

供用開始時点（補修時点）に関する 不完全データを用いた橋梁劣化予測： ベトナムを対象として

大迫湧歩¹・小林潔司²・田村敬一³・堀舜揮⁴・安部倉完⁵・Nguyen Dihn Thao⁶

¹学生会員 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻（〒 615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂）

E-mail: oosako.yuuho.86n@st.kyoto-u.ac.jp

²フェロー会員 京都大学経営管理大学院（〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町）

E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

³正会員 京都大学経営管理大学院（〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町）

E-mail: ke-tamura@gsm.kyoto-u.ac.jp

⁴非会員 アビームコンサルティング株式会社（〒 100-0006 東京都千代田区丸の内 1 丁目 4 番 1 号丸の内永楽ビルディング）

E-mail: shhori@abeam.com

⁵非会員 株式会社パスコ（〒 153-0043 東京都目黒区東山一丁目 1 番 2 号）

E-mail: kaarnu7441pasddco.jp

⁶非会員 University of Transport and Communications (3-Cau Giay, Lang Thuong, Dong Da, Hanoi, Vietnam)

E-mail: dinhthao200277@yahoo.com

開発途上国に橋梁マネジメントを導入する場合、1) 既存インフラに関するインベントリーデータが整備されていない、2) 目視点検に関するデータが蓄積されていない、という問題がある。橋梁マネジメントを導入するにあたり、はじめて目視点検を実施する機会が多いが、従来の方法論では目視点検の十分な蓄積がなければ統計的劣化予測を行うことはできない。ただし、橋梁の建設・補修時点に関するデータが入手可能であれば、建設直後・補修直後の健全性を仮定することによって劣化過程のモデル化が可能である。しかしながら、一部の橋梁の建設・補修時点に関する情報が獲得可能でない場合も少なくない。本研究では、橋梁のそれらの情報の一部が欠損しているようなデータベースを用いて、橋梁の劣化予測モデルを推計する方法論を提案する。さらに、ベトナムの橋梁を対象とした実証分析を通じて、本研究で提案した方法論の有効性について考察する。

Key Words : BMS, imperfect information, inauguration timing, Markov chain model, Vietnam

1. はじめに

世界銀行やアジア開発銀行等の地域開発銀行等によるイニシアティブにより、開発途上国においても舗装や橋梁に関するアセットマネジメントの導入が進められている。たとえば、本研究の対象とするベトナムにおいては、橋梁の目視点検の結果をデータベース化するとともに、橋梁の健全度評価を実施し、橋梁の大規模更新・補修の優先順位を決定している。しかしながら、目視点検データの蓄積が十分ではなく、劣化速度や劣化要因に関する分析は実施されていない。また、劣化曲線に関する情報がないため、ライフサイクル費用評価に基づいた橋梁マネジメント計画を立案する段階に到達していないのが実情である。

橋梁マネジメントでは、目視点検データ等に基づいて橋梁の劣化予測を行い、ライフサイクル費用を最小にするような補修政策を分析することが重要な課題の一つである。近年、マルコフ劣化ハザードモデル等の統計的劣化予測手法が発展し、劣化予測モデルの推計

精度や実データへの適応性が飛躍的に向上した。さらに、マルコフ劣化ハザードモデルを搭載したアセットマネジメントシステムが構築され、アセットマネジメントの戦略レベルの意思決定に有用な情報の提供が可能であることが実証的に示されている。

近年、多くの開発途上国においてインフラストラクチャ（以下、インフラと呼ぶ）の整備が進展しているが、インフラのアセットマネジメントが十分に機能しているとは言い難い。開発途上国におけるインフラのアセットマネジメントを発展させるにあたり、1) 既存インフラに関するインベントリーデータが整備されていない、2) 目視点検に関するデータが蓄積されていない、という問題がある。橋梁マネジメントを導入するにあたり、複数回の点検によるデータの蓄積は必要不可欠であるが、実際はまだ行われておらず、1回目の目視点検を実施されただけの場合も多い。ただし、橋梁の建設時点や補修時点に関するデータが入手可能であれば、それらの時点の健全度を仮定することにより、統計的劣化予測モデルを用いて劣化過程を推計するこ

