ネットワーク上に構成する木構造を利用した道路網の緊急復旧ルート選定に関する一考察

Tran Thanh Hai[1]・小林 俊一[2]・坪川 秀太朗[3]・中山 晶一朗[4]・山口 裕通[5]

[1]金沢大学学生　理工学域環境デザイン学類 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)
[2]正会員　博士　(工)　金沢大学准教授　理工学研究域地球社会基盤学系 (同上)
E-mail: koba@se.kanazawa-u.ac.jp
[3]金沢大学大学院生　自然科学研究科環境デザイン学専攻 (同上)
[4]正会員　博士　(工)　金沢大学教授　理工研究域地球社会基盤学系 (同上)
E-mail: nakayama@staff.kanazawa-u.ac.jp
[5]正会員　博士　(工)　金沢大学特任助教　理工研究域地球社会基盤学系 (同上)

地震，水害，雪害などの災害により複数のリンクが通行不能となったため，道路網が分断されて機能を果たせず所期の目的を果たせない事例が発生している．避難活動，緊急支援活動，復興活動を迅速に果たすためには，道路網の早期復旧が必要であることは言うまでもない．特に災害直後には，まず何らかの経路で全てのノードへの接続性を確保することが道路網に要求される最低限の性能である．本論文では，道路網の複数リンクが通行不能のために分断された状態を想定し，各ノードへの接続性確保に必要となる緊急復旧リンクの選定を取り上げる．この際にネットワーク上に構成される木構造を利用し，Kruskal の最小木アルゴリズムや最短経路計算の Dijkstra 法を応用した緊急復旧ルートの選択について，その計算手法を議論する．

Key Words: *Road network, Tree structure, Kruskal's algorithm, Dijkstra's algorithm, recovery route*

1. 緒言

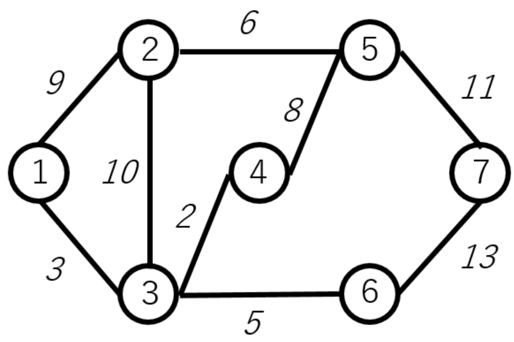
地震，津波，水害，雪害などの災害により複数のリンクが通行不能になれば，道路網に障害が発生し，その所期の目的を果たせないことは過去の大規模な自然災害の事例を通しても明らかである．避難活動，緊急支援活動，復興活動を迅速に果たすためには，まず道路網の早期復旧が必要であることは言うまでもない．復旧戦略は，獲得情報の精粗，要求される活動や物資などが時系列で変化するため，それぞれのフェイズに応じた作業が必要となる．例えば罹災直後には，罹災状況そのものの情報が不正確であるが，投入できる人的物的リソースの許す範囲でとにかく復旧可能な箇所から対応せざるを得ない．また情報，要求される活動については事例ごとに大きく異なることが予想される．さらに，日々更新される情報に応じて柔軟に対応を修正する必要があることは言うまでもない．

さて，災害直後には，まず何らかの経路で全てのノードへの接続性を確保することが道路網に要求される最低限の性能である．最低限の接続性を数理的に評価するためには，グラフ理論における木構造の概念が有用である．グラフ上のいくつかのリンクを用いて，閉路（ループ）がない状態で全てのノードについて接続性が確保される構造を木という．したがって，ともかく何らかの経路で全てのノードへの接続性を確保することは，グラフ上で木構造を構築することを意味する．

被災直後に緊急で行う復旧活動や，その救援ルートを確保するための道路啓開については，ネットワークに木構造を形成することと親和性が高い．例えば，東日本大震災直後に国土交通省によって実施された「くしの歯作戦」[1)] は，道路啓開のリソースが供給可能な地点から各地域の重要地点に向けて木構造を構成するステップと見ることもできる．

