

# 集積の経済を考慮した応用都市経済モデルの開発

島村 博徳<sup>1</sup>・高山 雄貴<sup>2</sup>・中村 孝一<sup>3</sup>・山口 裕通<sup>4</sup>

<sup>1</sup>学生会員 金沢大学 大学院自然科学研究科 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: lraveye21@stu.kanazawa-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 金沢大学准教授 理工研究域 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

<sup>3</sup>学生会員 金沢大学 大学院自然科学研究科 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: nkou@stu.kanazawa-u.ac.jp

<sup>4</sup>正会員 金沢大学特任助教 理工研究域 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: hyamaguchi@se.kanazawa-u.ac.jp

本研究では、集積の経済を考慮した応用都市経済モデルを開発する。具体的には、複数都心の内生的形成・崩壊現象を説明可能な Fujita and Ogawa (1982), 中村・高山 (2018) を基盤としたモデルを構築する。そして、小松市周辺のモバイル空間統計データを利用したパラメータ推定を行うとともに、その結果を用いて仮想政策の効果分析を行う。

**Key Words :** *computable urban economic model, agglomeration economies, potential function*

## 1. はじめに

Fujita and Thisse<sup>1)</sup> でまとめられているように、都市経済学分野では、Beckmann<sup>2)</sup> 以降、都心形成メカニズムに関する研究が長年にわたり蓄積されている。その結果、Akamatsu et al.<sup>3)</sup>, Osawa<sup>4)</sup>, 高山・赤松<sup>12)</sup>, 中村・高山<sup>6)</sup> により、複数都心の形成・崩壊を説明可能なモデルの数理解造の特徴が明らかにされるまでになっている。

しかし、政策効果分析に適用可能な応用都市経済 (Computable Urban Economic: CUE) モデル開発にこれらの理論的知見を応用する研究は進んでいない。実際、集積の経済を考慮した CUE モデルを開発した研究は幾つか存在するものの (e.g., 石倉ら<sup>7)</sup>, Ahlfeldt et al.<sup>8)</sup>), その殆どが、大規模なモデルの数値解析を容易にするために、複数都心の形成・崩壊を説明することができない数理解造を仮定している。

そこで、本研究では、複数都心の内生的形成・崩壊現象を説明可能な Fujita and Ogawa<sup>9)</sup>, 中村・高山<sup>6)</sup> を基盤とした CUE モデルを構築する。そして、構築したモデルにポテンシャル関数が存在することを利用した、安定均衡状態を効率的に得るための分析手法を提示する。その後、開発したモデル・分析手法の特徴を具体的に示すために、小松市周辺のモバイル空間統計データを利用したパラメータ推定を行うとともに、その結果を用いて仮想政策の効果分析を行う。

本稿の構成は以下の通りである。まず、2章では Fujita and Ogawa<sup>9)</sup> に基づくモデルを構築し、均衡条件を定

式化する。さらに、ポテンシャル関数が存在することを示した上で、安定性解析を行う準備をする。そして、3章でパラメータ推定方法とその結果を示し、4章にて数値解析を実施する。最後に4章で結論を述べる。

## 2. モデル

本章では、Fujita and Ogawa<sup>9)</sup> モデルと中村・高山<sup>6)</sup> モデルに基づいた、企業と家計の立地選択に関する相互作用を考慮したモデルを構築する。そして、均衡条件を定式化したうえで、このモデルにポテンシャル関数が存在することを示す。

### (1) 都市内の状況設定

本モデルでは、離散的な  $K$  箇所の立地点が格子上に並ぶ都市を考える。立地点  $a \in \mathcal{I} \equiv \{1, 2, \dots, K\}$  の面積は  $A_a$ 、隣接する立地点間の距離は  $d$  であると仮定する。この都市には、立地主体である家計と企業に加え、それらに床面積を供給するデベロッパーが存在する。

