

# 接続的脆弱部分推定のための 緊急輸送道路ネットワークの複数分割

中南 孝晶<sup>1</sup>・中山 晶一朗<sup>2</sup>・小林 俊一<sup>3</sup>・山口 裕通<sup>4</sup>

<sup>1</sup>学生会員 金沢大学大学院 自然科学研究科 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)  
taka-arino@stu.kanazawa-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 金沢大学教授 理工研究域地球社会基盤学系 (同上)  
nakayama@staff.kanazawa-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 金沢大学准教授 理工研究域地球社会基盤学系 (同上)  
koba@se.kanazawa-u.ac.jp

<sup>4</sup>正会員 金沢大学大学院特任助教 自然科学研究科 (同上)  
hyamaguchi@se.kanazawa-u.ac.jp

災害時において、避難や物資輸送など、道路は極めて重要な社会基盤である。道路が災害時でも担うべき役割を果たせるよう、張り巡らされた道路網の連結性を高めることが求められる。このことを効果的に行うためには、道路網の脆弱部分を評価し、対策を施すことが望ましい。特に、発生確率が稀な巨大災害については、大規模ネットワークでの脆弱性評価が重要で、ネットワーク科学で研究が進められている手法が注目されている。本稿では、スペクトラルクラスタリングの理論を活用し、実緊急輸送道路ネットワークの複数分割を試みる。これはネットワークの脆弱部分における分割であり、分けられたそれぞれのネットワークは連結性が高いまとまりであると考えられる。これらの分割結果は、ネットワークでの脆弱地域の推定に有用である。

**Key Words :** *Connectivity, vulnerability, road network, eigenvalue analysis, spectral clustering*

## 1. はじめに

様々な災害が発生する我が国では、近年、発生確率は稀だが広域に甚大な被害をもたらす巨大災害に対する備えの検討が進められている。とりわけ、迅速な避難や救援物資の輸送などを担う道路網の被害は、人命や経済活動へ大きな影響を与える。そのため、災害時に重要となる様々な施設や拠点を、被災時においても連結させておくことが望ましい。この道路網の連結性を、限られた予算や時間の中で効率的に高めるためには、脆弱部分を評価し、優先的に対策を施すことが重要となる。

このような脆弱性の評価を行うためには様々な手法が提案されている。瀬戸ら<sup>1)</sup>は、設定した所要時間以内に走行できる非重複な経路数を、各OD間の接続性の概念とし、接続性を大きく低下するリンクをクリティカルなリンクとして、京阪神の国道・高速道路ネットワークの接続脆弱性を評価している。さらに、瀬戸ら<sup>2)</sup>は目的地におけるサービス機会数を考慮したアクセシビリティ指標を提案し、医療施設配置計画問題に応用している。この他、脆弱性や災害時における道路ネットワークに関す

る研究は中山<sup>3)</sup>が整理している。

近年では、脆弱性を評価する手法として、ネットワーク科学で研究が進められている固有値解析を利用した評価手法の提案が行われている。これらの手法の特徴として、ODの情報を必要とせず、膨大なリンク・ノードを有する大規模ネットワークでの脆弱性評価に強みがある。Bellら<sup>4)</sup>は、容量重み付けの固有値解析を行い、第2最小固有値(代数的連結度)によって、脆弱性を迅速かつ容易に識別できるとしている。また、中南ら<sup>5)</sup>は、リンクの長さを重みとした固有値解析を行い、第2固有ベクトルを指標とすることでネットワーク上の全リンクの脆弱度を評価している。

また、ネットワークの分割という観点では、明光ら<sup>6)</sup>は交通容量を重みとした正規化ラプラス行列を作成し、そのフィードラーベクトルの符号によって分割するSpectral Partitioning法を提案し、岐阜県や中部圏の道路ネットワークにおいて脆弱断面を評価している。若林ら<sup>7)</sup>は固有ベクトル中心性の概念を拡張した、局所中心性固有ベクトルを用いた分割方法とフィードラーベクトルによる2分割を逐次行う分割方法を滋賀県の緊急輸送道路

ネットワークに適用し、比較している。

本稿では、このネットワークを分割するという観点について、スペクトラルクラスタリングの理論を活用したアプローチを行う。このアプローチとして、先程述べたフィードラーベクトルの符号による2分割の手法がある。この分割の特徴としては、カットサイズが小さい脆弱部分での分割のうち、それぞれ分かれるノード数が均衡するように考慮した分割が現れるというものである。この特徴は、ネットワーク全体の脆弱性および連結性を考慮した分割が得られるため、非常に有用である。しかしながら、大規模ネットワークにおける2分割では、分割されたサブネットワーク自体が大規模であり、脆弱な地域を十分に推定できない可能性がある。

