

リンク間相関を考慮した道路ネットワーク における途絶継続時間推定モデル

高橋 洋介¹・峪 龍一²・内田 賢悦³

¹学生会員 北海道大学大学院 工学院 (〒060-8628 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目)
E-mail:yosuke0407@eis.hokudai.ac.jp

²学生会員 北海道大学大学院 工学院 (〒060-8628 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目)
E-mail:ryuichitani@eis.hokudai.ac.jp

³正会員 北海道大学大学院 工学研究院 (〒060-8628 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目)
E-mail:uchida@eng.hokudai.ac.jp

地球温暖化の影響により災害外力が高まる昨今、交通ネットワークにおいても脆弱性を考慮し設計することでその被害を減少させることが求められている。しかし、平成 28 年度北海道に接近した台風 10 号等により、道央・十勝間が一時連絡不能になるなど、実際には高い脆弱性を有する交通ネットワークも数多く存在している。したがって、本研究では、連結信頼性の観点から、風水害の有する面的被害の特性を考慮し、ネットワークに属する任意のリンク間の通行止め発生回数間に相関がある場合を踏まえ、任意のリンクが通行止めとなる確率と通行止めが生じた際に復帰する時間から、道路ネットワーク全体の途絶継続時間を時間の確率変数として推定する手法を提案する。これにより、該当ネットワークの脆弱性の社会的費用を評価することが可能となる。

Key Words: *network vulnerability, reliability of connectivity, accessibility, disruption, correlation*

1. はじめに

IPCC-AR5¹⁾によれば地球温暖化に伴い異常気象の発生頻度並びに発生規模は年々増加しつつある。これを受け政府は、平成 28 年度防災白書²⁾にて風水害における災害外力が高まることを危惧し、社会の脆弱性を考慮する必要について指摘している。社会における脆弱性を議論する上で、道路ネットワークにおける脆弱性の議論もまた必要である。

Berdica (2002)³⁾ や Jenelius et al. (2006)⁴⁾ によると交通ネットワークにおける脆弱性の議論はたびたびおこなわれているが、その明確な定義はいまだに存在しておらず、その用いられ方は各々の論文の文脈に依る所が大きい。そこで Berdica (2002)³⁾ は交通ネットワークにおける脆弱性を起終点間の移動において適切なサービスを受けることのできる信頼性として定義した。この信頼性は主に、連結信頼性、移動時間信頼性、キャパシティ信頼性の 3 つの側面から議論が行われている。

ここで、連結信頼性はある起終点間の接続が確保される確率を、移動時間信頼性は決められた時間内

に確かに目的地に達することのできる確率を、キャパシティ信頼性はある混雑による移動時間の増加を生じさせない確率をそれぞれ示している。

Chen et al. (1999)⁵⁾ は交通容量に関する信頼性を用いて脆弱性を議論しており、Bell (2000)⁶⁾ は連結信頼性をゲーム理論を用いて評価している。また、朝倉ら (1997)⁷⁾ はネットワークフローを用いて連結信頼性を評価している。

ところで、平成 28 年度の台風 10 号等の北海道への接近により、道央・十勝間の物理的連絡が一時的に完全に閉ざされてしまうなど、実際には脆弱性の高い交通ネットワークが数多く存在している。しかし、起終点間の連絡が途切れる時間を用いて連結信頼性を評価するモデルは筆者の知る限り存在しない。そこで本研究では、交通における脆弱性を連結信頼性の観点から、起終点間が連絡不能となる状態が継続する時間（起終点間の途絶継続時間）として表現する手法を提案する。

峪、内田 (2017)⁸⁾ は、災害時における道路ネットワークの脆弱性は起終点間の途絶継続時間として表現できると考え、道路ネットワークの各リンクの通行止め継続時間から特定の起終点間の途絶継続時間

を推計するモデルを提案した．このモデルではリンク間の通行止め発生回数には統計的相関がないものと仮定し，さらに 3 本以上のリンクが同時に通行止めとなる確率は無視できるほど小さいと仮定している．しかし特に風水害のもたらす自然災害の被害は面的な広がり（地理的広がり）を有することと自然災害の災害外力が高まりつつある現状を踏まえると，これらの仮定は緩和する必要があると考えられる．

そこで本研究では，峪，内田 (2017)⁸⁾ によるモデルを改良することによって，道路ネットワークにおいて複数リンクが同時に通行止めとなる可能性と通行止め発生回数のリンク間相関を表現したモデルを提案する．このモデルを北海道内の実道路ネットワークに適用し起終点間の途絶継続時間の推定を行う．

2. モデルの定式化

(1) モデルの仮定

本研究では，モデル構築において以下に示す 3 つの仮定を設けた．

- ・ 道路ネットワークの各リンクにおいて通行止めが生じたとき，通行止め継続時間は互いに独立な対数正規分布に従う．
- ・ 各リンクの通行止め発生回数の発生はポアソン分布に従う．
- ・ 通行止め発生回数と通行止め継続時間は統計的に独立している．