#### a) 家計の行動

家計は都市全体に固定的に  $N$  存在する。立地点  $a \in \mathcal{I}$  に居住し、立地点  $i \in \mathcal{I}$  に通勤する家計数を  $n_{ai}$  と表す。このとき、立地点  $a$  の総家計数  $N_a$  は、立地点  $a$  に居住する家計数の合計で表される:

$$N_a = \sum_{i \in \mathcal{I}} n_{ai} \quad (1)$$

家計は、合成財・床面積の消費量と各立地点のアメニティに応じた効用を得る。ただし、Fujita and Ogawa<sup>9)</sup>

と同様、家計が消費する床面積は固定的に  $s$  であると仮定する。したがって、立地点  $a \in \mathcal{I}$  に居住し、立地点  $i \in \mathcal{I}$  の企業に務める家計の効用水準は、その合成財消費量  $z_{ai}$  とアメニティ  $\zeta_a$  に応じて定まる。合成財の価格を 1 に基準化すると、家計の財消費に関する効用最大化行動は、次のように表される：

$$\max_{z_{ai}} u_{ai}(z_{ai}) + \zeta_a \quad \text{s.t.} \quad w_i = z_{ai} + r_a s + t d_{ai} \quad (2)$$

ここで、 $w_i$  は立地点  $i$  で稼いだ所得、 $r_a$  は立地点  $a$  の地代、 $t$  は通勤費用パラメータ、 $d_{ai}$  は立地点  $a$  から  $i$  の距離に関する指標である。

本研究では、Ahlfeldt et al.<sup>10)</sup> と同様、アメニティは家計間の集積項と定数項によって定まると仮定する：

$$\zeta_a = F_a(\mathbf{N}) + \eta_a \quad (3)$$

ここで、 $F_a(\mathbf{N})$  は集積外部性を表す項であり、以下に示すように、多くの家計が近接して立地するほど高くなる：

$$F_a(\mathbf{N}) = \alpha^H \sum_{b \in \mathcal{I}} \exp[-\tau^H d_{ab}] N_b \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{N} = [N_1, \dots, N_K]^\top$ 、 $\top$  は転置を表す。また、 $\alpha^H (> 0)$  はパラメータ、 $\tau^H$  は距離減衰パラメータ、 $d_{ab}$  は立地点  $ab$  間の距離を表す指標である。

本稿では、効用関数  $u(\cdot)$  は合成財消費量  $z_{ai}$  の線形関数であると仮定する。そのため、家計の効用最大化行動は、合成財消費量  $z_{ai}$  の最大化行動と一致する。よって、この効用関数  $u_{ai}$  は、予算制約より以下で与えられる：

$$u_{ai} = F_a(\mathbf{N}) + \eta_a + w_i - r_a s - t d_{ai} \quad (5)$$

## b) 企業の行動

本稿では、1 単位の家計が 1 企業で働くように企業数の単位を基準化する。このとき、立地点  $i$  の企業数  $M_i$  は、立地点  $i$  に通勤する家計数と一致する：

$$M_i = \sum_{a \in \mathcal{I}} n_{ai} \quad (6)$$

企業は、参入や撤退が自由であり、完全競争下で財を生産する。財の生産には、 $s$  単位の床面積と 1 単位の労働を投入する必要がある。また、立地点  $i$  の生産額  $\text{Prod}_i$  は、以下に示すように、立地点  $i$  固有の効果  $\eta_i$  に加え、多くの企業が近接して立地し、コミュニケーションが容易になるほど高くなると仮定する：

$$\text{Prod}_i = F_i(\mathbf{M}) + \eta_i, \quad (7)$$

$$F_i(\mathbf{M}) = \alpha^F \sum_{j \in \mathcal{I}} \exp[-\tau^F d_{ij}] M_j \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{M} = [M_1, \dots, M_K]^\top$  を表す。また、 $\alpha^F (> 0)$  はパラメータ、 $\tau^F$  は距離減衰パラメータ、 $d_{ij}$  は立地点  $ij$  間の距離を表す指標である。このとき、立地点  $i$  の