本研究では、フィードラーベクトルを用いた分割手法を拡張した手法を実緊急輸送道路ネットワークに適用し、脆弱な部分で複数分割した。この複数分割の結果から、ネットワーク内の脆弱と考えられる箇所を推定することを試みる。また、モジュラリティという評価指標を用いて、複数分割されたサブネットワークの脆弱性について考える。

## 2. ネットワークのグラフ化とカットサイズ

本章では、ネットワークのグラフ化に関する基礎的な知識を整理し、本稿で取り扱う、比率カットサイズによる脆弱部分での分割について述べる。

### (1) ネットワークのグラフ化

固有値解析を行うために、ネットワークのリンクとノードの関係をグラフ化する手順について述べる。

まず、リンクとノードの接続関係は隣接行列 $\mathbf{A}$ で記述する。本稿では、重みとしてリンク距離を考慮しており、隣接行列 $\mathbf{A}$ の成分 $a_{ij}$ は以下のように表される。

$$a_{ij} = \begin{cases} 1/l_{ij} & \text{if } (i,j) \in \mathbf{E} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $l_{ij}$ はノード $i$ と $j$ を結ぶリンク $(i,j)$ の距離(km)であり、 $\mathbf{E}$ はリンク集合である。この隣接行列 $\mathbf{A}$ の成分 $a_{ij}$ を用いて表される次数行列 $\mathbf{D}$ の対角成分 $d_i$ は、

$$d_i = \sum_j^n a_{ij} \quad (2)$$

と表される。次数行列 $\mathbf{D}$ から隣接行列 $\mathbf{A}$ の差をとったものがラプラシアン行列 $\mathbf{L}$ である。式(1)と(2)より、このラプラシアン行列 $\mathbf{L}$ の各行の和、各列の和はゼロである。なお、この行列の第二最小固有値は代数的連結度と呼ばれ、ネットワーク連結性を評価する指標の一つである<sup>9)</sup>。代数的連結度はネットワークが分断されやすい構造だと値が小さくなることが知られている。また、この固有値

に対する固有ベクトルをフィードラーベクトルという。

### (2) ネットワークの比率カットサイズ

カットサイズとは、ネットワークを分割するために切断するリンクの数(隣接行列の和)のことである。カットサイズが小さいということは、少数のリンクが途絶するだけでネットワークが分断されることになるため、そのリンクが脆弱であると考えられることができる。あるサブネットワーク $C_r$ とそれ以外に分割するカットサイズは式(3)で表される。

$$\text{Cut}[C_r, \bar{C}_r] = \sum_{i \in C_r} \sum_{j \in \bar{C}_r} a_{ij} \quad (3)$$

しかし、カットサイズによる評価だけでは、ネットワークの端点を結ぶリンクが脆弱と評価されるため、ネットワーク全体の構造を考慮した脆弱性が評価できない。例えば、樹木の枝の先端のように、1本のリンクのみで繋がれているノードは、その1本のみでの途絶によって分割されてしまう。そして、この分割はカットサイズを最小化する分割となるのだ。そこで、ある程度のスケールをもったサブネットワークが分かれる場合の脆弱性を評価するために、ネットワーク分割後におけるそれぞれのサブネットワークに属するノードの数を考慮した比率カットサイズというものを考える。あるサブネットワーク $C_r$ とそれ以外に分割する比率カットサイズは式(4)で表される。

$$\text{Ratio Cut}[C_r, \bar{C}_r] = \frac{\text{cut}[C_r, \bar{C}_r]}{n_r} \quad (4)$$

ここで、 $n_r$ はサブネットワーク $C_r$ に属するノード数である。比率カットサイズは、単にカットサイズを小さくするだけでなく、それぞれのサブネットワークに属するノード数をできるだけ均等にするようなペナルティを与えるという意味がある。また、式(4)の $n_r$ をそのサブネットワーク内に含まれる次数の和 $\sum_{i \in C_r} d_i$ としたものは $N_{\text{cut}}$ と定義される。

本稿では、脆弱な部分で、様々なスケールに分割することを考えると述べたが、これは、この比率カットサイズを最小化するように複数に分割することを考えることである。

## 3. 比率カットサイズを最小化する分割手法

本章では、本稿で用いるネットワークの分割手法について説明する。

### (1) フィードラーベクトルの符号による2分割

まずは、フィードラーベクトルの符号による2分割と比率カットサイズを最小化する2分割の関係を整理する。はじめに、式(5)のような $x_i$ を成分とする指標ベクトル

$\mathbf{x}$ を考える

$$x_i = \begin{cases} \sqrt{n_2/n_1} & \text{if } i \in C_1 \\ -\sqrt{n_1/n_2} & \text{if } i \in C_2 \end{cases} \quad (5)$$

この $\mathbf{x}$ を用いてラプラシアン行列の二次形式を考える.

$$\mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (x_i - x_j)^2 \quad (6)$$

ノード $i, j$ が同じサブネットワーク内にある場合,  $x_i - x_j = 0$ となること, さらに, 式(3), (4)より, 以下のように整理できる.

$$\mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x} = n(\text{RC}[C_1, \bar{C}_1] + \text{RC}[C_2, \bar{C}_2]) \quad (7)$$

ここで,  $n$ は全ノード数である. これより, 式(5)のような成分をもつ $\mathbf{x}$ について, 2次形式を最小化することは, 比率カットサイズ最小化を求めることになる. しかし, この問題は大規模な離散最適化問題を解く必要があり, 計算が困難となる. そこで,  $x_i$ が任意の実数をとることが可能とする緩和問題を考える.