一般に，復旧に使用できるリソースには制約があることは言うまでもない．例えば使用できる機材や資材は有限で，同時作業に取り掛かれる件数は限られている．また復旧活動には時間軸の概念も重要である．被災施設の種類や被害規模に応じて復旧には必要な時間も異なる．これらの制約条件は，機能回復を目指した復旧計画においては本質的かつ重要である．しかし，道路網がいくつかの部分領域で切断されている状態では，まず何らかの形でつなげることに意味があると思われる．

そこで本論文では，道路網の複数リンクが通行不能のために分断された状態を想定し，各ノードへの接続性確保に必要となる緊急復旧リンクの選定を取り上げ，グラフ理論の木構造に基づいてその選定を行う数理的な手法について議論する．



図–1 Kruskal のアルゴリズムを説明する例題

2. 木構造を求める計算手法

(1) 最小木問題に関する Kruskal のアルゴリズム

本論文では無向グラフを対象とする．ネットワークは位置を表すノード，それらを接続するリンクで表現される．各リンクの情報として，リンク番号のほかに始点ノード番号，終点ノード番号およびリンクの重みとしてリンク長を用いる．

木構造とはネットワークに属するいくつかのリンクを選択し，閉路（ループ）がない状態で全てのノードについて接続性を確保されている構造のことである．それらの木の中でリンク長合計が最小となるものを最小木という．

Kruskal（クラスカル）のアルゴリズム[2)]は，貪欲法の一種でネットワークの最小木を求めるアルゴリズムである．木構造を構成するリンクのメンバーシップを求める際に，リンク長の短いものから長いものを順に照査し，当該リンクがループを発生しないことが確認できれば最小木メンバーに追加する．このようにして部分木を更新し，最終的に最小木を求める．

またループの判定については部分木集合を導入し，照査するリンクの始点ノードと終点ノードが異なる部分木集合に属している場合にのみ，最小木メンバーに追加した上で部分木集合情報をマージして更新する．部分木集合は到達可能な代表ノードを表す集合で，その元は代表ノードが属する部分木から到達可能な全てのノード番号である．初期値では，到達可能な代表ノードに属する到達可能なノードは自分自身のみであり，元の数は 1 である．部分木集合情報のマージでは，元の数の多い方の集合にマージする．

以下，**図-1** の例を用いて Kruskal のアルゴリズムを説明する．丸の中の数字はノード番号，リンク横の数字はリンク距離を表す．

まず初期状態の情報を**表-1** に示す．1 ステップ目はノード (3, 4) 間の最短リンク長リンクについてループの可能性を照査する．このときノード 3, 4 の部分木集合は異なるので，このリンクを木のメンバーに加えてもループは生じない．このようにして更新した情報を**表-2** に示す．元の数が同じ場合，部分木集合に関する情報はどちらに更新してもよい．表中には照査したリンクの始終点番号を水色セルで，また書きかえた情報を黄色セルに示す．

続いて 2 ステップ目はノード間 (1, 3) 間の 2 番目に最短のリンクについてループの可能性を照査する．このときノード 1, 3 の部分木集合は異なるので，このリンクを木のメンバーに加えてもループは生じない．一方，部分木集合 3 の方が元の数が多いので，部分木集合 1 をマージする．このようにして更新した情報を**表-3** に示す．部分木集合 3 の元の数がマージされる部分木集

表–1 初期状態の情報（例題）

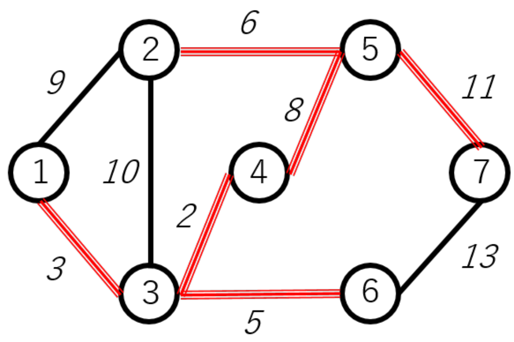
ノード番号	部分木集合	元の数
1	1	1
2	2	1
3	3	1
4	4	1
5	5	1
6	6	1
7	7	1