企業の利潤  $\pi_i$  は次のように与えられる：

$$\pi_i = F_i(\mathbf{M}) + \eta_i - r_i s - w_i \quad (9)$$

企業の利潤ゼロ条件より、立地点  $i$  の企業の賃金  $w_i$  は次のように表される：

$$w_i = F_i(\mathbf{M}) + \eta_i - r_i s \quad (10)$$

## c) デベロッパの行動

デベロッパは、各立地点で不在地主から借りた単位面積の土地を開発し、完全競争のもとで床面積を家計と企業に供給する。土地の単位面積あたりの開発費用は、Tabuchi<sup>11)</sup> と同様、立地点  $i$  で供給する床面積  $y_i$  の関数  $\beta(y_i)^2$  で表されると仮定する。ここで、 $\beta (> 0)$  はパラメータである。以上の仮定のもとで、デベロッパは利潤  $\pi_i^d$  を最大化する立地点  $i$  の床面積の供給量  $y_i$  を選択する：

$$\max_{y_i} \pi_i^d = r_i y_i - \beta(y_i)^2 - R_i \quad (11)$$

ここで、 $R_i$  は (デベロッパが不在地主に支払う) 立地点  $i$  の単位面積あたりの土地に対する地代である。利潤最大化問題の 1 階条件、利潤ゼロ条件より、 $r_i, R_i$  は、各々、以下で与えられる：

$$r_i = 2\beta y_i \quad R_i = \beta y_i^2 \quad (12)$$

立地点  $i$  における土地の面積を  $A_i$  とすると、単位面積当たりの床面積需要量は  $s(N_i + M_i)/A_i$  であることから、需給均衡条件 (i.e.,  $y_i = s(N_i + M_i)/A_i$ ) より  $r_i$  が得られる：

$$r_i = 2\beta s \frac{N_i + M_i}{A_i} \quad (13)$$

## (2) 立地均衡条件

本稿において、家計の居住地・勤務地に対するインセンティブに異質性があると仮定する。家計は以下で表される効用  $v_{ai}$  が最大となる居住地  $a$ 、勤務地  $i$  を選択する：

$$v_{ai} = u_{ai} + \varepsilon_{ai} \quad (14)$$

ここで、確定項  $u_{ai}$  は、(10)、(13) を (5) に代入することにより、家計の居住地・勤務地分布  $\mathbf{n} = [n_{11}, n_{12}, \dots, n_{K,K-1}, n_{KK}]^\top$  (i.e., 家計と企業の立地パターン) の関数で表すことができる：

$$u_{ai}(\mathbf{n}) = F_a(\mathbf{N}) + F_i(\mathbf{M}) + \eta_a + \eta_i - t d_{ai} - 2\beta s^2 \left( \frac{N_a + M_a}{A_a} + \frac{N_i + M_i}{A_i} \right) \quad (15)$$

また確率項  $\varepsilon_{ai}$  は、Gumbel 分布に従うものとする。

以上の設定の下で、立地均衡条件を示す。居住地  $a$ 、勤務地  $i$  を選択する家計の割合  $P_{ai}(\mathbf{n})$  は次の Logit 型の実験関数で与えられる：

$$P_{ai}(\mathbf{n}) = \frac{\exp[\theta u_{ai}(\mathbf{n})]}{\sum_{a \in \mathcal{I}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \exp[\theta u_{ai}(\mathbf{n})]} \quad (16)$$

ここで、 $\theta$  はスケールパラメータである。また、家計の居住地・勤務地に関する均衡条件は、以下の不動点問題として表現できる：

$$n_{ai} = P_{ai}(\mathbf{n})N. \quad (17)$$

### (3) 均衡状態の特性

本研究では、集積の経済（コミュニケーション外部性）を考慮していることから、高山・赤松<sup>12)</sup>、中村・高山<sup>6)</sup>で示されている通り、均衡状態は一意に定まらない。そこで、均衡状態の安定性を調べる方法として、ポテンシャル関数を用いる。

複数存在しうる均衡状態の安定性を調べる準備として、構築したモデルのポテンシャル関数を以下に示す：

$$\begin{aligned} f(\mathbf{n}) = & \frac{1}{2} \sum_{a \in \mathcal{I}} F_a(\mathbf{N})N_a + \frac{1}{2} \sum_{i \in \mathcal{I}} F_i(\mathbf{M})M_i \\ & + \sum_{a \in \mathcal{I}} \sum_{i \in \mathcal{I}} (\eta_a + \eta_i)n_{ai} - t \sum_{a \in \mathcal{I}} \sum_{i \in \mathcal{I}} d_{ai}n_{ai} \\ & - \beta s^2 \left( \sum_{a \in \mathcal{I}} \frac{N_a + M_a}{A_a} N_a + \sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{N_i + M_i}{A_i} M_i \right) \\ & - \frac{1}{\theta} \sum_{a \in \mathcal{I}} \sum_{i \in \mathcal{I}} n_{ai} \ln n_{ai} \end{aligned} \quad (18)$$