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N} \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x}}{\mathbf{x}^T \mathbf{x}} \quad \text{s. t. } \mathbf{x} \perp \mathbf{1}, \mathbf{x}^T \mathbf{x} = n \quad (8)$$

ただし,  $\mathbf{1}$ は全成分が1のベクトルである. ラプラシアン行列の性質から, 最小固有値に対する固有ベクトルは $\mathbf{1}$ である. よって, 式(8)の条件より, 第2最小値に対応する固有ベクトル(フィードラーベクトル)を求めることが, 緩和された最小比率カットサイズを求める問題となる.

このようにして, フィードラーベクトルは, 緩和した条件の下での指標ベクトル $\mathbf{x}$ の解なる. 指標ベクトル $\mathbf{x}$ は式(5)より, ノード $i$ がどちらのサブネットワークに属するかについて符号が異なっている. つまり, 各ノードのフィードラーベクトルの符号によって比率カットサイズを最小化する2分割を求めることができる.

## (2) スペクトラルクラスタリングによる複数分割

前節で示したフィードラーベクトルの符号による2分割の考えを拡張し, 比率カットサイズを最小化するように複数のサブネットワークに分割する手法を説明する<sup>9)</sup>.

分割するサブネットワークの数を $m$ とする. 以下のような成分で構成される指標ベクトル $\mathbf{h}_r (r = 1, \dots, m)$ を設定する.

$$h_{i,r} = \begin{cases} 1/\sqrt{n_r} & \text{if } i \in C_r \\ 0 & \text{if } i \in \bar{C}_r \end{cases} \quad (9)$$

この指標ベクトルを用いたラプラシアン行列の2次形式は, 式(10)のように整理される.

$$\mathbf{h}_r^T \mathbf{L} \mathbf{h}_r = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (h_{i,r} - h_{j,r})^2 \quad (10)$$

ノード $i, j$ が同じサブネットワーク $C_r$ に属する場合, お

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_r^T \mathbf{L} \mathbf{h}_r &= \frac{1}{2} \sum_{i \in C_r} \sum_{j \in C_r} a_{ij} (h_{i,r} - h_{j,r})^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i \in C_r} \sum_{j \in \bar{C}_r} a_{ij} (h_{i,r} - h_{j,r})^2 \quad (11) \end{aligned}$$

よびどちらも属さない場合 $(h_{i,r} - h_{j,r}) = 0$ となることを考慮すると,

$$\mathbf{h}_r^T \mathbf{L} \mathbf{h}_r = \frac{1}{n_r} \text{cut}[C_r, \bar{C}_r] = \text{Ratio Cut}[C_r, \bar{C}_r] \quad (12)$$

このように2次形式によって, サブネットワーク $C_r$ とそれ以外に分ける比率カットサイズが表される. ここで2次形式が,  $\mathbf{h}_r^T \mathbf{L} \mathbf{h}_r = (\mathbf{H}^T \mathbf{L} \mathbf{H})_{rr}$ と表されることに着目すると, ネットワークを $m$ 分割する場合における比率カットサイズの合計は以下のように整理される.

$$\begin{aligned} \text{Ratiocut}[C_1, \dots, C_m] &= \sum_{r=1}^m \mathbf{h}_r^T \mathbf{L} \mathbf{h}_r \quad (13) \\ &= \sum_{r=1}^m (\mathbf{H}^T \mathbf{L} \mathbf{H})_{rr} = \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{L} \mathbf{H}) \end{aligned}$$

つまり, 比率カットを最小化する分割を求めることは, このトレースを最小化する問題となる. ここで,  $n \times m$ 行列 $\mathbf{H}$ は正規直交行列であることから,  $\mathbf{H}^T \mathbf{H} = \mathbf{I}$ となることに注意し, 行列 $\mathbf{H}$ の成分が任意の実数を取り得るという緩和問題を考えると, 以下のように整理できる.

$$\min_{\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times m}} \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{L} \mathbf{H}) \quad \text{subject to } \mathbf{H}^T \mathbf{H} = \mathbf{I} \quad (14)$$

これは, 一般的なトレース最小化問題となり, レイリー商を用いて解くことができる<sup>10)</sup>. トレース最小値は最小固有値から順に $m$ 個足したものに等しく, 緩和された問題での指標ベクトルの行列 $\mathbf{H}$ はラプラシアン行列の固有ベクトル $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m$ を列としたものである. これをベクトル $\mathbf{U}$ とする. 固有ベクトルの成分は連続的な値となっており, ノード同士が近く, 連結性が高いほど類似した値をとる. そこで, ノード $i$ はベクトル $\mathbf{U}$ の $i$ 行目の値をユークリッド座標とした場合の $k$ -means法でクラスタリングを行うことで,  $m$ 分割する.

