道路網におけるＯＤ接続強度の定量的評価に関する考察

坪川 秀太朗 [1]・小林 俊一 [2]・Tran Thanh Hai[3]・中山 晶一朗 [4]

[1]学生会員　金沢大学大学院生　自然科学研究科環境デザイン学専攻 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)
[2]正会員　博士　(工)　金沢大学准教授　理工学研究域地球社会基盤学系 (同上)
E-mail: koba@se.kanazawa-u.ac.jp
[3]非会員　金沢大学学生　理工学域環境デザイン学類 (同上)
[4]正会員　博士　(工)　金沢大学教授　理工研究域地球社会基盤学系 (同上)
E-mail: nakayama@staff.kanazawa-u.ac.jp

道路網におけるＯＤ接続強度を測る指標として従来から独立経路数などの指標が知られている．しかし実際の道路構造では各ノードに接続できるリンク数（次数）が物理的制約を受けること，あるＯＤ間で途中まで複数経路があるものの隘路部が存在する例があるなど，経路数そのものの定義にも考慮の余地があるように思われる．著者らはネットワークの数理的表現と 1 次元バネ～質点系の力学アナロジーに注目し，道路網の特性を分析する方法について検討を行ってきた．本論文では，力学アナロジーモデルによりＯＤ間に強制的に伸び変形を付与するストレステストに基づいて，一連のバネに蓄積されるポテンシャルエネルギーを指標とするＯＤ接続強度の評価手法を提案し，その特性について議論する．

Key Words: *Road network, Connectivity, Mechanical analogy, Stress test*

1. 緒言

道路ネットワークは社会活動の基本となる人・モノの流動を担う重要な社会基盤である．大規模災害時の機能不全を防ぐためには，道路ネットワークにおいて脆弱な部分，つまり通行不能となる可能性の高い道路（重要リンク）を特定し対策する必要がある．道路ネットワークの機能を測る定量的な指標として「連結信頼性」という考え方がある[1)].

各リンクの通行可能確率に基づいてネットワーク上の始点と終点のペア（OD）の到達可能性を連結確率として定量的に評価する方法である．古くはグラフカットを用いる方法[2)] や最小パス法が提案されている．これらの信頼性指標であるが，災害は不確実かつ稀な事象であるためばらつきも大きく，その生起確率を精度良く予測することは容易ではない．

このような観点から，外的要因に頼らず，ネットワーク自身の形状や特性から，脆弱な部分を評価することは大きな意義があると考えられる．確率を用いずに道路ネットワーク自身の形状や特性からネットワークの機能を評価することを「脆弱性解析」を呼び研究が進められてきた．

瀬戸らはネットワークの機能評価を OD ペアが幾通りの経路で移動できるのかを示す非重複経路数を用いた評価手法を提案している[3)]．しかしながら，これまでに紹介してきた評価手法は，非重複経路数の数え上げや，OD ペア間の経路を構成するリンクの組み合わせの計算で大きな計算負荷がかかる．そのため，大規模なネットワークにおいても容易に計算できる方法論の構築が求められている．

著者らはネットワークのラプラシアン行列とバネ～質点系の力学アナロジーを利用して，ネットワーク特性を把握するための簡潔かつ明瞭な評価手法について研究を進めてきた[4)5)6)7)].

本論文では，バネ～質点系の力学アナロジーに着目し，OD 間に強制変位を与えるストレステストに基づき，バネに蓄えられるポテンシャルエネルギーを利用して OD 間の接続強度を定量的に評価する手法について議論する．

2. 関係する数学と提案手法の定式化

(1) 道路網の数学的表現

隣接行列と次数行列　本研究で利用する道路ネットワークの情報はノード (地点) とノード間を接続するリンク (道路)，およびリンク長である．これらの情報を用いて，道路ネットワークにおけるノード・リンク間の接続関係を記述するための隣接行列について述べる．今，ノード総数 n の道路ネットワークを考える時，$n\times\ n$ の隣接行列 $\boldsymbol{A}$ の成分 $\boldsymbol{A_{ij}}$ は以下で定義される．

$$\boldsymbol{A_{ij}} = \begin{cases} 1 & (i,j) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{1}$$

上記の式は，成分 $\boldsymbol{A_{ij}}$ はノード i,j がリンク E で結ばれる時に 1，結ばれていない時は 0 となる事を示す．よって図 (1) に示すネットワークの隣接行列 $\boldsymbol{A}$ は