Sandholm<sup>13)</sup>に示されているように、本モデルにはポテンシャル関数が存在することから、その均衡状態は次の最適化問題の Karush–Kuhn–Tucker (KKT) 条件を満たす  $\mathbf{n}^*$  の集合と一致する：

$$\max_{\mathbf{n}} f(\mathbf{n}) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{1} = N, \quad \mathbf{n} \geq \mathbf{0} \quad (19)$$

ここで、 $\mathbf{0}$  はすべての要素が 0 のベクトルである。この事実は、上記の問題の KKT 条件が均衡条件 (17) と一致することからも確認できる。

均衡選択のために、Sandholm<sup>13)</sup>の知見を利用して、均衡状態の局所的安定性を調べる方法を示しておこう。ポテンシャル関数が存在する場合、安定・不安定均衡状態は次の性質を有する：

ポテンシャル関数を局所的に最大化する均衡状態  $\mathbf{n}^*$  は、幅広い調整ダイナミクス<sup>1)</sup>の下で (局所的に) 安定であり、それ以外の均衡状態は不安定である。

以上の性質より、状態  $\mathbf{n}^0$  を初期状態とした際に実現する安定均衡状態は、ポテンシャル関数を局所的に最大化する  $\mathbf{n}^*$  を  $\mathbf{n}^0$  から探索することにより得られる。すなわち、簡単な最適化問題を局所的に解くだけで、容易に安定均衡状態が得ることができる。そこで、以降の章では、その性質を利用した数値解析を実施する。

<sup>1)</sup> この調整ダイナミクスには、best response dynamic, Brown–von Neumann–Nash dynamic, projection dynamic など含まれる。その具体的な内容は、Sandholm<sup>14)</sup> 参照。

## 3. パラメータ推定

本章では、実データを用いてパラメータの推定・キャリブレーションを行う。なお、本章では、将来的に浸水リスク変化の効果を検証するために、幾つかの浸水関係のデータを用いている。ただし、次章の数値解析では、モデルの特性の理解を助けるため、浸水リスク変化ではなく、交通費用パラメータの変化に関する分析を実施する<sup>2)</sup>。

### (1) 推定方法

本モデルと実データを整合させるにあたり、用いる推定式と実データを以下に示す。

#### a) 推定式

立地均衡条件 (17) において、スケールパラメータを基準化するとともに、 $\ln \sum_{a \in \mathcal{I}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \exp[u_{ai}(\mathbf{n})]$  が正規分布に従うと仮定すれば、両辺の対数をとることで重回帰分析で推定可能となる：

$$\ln n_{ai} = u_{ai}(\mathbf{n}) + C_{ai} \quad (20)$$

ただし、 $n_{ai} = 0$  となるようなデータは除外するものとする。また、 $C_{ai}$  は定数である。

上記の推定式にて重回帰分析を実施するには、効用関数 (15) で用いている距離減衰パラメータ  $\tau^H, \tau^F$  を特定化する必要がある。Ahlfeldt et al.<sup>10)</sup>で議論されているように、いくつかの既存研究で家計と企業それぞれの集積外部性の効果は 500m で、0.1%, 4% に減衰すると推定されている。本稿では、これらの値と整合するよう、 $\tau^H = 13.671, \tau^F = 6.511$  と設定する。

#### b) キャリブレーション

本モデルと実データを整合させるにあたり、残差もモデルに取り込むとする。なお、残差が 0 となるものについては、 $10^{-6}$  と近似した。

#### c) 対象地域設定

本稿では、対象地域は石川県小松・能美市周辺とし、2km メッシュに分割する。居住地分布  $N$ ・勤務地分布  $M$ ・浸水時間・浸水面積を用いた具体例を図-1-4 に示す。