## (3) k-means法

ここで,  $k$ -means法について簡単に整理しておく.  $k$ -means法の考え方は, サブネットワーク $C_r$ に所属するノードの中心座標と所属するノードの座標との距離の合計が最小となるように, 各ノードが所属するサブネットワーク $C_r$ を決定するというものである.

例として, ネットワークを3分割する場合を考える.

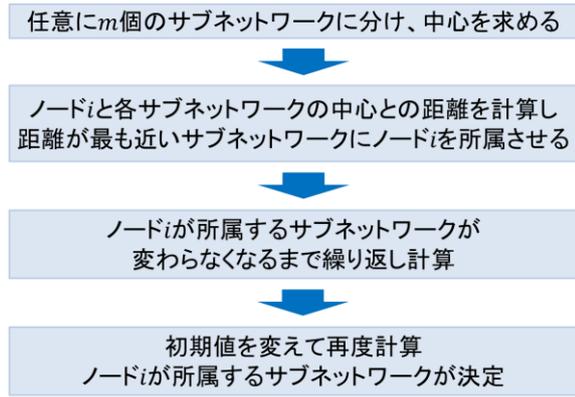


図-1 k-means 法の計算手順

$m = 3$ であるので、利用するラプラシアン行列の固有ベクトルは $(v_1, v_2, v_3)$ であり、互いに直交している。この固有ベクトル $(v_1, v_2, v_3)$ がユークリッド座標系の $(x, y, z)$ に当てはまる。つまり、 $i$ 番目の第一固有ベクトルの成分は、ノード $i$ の $x$ 軸成分となる。ノード $i \in C_r$ の座標を $(x_i, y_i, z_i)$ とし、サブネットワーク $C_r$ に属するノードの中心座標を $(x_{C_r}, y_{C_r}, z_{C_r})$ とすると、ノード $i$ とサブネットワーク $C_r$ の中心との距離は、

$$L = \sqrt{(x_i - x_{C_r})^2 + (y_i - y_{C_r})^2 + (z_i - z_{C_r})^2} \quad (15)$$

となり、求めるべき分割は、

$$\arg \min_{C_1, \dots, C_r} \sum_{i=1}^n L \quad (16)$$

となる。

具体的な計算手順を図-1に示す。このk-means法は最適解が初期値に依存するため、初期値を変えて複数回繰り返し、最適な解を決定することが一般的である。なお、この初期値問題を解決するために、k-means++法なども存在する。このようにして、固有値解析とk-means法によるクラスタリングを行うことで、近似的に比率カットサイズを最小化するようにネットワークを複数分割することができる。近似的な分割となる理由は、固有ベクトルの解が比率カット最小となる指標ベクトルの近似解となるためである。

#### 4. 複数分割による脆弱な地域の推定

本章では、本稿で説明したネットワークの分割手法を実緊急輸送道路ネットワークに適用した結果を示す。対象とするネットワークは、北陸・東海地方を中心とした10県の緊急輸送道路網で構成されており、5460リンク、3841ノードからなる。このネットワークは、国土数値情報ダウンロードサービスの緊急輸送道路のデータを用い、ArcGISで作成したものである。

