率的な相関を持つとき，それぞれの共分散を簡易的に表現する手法を提案している．例えば，リンクaがリンクbとcに分岐する場合を考える（**図-1**）.

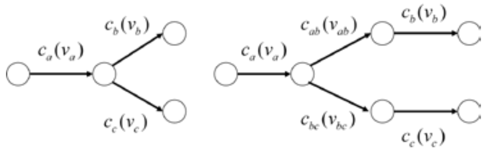

図-1 リンク交通量のリンク間共分散の簡易的な表現

上図において例えば，リンクaとリンクbを通過する交通量を$v_{a,b}$と置くとき，リンク交通量の共分散は(7)と同様に，以下のように与えられる.

$$\begin{aligned} &\mathrm{cov}[V_a, V_b] = \mathrm{var}\left[\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{i,j,a} \cdot \delta_{i,j,b} \cdot F_{i,j}\right] \\ &= \sum_{i_1 \in I} \sum_{i_2 \in I} \sum_{j \in J_{i_1}} \sum_{j \in J_{i_2}} \delta_{i_1,j,a} \cdot \delta_{i_2,j,a} \cdot \delta_{i_1,j,b} \cdot \delta_{i_2,j,b} \\ &\qquad \cdot cov\left[F_{i_1,j}.F_{i_2,j}\right] \\ &= \sum_{i_1 \in I} \sum_{i_2 \in I} \sum_{j \in J_{i_1}} \sum_{j \in J_{i_2}} \delta_{i_1,j,a} \cdot \delta_{i_2,j,a} \cdot \delta_{i_1,j,b} \cdot \delta_{i_2,j,b} \cdot p_{i_1,j} \\ &\qquad \cdot p_{i_2,j} \cdot p_{i_1} \cdot p_{i_2} \cdot cov\left[Q_{i_1}.Q_{i_2}\right] \\ &= \sum_{i_1 \in I} \sum_{i_2 \in I} \sum_{j \in J_{i_1}} \sum_{j \in J_{i_2}} \delta_{i_1,j,a} \cdot \delta_{i_2,j,a} \cdot \delta_{i_1,j,b} \cdot \delta_{i_2,j,b} \cdot p_{i_1,j} \\ &\qquad \cdot p_{i_2,j} \cdot p_{i_1} \cdot p_{i_2} \cdot q_{i_1} \cdot q_{i_2} \cdot cv^2 \\ &= \left(\sum_{\mathrm{i} \in \mathrm{I}} \left(\sum_{j \in J_i} \delta_{i,j,a} \cdot p_{i,j}\right) \cdot q_i\right)^2 \cdot cv^2 \\ &= \left(v_{a,b} \cdot cv\right)^2 \quad \forall a, b \in A \end{aligned} \tag{8}$$

つまり，リンクaとリンクbを通過する交通量の平均$v_{a,b}$は以下のように定義される.

$$v_{a,b} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{i,j,a} \cdot \delta_{i,j,b} \cdot f_{i,j} \quad \forall a, b \in A \tag{9}$$

上記の仮定に基づくとき，リンクコスト関数次第では，交通量のリンク間の確率的相関を考慮した交通量配分問題が簡易な問題に帰着する場合がある（**付録A**）.

(3) 移動時間の定式化

多くの既存研究に従い，リンク移動時間はBPR関数によって決まるものとする.

$$t_a(v_a) = t_a^0 \cdot \left(1 + \beta_a \cdot \left(\frac{v_a}{c_a}\right)^n\right) \tag{10}$$

上式について，t_a^0は自由走行時間，β_aとnはパラメータ，c_aはリンク交通容量である．ここで，上式のリンク交通量として確率変数V_aを代入し，確率的リンク移動時間を定める.

$$T_a(V_a) = t_a^0 \cdot \left(1 + \beta_a \cdot \left(\frac{V_a}{c_a}\right)^n\right) \tag{11}$$

ここで，リンク移動時間の期待値と共分散はそれぞれ以下のように得られる.