#### d) 使用するデータ

本稿ではパラメータ推定を行うにあたり、モバイル空間統計データ、国土数値情報及び国土交通省北陸地方整備局金沢河川国道事務所の浸水被害想定データを用いる。以下にそれぞれのデータにおけるモデルへの適応方法を示す。なお、アメニティ  $\zeta_a, \zeta_i$  の定数項  $\eta_a, \eta_i$  のパラメータ表記設定と構成は表-1 に示す。またメッシュ内で異なる値が含まれるもの (e.g., 浸水時間) については、メッシュ内の各値の面積比重によって実デー

<sup>2)</sup> 浸水リスク変化の影響評価に関しては、発表会時に報告する予定である。



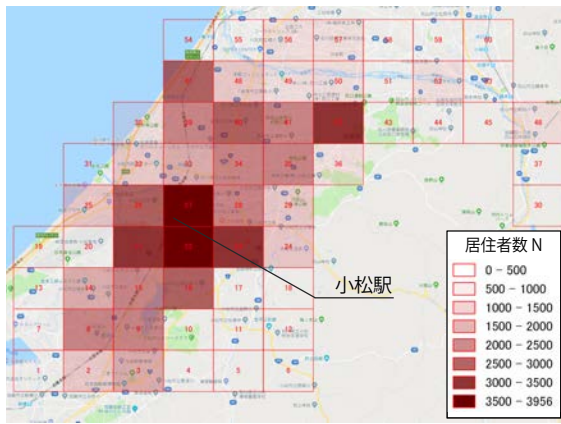


図-1 居住地分布  $N$

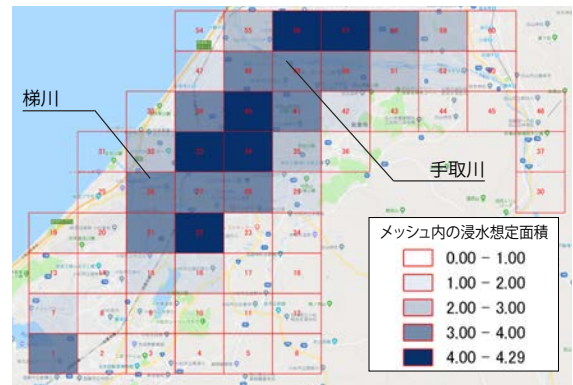


図-4 浸水面積

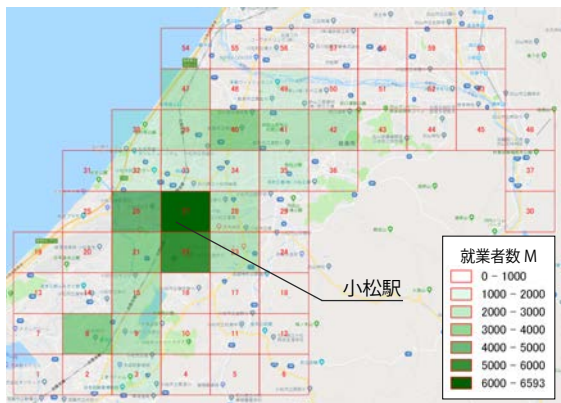


図-2 勤務地分布  $M$

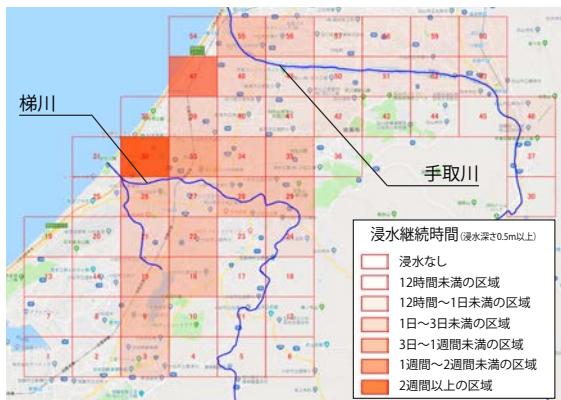


図-3 浸水時間

表-1  $\eta_a, \eta_i$  の構成

表記	実データの出典元	変数名
$cpa_a$	国土数値情報	都市計画区域
$fa_a$	国土数値情報	浸水面積
$D_a^f$	国交省浸水被害想定	浸水有無 $D$
$D_i^{12h}$	国交省浸水被害想定	浸水時間 $D$