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

この隣接行列は単にトポロジカルな接続関係のみ表しており，リンクの重みはその長さに関わらず全て一定として扱われている．そこで隣接行列 $\boldsymbol{A}$ をリンク長の逆数 $1/l_{ij}$ を重みとして用いて表したものを重み付き隣接行列と名付け，以下で定義する．なお，l_{ij} はノード間 (i,j) を結ぶリンク長とする．

$$\boldsymbol{A_{ij}} = \begin{cases} 1/l_{ij} & (i,j) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3}$$

各ノード i に接続するリンクの重みの総数 $d_i = \sum_{j=1}^{n} A_{ij}$ を次数と呼び，次数を対角成分とする行列を次数行列 $\boldsymbol{D}$ とよぶ．

ラプラシアン行列　隣接行列と次数行列を用いると，ラプラシアン行列 $\boldsymbol{L}$ が

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{D} - \boldsymbol{A} \tag{4}$$

で定義される．図 1 のラプラシアン行列 $\boldsymbol{L}$ は

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{5}$$

ラプラシアン行列は定義から明らかに対称行列であり，しかも任意のベクトル $\boldsymbol{x}$ に対して、以下の 2 次形式が成り立つので、明らかに半正定値対称行列である．

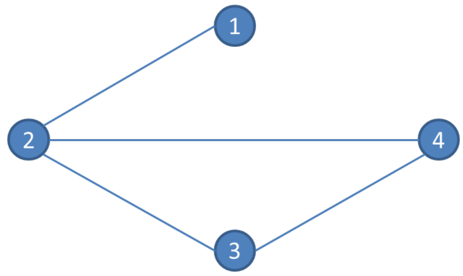
$$\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{L}\boldsymbol{x} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} A_{ij}(x_i - x_j)^2 \geq 0 \tag{6}$$

半正定値対称行列の固有値は必ず非負で，しかも固有ベクトルは互いに直交することが知られている。したがってラプラシアン行列は以下の形でスペクトル分解できる．

$$\boldsymbol{L} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \boldsymbol{a}_i \otimes \boldsymbol{a}_i \tag{7}$$

ここにスカラー λ_i は非負の固有値，ベクトル $\boldsymbol{a}_i$ は固有値 λ_i に対応する単位の固有ベクトル，演算子 $\otimes$ はテンソル積である．また各固有値に対応する単位固有ベクトル $\boldsymbol{a}_i$ は互いに直交するので，

$$\boldsymbol{a}_i \cdot \boldsymbol{a}_j = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} \tag{8}$$



図–1 モデルネットワーク

が成り立つ．ここに δ_{ij} はクロネッカーデルタである．

(2)　ラプラシアン行列とバネ〜質点系の力学アナロジー

道路ネットワークにおけるラプラシアン行列とバネ・質点系の振動問題は，数学的に共通の性質を有する．図 1 に示すネットワークのラプラシアン行列は

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

と書ける．

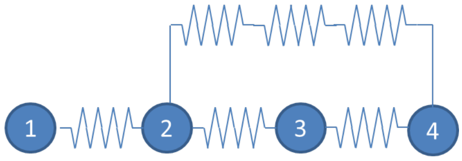
これに対して図 2 に示す 1 次元バネ・質点系の．バネ定数や質量がそれぞれ一定値 k,　m であるとすれば，このバネ・質点系の運動方程式は

$$m \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_4 \end{Bmatrix} + k \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \boldsymbol{F} \tag{10}$$

と書ける．ここに u_i は質点 i の変位である．また図 2 に示すバネ・質点系には，ディリクレ境界条件に当たる変位拘束条件が一切課されておらず，浮遊したような状態のバネ・質点系であることに注意する．ここで角速度 ω の正弦振動を考えれば，$\ddot{u}_i = -\omega^2 u_i$ となるので，バネ・質点系の運動方程式は，以下の固有値問題と関連付けられる．

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \frac{m\omega^2}{k} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} \tag{11}$$

このように，道路ネットワークのラプラシアン行列の固有値問題と 1 次元のバネ・質点系の自由振動問題は，数学的には同様の特徴を有することが分かる．具体的に言えば，図 1 に示すグラフのフィードラーベクトルは，図 2 に示すバネ質点系における，一次モード振動時のノード変位 u_i に対応する．