(2) 記号

以下に定式化に用いられる記号を示す．原則的に，集合や確率変数は大文字で表現している．大文字で表現された確率変数に対応する小文字の記号は，確率変数に対応する確定値を表している．これら以外の変数は小文字で表現している．

$G(A, N)$ リンクの集合 A とノードの集合 N から構成される道路ネットワーク．

T^{od} ネットワーク $G(A, N)$ における任意の起点 o -終点 d ($o-d$) 間の途絶継続時間

$s(a)$ リンク $a \in A$ の状態を示す変数
($s(a) \in \{0: \text{通行止め}, 1: \text{通行可能}\}$)

$|A|$ ネットワークを構成するリンク数

\hat{n} ネットワーク $G(A, N)$ の取りうる総状態数

T_n^{od} ネットワーク $G(A, N)$ が n 番目の状態にあるときの $o-d$ 間の途絶継続時間

p_n^{od} ネットワーク $G(A, N)$ が n 番目の状態にあるときに， $o-d$ 間が途絶状態となる確率

X_a 期間 t にリンク a に発生する通行止め発生回数

D_a リンク a に通行止めが生じた場合の通行止め継続時間

$p(X_a = x_a)$ 期間 t にリンク a が x_a 回通行止めになる確率

v_a 微小時間区間 δt にリンク a に発生する通行止めの平均発生回数

T_a 期間 t にリンク a に発生する通行止め継続時間

A_{od}^i ネットワークにおける $o-d$ 間の i 番目のカットを構成するリンクの集合

A_{od} ネットワークにおける $o-d$ 間のすべてのカット集合

r_a リンク a における通行止め継続時間が期間 t に占める割合

\mathbf{X}_{od}^i カット A_{od}^i を構成するリンクにおける通行止め発生回数ベクトル
($\mathbf{X}_{od}^i = (X_{i_1}, \dots, X_{|A_{od}^i|})$)

$p(A_{od}^i; \mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i)$ $\mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i$ のとき，カット A_{od}^i において $o-d$ 間が途絶する確率

Y_{od}^i カット A_{od}^i において $o-d$ 間が途絶する回数
 $p(Y_{od}^i = y_{od}^i; \mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i)$ $\mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i$ のとき，期間 t にカット A_{od}^i において $o-d$ 間が y_{od}^i 回途絶する確率

\hat{x}_a 期間 t におけるリンク a の総通行止め継続時間

λ' 多変量ポアソン分布のパラメータ

$\text{Pr}(\mathbf{X}_i = \mathbf{x}_i)$ $\mathbf{X}_i = \mathbf{x}_i$ となる状態の生起確率

$\hat{T}_{A_{od}}^{od}$ 期間 t にカット A_{od}^i における $o-d$ 間の途絶継続時間

T^{od} $o-d$ 間における期間 t の途絶継続時間

(3) 定式化

ネットワーク $G(A, N)$ のあるリンク $a \in A$ を考えよう．そのリンク状態は，通行止めか，通行可能の 2 つだけであるとする．このとき， $|A|$ 本のリンクから構成されるネットワークにおいて，通行止めとなるリンク数は，0 本から $|A|$ 本となるため，ネットワークとりうる総状態数を式 (1) に示す．

$$\hat{n} = \sum_{i=0}^{|A|} \binom{|A|}{i} \quad (1)$$

ところで，道路ネットワークにおけるある $o-d$ 間の途絶継続時間は T^{od} を，ネットワークがとりうる状態とその時の途絶継続時間並びに発生確率を用いて，式 (2) に示す．またその期待値，分散をそれぞれ式 (3)，式 (4) に示す．

$$T^{od} = \sum_{n=1}^{\hat{n}} p_n^{od} \cdot T_n^{od} \quad (2)$$

$$E[T^{od}] = \sum_{n=1}^{\hat{n}} p_n^{od} \cdot E[T_n^{od}] \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \text{var}[T^{od}] \\ &= \sum_{n=1}^{\hat{n}} \left((p_n^{od})^2 \cdot \text{var}[T_n^{od}] \right. \\ & \quad \left. + p_n^{od} \cdot \sum_{m=1, m \neq n}^{\hat{n}} p_m^{od} \cdot \text{cov}[T_n^{od}, T_m^{od}] \right) \end{aligned} \quad (4)$$

式 (2) は、 $T_n^{od} > 0$ かつ $p_n^{od} > 0$ となる状態のみが途絶継続時間に影響することを示している。以下では、 T_n^{od} 、 p_n^{od} の定式化を行う。