表-2 パラメータ推定値

パラメータ	推定値	有意確率
$\alpha^H$	6.610.E-04	0.000
$\alpha^F$	4.611.E-04	0.000
$-2\beta s^2$	-6.491.E-05	0.068
$-t$	-1.514.E+00	0.000
$cpa_a$	2.554.E-01	0.000
$fa_a$	-2.069.E-01	0.000
$D_a^f$	3.664.E-01	0.014
$D_i^{12h}$	-3.376.E-01	0.001
定数	-7.521.E+00	0.000

を特定化するものとする。なお、浸水被害に関する変数は浸水対策について検討するために導入した。

家計の居住地・勤務地分布  $n_{ai}$  については、モバイル空間統計データを用いる。NTTdocomo の端末を持つユーザーの登録住所を居住地  $a$  とし、2017年5月29日午後1時時点の滞在箇所を勤務地  $i$  と仮定することで  $n_{ai}$  を得る。ただし、本モデルでは対象地域内の人口移動のみ扱っているため、対象地域外に居住地・勤務地を持つデータは除外するものとする。なお、 $n_{ai}$  を得ることで、 $N, M$  は算出可能である。

各立地点  $i$  の土地面積  $A_i$  については、国土数値情報

を用いる。具体的には、2014年の土地利用3次メッシュデータ：建物用地を使用する。立地点  $ai$  間の距離に対する指標  $d_{ai}$  については、各メッシュの重心間の距離の平方根を用いる

表-1に示した浸水有無  $D$  (ダミー) と浸水時間  $D$  については、石川県手取川梯川の氾濫を対象とした、国土交通省北陸地方整備局金沢河川国道事務局の想定データを用いる。

## (2) 推定結果

重回帰分析を使用した推定結果を表-2に示す。これらの結果から、全てのパラメータの符号は直観と一致していることが確認できる。

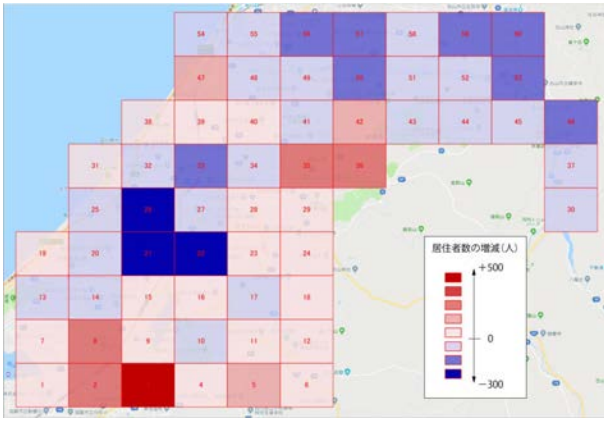


図-5-a 居住地分布の増減

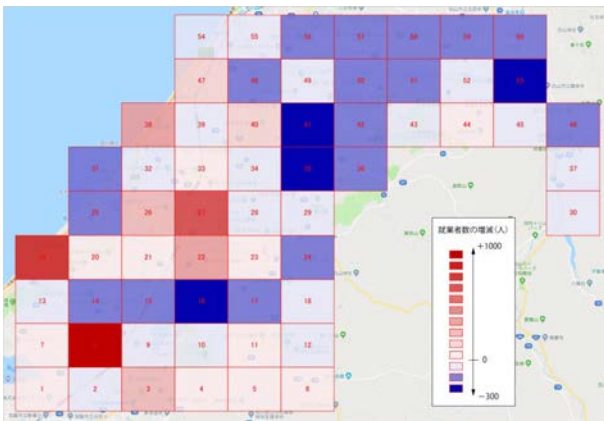


図-5-b 勤務地分布の増減

図-5 交通費用を低下 ( $-t = -1.514 \rightarrow -t = -0.004$ ) させたときの立地選択の変化

#### 4. 仮想政策の数値解析例

前章で得られた推定結果を利用して、小松市周辺を対象とした数値解析を行う。一例として、交通費用を低下 ( $-t = -1.514 \rightarrow -t = -0.004$ ) させたときの居住地・住宅地の立地選択の変化を解析した。その結果は、図-5 に示すとおりである。