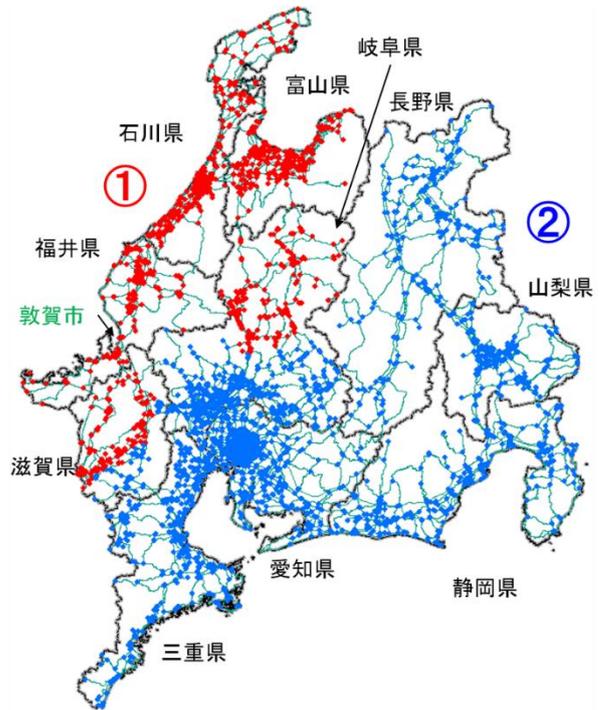


図-2 北陸・東海地方ネットワークの2分割

##### (1) 北陸・東海地方ネットワークの2分割

まずは、このネットワークについて、フィードラーベクトルの符号による2分割を行った結果を図-2に示す。符号が負であった赤色のノードは北陸地方を中心に広がっており、1311個存在する。符号が正であった青色のノードは東海地方を中心に広がっており、2530個存在する。青色のノード数が赤色の2倍近く存在する理由としては、中京都市圏に非常に密なネットワークがあるためだと考えられる。このように、このネットワークを固有値解析によって脆弱な部分で2分割すると、北陸地方と東海地方に大きく分かれる結果となり、地方間を結ぶ道路が重要であるとのイメージを持つことができ、直感的な理解とも一致する。

しかしながら、福井県の敦賀市、岐阜県と石川県・富山県の県境をまたぐ部分など、より脆弱だと想像がつく部分は赤色のサブネットワークに所属している。このような、ネットワークの規模が大きい場合にはもう少し細かく分割し、合理的なサブネットワークを考えることも必要だろう。

##### (2) 北陸・東海地方ネットワークの複数分割

続いて、本稿で示した手法を用いて、このネットワークを複数のサブネットワークに分割した。なお、k-means法における初期値を100回変えて計算し、最も比率カットサイズが小さかった分割結果を示す。今回は、 $m = 3, 4, 10$ についての結果を示す。

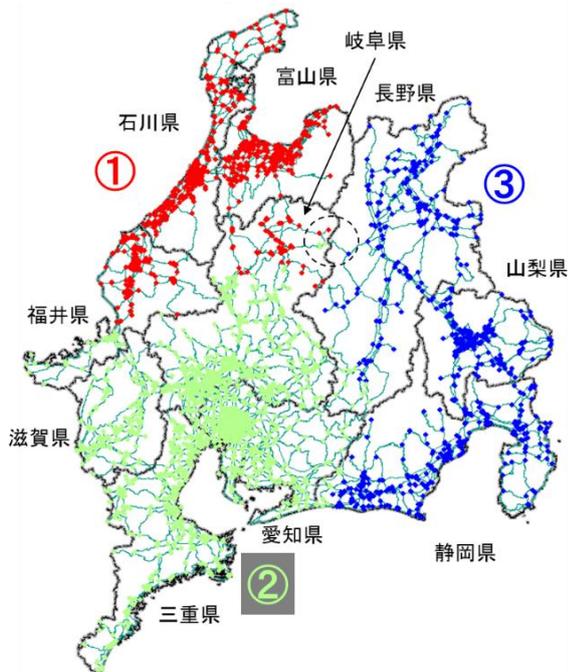


図-3 北陸・東海地方ネットワークの3分割

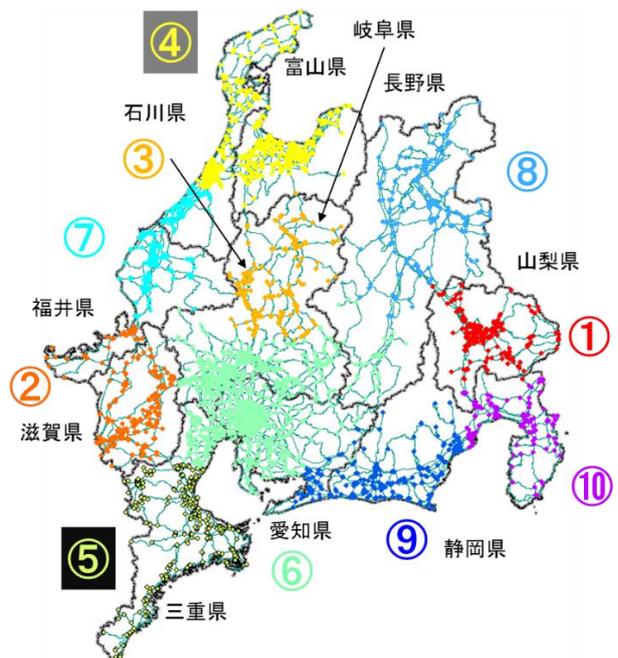


図-5 北陸・東海地方ネットワークの10分割

近にあることから、やはり県境を跨ぐ脆弱な部分で分割されていることが理解できる。

図-3に黒い破線で囲った岐阜県と長野県の県境付近では、サブネットワーク②に属する飛び地のような部分が存在している。これは本稿で用いている固有ベクトルが、比率カットサイズを最小化する指標ベクトルの近似解であるためであると考えられる。このため、脆弱な部分で分かれているものの、比率カットサイズを最小化する厳密な分割ではないことは注意したい。