次に、ネットワーク上の任意のリンク a の通行止め継続時間 D_a を対数正規分布に従うものと仮定し、Crow et al. (1988)⁹⁾ に倣い式 (5) で示す。

$$D_a = \begin{cases} \Lambda(\mu_a, \sigma_a^2) & \text{if } s(a) = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

この対数正規分布 $\Lambda(\mu_a, \sigma_a^2)$ の期待値、分散をそれぞれ式 (6)、式 (7) で示す。

$$E[D_a] = \exp\left(\mu_a + \frac{1}{2} \cdot \sigma_a^2\right) \quad (6)$$

$$\text{var}[D_a] = \exp(2 \cdot \mu_a + \sigma_a^2) \cdot (\exp(\sigma_a^2) - 1) \quad (7)$$

リンク $a \in A$ の通行止め発生回数 X_a は、ポアソン分布に従うため、期間 δt の通行止め平均発生回数を v_a とすると、期間 t に x_a 回通行止めが発生する確率 $p(X_a = x_a)$ を式 (8) に示す。

$$p(X_a = x_a) = \frac{(v_a \cdot t)^{x_a}}{x_a!} \cdot \exp(-v_a \cdot t) \quad (8)$$

峪・内田 (2017)⁸⁾ より、式 (5) と式 (8) を用いて、期間 t におけるリンク a の通行止め継続時間 T_a は 1 度通行止めが生じた際に生じる通行止め継続時間 D_a を該当時間中に生じる通行止め発生回数により重みづけしたものとして考える。この時、通行止め継続時間 T_a を式 (9) に示す。また、 T_a の期待値、分散をそれぞれ式 (10)、式 (11) に示す。

$$T_a = \sum_{x_a=0}^{\infty} p_a \cdot D_a \quad (9)$$

$$\sim \Lambda(\mu_a + \ln(p_a), \sigma_a^2) \quad (10)$$

$$\text{var}[T_a] = (p_a)^2 \cdot \text{var}[D_a] \quad (11)$$

where

$$p_a = p(X_a = x_a) \cdot x_a \quad (12)$$

次にリンク a において x_a 回通行止めが生じるとき通行止めの総継続時間 \hat{x}_a の期待値を式 (13) に示す。

$$\hat{x}_a = x_a \cdot E[D_a] \quad (13)$$

したがって、通行止め総継続時間 \hat{x}_a が期間 t に占める割合を式 (14) に示す。

$$r_a = \frac{\hat{x}_a}{t} \quad (14)$$

$\mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i$ のとき、期間 t にカット A_{od}^i において $o-d$ 間が途絶する確率 $p(A_{od}^i; \mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i)$ を、式 (15) に示す。この時、通行止め継続時間 D_a は互いに独立であり、通行止め発生回数と通行止め継続時間が独立であることに留意されたい。

$$p(A_{od}^i; \mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i) = \prod_{a \in A_{od}^i} r_a \quad (15)$$

峪・内田 (2017)⁸⁾ では、ネットワークのカットにてとりうる状態は途絶しているか否かの 2 通りであるため、2 項分布によって、 $\mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i$ のとき、期間 t にカット A_{od}^i において $o-d$ 間が y 回途絶する確率 $p(Y_{od}^i = y; \mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i)$ を表現している。これに対し、本研究では、2 項分布は分割区間を限りなく大きくしたときには、ポアソン分布となることを利用し、 $p(Y_{od}^i = y; \mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i)$ を式 (16) に示す。

$$p(Y_{od}^i = y_{od}^i; \mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i) = \frac{\lambda_{od}^i}{y_{od}^i!} \cdot \exp(-\lambda_{od}^i) \quad (16)$$

where

$$\lambda_{od}^i = \min_{a \in A_{od}^i} (\hat{x}_a) \cdot p(A_{od}^i; \mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i) \quad (17)$$

次に、各リンクの通行止め発生回数に関して、変数間に相関のある多変量ポアソン分布を考える。本稿では、数値計算において 4 本以上のリンクが切断する確率は無視できるほど小さいものとして扱わないが、任意の変数の多変量ポアソンは Johnson et al. (1997)¹⁰⁾ に示されており、拡張も容易である。ここでは特に 3 変量ポアソン分布を示す。3 変量ポアソンでは、任意のカット A_i が 3 本のリンク a, b, c から構成されていると考える。カット A_i がとりうる状態は 8 パターンである。それぞれのパターンの平均発生回数を $\lambda'_{s(a)s(b)s(c)}$ とすると、リンク a, b, c にそれぞれ x_a 回、 x_b 回、 x_c 回の通行止めが生じる確率 $\Pr(\mathbf{X}_i = \mathbf{x}_i)$ は式 (18) で表される。