$$E[T_a] = t_a^0 + \frac{t_a^0 \cdot \beta_a}{c_a^n} \cdot E[V_a^n]$$
$$= t_a^0 + \frac{t_a^0 \cdot \beta_a}{c_a^n} \cdot v_a^n \cdot (1 + cv^2)^{\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n} \tag{12}$$
$$\mathrm{cov}[T_a, T_b] = E[T_a \cdot T_b] - E[T_a] \cdot E[T_b] \tag{13}$$

経路移動時間はリンク移動時間の和として表される．

$$T_{w,k} = \sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot T_a \tag{14}$$

経路移動時間の平均と分散はそれぞれ以下の通りである．

$$E\left[T_{w,k}\right] = \sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot T_a \tag{15}$$

$$\mathrm{var}\left[T_{w,k}\right] = \mathrm{cov}\left[\sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot T_a, \sum_{b \in A} \delta_{w,k,b} \cdot T_b\right]$$
$$= \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \delta_{w,k,a} \cdot \delta_{w,k,b} \cdot \mathrm{cov}[T_a, T_b] \tag{16}$$

なお，移動時間は確定項と対数正規分布に従う確率項により構成される(Shifted lognormal distribution)ことに注意が必要である。

(4) UE/SO混合状態

次に，同一の道路ネットワーク上に利用者均衡配分原則に基づき経路を選択するドライバーとシステム最適原則に基づき経路を選択するドライバー（現実的には，自動運転車両やコネクテッドカーを想定する．）が混合する状態（UE/SO混合状態）を考える．UE/SO混合状態を表現するために，各ODペアにつき，UEに従う交通需要とSOに従う交通需要を想定する（**図-2**）．つまり，UE/SO混合状態は一般的なマルチユーザークラスの交通量配分モデルとして表現できる．

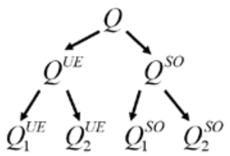

図-2 ODペアが2つのときの総交通需要の配分イメージ

上記の状態において総交通需要はUEに基づくもの，SOに基づくものとして区別され，以下のように分割できる．

$$Q^{UE} = p^{UE} \cdot Q, Q^{SO} = p^{SO} \cdot Q \tag{17}$$

さらに，UEとSOのそれぞれにおける総交通需要の期待値と共分散を以下のように定義する．

$$E[Q^i] = p^i \cdot q \tag{18}$$
$$\mathrm{cov}[Q^i, Q^j] = p^i \cdot p^j \cdot (cv \cdot q)^2 \tag{19}$$

ここで，$i, j \in \{UE, SO\}$とする．Q^{UE}またはQ^{SO}はそれぞれのODペア$w \in W$に配分される．さらに，ODペアwにおける，UEとSOそれぞれの配分原則による交通需要とその期待値と共分散を以下のように定義する．

$$Q_w^i = p_w^i \cdot Q^i = p_w^i \cdot p^i \cdot Q \tag{20}$$
$$E[Q_w^i] = p_w^i \cdot p^i \cdot Q \tag{21}$$
$$\mathrm{cov}\left[Q_{w_1}^i, Q_{w_2}^j\right] = \left(p_{w_1}^i \cdot p^i \cdot p_{w_2}^j \cdot p^j\right)^2 \cdot (cv \cdot q)^2 \tag{22}$$

同様にして，UEとSOのそれぞれに基づく経路交通量，リンク交通量を定義できる．なお，リンク移動時間の説明変数はUEに基づくリンク交通量とSOに基づくリンク交通量の和であることに注意が必要である．

ここで，道路ネットワークの全体における総移動時間は以下のように定義される．

$$TT = \sum_{a \in A} TT_a = \sum_{a \in A} V_a \cdot T_a \tag{23}$$

ここで，Sumalee and Xu[8]に従うと，リスク回避的な経路選択行動を踏まえたシステム最適配分原則は以下のように定義できる．

$$\min_{\mathrm{v}} E[TT] + \gamma \cdot var[TT] \tag{24}$$

総移動時間の期待値と分散はそれぞれ以下のように表現できる．なお，リンクaにおける総移動時間を$TT_a = V_a \cdot T_a$とする．

$$E[TT] = E\left[\sum_{a \in A} TT_a\right] = \sum_{a \in A} E[TT_a] \tag{25}$$

$$\mathrm{var}[TT] = \mathrm{var}\left[\sum_{a \in A} TT_a\right]$$
$$= \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mathrm{cov}[TT_a, TT_b] \tag{26}$$