図–2 図-1 のネットワークに対応する 1 次元バネ・質点系

(3) ストレステストとＯＤ接続強度

道路ネットワークのラプラシアン行列を力学アナロジーの観点で見れば，図 2 に示すようにバネ質点系にディリクレ境界条件（変位境界条件）が一切課されておらず，浮遊したような状態である．これに対して，まず OD の一方に単位量の強制変位，もう一方のノードにゼロ変位を与えるディリクレ境界条件を与える．この境界条件の下で加速度項を無視した静的解析を行い，得られた変位解 u_i, u_j からリンク (i,j) の伸び量の絶対値 $|x_{ij}^I|$ を計算する．これを OD に関する「ストレステスト」と呼ぶ．

$$|x_{ij}| = |u_i - u_j| \tag{12}$$

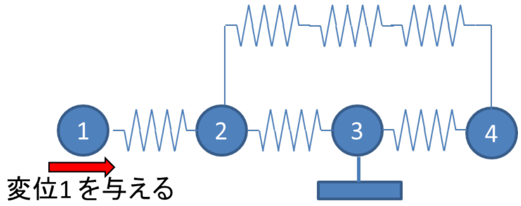
具体的な計算方法について説明する，図 3 に示すようなノード 1 および 3 が拠点ノードの場合，これに対して特定のノード（質点）に強制的な変位を与えたときの静的な解を求めることを考える．**図 3** に示すようなノード 1 に強制変位 $u_1 = 1$ を与え，ノード 3 に固定条件である $u_3 = 0$ を与えた時の解を求める．ペナルティー法を用いれば**図-3** の力のつり合い式は以下の形で表すことができる．

$$k \begin{bmatrix} 1+M & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2+M & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M \times 1 \\ 0 \\ M \times 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{13}$$

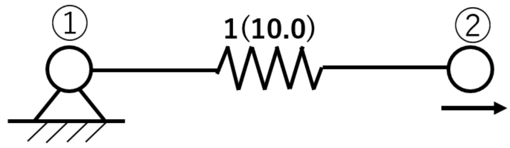
ここに M はペナルティ定数で十分に大きな正の数を与える．まず全てのノードの変位を求めた後，リンクの伸び縮みである両端ノードの変位差の絶対値を求める．

なお個々のリンクの特性はバネ定数で代表させており，具体的にはバネ定数としてリンク長の逆数を用いる．これは，災害時にはリンク距離が長いほどリンク被災確率が高くなることが懸念される事に配慮している．この距離の逆数のバネ定数を用いると，リンク長 L の 1 本バネに単位の伸びを与えたときに蓄えられる弾性エネルギーは $1^2/(2L) = 1/(2L)$ であることに注意する．

次に，伸び量から各リンク (i,j) に蓄えられる弾性エネルギー E_{ij} を求め，それらの総和をとり，ネットワーク全体に蓄えられる弾性エネルギー E を求める．



図–3 ディリクレ境界条件を与えたバネ質点系の例



図–4 1 本バネ

表–1 1 本バネの弾性エネルギー

リンク No.	リンク長	伸び	弾性エネルギー
1	10	1	0.05
		Σ E=	0.05

$$E = \sum_{(i,j)\in \mathrm{Edge}} E_{ij} = \sum_{(i,j)\in \mathrm{Edge}} \frac{x_{ij}^2}{2\,l_{ij}} \tag{14}$$

本研究では，このネットワーク全体に蓄えられる弾性エネルギー E を用いて，ネットワークにおける OD 接続強度の定量的評価をする．

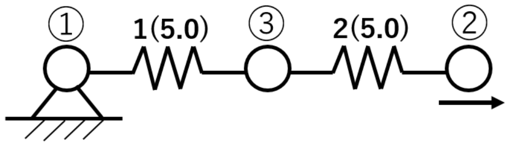
(4) 例題による提案手法の説明

例題を用いて簡単に提案手法の説明をする．提案手法の手順を以下に簡単にまとめる．

- OD の一方に対して単位の強制変位 $u_i = 1$，もう一方に固定条件 $u_j = 0$ を与えるストレステストを行う．
- 得られた各ノードの変位解 u_k から各リンク伸び量の絶対値を計算．
- 各リンクの弾性エネルギーの総和 $\sum E_{ij}$ を求める．
- 拠点間の最短距離 $d_{\min}$ を計算．
- この最短経路（直列バネ）に蓄えられる弾性エネルギー $E_d = 1/(2d_{\min})$ を計算．