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{X}_i = \mathbf{x}_i) &= \Pr(X_a = x_a, X_b = x_b, X_c = x_c) = \\ & \exp\left\{-\left(\lambda'_{011} + \lambda'_{101} + \lambda'_{110} + \lambda'_{001} + \lambda'_{100} + \lambda'_{010} + \lambda'_{000}\right)\right\} \\ & \cdot \sum_{j=0}^{\min(x_a, x_b)} \sum_{k=0}^{\min(x_b, x_c)} \sum_{l=0}^{\min(x_c, x_a)} \sum_{m=0}^{\min\{j, k, l\}} \\ & \left\{ \begin{array}{l} (x_a - j - l + m)! \\ \cdot (x_b - j - k + m)! \\ \cdot (x_c - k - l + m)! \\ \cdot (j - m)! (k - m)! (l - m)! m! \end{array} \right\}^{-1} \\ & \cdot (\lambda'_{100})^{x_a - j - l + m} \cdot (\lambda'_{010})^{x_b - j - k + m} \cdot (\lambda'_{001})^{x_c - k - l + m} \\ & \cdot (\lambda'_{110})^{(j - m)} \cdot (\lambda'_{011})^{(k - m)} \cdot (\lambda'_{101})^{(l - m)} \cdot (\lambda'_{111})^m \end{aligned} \quad (18)$$

以上から、式 (9) と同様に期間 t にカット A_{od}^i で $o-d$ 間が途絶するときの継続時間 $\hat{T}_{A_{od}^i}^{od}$ は式 (19) で表すことができる。また $\hat{T}_{A_{od}^i}^{od}$ の期待値、分散をそれぞれ式 (20)、式 (21) に示す。

$$\hat{T}_{A_{od}^i}^{od} = p_{A_{od}^i}^{od} \cdot T_{A_{od}^i}^{od} \quad (19)$$

$$E\left[\hat{T}_{A_{od}^i}^{od}\right] = p_{A_{od}^i}^{od} \cdot E\left[T_{A_{od}^i}^{od}\right] \quad (20)$$

$$\text{var}\left[\hat{T}_{A_{od}^i}^{od}\right] = \left(p_{A_{od}^i}^{od}\right)^2 \cdot \text{var}\left[T_{A_{od}^i}^{od}\right] \quad (21)$$

where

$$p_{A_{od}^i}^{od} = \sum_{x_a=0}^{\infty} \sum_{\forall a \in A_{od}^i} p\left(Y_{od}^i = y; \mathbf{X}_{od}^i = \mathbf{x}_{od}^i\right) \cdot y \quad (22)$$

$$T_{A_{od}^i}^{od} = \min_{a \in A_{od}^i} \{D_a\} \quad (23)$$

式 (20)、式 (21) に関して、 $\min_{a \in A_{od}^i} \{D_a\}$ を解析的に求めることはできない。そこで、2つの対数正規分布の最小値分布を計算する Lien (1986)¹¹⁾ の方法を適用し、 $\min_{a \in A_{od}^i} \{D_a\}$ を対数正規分布によって近似することにする。この近似表現を付録 A に記す。

カットに含まれるリンクが通行止めであると考えたと、 A_{od}^i はネットワークの1つの状態を表していることがわかる。このことと、式 (2) と式 (19) を見比べ、 $n = A_{od}^i$ と考えると、 $p_n^{od} = p_{A_{od}^i}^{od}$ 、 $T_n^{od} = T_{A_{od}^i}^{od}$ となることがわかる。

以下では、ネットワークのすべての状態を考慮して計算される $o-d$ 間の途絶継続時間を表わす式 (2) は、ネットワーク内のカットの生起確率とそのカットにおける途絶継続時間から計算できることを示す。その準備段階として、以下の命題を考える。

命題

カット A_{od}^i に含まれる 1 本のリンク $a \in A_{od}^i$ を通行可能にした上で、カット A_{od}^i より終点側（あるいは起点側）にあり、かつそのカットに含まれない 1 本のリンク b を通行止めにしたとき、 $o-d$ 間が途絶状態になるとすれば、通行止めにしたリンク b は $s(a)-d$ 間（あるいは $o-r(a)$ 間）のカットを形成している。ここで、 $s(a)$ 、 $r(a)$ はそれぞれ、リンク a の終点ノード、起点ノードである。

はじめに、カット A_{od}^i に含まれるリンク $a \in A_{od}^i$ を通行可能にし、さらにこのカットに含まれず、かつカットの終点側にあるリンク b を通行止めにしたときに $o-d$ 間が途絶状態になる場合を考えよう。この場合、リンク b は、 $s(a)-d$ のカットになっているため、カット A_{od}^i に含まれるリンク集合とリンク a が同時に通行止めとなった場合の $o-d$ 間の途絶継続時間