ここで，リンクaにおける総移動時間の期待値および，リンクaとリンクbそれぞれにおける総移動時間の共分散は以下の通りである．

$$E[TT_a] = t_a^0 \cdot E[V_a] + t_a^0 \cdot \frac{\beta_a}{c_a^n} \cdot E[V_a^{n+1}] \tag{27}$$
$$\mathrm{cov}[TT_a, TT_b] = E[TT_a \cdot TT_b] - E[TT_a] \cdot E[TT_b] \tag{28}$$

定式化を容易にするため，以下では，異なる2つのリンク間のリンク移動時間が統計的に独立であることを仮定する．このとき，リンクaのリンクコストをζ_aとするとき，ODペアw，経路kにおける経路コスト$\zeta_{w,k}$は以下のように表される．

$$\zeta_{w,k} = \sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot \zeta_a \tag{29}$$

ODペアw間における最小コストをπ_wとすると，交通流の均衡条件は以下のように表される．

$$f_{w,k} \cdot \left(\zeta_{w,k} - \pi_w\right) = 0 \tag{30}$$
$$\zeta_{w,k} - \pi_w \geq 0, f_{w,k} \geq 0 \tag{31}$$

本稿では，ドライバーがリスク回避的な経路選択行動をとるものと仮定する．したがって，経路コストを以下のように定義する．

$$\zeta_{w,k} = E\left[T_{w,k}\right] + \gamma \cdot \mathrm{var}\left[T_{w,k}\right] \tag{32}$$

ここで，γはドライバーのリスク回避度を表すパラメータである．なお，リスク中立的なドライバーの経路選択行動を考える経路コストは$\gamma = 0$のときと等価である．リンク移動時間について，異なる2つのリンク間の統計的独立を仮定するとき，経路移動時間の平均と分散はそれぞれ，以下のように定義できる．

$$E[T_{w,k}] = E\left[\sum_{a\in A}\delta_{w,k,a}\cdot T_a\right] = \sum_{a\in A}\delta_{w,k,a}\cdot E[T_a] \tag{33}$$

$$\mathrm{var}[T_{w,k}] = \mathrm{var}\left[\sum_{a\in A}\delta_{w,k,a}\cdot T_a\right] = \sum_{a\in A}\delta_{w,k,a}\cdot \mathrm{var}[T_a] \tag{34}$$

上記の経路コストに基づくとき，(30)，(31)はドライバーのリスク回避的な経路選択行動を仮定した利用者均衡条件と等価となる．Sumalee and Xu[8]に基づき，リスク回避的な経路選択行動を仮定したシステム最適配分原則に基づく交通量配分は以下の問題と等価である．

$$\min_{\mathrm{v}} E[TT] + \gamma\cdot\mathrm{var}[TT]$$

$$= \min_{\mathrm{v}} \int_{\mathrm{v}} \nabla_{\mathrm{v}}(E[TT] + \gamma\cdot\mathrm{var}[TT])$$

$$= \min_{\mathrm{v}} \int_{\mathrm{v}} \frac{\partial E[TT]}{\partial v_a} + \gamma\cdot\frac{\partial \mathrm{var}[TT]}{\partial v_a} \tag{35}$$