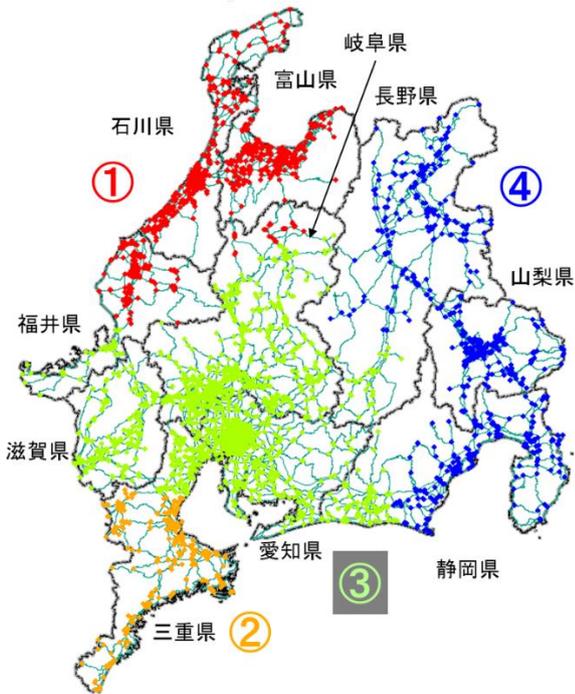


図-4 北陸・東海地方ネットワークの4分割

$m = 3$ におけるサブネットワークの分割結果を図-3に示す。赤色で示すサブネットワークは、図-2と同様に、北陸地方を中心として広がっている。しかし、3つのサブネットワークに分割しているため、当然ながら大きさは小さくなっている。福井県は敦賀を境目に2つのサブネットワークに分かれることとなり、東海地方と北陸地方のサブネットワークとの境界は岐阜県の北部へ移動した。図-2では東海地方と山梨県・長野県は一つのサブネットワークに分類されていたが、図-3では、長野県・山梨県・静岡県が一つのサブネットワークとなっている。この境目は、長野県と岐阜県、愛知県と静岡県の県境付

続いて、 $m = 4$ の結果を図-4に示す。赤色で示される北陸地方のサブネットワークは840個のノードで構成されている。ただ、分割部分は図-3とさほど変化しておらず、サブネットワークの大きさがわずかに変化するに留まった。青色で示される中部地方のサブネットワークについても、大まかな形状は変わっておらず、大きさが小さくなった。4分割で最も大きな変化を示した場所は三重県であり、橙色で示す三重県の南側のみで一つのサブネットワークを構成するという結果となった。このサブネットワークは333個のノードで構成されており、滋賀県との県境と、三重県の北部と中部の境目が分割部分となっており、この分割部分をまたぐ緊急輸送道路はわずか5本のみである。三重県の周辺県のネットワークを加えることで脆弱性はいくらか緩和されると考えられるが、このネットワークの中では大規模災害時での分断される危険性が相対的に高く、かつ小さいサブネットワークとなるため、各防災拠点を整備し、災害対応能力を高めておくことが重要な地域であると推定できる。

最後に、このネットワークを構成する県の数と等しい、 $m = 10$ の結果を図-5に示す。県全体が大まかに1つのサブネットワークとなった県は、滋賀県・富山県・愛

知県・山梨県・長野県となった。特に、愛知県を中心とするサブネットワーク⑥は、岐阜県や三重県の一部も含んでおり、これら3県の県境は非常に連結性の高いネットワークで結ばれていることが推定される。一方で、福井県・石川県・三重県・岐阜県・静岡県は2つのサブネットワークに分かれており、県内に相対的に脆弱な箇所を有していると考えられる。特に、図-3,4,5を通して岐阜県の北部、福井県の敦賀市付近、長野県と岐阜県の県境付近などはサブネットワークの境目となっており、特に脆弱性が高い地域と考えられる。これらの地域が山間に有ることからも、脆弱な地域であることは直感的にも理解でき、複数分割による脆弱箇所の推定が妥当な結果となっていると考えられる。

## 5. モジュラリティによる分割評価

本章では、前章で示したネットワークの複数分割について、モジュラリティという評価手法を用いて、先程実施した複数分割の質について考察する。

### (1) モジュラリティ

はじめに、モジュラリティについて簡単に説明する<sup>1)</sup>。モジュラリティはコミュニティ分割などで広く受け入れられているコミュニティ構造の評価方法である。考え方は、分轄されたサブネットワーク内部にあるリンクの全体に対する割合と、ランダムにリンクを配置する場合のサブネットワーク内部にあるリンク数の期待値と比べてどれほど大きいかで評価するものである。このランダムなネットワークは、各ノードの次数を維持したまま構成される。