$T_{A_{od}^i \cup a}^{od}$ は、リンク a の状態の影響を受け、式 (23) で示すことができる。

$$T_{A_{od}^i \cup a}^{od} = p_{A_{od}^i}^{od} \cdot p_a^{s(a)d} \cdot \max\left\{T_{A_{od}^i}^{od}, T_a^{s(a)d}\right\} \quad (23)$$

式 (23) によると、カット A_{od}^i に含まれるリンク集合とリンク a が同時に通行止めになったときに、 $o-d$ 間が途絶する継続時間は、カット A_{od}^i とリンク a における途絶継続時間の大きい方に、カットとリンクそれぞれが途絶状態になる確率の積を乗じたものとなることを示している。

つぎに、カット A_{od}^i に含まれる各リンク $a \in A_{od}^i$ を通行可能にし、さらにこのカットに含まれず、かつカットの終点側にあるリンク c を通行止めにしたときに $o-d$ 間が途絶状態にならない場合を考えよう。この場合、リンク c の状態は $T_{A_{od}^i \cup c}^{od}$ に影響せず、

$T_{A_{od}^i \cup c}^{od} = T_{A_{od}^i}^{od}$ となる。ここで、リンク c のすべての取りうる状態とその発生確率が $T_{A_{od}^i \cup c}^{od}$ に反映されていることに注意が必要である。

上記の議論では、カット A_{od}^i に含まれない 1 本のリンクのみでカットが構成されるか否かの場合を考えしたが、複数のリンク集合でカットが構成される場合が一般的である。そうした場合も考慮すると、式 (2) は式 (24) で示すことができる

$$T^{od} = \sum_{n=1}^{\hat{n}} p_n^{od} \cdot T_n^{od} = \sum_{A_{od}^i \in A_{od}} \left(\hat{T}_{A_{od}^i}^{od} + \sum_{a \in A_{od}^i} \left(\sum_{A \in \text{sub}(A_{s(a)d})} T_{A_{od}^i \cup A}^{od} + \sum_{B \in \text{sub}(A_{r(a)})} T_{A_{od}^i \cup B}^{od} \right) \right) \quad (24)$$

where

$$T_{A_{od}^i \cup A}^{od} = p_{A_{od}^i}^{od} \cdot \prod_{A_{s(a)d}^j \in A} p_{A_{s(a)d}^j}^{s(a)d} \cdot \max\left\{T_{A_{od}^i}^{od}, \left\{T_{A_{s(a)d}^j}^{s(a)d} \mid \forall A_{s(a)d}^j \in A\right\}\right\} \quad (25)$$

$$T_{A_{od}^i \cup B}^{od} = p_{A_{od}^i}^{od} \cdot \prod_{A_{or(a)}^k \in B} p_{A_{or(a)}^k}^{or(a)} \cdot \max\left\{T_{A_{od}^i}^{od}, \left\{T_{A_{or(a)}^k}^{or(a)} \mid \forall A_{or(a)}^k \in B\right\}\right\} \quad (26)$$

ここで $\text{sub}(A_{od}^i)$ は、 A_{od}^i のすべての部分集合の集合である。たとえば、 $A_{od}^i = \{A_{od}^i\}$ 、 $A = \{A_{s(a)d}^j\}$ 、 $B = \{A_{or(a)}^k\}$ である場合、 T^{od} は式 (27) で計算される。

$$\begin{aligned}
 T^{od} &= p_{A_{od}^i}^{od} \cdot T_{A_{od}^i}^{od} \\
 &+ p_{A_{od}^i}^{od} \cdot p_{A_{s(a)d}^j}^{s(a)d} \cdot \max \left\{ T_{A_{od}^i}^{od}, T_{A_{s(a)d}^j}^{s(a)d} \right\} \\
 &+ p_{A_{od}^i}^{od} \cdot p_{A_{or(a)}^k}^{or(a)} \cdot \max \left\{ T_{A_{od}^i}^{od}, T_{A_{or(a)}^k}^{or(a)} \right\}
 \end{aligned} \tag{27}$$

式 (25), 式 (26) において対数正規分布の最大値分布もまた対数正規分布に従うとすれば, $T_{A_{od}^i \cup A}^{od}$, $T_{A_{od}^i \cup B}^{od}$ は両方とも対数正規分布に従うため, T^{od} の期待値と分散は容易に計算可能である. 対数正規分布の最大値分布の計算法を付録 B に示す.