これらの結果から、交通費用 (i.e., 通勤費用) を低下させると、小松駅近辺に立地していた家計は周辺に分散立地するようになるとともに、企業が (交通費用変化前から多くの企業が立地していた) 小松・粟津駅や工業団地近辺 (メッシュ # 27, 8, 19) に集積するようになることが見てとれる。その一方で、小松駅からは遠いものの、多くの企業が立地していたメッシュ #41, 42 では、企業が撤退し、それに伴い、周辺の居住者数も減少していることもわかる。これは、交通費用が低下したことにより、より遠くからでも小松市の中心部にアクセスしやすくなったためであると考えられる。

#### 5. おわりに

本研究では、Fujita and Ogawa<sup>9)</sup> と中村・高山<sup>6)</sup> に基づく CUE モデルを構築した。そして、モデルの持つポテンシャル関数を示した。その後、パラメータ推定を行い、さらにこの結果を用いて、仮想都市を対象とした数値実験を交通費用低下を一例に行った。

本稿では、パラメータ推定方法に課題が多いといえる。今後の方針として、近年では集積の経済を用いたモデルのパラメータ推定方法も開発されてきており、これを導入することを検討していきたい。

謝辞: 本論文は、日本学術振興会 科学研究費補助金 (課題番号 18H01556, 18K18874) を受けた研究の一部である。ここに記し、感謝の意を表する。

#### 参考文献

- 1) Fujita, M. and Thisse, J.-F.: *Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Globalization*, Cambridge University Press, 2013.
- 2) Beckmann, M. J.: Spatial equilibrium in the dispersed city, in Papageorgiou, G. J. ed. *Mathematical Land Use Theory*, Lexington Books, pp. 117–125, 1976.
- 3) Akamatsu, T., Mori, T., Osawa, M. and Takayama, Y.: Spatial scale of agglomeration and dispersion: Theoretical foundations and empirical implications, *MPRA Paper, University Library of Munich, Germany*, 2018.
- 4) Osawa, M.: Monocentric and polycentric patterns in the spatial economy: A unification of intra-city and inter-regional theories, Ph.D. dissertation, Tohoku University, 2016.
- 5) 高山雄貴, 赤松隆: 空間競争を考慮した Social Interaction モデルによる複数都心の創発, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 67, No. 1, pp. 1–20, 2011.
- 6) 中村孝一, 高山雄貴: 企業と家計の相互作用を考慮した都心形成モデルの開発, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 74, No. 5.
- 7) 石倉智樹, 藤井修平, 辻裕之: 集積外部性と建物床市場を考慮した応用都市経済モデル, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 73, No. 5, pp. 95–103, 2017.
- 8) Ahlfeldt, G. M., Redding, S. J., Sturm, D. M. and Wolf, N.: Supplement: The economics of density: Evidence from the Berlin wall, *Econometrica*, Vol. 83, No. 6, pp. 2127–2189, 2015.
- 9) Fujita, M. and Ogawa, H.: Multiple equilibria and structural transition of non-monocentric urban configurations, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 12, No. 2, pp. 161–196, 1982.
- 10) Ahlfeldt, G. M., Redding, S. J., Sturm, D. M. and Wolf, N.: The Economics of density: Evidence from the Berlin wall, *Econometrica*, Vol. 83, No. 6, pp. 2127–2189, 2015.
- 11) Tabuchi, T.: Urban agglomeration economies in a linear city, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 16, No. 3, pp. 421–436, 1986.
- 12) 高山雄貴, 赤松隆: 空間競争を考慮した Social Interac-

tion モデルによる複数都心の創発, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 67, No. 1, pp. 1–20, 2011.

- 13) Sandholm, W. H.: Potential games with continuous player sets, *Journal of Economic Theory*, Vol. 97, No. 1, pp. 81–108, 2001.
- 14) Sandholm, W. H.: *Population Games and Evolutionary Dynamics*, MIT Press, 2010.

(2018. 7. 31 受付)