表–2 1 ステップ終了後の情報（例題）

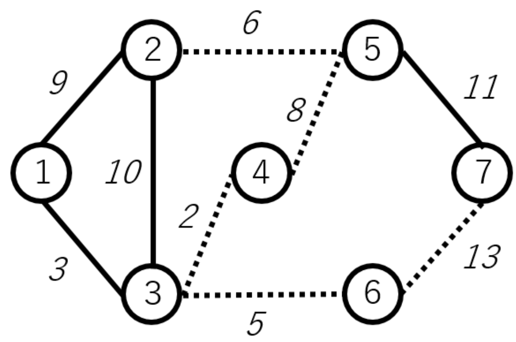
ノード番号	部分木集合	元の数
1	1	1
2	2	1
3	3	2
4	3	2
5	5	1
6	6	1
7	7	1

表–3 2 ステップ終了後の情報（例題）

ノード番号	部分木集合	元の数
1	3	3
2	2	1
3	3	3
4	3	3
5	5	1
6	6	1
7	7	1



図–2 Kruskal のアルゴリズムで得られた最小木



図–3 通行不能リンクを含む例題

合 1 の元の数（今回は 1）だけ増加していることに注意する．

これをリンク長さの昇順に全てのリンクについて照査すると，最終的に**図-2** に示す最小木が得られる．図中の赤い三重線の部分が最小木を構成するリンクである．

(2) Dijkstra 法による最短経路計算

Dijkstra（ダイクストラ）法[3] は始点ノード s を与えたとき，そこから他の全てのノードへの最短距離と最短経路を求める方法である．得られた最短経路は始点ノード s を根とする木構造となる．各ノード i について始点からの最短距離 $d(i)$，始点ノードを含む部分木集合 S のメンバーシップ $m(i)$ および上流側ノード番号 $prev(i)$ を定義する．変数の初期値として，最短距離は十分大きな値，メンバーシップは始点ノードは"true"，それ以外は"false"．また上流側ノード番号はゼロを与えておく．

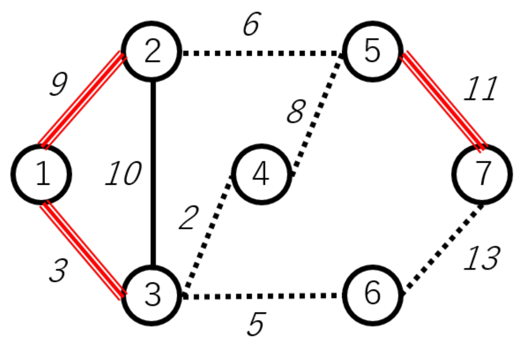
第 1 ステップでは，始点ノードに接続するリンクのリンク長に基づき，最短距離 $d(i)$ と上流側ノード番号 $prev(i)$ を更新する．その上で，$d(i)$ の最小値を与えるノード番号 i^* を探す．このノード i^* を集合 S のメンバーに追加し，$m(i^*)$ を"true" に更新する．

後続ステップでは，新規に集合 S に加わったノード i^* に接続するリンクを調べ，リンク先のノード u までの最短距離 $d(u)$ が短縮される場合は最短距離 $d(u)$ を更新し，上流側ノード番号も $prev(u) = i^*$ と更新する．その上で，集合 S に含まれないノード（$m(i) ='' false''$）のうち，最短距離 $d(i)$ が最も小さなノードを探す．そして，このノードを集合 S のメンバーに追加する．

以下同様の操作を繰り返すことによって，全てのノード i について，始点ノード s からの最短距離 $d(i)$ と最短経路上の上流側ノード $prev(i)$ が求められる．