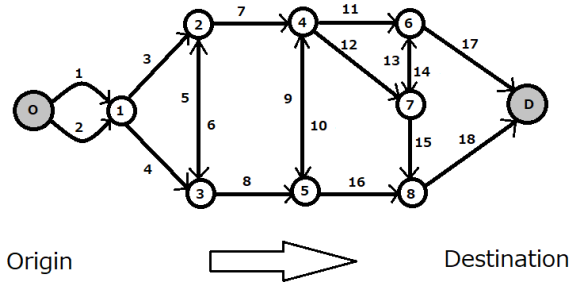


図-1 道路ネットワーク図

3. 数値計算

2 章に示したモデルを北海道由仁町, 北海道清水町それぞれを起点, 終点とする道路ネットワーク (図-1) に適用し, 途絶継続期間の推定を行った. 図-1 において, 円で囲われた数字と有向リンクの左側の数字は, それぞれノード番号, リンク番号をそれぞれ示す. 途絶継続期間を推計するにあたり, 平成 22 年 4 月より平成 29 年 3 月までの 7 年間の通行止めマスターデータを用いた. このマスターデータには各種通行止めの開始時刻と終了時刻, および大まかな通行止め要因が記載されており, 国道, 高速道路, 道道にはそれぞれ 67, 1487, 108 回の通行止め記録が存在する. ここで平成 28 年の台風 10 号のような大規模災害が 7 年周期で生じるとは考え難いため, 50 年に一度発生すると仮定した. なお, 高速道路においては, 台風 10 号による通行止めデータそのものが欠落していたため, 北海道開発局の資料¹³⁾を参考に高速道路の全区間を平成 28 年 8 月 30 日午後 8 時 40 分から 9 月 1 日午前 8 時までの 35 時間 30 分通行止めが生じたものと仮定した.

$o-d$ 間のカットとそれを構成するリンクの集合を表-1 に示す. 本稿では, カットを構成する 4 本以上のリンクが同時に通行止めとなる確率は無視できるほど小さいと仮定していることは先述の通りである.

リンク 11 (以降 $L11$ と記す), $L17$ は国道 38 号線を表す. $L1, L4, L8, L16, L18$ は国道 274 号を表す. $L2, L3, L7, L12, L15$ は道東道を表す. $L13, L14$ は夕張新得線を表す. $L9, L10$ は国道 237 号線を表す. $L5, L6$ はむかわ穂別インター線を表す. 国道において通行止め記録のない $L1, L4, L8, L18$ については, $L16$ の通行止め回数と等しいと仮定した. 同様に, $L5, L6$ については, $L13, L14$ の通行止め回数, $L9, L10$ については, 隣接する $L11$ の通行止め回数に等しいと仮定した. カット A_{od}^i を構成する各リンクの通行止め継続時間に関する標本平均, 標本標準偏差, 対応する正規分布の期待値パラメータ, 並びに標準偏差パラメータを表-2 に示す. カット A_{od}^1 平均通行止め発生回数を表-3 に示す.

表-1 生じる得るカット A_{od}^i と構成するリンクの組

カット A_{od}^i	構成するリンク集合
$i=1$	$L1, L2$
$i=2$	$L3, L4$
$i=3$	$L7, L8$
$i=4$	$L11, L12, L16$
$i=5$	$L17, L18$
$i=6$	$L4, L6, L7$
$i=7$	$L16, L15, L17$
$i=8$	$L3, L5, L8$
$i=9$	$L7, L10, L16$
$i=10$	$L11, L14, L18$

表-2 カット A_{od}^1 に属するリンクの設定

	$L1$	$L2$
標本平均 [時間/年]	68.0	2.89
標本標準偏差 [時間/年]	723	3.24
正規分布の平均	1.85	0.65
正規分布の標準偏差	2.18	0.90

表-3 カット A_{od}^1 の平均通行止め発生回数 (回/年)

λ'_{01} [回]	3.14
λ'_{10} [回]	14.7
λ'_{00} [回]	0.88

表-4 A_{od}^1 の途絶継続時間

途絶継続時間	期待値 [秒/年]	分散 [(秒/年) ²]
$\hat{T}_{A_{od}^1}^{od}$ (相関考慮)	57.7	4.43×10^3
$\hat{T}_{A_{od}^1}^{od}$ (相関無視)	56.2	4.20×10^3

表-5 発生回数相関を考慮した場合の途絶継続時間

途絶継続時間 $\hat{T}_{A_{od}^i}^{od}$	期待値 [秒/年]	分散 [(秒/年) ²]
$i=1$	57.7	4.43×10^3
$i=2$	78.8	7.72×10^3
$i=3$	360	1.94×10^5
$i=4$	0.13	2.17×10^{-2}
$i=5$	2.71×10^3	1.96×10^7
$i=6$	3.69×10^{-2}	1.53×10^{-3}
$i=7$	0.52	0.39
$i=8$	4.69×10^{-2}	2.40×10^{-3}
$i=9$	1.38	2.23
$i=10$	4.21×10^{-2}	4.04×10^{-3}