∇_{v}はリンク交通量の平均v_aに関する1階の偏微分を示す演算子である．ここで，経路コストを$\zeta_{w,k} = \sum_{a\in A}\delta_{w,k,a}\cdot\left(\frac{\partial E[TT]}{\partial v_a} + \gamma\cdot\frac{\partial \mathrm{var}[TT]}{\partial v_a}\right)$とすると，リスク回避的な経路選択行動に基づくシステム最適な交通量配分の均衡条件は以下のように表現される．なお，$\frac{\partial E[TT]}{\partial v_a}$と$\frac{\partial \mathrm{var}[TT]}{\partial v_a}$の導出過程は**付録B**に示す．また，$\gamma = 0$のとき，上記に示す問題はリスク中立的な経路選択行動を仮定する状態と等価である．

$$f_{w,k}^{SO}\cdot(\zeta_{w,k}^{SO} - \pi_w^{SO}) = 0 \tag{36}$$

$$\zeta_{w,k}^{SO} - \pi_w^{SO} \geq 0, f_{w,k}^{SO} \geq 0 \tag{37}$$

本稿では，異なるリンク間のリンクコストの統計的独立を仮定するため，たとえ，システム最適なリンクコストを考えたとしても，統計的な独立性は維持されるものとして計算することに注意が必要である．したがって，$i \in \{UE, SO\}$のとき，UE/SO混合状態の道路ネットワークにおける交通流の均衡条件は以下のようにまとめて表現される．

$$f_{w,k}^{i}\cdot(\zeta_{w,k}^{i} - \pi_w^{i}) = 0 \tag{38}$$

$$\zeta_{w,k}^{i} - \pi_w^{i} \geq 0, f_{w,k}^{i} \geq 0 \tag{39}$$

上記の均衡条件を，以下に示す非線形相補性問題(NCP)として定式化することで，均衡解を得ることができる．

$$\text{Find } \mathbf{x} \text{ such that } \langle \mathbf{x}, \mathbf{F}(\mathbf{x})\rangle = 0 \tag{40}$$

where

$$\mathbf{x} = (\mathbf{f}\ \boldsymbol{\pi})^{\mathrm{T}} \tag{41}$$

$$\mathbf{f} = \left(f_{1,1}^{UE}, \cdots, f_{|W|,|K|}^{UE}, f_{1,1}^{SO}, \cdots, f_{|W|,|K|}^{SO}\right)^T \tag{42}$$

$$\boldsymbol{\pi} = \left(\pi_1^{UE}, \cdots, \pi_{|W|}^{UE}, \pi_1^{SO}, \cdots, \pi_{|W|}^{SO}\right)^T \tag{43}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (\boldsymbol{\omega}\ \boldsymbol{\eta})^T \tag{44}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \left(c_{1,1}^{UE} - \pi_1^{UE}, \cdots c_{|W|,|K|}^{UE} - \pi_{|W|}^{UE}, c_{1,1}^{SO} - \pi_1^{SO}, \cdots c_{|W|,|K|}^{SO} - \pi_{|W|}^{SO}\right)^T \tag{45}$$

$$\boldsymbol{\eta} = \left(\mathbf{1}\cdot\mathbf{f}_1^{UE} - q_1^{UE}, \cdots, \mathbf{1}\cdot\mathbf{f}_{|W|}^{UE}, \mathbf{1}\cdot\mathbf{f}_1^{SO} - q_1^{SO}, \cdots, \mathbf{1}\cdot\mathbf{f}_{|W|}^{SO} - q_{|W|}^{SO}\right)^T \tag{46}$$

NCPとしての交通量配分問題はLo anad Chen[15]に示されるように，Fischer[16]に示される関数を用いて，非線形最適化問題として再定式化できる．つまり，$\mathbf{a} = \mathbf{x}$かつ$\mathbf{b} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$とおくとき，$\phi_i(a_i, b_i) = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} - a_i - b_i\ \forall i \in |\mathbf{x}|$に対して，$\min_{\mathbf{a}} \sum_{i\in|\mathbf{x}|}\left(\frac{1}{2}\right)\phi_i^2(a_i, b_i)$を解くことによって均衡解を得ることができる．

3. 数値計算

(1) 数値計算の概要

提案するモデルの挙動を検証するため，テストネットワークによる数値計算を行った．(i)まず，提案するモデルに基づいた数値計算例を示したのち，比較のため，(ii)総交通需要が確定的であるとき（変動係数が0であるとき）の数値計算例を示す．使用するテストネットワークを**図-3**に示す．