表–4 通行可能リンクに Kruskal 法を適用した結果

ノード番号	部分木集合	元の数
1	3	3
2	3	3
3	3	3
4	4	1
5	7	2
6	6	1
7	7	2



図–4 通行可能リンクで構成される部分木

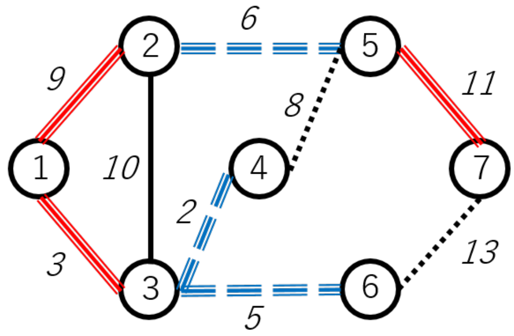
3. ネットワーク上の木構造の応用

(1) 複数リンクが途絶した場合の道路網分断状況の評価

先ほどと同じ例題を用いて，**図-3** に示すように幾つかのリンクが通行不能である状態を考える．図中の破線部分が通行不能リンクである．この問題に対して貪欲法に基づく Kruskal のアルゴリズムを適用する．まず通行可能リンクのみについて，昇順でループ生成の可能性を照査する．そうすると**表-4** に示すように，部分木集合は 3, 4, 6, 7 の 4 種類なので，4 つの部分木が得られることが分かる．これを図示すると**図-4** となる．赤色 3 重線のリンクは複数のノードを含む部分木に所

表–5 通行可能リンク，通行不能リンクの順に Kruskal 法を適用した結果（例題）

ノード番号	部分木集合	元の数
1	3	7
2	3	7
3	3	7
4	3	7
5	3	7
6	3	7
7	3	7



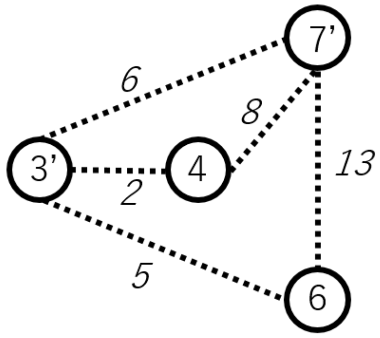
図–5 通行可能リンク，通行不能リンクの順に Kruskal 法を適用して得られた木構造

属するリンクである．部分木の中には元の数が 1，すなわち自分自身のノードのみで孤立している場合もある．この図からも本例題ではネットワークが 4 の部分木に分けられていることが理解できる．

一般に，通行不能リンクが複数生じる場合，ネットワーク全体の接続性が失われていくつかの部分領域に分断される可能性がある．この部分領域の数を調べるためには，ネットワークの隣接行列と次数行列から定義されるラプラシアンを用いて，その固有値解析で得られるゼロ固有値の数から求めることも可能である．しかし，本例題で示したように，最小木の Kruskal のアルゴリズムを援用する方法は簡単なので，分割された部分領域数を容易に計算できる利点がある．

(2) 貪欲法による復旧リンク長最小となる復旧リンクの選択

つぎに，さらに通行不能リンクについてリンク長の昇順に Kruskal のアルゴリズムを援用し，ループ生成の可能性を照査する．通行不能リンクのうちリンク長の小さい方からノード $(3, 4)$ 間, $(3, 6)$ 間, $(2, 5)$ 間のリンクの順に照査したところ，**表-5** に示すようにノード $(2, 5)$ 間のリンクを照査した時点で全体木が形成された．表中の緑のセルは照査したリンクの始終点ノード，黄色



図–6 通行可能リンクによる部分木を仮想ノードに集約したネットワーク

のセルはループ生成の照査結果を反映して書きかえた情報である．

最終的に得られた木構造を**図-5** に示す．同図中，赤色の 3 重線は通行可能リンクのみで構成した部分木に所属するリンク，青色の破線三重線は全体木のうち復旧リンク長の合計を最小とするような全体木に所属する復旧リンクである．

再度，通行可能なリンクで構成される部分木を表した**図-4** を取り上げる．ここで**表-4** を参考にして，部分木を一つの仮想的なノードに集約する．仮想ノードに集約したネットワークを**図-6** に示す．同図では，部分木集合 3 の元であるノード 1, 2, 3 を仮想ノード $3'$ に，また部分木集合 7 の元であるノード 5, 7 を仮想ノード $7'$ に集約している．すると，本節で取り上げた復旧リンク長最小の部分木問題は，**図-6** に示すネットワークの最小木問題に他ならないことが分かる．

(3) 部分木からの最短経路探索を利用した復旧リンクの選択

前節では通行可能リンクによる部分木は仮想ノードに集約できることを示した．これを Dijkstra 法のように最短経路長を探索する立場で見れば，部分木の元であるノード間をリンク長 0 の仮想リンクで接続すると考えることも可能である．