サブネットワーク $C_r$ と $C_s$  ( $r, s = 1, \dots, m$ )を繋ぐリンクの数の割合 $e_{rs}$ は、リンクの総数 $M$ を用いて、

$$e_{rs} = \frac{\sum_{i \in C_r} \sum_{j \in C_s} a_{ij}}{2M} \quad (17)$$

と表される。次に、リンクをランダムに配置したネットワークを考える。まず、リンクをすべて切断し、片側のみのノードに接続した半リンクを $2M$ 本作る。この状態において、各ノードに接続している半リンクの数は次数であり、全ノードの次数の合計は $2M$ である。この半リンクをランダムに繋ぎ合わせることで、対象とするネットワークの次数分布を維持した、ランダムなネットワークを作成できる。このランダムな繋ぎ合わせによって、片リンクがクラスター $C_r$ に存在するノード $i$ と結ばれる確率は、

$$\alpha_r = \sum_{i \in C_r} \frac{d_i}{2M} = \sum_{s=1}^m \sum_{i \in C_r} \sum_{j \in C_s} \frac{a_{ij}}{2M} = \sum_{s=1}^m e_{rs} \quad (18)$$

と表される。同じサブネットワーク $C_r$ 内でリンクが結

ばれる期待値は $\alpha_r^2$ となる。なお、本稿では、隣接行列にリンク距離の重み付けを行っているため、式(17)、(18)で示されるリンク総数 $M$ をリンクの総重み $W = \sum_i^n (d_i/2)$ とする。式(17)および式(18)を用いると、対象とするネットワークのモジュラリティ $Q$ は式(19)のように表される。

$$Q = \sum_{r=1}^m (e_{rr} - \alpha_r^2) \quad (19)$$

なお、このモジュラリティの最大化を考えると、サブネットワークの分割数 $m$ は可変パラメータであり、最大化の結果で、ネットワークの最適な分割数 $m$ が求まることが分かる。なお、モジュラリティを最大化する分割と、比率カットサイズを最小とする分割は、似ているが常に同一のものではないことに注意する必要がある。

### (2) 北陸・東海地方ネットワークのモジュラリティ評価

続いて、本稿で示した手法を用いて分割した、北陸・東海地方ネットワークのモジュラリティを計算し、前章で示した分割の質を評価する。各分割数の比率カットサイズとモジュラリティの結果を表-1に示す。それぞれk-means法における初期値を100回変えて計算し、最も比率カットサイズが小さい分割を採用している。

表-1を見ると、 $m = 2$ を除いて、分割数が増えるごとに、比率カットサイズが大きくなり、モジュラリティも大きくなっていることが分かる。比率カットサイズに関しては、ネットワークの分割数を増やすことで、カットサイズが増加すると共に、各サブネットワークに所属するノード数も小さくなるため、一般的には比率カットサイズは大きくなると予想される。ただし、 $m = 2$ のように、この予想とは反する結果となる場合もある。これは、対象とする緊急輸送道路網が固有値解析によって2分割されることに適していないネットワークである可能性を示しており、この2分割の境界を脆弱な部分と合理的に推定することは難しいといえることができる。

表-1のモジュラリティに関して、 $m = 2$ が最も小さい値となっており、2分割されたそれぞれのサブネットワークの質が、他の分割数でのサブネットワークと比べて質が低いことが分かった。このことから、複雑で大規模なネットワークにおいては、2分割ではなく、複数分

表-1 比率カットサイズとモジュラリティ

分割数(m)	2	3	4
比率カットサイズ	0.013466	0.004979	0.006237
モジュラリティ	0.489920	0.571199	0.578002
分割数(m)	5	7	10
比率カットサイズ	0.013097	0.022887	0.047548
モジュラリティ	0.580321	0.704872	0.717160

表-2  $m = 10$ における部分モジュラリティ

サブネットワーク	1	2	3	4	5
部分モジュラリティ	0.01124	0.01274	0.13887	0.23523	0.01754
ノード数	229	272	310	541	357
リンク数	656	656	732	1738	862
リンク重み	909.08	1031.90	13321.84	30260.97	1427.93
サブネットワーク	6	7	8	9	10
部分モジュラリティ	0.22003	0.01423	0.00378	0.00604	0.05746
ノード数	1300	273	187	227	145
リンク数	3792	768	532	670	396
リンク重み	26139.98	1154.26	303.00	485.74	4893.64

割することがより合理的であるといえる。

### (3) $m = 10$ における部分モジュラリティ

最後に、 $m = 10$ におけるサブネットワークごとの部分モジュラリティについて考える。表-2に部分モジュラリティの結果を示す。サブネットワークの番号は、図-5に割り振られた番号である。ノード数、リンク数は、そのサブネットワーク内にある数で、リンク重みも同様に、サブネットワーク内にあるリンクの総重みである。

最も部分モジュラリティが小さかったのは、長野県を中心とするサブネットワーク⑧である。図-5からも分かるように、面積の大きい長野県はリンク距離が長いリンクが多く、脆弱なサブネットワークといえるため、更に分割数を増やした場合、新たな脆弱断面が現れる可能性は高い地域と推定される。一方で、最も部分モジュラリティが大きかったのは、富山県や石川県の中心とするサブネットワーク④、次いで愛知県を中心とするサブネットワーク⑥であった。この2つのサブネットワークは道路網が密な地域のサブネットワークであり、連結性が高いサブネットワークと推定される。