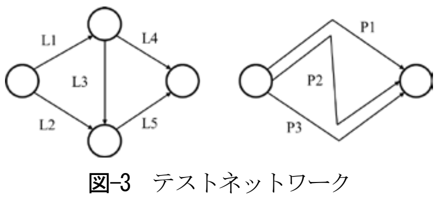

図-3 テストネットワーク

使用するテストネットワークは1つのODペア，3つの経路，5つのリンクで構成される．経路番号とリンク番号の対応はそれぞれ上図に示す通りである．すべてのリンク$a \in$ AのBPR関数のパラメータαとnはそれぞれ2と6である．自由走行時間t_a^0と交通容量c_aはそれぞれ0.05[時間]と1000[pcu/時間]である．総交通需要の平均と変動係数はそれぞれ1500[pcu/時間]と0.2である．リスク回避的

な経路選択行動を表現するとき，(32)または(35)におけるリスク回避度を表すパラメータ γ は0.5と設定する．

(2) 結果

UEとSOのそれぞれに従うドライバーの混合比率 p^{UE}/p^{SO} を0から1まで0.2ずつ変化させて，そのそれぞれにおいて交通量配分計算を行った．図-4と図-5はそれぞれリスク中立的な経路選択行動を仮定した場合，リスク回避的な経路選択行動を仮定した場合における，配分経路交通量の平均の推移を示すものである．

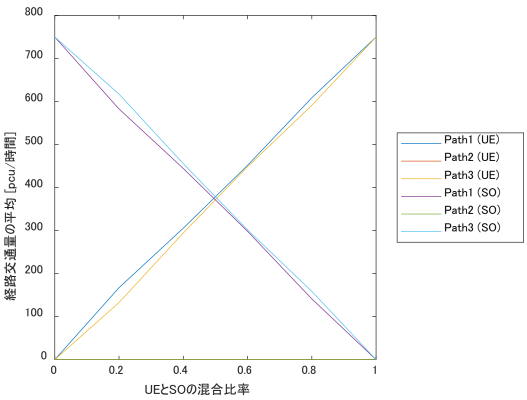

図-4 経路交通量の平均の推移
（リスク中立的な経路選択行動, $\gamma = 0$）

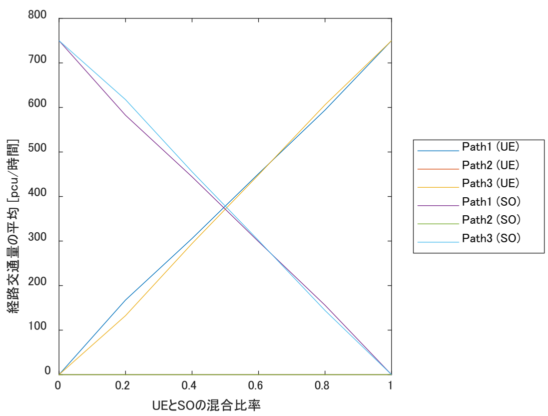

図-5 経路交通量の平均
（リスク回避的な経路選択行動, $\gamma = 0.5$）

4. まとめ

本研究では，UE/SO混合状態において，交通需要ならびに移動時間の不確実性を考慮した交通量配分モデルを提案した．総交通需要が対数正規分布に従い，かつ総交通需要ならびに各ODペアにおける交通需要の変動係数が等しいという仮定を設けることによって，経路交通量とリンク交通量の定式化にあたり，特別な近似計算が不要となることを指摘した．リンク移動時間がBPR関数で与えられるとき，移動時間はShifted-lognormal distributionとして表現できる． UE/SO混合状態における均衡条件を示し，これを直接解くことによって，非線形相補性問題として交通量配分問題を定式化できることを示した．さらに，提案するモデルの挙動を確認するため，テストネットワークにおける数値計算を行った．