例題はいずれもノード 1 を固定ノード，ノード 2 を強制変位ノードとしており，ノード $(1,2)$ 間の最短経路距離は 10 としている．

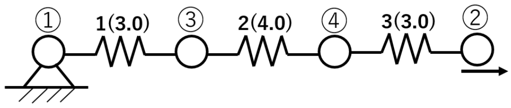
まず，ノード 1 と 2 が 1 本のバネで直結されている場合（**図-4**）を考え，ストレステストの結果を**表-1** に示す．リンク長が $L = 10$ であるため，バネに蓄えられ



図–5 2 本バネ直列つなぎ

表–2 2 本直列バネの弾性エネルギー

リンク No.	リンク長	伸び	弾性エネルギー
1	5	0.5	0.025
2	5	0.5	0.025
		Σ E=	0.05



図–6 3 本バネ直列つなぎ

表–3 3 本直列バネの弾性エネルギー

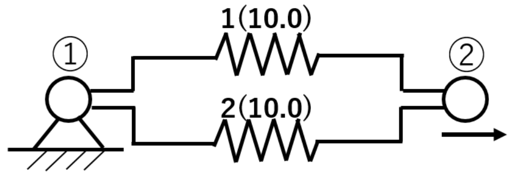
リンク No.	リンク長	伸び	弾性エネルギー
1	3	0.3	0.015
2	4	0.4	0.02
3	3	0.3	0.015
		Σ E=	0.05

るエネルギーが $1/(2L)$ となっていることが分かる．

次に，ノード $(1,2)$ 間が長さ $L=5$ の 2 本のバネで直列につながれた場合（**図-5**）を考え，ストレステストの結果を**表-2** に示す．この場合もバネ全体に蓄えられるエネルギーは 1 本バネの場合と同じであることが分かる．同様に，3 本のバネで直列につながれた場合（（**図-6**）のストレステストの結果（**表-3**）でも同様である．

つまり，ノード $(1,2)$ 間に蓄えらえるバネのポテンシャルエネルギーは，ノード $(1,2)$ 間の距離が同じであればその間の分割個数や分割するリンク長によらず不変であることが分かる．これは，直列つなぎではバネ張力が共通であること，バネ定数がリンク長の逆数であることに注意すると，簡単に証明できる．

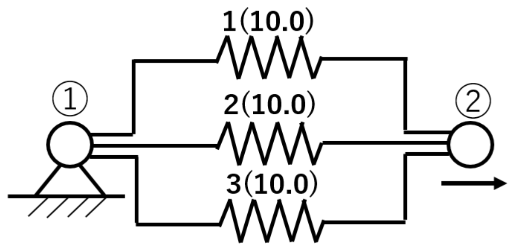
バネ全体に蓄えられる弾性エネルギーが不変であることは，ネットワークの特性を分析する上で大きな利点である．すなわち，バネ全体に蓄えられるエネルギーに着目すれば，リンク上に中間ノードを追加しリンクを分割しても同じ結果を与える．これは，たとえネットワークに恣意的な分割を行ったとしても，バネ全体に



図–7 2 本バネ並列つなぎ

表–4 2 本並列バネの弾性エネルギー

リンク No.	リンク長	伸び	弾性エネルギー
1	10	1	0.05
2	10	1	0.05
		Σ E=	0.1



図–8 3 本バネ並列つなぎ

表–5 3 本並列バネの弾性エネルギー

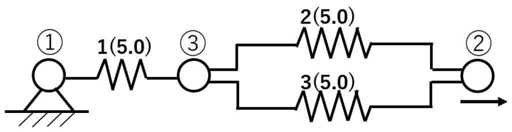
リンク No.	リンク長	伸び	弾性エネルギー
1	10	1	0.05
2	10	1	0.05
3	10	1	0.05
		Σ E=	0.15

蓄えられる弾性エネルギーに着目すればその影響を受けないことを意味する．

つぎに，バネの並列つなぎについても同様の思考実験を行う．2 本バネの場合（**図-7**）および 3 本バネの場合（**図-8**）のストレステスト結果はそれぞれ**表-4**，**表-5** の通りである．当然であるが，バネの本数に比例してバネ全体で蓄えられる弾性エネルギーが増加している．

さらに，3 本のバネを一部並列，一部直列でつないだ場合（**図-9**）のストレステスト結果を**表-6** に示す．単にバネを直列でつないだ場合より大きなエネルギーが蓄えられているが，2 本並列つなぎの場合より小さいことが分かる．

以上の結果を**表-7** にまとめる．ここに n は独立経路数，E_d は最短経路（本ケースでは $d=10$ の直列バネ）に蓄えられる弾性エネルギー，E はバネ全体に蓄えられる弾性エネルギーを表す．この表に示す E/E_d，つ