表-6 ネットワーク全体の途絶継続時間

途絶継続時間	期待値 [時間/年]	分散 [(時間/年) ²]
T^{od} (相関考慮)	8.77	15.2
T^{od} (相関無視)	8.66	14.8

A_{od}^1 における途絶継続時間の期待値、分散を表-4 に示す。ここで表-4 中の”相関”とは、2本のリンクにおける通行止め発生回数の相関を意味しており、相関を考慮することにより推計値に差が表れることが示された。同様に、各カットにおける途絶継続時間の期待値、分散は表-5 に示すようにまとめられる。特にカット A_{od}^9 においては λ_{01}^9 が 0 となるが、 λ_{11}^9 の値の 10% になるとして数値計算を行った。

推計されたネットワーク全体の途絶継続時間の期待値、分散を表-6 に示す。 $o-d$ 間の日平均交通量が 5.00 [千台/日]、乗用車の時間価値が 39.6 [円/分/台]で

あるとすると、このネットワークにおける社会損失の期待値は約 1.04 [億円/年]と推計される。通行止め発生回数における相関を考慮しない場合において、約 1.03 [億円/年]と推計される。

4. 結論並びに今後の課題

本研究では、峪・内田 (2017) ⁸⁾ により提案された道路ネットワークの脆弱性をリンクの通行止め継続時間から推定するモデルから、仮定を緩和しカットに属するリンク数を一般化したモデルへと拡張した。加えて、多変量ポアソン分布を用いることで通行止め発生回数の相関を考慮したモデルへと発展させた。

本モデルにより密な道路ネットワークにおける途絶継続時間も確率的に表現することが可能となり、より現実に即した条件で、道路ネットワークにおける連結信頼性を途絶継続時間の確率密度関数として表現することが可能となった。

$o-d$ 間の交通そのものが途絶えてしまう場合、従来の均衡配分法で議論を行うことが難しい。本モデルを用いることで、途絶が生じたネットワークの交通量と時間価値を用いて、その途絶による社会的費用を算出することが可能となる。このように、道路ネットワークの最適整備にかかわる政策評価における一助となり得る点に本研究の意義を見出せる。

式 (23)、付録 A に示した、対数正規分布の最小値分布の計算においては、計算するリンクの順番に依存した計算結果が得られるという問題点がある。これは 2 つの対数正規分布の最小値の分布が対数正規分布に従うという仮定から生じている。これを解決することを今後の課題としたい。

謝辞： 本研究は科学研究費補助金（基盤研究（B）課題番号：18H01550）による助成を受けたものである。本論文を作成するにあたり、北海道開発局、東日本高速道路（株）北海道支社より通行止め履歴データを提供していただいた。ここに記して深謝の意を表す。

付録

付録 A

(A1) に示す 2 つ対数正規分布分布 D_a , D_b を考える。

$$\begin{aligned} D_a &\sim \Lambda(\mu_a, \sigma_a^2) \\ D_b &\sim \Lambda(\mu_b, \sigma_b^2) \end{aligned} \tag{A1}$$

Lien(1986)¹¹⁾によると、 D_a , D_b の最小値分布の期待値、分散は、それぞれ式 (A2)、式 (A3) で表される。

$$\begin{aligned}
 & E[\min\{D_a, D_b\}] \\
 &= E[D_a] \cdot \Phi\left(\frac{-\mu_a + \mu_b - \sigma_a^2 + \sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}}\right) \\
 &+ E[D_b] \cdot \Phi\left(\frac{\mu_a - \mu_b - \sigma_b^2 + \sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}}\right)
 \end{aligned} \tag{A2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{var}[\min\{D_a, D_b\}] &= \\
 E[(\min\{D_a, D_b\})^2] &- (E[\min\{D_a, D_b\}])^2
 \end{aligned} \tag{A3}$$

where

$$\begin{aligned}
 & E[(\min\{D_a, D_b\})^2] \\
 &= E[(D_a)^2] \cdot \Phi\left(\frac{-\mu_a + \mu_b - 2 \cdot \sigma_a^2 + 2 \cdot \sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}}\right) \\
 &+ E[(D_b)^2] \cdot \Phi\left(\frac{\mu_a - \mu_b - 2 \cdot \sigma_b^2 + 2 \cdot \sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}}\right)
 \end{aligned} \tag{A4}$$

ここで、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の累積分布関数であり、 σ_{ab} は $\ln(D_a)$ と $\ln(D_b)$ の共分散である。また、 $(D_a)^2$ は式 (A5) で表される (Johnson et al., (1994)¹²⁾)。

$$(D_a)^2 \sim \Lambda(2 \cdot \mu_a, 2^2 \cdot \sigma_a^2) \tag{A5}$$

本研究では、 $\min\{D_a, D_b\}$ が対数正規分布に従うと仮定することによって、 $\min_{a \in A_{id}}\{D_a\}$ を計算している。