岐阜県北部を中心とするサブネットワーク③は、3番目に高い部分モジュラリティを示しているが、前章で述べたように、ネットワークの複数分割においては脆弱な地域と推定される部分である。このサブネットワークを細かく調べたところ、リンク距離がわずか26cmのリンクが1本存在しており、この極めて短いリンク1本がネットワークのモジュラリティを大きく底上げしていることが判明した。大規模ネットワークのモジュラリティ計算において、このような極短リンクについては、確実に繋がっているものとして考慮しないか、重みの取り方を考える必要があることが分かった。

## 6. まとめと今後の展望

本稿では、大規模なネットワークの脆弱性を評価するため、固有値解析を用いて比率カットを近似的に最小化するようにネットワークを複数分割することを試みた。固有値解析で得られる固有ベクトルとk-means法を組み合わせることで、近似的に比率カットサイズを最小化する

分割が示され、この境目が大規模災害時に分断される危険性が相対的に高い部分であると推定される。また、モジュラリティを計算し、分割したサブネットワークの質を評価し、複雑な大規模ネットワークでは、複数分割することが合理的であることを示した。サブネットワークの部分モジュラリティも計算し、サブネットワークごとの脆弱性について考察を行った。このように、固有値解析を用いたネットワークの複数分割は大規模なネットワーク脆弱性評価のために合理的で有益な情報を与えると考えられる。

今後の展望について述べる。まず、既往研究で示されているいくつかの分割手法による分割と、本稿で示した分割の比較を行い、それぞれの有用性などについて議論する必要があると考えている。次に、本稿では、リンク距離による重み付けを行ったが、他にも、交通容量や道路そのものの脆弱度などの情報を組み込むことで、より実用的なネットワーク脆弱性評価に繋がると考えられる。このような複数の情報を、いかに一つの統合された重みとして導入するかは大きな課題である。さらに、この重みは分析者側が任意に決定できるものであるが、重みの値の変化がどの程度分割結果に影響を与えるかという指標を示しておくことは極めて重要であると考えており、この点についても引き続き研究を進めたい。

**謝辞：**本研究の一部は国土交通省新道路技術会議において採択され、国土交通省国土技術政策総合研究所の委託研究により実施したものである。ここに記して感謝いたします。

### 参考文献

- 1) 瀬戸裕美子・倉内文孝・宇野伸宏：脆弱性の概念を用いた道路網接続性評価に関する研究，土木計画学研究・講演集，Vol. 37，CD-ROM，2008
- 2) 瀬戸裕美子，宇野伸宏，塩見康博：非重複経路数を考慮したアクセシビリティ指標に基づく医療施設配置計画，土木学会論文集 D3，Vol. 67，No.5，pp. 57-68，2011.
- 3) 中山晶一郎：ネットワークレベルでの道路交通の信頼性研究の諸相・展望とその便益評価の一考察，土木学会論文集 D，Vol. 67，No. 2，pp. 147-166，2011.
- 4) M. G. H. Bell, F. Kurauchi, S. Perera, W. Wong: Investigating transport network vulnerability by capacity weighted spectral analysis, *Transportation Research Part B*, Vol. 99, pp. 251-266, 2017.
- 5) 中南孝晶・中山晶一郎・小林俊一・山口裕通：固有値解析による固有ベクトルを利用した緊急輸送道路ネットワークの脆弱性評価，第 23 回交通流と自己駆動粒子系シンポジウム論文集，pp. 51-54，2017.

- 6) 明光就平・倉内文孝・安藤宏恵：Spectral Partitioning を用いた道路ネットワークの接続性評価，土木計画学研究・講演集，Vol.55，CD-ROM、2017.
- 7) 若林桂汰・小林俊一・中山晶一郎：固有ベクトル中心性の概念を拡張したネットワーク分割手法の提案，土木計画学研究・講演集，Vol.56，CD-ROM、2017.
- 8) Fiedler. M：Algebraic connectivity of graphs, *Czechoslovak Mathematical Journal*, Vol.23, pp. 298-305, 1973.
- 9) Luxburg, U.：A tutorial on spectral clustering, *Statistics and Computing*, Vol.17, pp. 395-416, 2007.
- 10) Lutkepohl, H.： *Handbook of Matrices*, Chichester: Wiley, 1997.
- 11) 矢久保考介：複雑ネットワークとその構造，共立出版，東京，2013.

(2018.7.31受付)

MULTIPLE PARTITIONS OF THE EMERGENCY TRANSPORTATION  
ROAD NETWORK FOR CONNECTIVITY ASSESSMENT

Takaaki NAKAMINAMI, Shoichiro NAKAYAMA, Shun-ichi KOBAYASHI and  
Hiromichi YAMAGUCHI