図–9 3 本バネ直列と並列つなぎ

表–6 3 本直列並列バネの弾性エネルギー

リンク No.	リンク長	伸び	弾性エネルギー
1	5	0.666	0.0444
2	5	0.333	0.0111
3	5	0.333	0.0111
		Σ E=	0.0666

表–7 独立経路数と弾性エネルギーの比較表

Case	n	E_d	E	E/E_d
1 本	1	0.05	0.05	1
2 本直列	2	0.05	0.05	1
3 本直列	3	0.05	0.05	1
2 本並列	2	0.05	0.10	2
3 本並列	3	0.05	0.15	3
3 本直・並列	3	0.05	0.666	1.33

まりバネ全体に蓄えられるポテンシャルエネルギー E と最短経路長のバネに蓄えられるポテンシャルエネルギー E_d の比 E/E_d，がノード $(1,2)$ 間の接続強度を反映した指標となり，経路数を反映した量となることが分かる．

さらに，直列バネに蓄えられるエネルギーが距離の逆数となることも重要である．例えば複数の代替経路が存在する場合，つまり並列繋ぎの場合，代替経路の経路長の逆数が各経路の重みとして働くことを意味する．代替経路長が長くなるほど，その効果が相対的に小さくなることを表現できているともいえる．したがって提案手法で求められるエネルギー比 E/E_d は代替経路の経路長による重みを反映した量であることが分かる．

3. 実道路網を用いた提案手法の検証

(1) 検証に用いた道路網の特性

本研究では，実際の道路網データとして緊急輸送道路ネットワークを用いる．緊急輸送道路とは，災害直後から避難救助をはじめ物資供給等の応急活動のために緊急車両の通行を確保すべき需要な路線と位置付けられており，各都道府県で定めるものである．本研究では，提案手法の妥当性を確認するために，緊急輸送道路ネットワークを対象にケーススタディーを行う．国

図–10 北陸岐阜滋賀ネットワーク

土数値情報ダウンロードサービス[8)] から入手した shape ファイルデータを，GIS ソフト ArcGIS のコンポーネント ArcMap で加工してネットワークデータを作成した．

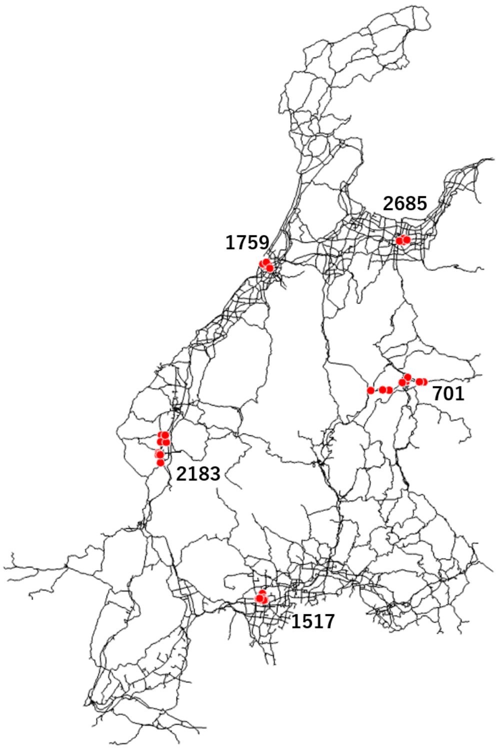
作成したネットワークデータの対象エリア石川県，富山県，福井県，滋賀県，滋賀県の 5 つの県である．対象とするネットワークを本論文では「北陸岐阜滋賀ネットワーク」と呼ぶこととする．本研究で使用するネットワークデータは以下の条件を満たしたものである事に留意する．

- 全てのノードの連結性が保証されており，孤立したエリア・ノードは存在しない．
- 全てのリンクは無向リンクである．

ネットワークデータの概要を図 10 に示す．北陸岐阜滋賀ネットワークは総延長 8237.8[km]，リンク数は 3538 本，ノード数は 2739 個であった．

(2) 拠点ノードの選定と独立経路数の評価

まず局所固有ベクトル中心性に基づいて，**表-8** に示す 5 つの拠点ノードを選定した．この拠点ノードは局所的に中心性の高いノードが選ばれており，この拠点ノード近傍ではノードとリンクが密に配置されていると期待される．