本研究では，利用者均衡原則に基づくドライバーとシステム最適原則に基づくドライバーが道路ネットワーク上に併存するとき，それぞれの混合比率によらず，交通容量は一定であるものと仮定した．しかし，実際に上記の状態が実現するとき，混合比率によってそれぞれの交通行動が変化することが予想されるため，交通容量も変化する可能性があると考えられる．自動運転の普及過程における，交通容量が変化することの構造を解明し，本研究の枠組みに適用することは今後の課題である．

謝辞： 本研究は科学研究費補助金（基盤研究（B）課題番号：18H01550））による助成を受けたものである．ここに記して謝意を表する．

付録A 利用者均衡問題が最適化問題として定式化できる場合

リンクコスト関数としてBPR関数を仮定するとき，一般に $n > 1$ であるが，本研究で提案するネットワーク表現において，$n = 1$ であるとき，利用者均衡問題は標準的な最適化問題として定式化できる．つまり，BPR関数がリンク交通量についての線形写像であるとき，リンク移動時間の共分散はリンク交通量の共分散のスカラー倍である．リンク交通量の共分散は，2つのリンクを通行する交通量の平均の関数として表現されることから，Uchida and Kato[12]における簡易的な道路ネットワーク表現の下では，リンク移動時間の共分散を与えるコスト関数をダミーリンクに割り当てることができる．したがって，標準的な利用者均衡問題における目的関数のヘッセ行列が半正定値であることは明らかであり，本研究で考える利用者均衡配分問題は標準的な非線形最適化問題として帰着し，局所解の大域性が保証される．しかし，多くの既存研究においても，一般にBPR関数において，$n > 1$ であることから，実際の交通現象として照らし合わせたとき，本付録で主張する内容を適用できる問題の範囲は限定的であることに注意が必要である．

付録B $\dfrac{\partial E[TT]}{\partial v_a}$ と $\dfrac{\partial \mathrm{var}[TT]}{\partial v_a}$ の導出過程

上記の導出過程は以下のように示される．

$$\frac{\partial E[TT]}{\partial v_a} = \frac{\partial E[TT_a]}{\partial v_a}$$

$$= \frac{\partial}{\partial v_a}\left(t_a^0 \cdot E[V_a] + t_a^0 \cdot \beta_a \cdot c_a^{-n} \cdot E[V_a^{n+1}]\right)$$

$$= t_a^0 \cdot \frac{\partial E[V_a]}{\partial v_a} + t_a^0 \cdot \beta_a \cdot c_a^{-n} \cdot E[V_a^{n+1}]$$

$$= (n+1) \cdot t_a^0 \cdot \beta_a \cdot c_a^{-n} \cdot (1+cv^2)^{\frac{1}{2}n(n+1)} \cdot v_a^n \quad \text{(B1)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{var}[TT]}{\partial v_a} = \frac{\partial \mathrm{var}[TT_a]}{\partial v_a}$$

$$= \frac{\partial}{\partial v_a}\left((t_a^0)^2 \cdot \mathrm{var}[V_a] + (t_a^0 \cdot \beta_a \cdot c_a^{-n})^2 \cdot \mathrm{var}[V_a^{n+1}] + 2 \cdot (t_a^0)^2 \cdot \beta_a \cdot c_a^{-n} \cdot \mathrm{cov}[V_a, V_a^{n+1}]\right)$$

$$= (t_a^0)^2 \cdot \frac{\partial \mathrm{var}[V_a]}{\partial v_a} + (t_a^0 \cdot \beta_a \cdot c_a^{-n})^2 \cdot \frac{\partial \mathrm{var}[V_a^{n+1}]}{\partial v_a} + 2 \cdot (t_a^0)^2 \cdot \beta_a \cdot c_a^{-n} \cdot \frac{\partial \mathrm{cov}[V_a, V_a^{n+1}]}{\partial v_a} \quad \text{(B2)}$$