さらに，通行不能リンクの重みとして実リンク長に代わって，リンクの修復性パラメータ（正の数で，大きいほど修復が難しいことを表すパラメータ）を重みとして採用することも可能である．もちろん，リンクを修復する必要がない通行可能リンクは修復性パラメータが 0 である．

ここで，もし道路リンクの緊急復旧の拠点となるノードが決められれば，そのノードを始点ノード，また修復性パラメータをリンクの重みに採用したネットワークについて Dijkstra 法による最短経路探索を行うことも可能である．このとき得られる解は，緊急復旧リンク

として採用されるリンク，および始点ノードからの枝構造を辿ることによって得られる，各ブランチにおける復旧順序である．一方で，どの枝から優先的に復旧を行うべきか，また限られたリソースをどのように配分すべきか，といった課題については，優先順位を決めるポリシーや使用可能なリソースに関する制約条件が不十分であるために，本手法だけでは決められない事に注意する．

4. 結言

本論文では，道路網の緊急復旧ルート選定について，ネットワークの木構造を利用した定量的評価手法について検討した．提案する評価手法はいずれも 2 段階で構成されており，第 1 段階は通行可能リンクに対する分析，第 2 段階は通行不能リンクに対する分析である．得られた知見を以下にまとめる．

道路網分断状況の評価 第 1 段階として，通行不能リンクを含む道路網について，通行可能リンクに対して Kruskal 法による最小木探索を行えば，複数の部分木が得られる場合がある．これは道路網の接続性が完全には満足されておらず，道路網がいくつかの部分に分断されていることを意味する．得られる解は，部分木集合とその元の数であり，部分木集合の個数だけ道路網が分断されていることを意味する．また元の数の少ない部分木集合は孤立していると言える．

通行可能リンクで構成される部分木の集約 第 1 段階の結果に基づき，得られた部分木をそれぞれ仮想的なノードに集約すること，あるいはある部分木に属するすべての元（ノード）どうしのリンクについて重みをゼロにすることなどを利用すると，第 2 段階で行う緊急復旧ルート選定が見通し良くなることがある．

復旧リンク長の合計が最小となる復旧リンクの選択 第 1 段階に引き続き，第 2 段階として通行不能リンクに対して Kruskal 法を適用すると，復旧リンク長の合計が最小となる復旧リンクを選定する最小木問題となる．また，この最小木問題は部分木を仮想的なノードに集約したネットワークを用いても同じ答えが得られる．

修復性パラメータ 第 1 段階に引き続いて，部分木集合内部のリンクについては重みがゼロ，また通行不能リンクの重みとして修復性パラメータを導入したネットワークを検討することも可能である．修復性パラメータは非負の数で，大きいほど修復が困難なことを意味する．

最短経路探索と復旧順序 ある始点ノードが与えられるとすれば，Dijkstra 法による最短経路探索によって，修復性を考慮した緊急復旧ルートの選択が可能である．また各枝について上流側から下流側への接続関係を調べることで，その復旧順序についても解が得られる．一方で，優先する枝の選定やリソースの配分については，さらに優先順位を決めるポリシー等の情報が必要である．

本研究は未だ思考実験の段階である．今後の課題として，実道路網を使った数値実験を行い，提案手法の特徴について理解を深める必要がある．

謝辞: 本研究の一部は，国土交通省国土技術政策総合研究所の委託研究により実施したものである．ここに記して謝意を表する．

参考文献

1) 啓開「くしの歯」作戦：国土交通省東北地方整備局 震災伝承館: http://infra-archive311.jp/s-kushinoha.html, 2018 年 7 月 27 日アクセス．
2) Kruskal, J.B.: On the Shortest Spanning Subtree of a Graph and the Traveling Salesman Problem, Proc. of the AMS, Vol. 7, No. 1, pp. 48-50.
3) Dijkstra, E.W.: A note on two problems in connexion with graphs, In Numerische Mathematik, Vol. 1, pp. 269-271, 1959.

(2018. 7. 31 受付)

A STUDY ON A SELECTION OF EMERGENCY RECOVERY ROUTES BASED ON TREE STRUCTURES ON A NETWORK

Tran Thanh HAI, Shun-ichi KOBAYASHI, Shutaro TSUBOKAWA, Shoichiro NAKAYAMA and Hiromichi YAMAGUCHI