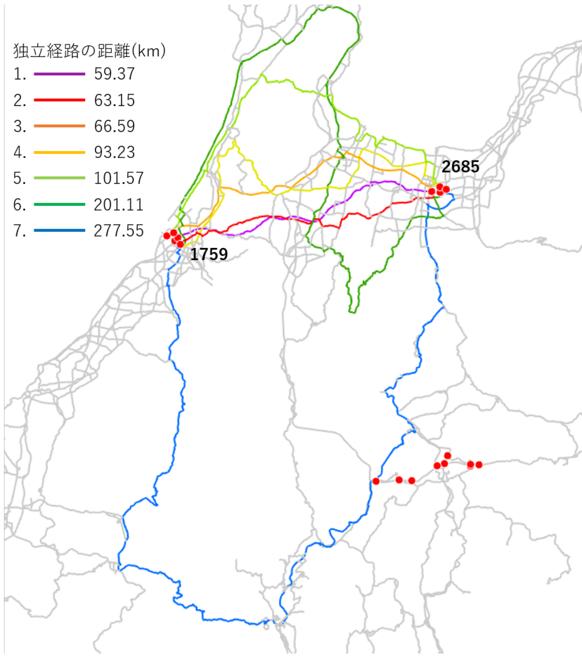
図–11 北陸岐阜滋賀ネットワークの拠点近傍ノード群

表–8 拠点ノードと地理的な位置関係

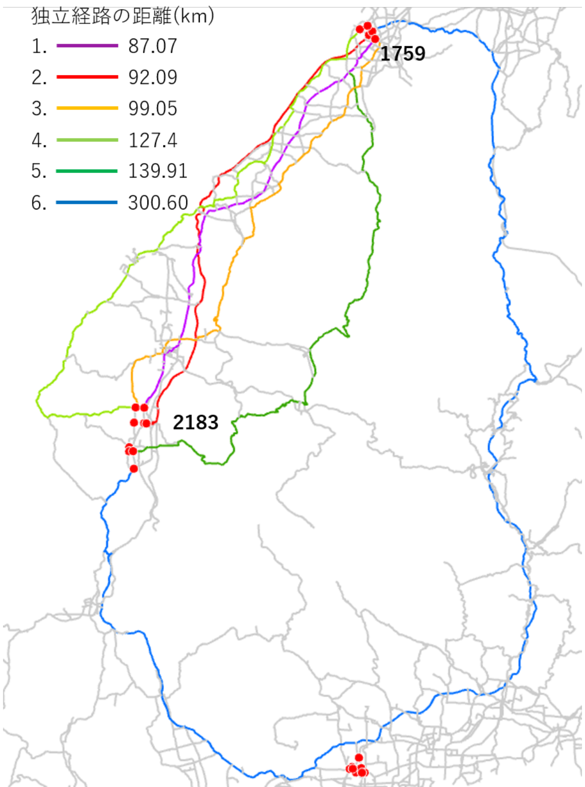
拠点ノード番号（図-11）	地理的位置
701	岐阜県高山市付近
1517	岐阜県大垣市付近
1759	石川県金沢市付近
2183	福井県鯖江市付近
2685	富山県富山市付近

さて，ノード間の独立経路数を求める際には各ノードの次数が高々4 程度であることに注意する．つまり 1 つの交差点に物理的に合流できる道路の数はせいぜい 4 程度である．一方，拠点ノード近傍ではノードとリンクが密に配置されているので，ネットワークとしての接続性を考えるためには，拠点近傍も含めた小領域を取り上げ，そこに接続するリンクを考慮する必要があると思われる．つまり拠点ノードを含めた固有ベクトル中心性の高い近傍ノード群を用いて独立経路を求めるのが適切であると考えた．

本論文では，局所固有ベクトル中心性で求めた単位の固有ベクトルの成分を用い，近傍性として絶対値が 0.2 以上となる成分に対応するノードを拠点近傍と考えた．この条件を満たす近傍ノード数を数えてみるとせいぜい 10 個以下であり，位置的にも受け入れられるような場所が近傍ノードとして選定されていた．もちろん，近傍を規定する具体的な条件にはまだまだ議論の