しかし実際には、この仮定は成立しないため、カットに含まれるどのリンクから計算するかによって、異なる計算結果が得られるという問題点がある。

付録 B

付録 A と同様に、Lien(1986)¹¹⁾ より、 D_a, D_b の最大値分布の期待値、分散は、それぞれ式 (B1)、式 (B2) で表される。

$$\begin{aligned}
 & E[\max\{D_a, D_b\}] \\
 &= E[D_a] \cdot \Phi\left(\frac{\mu_a - \mu_b + \sigma_a^2 - \sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}}\right) \\
 &+ E[D_b] \cdot \Phi\left(\frac{-\mu_a + \mu_b + \sigma_b^2 - \sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}}\right)
 \end{aligned} \tag{B1}$$

$$\begin{aligned}
 \text{var}[\max\{D_a, D_b\}] &= \\
 E[(\max\{D_a, D_b\})^2] &- (E[\max\{D_a, D_b\}])^2
 \end{aligned} \tag{B2}$$

where

$$\begin{aligned}
 & E[(\max\{D_a, D_b\})^2] \\
 &= E[(D_a)^2] \cdot \Phi\left(\frac{\mu_a - \mu_b + 2 \cdot \sigma_a^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}}\right) \\
 &+ E[(D_b)^2] \cdot \Phi\left(\frac{-\mu_a + \mu_b + 2 \cdot \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{ab}}}\right)
 \end{aligned} \tag{B3}$$

参考文献

- 1) IPCC, 2014: Summary for policymakers. In: Climate Change 2014: Impacts, Adaptation, and Vulnerability. Part A: Global and Sectoral Aspects. Contribution of Working Group II to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Field, C.B., V.R. Barros, D.J. Dokken, K.J. Mach, M.D. Mastrandrea, T.E. Bilir, M. Chatterjee, K.L. Ebi, Y.O. Estrada, R.C. Genova, B. Girma, E.S. Kissel, A.N. Levy, S. MacCracken, P.R. Mastrandrea, and L.L. White (eds.)]. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, pp. 1-32.
- 2) 平成 28 年度版, 防災白書, 内閣府.
- 3) Berdica, K.: An introduction to road vulnerability: what has been done, is done and should be done, Transport Policy, Vol.9, pp.117-127, 2002.
- 4) Jenelius, E., Petersen, T., Mattsson, L.G.: Importance and exposure in road network vulnerability analysis, Transportation Research Part A, Vol.40, pp.537-560, 2006.
- 5) Chen, A., Yang, H., Lo, H.K., Tang, W.H.: A capacity related reliability for transportation networks, Journal of Advanced Transportation, Vol.33, No.2, pp.183-200, 1999.
- 6) Bell, M.G.H.: A game theory approach to measuring the performance reliability of transport networks, Transportation Research Part B, Vol.34, pp.533-545, 2000.
- 7) 朝倉康夫, 柏谷増男, 高木一浩, 藤原健一郎: 災害による道路通行規制時の交通選択行動に関する実証分析, 土木計画学研究・論文集, No.14, 1997.
- 8) 峪龍一, 内田賢悦: 一般国道と高速自動車国道が並走する区間における通行止め期間に関する研究, 土木計画学研究・講演集, Vol.55, CD-ROM, 2017.
- 9) Crow, E.L., Shimizu, K.: Lognormal Distributions: theory and applications. Marcel Dekker, New York; Basel, pp.2, 1988.
- 10) Johnson, N.L., Kotz, S., Balakrishnan, N.: Discrete Multivariate Distributions. John Wiley and Sons, New York, pp.124-152, 1997.
- 11) Lien, D.: Moments of ordered bivariate log-normal distributions, Economics Letters, Vol 20, pp.45-47, 1986.
- 12) Johnson, N.L., Kotz, S., Balakrishnan, N.: Continuous univariate Distributions. Vol.1, John Wiley and Sons, New York, pp.207-220, 1994.
- 13) 国土交通省北海道開発局: 国道 274 号日勝峠の通行止めを 10 月 28 日 (土) 13 時に解除. 2017 年 10 月更新 <<https://www.hkd.mlit.go.jp/ky/release/splaat000000m1td-att/splaat0000011czf.pdf>>, 2018 年 7 月 28 日最終閲覧

(2018. 7. 30 受付)

Estimation of closure duration considering correlation of the number of closure between links in road networks

Yosuke TAKAHASHI, Ryuichi TANI and Kenetsu UCHIDA

This study proposes a stochastic model to estimate the disruption period of networks considering the correlation of the number of closure between links. In this model, it is assumed that the number of occurrences of road closure follows a Poisson distribution and the disruption period per one closure follows a lognormal distribution. Also, considering the correlation between the number of road closure using a multivariate Poisson distribution, the characteristics of the area damage of natural disasters are expressed. Considering these, the total disruption period of the whole road network is calculated as a random variable following a lognormal distribution.

Using this model, the interruption period in an actual road network is estimated. This model makes it possible to quantitatively evaluate the negative influence of the vulnerability of road networks on social utility.