ここで,

$$\frac{\partial \mathrm{var}[V_a]}{\partial v_a} = 2 \cdot cv^2 \cdot v_a \quad \text{(B3)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{var}[V_a^{n+1}]}{\partial v_a} = (2n+1) \cdot v_a^{2n+1} \cdot (cv^2+1)^{n(n+1)} \cdot \left((cv^2+1)^{(n+1)^2} - 1\right) \quad \text{(B4)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{cov}[V_a, V_a^{n+1}]}{\partial v_a} = (n+2) \cdot v_a^{n+1} \cdot \left((1+cv^2)^{\frac{1}{2}(n^2-3n+2)} - (1+cv^2)^{\frac{1}{2}(n^2+n)}\right) \quad \text{(B5)}$$

参考文献

1) 中山晶一朗，朝倉康夫編著：道路交通の信頼性評価，コロナ社，2014.
2) Kato, T. and Uchida, K. : A study on benefit estimation that considers the values of travel time and travel time reliability in road networks, Transportmetrica A: Transport Science, pp.65-79, 2017.
3) Nakayama, S. and Takayama, J. : Traffic network equilibrium model for uncertain demands, Proceedings of the 82nd Transportation Research Board Annual Meeting, 2003.
4) Clark, S. and Watling, D. : Modeling network travel time reliability under stochastic demand, Transportation Research Part B, Vol.39 No.2, 2005.
5) Lam, W. H. K., Shao, H. and Sumalee, A. : Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainties in demand and supply, Transportation research Part B, Vol.42, No.10, pp.890-910, 2008.
6) Uno, N., Kurauchi, F., Tamura, H. and Iida, Y. : Using bus probe data for analysis of travel time variability, Journal of Intelligent Transportation Systems, Vol.13, No.1, pp.2-15, 2009.
7) Zhou, Z. and Chen, A. : Comparative analysis of three user equilibrium models under stochastic demand, Journal of Advanced Transportation, Vol.42, No.3, 2008.
8) Sumalee, A. and Xu, W. : First-best marginal cost toll for a traffic network with stochastic demand, Transportation Research Part B, Vol.45, No.1, 2011.
9) Fenton, F. L. : The sum of log-normal probability distributions in scatter transmission systems, IEEE Transactions on Communication Systems, Vol.8, No.1, 1960.
10) Tani, R. and Uchida, K. : A stochastic user equilibrium assignment model under stochastic demand and supply following lognormal distributions, Asian Transport Studies, (in accepted).
11) Abu-Dayya, A. A., and Beaulieu, N. C. : Outage probabilities in the presence of correlated lognormal interferers, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol.43, No.1, 1994.
12) Uchida, K. and Kato, T. : A simplified network model for travel time reliability analysis in a road network, Journal of Advanced Transportation, 2017.
13) Bagloee, S. A., Sarvi, M., Ptriksson, M. and Rajabifard, A. : A mixwd user-equilibrium and system-optimal traffic flow for connected vehicles stated as a complementarity problem, Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, Vol.32, pp.562-580, 2017.
14) Zhang, K. and Nie, Y. (M). : Mitigating the impact of selfish routing: An optimal-ratio control scheme (ORCS) inspired by autonomous driving, Transportation Research Part C, Vol.87, pp.75-90, 2018.
15) Lo, H. and Chen, A. : Traffic equilibrium problem with route-specific costs: Formulation and algorithms, Transportation Research Part B, Vol.34, pp.493-513, 2000.
16) Fischer, A. : A special Newton-type optimization method , Optimization, Vol.24, pp.269-284, 1992.

(?)

Simple representation of road network for evaluating travel time reliability

Ryuichi TANI and Kenetsu UCHIDA

This study proposes a traffic assignment model which can be applied to a stochastic road network which has vehicles following different traffic assignment principles. Simplified representation of a stochastic road network enables to define uncertainty of travel time without specific approximated calculation for formulations of traffic flow and travel time. This study assumes that autonomious vehicles follow user equilibrium principle and conventional vehicles follow system optimal principle. As a result, this study show that traffic assignment problem which consider such kinds of autonomious and conventional vehicles under uncertain travel time can be formulated as a nonlinear comprementary problem. Finally, we demonstrate the proposed model in this article in a test network.