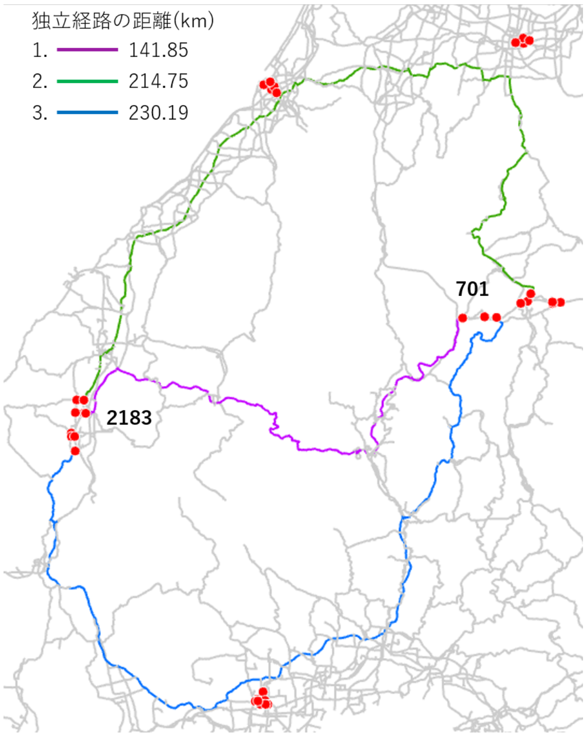
図–12 拠点ノード (1759, 2685) 近傍間の独立経路数およびその経路距離



図–13 拠点ノード (1759, 2183) 近傍間の独立経路数およびその経路距離

余地があり，今後の検討が必要である．

さて，このようにして拠点近傍ノード群間で完全独立経路を Dijkstra 法による最短経路を用いて順次抽出した結果を以下に示す．



図–14 拠点ノード (701, 2183) 近傍間の独立経路数およびその経路距離

まず金沢〜富山間に相当する拠点ノード (1759, 2685) 近傍間の独立経路およびその経路距離を**図-12** に示す．最短経路は 59.37[km] で，以降 7 本目までの完全独立経路が表示されている．完全独立経路以外にも，富山市周辺，金沢市周辺には密な道路リンクが張り巡らされており，この付近の連結性は高いと思われる．一方，6 本目以降の独立経路では最短距離の 3 倍以上となっており，その重みは相対的に低い．

次に金沢〜福井間に相当する拠点ノード (1759, 2183) 近傍間の独立経路およびその経路距離を**図-13** に示す．最短経路は 87.07[km] で，以降 6 本目までの完全独立経路が表示されている．完全独立経路以外にも，金沢市周辺，鯖江市周辺には密な道路リンクが張り巡らされており，この付近の連結性は高いと思われる．一方，6 本目の独立経路では最短距離の 3 倍以上となっており，その重みは相対的に低い．

最後に福井〜高山間に相当する拠点ノード (701, 2183) 近傍間の独立経路およびその経路距離を**図-14** に示す．最短経路は 141.85[km] で，3 つの独立経路が求められた．一方，独立経路のうち，北側の経路では金沢市域や富山市域を通過する部分ではかなりの冗長性が認められる．同様に南側の経路についても岐阜市周辺では複数の代替経路による冗長性が認められる．

表–9 各拠点近傍間における独立経路数とストレステストに基づく弾性エネルギーの比較

区間	n	$d_{\min}$	E_d	E	E/E_d
1759〜2685	7	59.37 [km]	0.008422	0.05933	7.045
1759〜2183	6	87.07 [km]	0.00574	0.03694	6.436
701〜2183	3	141.85 [km]	0.003525	0.02110	5.986

(3) 提案手法による解とその解釈

ストレステストに基づきバネ全体に蓄えられたエネルギ E ーと 2 拠点間を最短経路の直列バネでつないだ時のエネルギー E_d の関係を**表-9** に示す．金沢〜富山間に相当する拠点ノード (1759, 2685) や金沢〜福井間に相当する拠点ノード (1759, 2183) については，拠点近傍間で数えた完全独立経路数とＯＤストレステストに基づく弾性エネルギー比 E/E_d には良い相関が見られた．その一方で福井〜高山間に相当する拠点ノード (701, 2183) については，弾性エネルギー比の方が完全独立経路数よりも遥かに大きな値を与える．完全独立経路数と弾性エネルギー比について相関性が良いケースと相関性が悪いケースについて，理由をそれぞれ検討する．

まず相関性の良いケースについては，以下の特徴が指摘できる

- ＯＤ周辺のノード群の中心性が高いこと
- 経路途中部はＯＤ周辺に比べて中心性が低く，ノードの集積する地点がないこと

このような場合には弾性エネルギー比は完全独立経路数ともよい相関を示し，ＯＤ接続の強度が高いと言える．

一方，相関性の悪いケースについては，以下の点が指摘できる．

- 経路の両端であるＯＤ周辺部だけでなく，経路の中間部においても中心性の高い地域を通過する
- 経路中間部の中心性の高い地域では経路冗長性が高いため，この部分で大きな弾性エネルギーを蓄積可能であり，結果として接続強度も増える．
- 経路が限られる部分は文字通りアキレス腱となる可能性がある．これを明らかにするためには，ＯＤ接続強度だけでなく，リンク脆弱性も合せて検討する必要があると思われる．

4. 結言

本論文では，ネットワークのラプラシアン行列とバネ〜質点系力学アナロジーに注目し，道路網における

ＯＤ接続強度を定量的に評価する手法について取り上げた．得られた知見は以下の通り．

- ＯＤノードにディリクレ境界条件を設定し，ＯＤ間に単位の伸びを与えた静的解析によって，ノード変位とリンク伸び量を評価するＯＤストレステストを提案した．この方法は単純かつ明快であることが大きな特徴である．
- リンクのバネ定数としてリンク距離の逆数を用いれば，ストレステストの結果，直列つなぎのバネ群に蓄えられるエネルギーの総和は常に一定となる．また同様にバネを並列につなげば．エネルギーの総和はバネの個数となる．
- したがって，ＯＤストレステストを実施して得られたエネルギー総和 E と，リファレンスとしてＯＤ最小距離 $d_{\min}$ を用いたエネルギー総和 E_d の比 E/E_d（以下，エネルギー比）は，経路冗長性や迂回経路の距離の影響もある程度反映しており，ＯＤ接続強度の定量的指標として利用可能である．
- ＯＤ周辺が固有ベクトル中心性が高くノードが集約し，途中経路では中心性が低い場合は，エネルギー比と完全独立経路数は良い相関を示す．
- 一方，ＯＤ周辺に比べて，経路途中での中心性が卓越する場合には，経路途中で蓄えられる弾性エネルギーが大きく，ＯＤ周辺のバネの効果が相対的に減少するため，エネルギー比と完全独立経路数の相関は良くない．さらに，独立経路数とエネルギー比が大きく異なる場合は，隘路となる部分が存在している可能性がある．

今後の課題として，まず実ネットワークデータを用いた事例解析を行い，提案手法の特徴を的確に把握する必要がある．その上で，ＯＤのような 2 ノード間の関係だけでなく，ネットワーク全体の接続性能を評価しうる定量的指標への拡張を検討したいと考えている．

謝辞: 本研究の一部は，国土交通省国土技術政策総合研究所の委託研究により実施したものである．ここに記して謝意を表する．

参考文献

1) 中山晶一朗，朝倉康夫 : 道路交通の信頼性評価, 5.1 節, コロナ社, 2014.
2) 小林正美 : 道路網・ネットワークシステムの信頼度解析法に関する研究，都市計画別冊・学術研究発表会論文集, Vol. 15, pp. 385-390, 190.
3) 瀬戸裕美子，宇野伸宏，塩見康博 : 非重複経路数を考慮したアクセシビリティ指標に基づく医療施設配置計画, 土木学会論文集 D3, Vol. 67, No. 5, pp. I_57-I_68, 2011.
4) 小林俊一，中山晶一朗，松井千里，若林桂汰 : 道路ネットワークのラプラシアン行列による脆弱性解析, 第 55 回土木計画学研究発表会（松山）概要集，CD-ROM, 2017.
5) 若林桂汰，小林俊一，中山晶一朗 : 固有ベクトル中心性の概念を拡張したネットワーク分割手法の提案，第 56 回土木計画学研究発表会（盛岡）概要集，CD-ROM, 2017.
6) 小林俊一，若林桂汰，坪川秀太朗，中山晶一朗 : 固有ベクトル中心性の概念を拡張したネットワーク上の拠点ノード抽出および領域分割手法の提案，土木学会論文集 D3（投稿中）, 2018.
7) 若林桂汰，小林俊一，坪川秀太朗，中山晶一朗 : バネ質点系の力学アナロジーを用いた道路ネットワークのリンク重要度のトリアージ手法について，土木学会第 21 回応用力学シンポジウム（名古屋）概要集，CD-ROM, 2018.
8) 国土数値情報ダウンロードサービス : http://nlftp.mlit.go.jp/ksj/, 2018 年 6 月 12 日アクセス.

(2018. 7. 31 受付)

A STUDY ON A QUANTITATIVE EVALUATION OF THE CONNECTIVITY BETWEEN TWO NODES ON A NETWORK

Shutaro TSUBOKAWA, Shun-ichi KOBAYASHI, Tran Thanh HAI and Shoichiro NAKAYAMA