とが可能である。しかしながら、本研究の対象とするベトナムのように、一部の橋梁については建設時点に関する情報がない、さらに補修時点に関してはその履歴が全く残されていない場合も少なくない。

以上の問題意識に基づいて、本研究では、1 回の目視点検結果と建設・補修時点に関する情報を用いて橋梁の劣化予測モデルを推計する方法論を提案する。その際、橋梁の建設・補修時点に関する情報が不完全である状況を想定し、供用開始年が不明な橋梁については供用開始年が分かっている橋梁の建設時点の分布を用いて建設時点、補修時点に関しては補修の有無、実施可能性期間の事前情報を元に補修時点の分布を仮定し、かつ同時に劣化予測モデルを推計する方法を提案する。以下、2. では、本研究の基本的な考え方を説明する。3. では、建設・補修時点の情報を用いたマルコフ劣化ハザードモデルを定式化する。4. では、モデルのベイズ推定方法について記述する。5. においては、ベトナムの橋梁を対象とした分析結果について考察する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既往研究の概要

アセットマネジメントにおいては蓄積された目視点検データから劣化過程をモデル化する統計的劣化モデルが発展している³⁾⁻⁵⁾。とりわけ、橋梁マネジメントにおいては、PONTIS に代表される橋梁マネジメントソフトウェアでは、劣化予測のためにマルコフ連鎖モデルが採用されている。しかし、目視点検データには様々な不確実性が介在する。このために、目視点検データに基づいたマルコフ連鎖モデルの推計方法に多くの課題が残されていた。これに対して、津田等は 2 つ以上の任意の健全度間における推移状態を表現する多段階階級ハザードモデル（マルコフ劣化ハザードモデル）を開発し、マルコフ推移確率を推計する一般的な方法論を提案した³⁾。マルコフ劣化ハザードモデルでは、劣化速度を表すハザード率を構造特性・使用・環境条件等を用いて記述することができる。しかし、橋梁の平均的な劣化特性の差異を表現するような要因を説明変数として取り上げることができるが、それぞれの橋梁に固有な劣化条件の異質性を表現できないという限界があった。そこで小濱等は、管理対象となる橋梁群に固有な劣化速度の異質性を表現する混合マルコフ劣化ハザードモデル⁶⁾を提案している。例えば、初期施工時における施工技術や施工状態、材料の質などのように代表的な劣化要因を表す説明変数では表現できない施設グループ固有の要因が介在する。混合マルコフ劣化ハザードモデルでは、代表的劣化説明変数では記述できないシステム的な要因に基づく劣化速度の変動を異

質性パラメータを用いて表現する。すなわち、個別ハザード率を、異質性パラメータと標準ハザード率を用いて、

健全度別劣化速度（個別ハザード率）

$$= \text{異質性パラメータ} \times \text{健全度別標準ハザード率} \quad (1)$$

と定義する。異質性パラメータは評価単位となる施設グループに固有な要因を表すパラメータであり、施設グループ内では共通の値を有すると考える。混合マルコフ劣化ハザードモデルは、高度な非線形性を有しており、最尤法による推計が困難であった。しかし、マルコフ連鎖モンテカルロ法（以下、MCMC 法）の発展に伴い、ハザードモデルを用いた各種の劣化予測モデルを推計することが可能になった。混合マルコフ劣化ハザードモデルに対しても、階層ベイズ推計手法を用いた推計方法⁷⁾が提案され、モデルの未知パラメータと異質性パラメータを同時に推計できるようになった。具体的には、階層ベイズ推計法では異質性パラメータの事前分布を設定し、ベイズの定理より、観測情報に基づく尤度関数と未知パラメータの事前分布から異質性パラメータの事後分布を算出する。未知パラメータの事前分布形状を決めるパラメータに対しても事前分布を設け、これらの未知パラメータの事後分布を求めることにより、異質性パラメータと未知パラメータの事後分布をベイズ推計を用いて同時に算出することが可能となった。

以上を踏まえ、本研究では対象としている橋梁の 1) 供用期間年に関するデータの一部のデータが欠損している状況、2) 補修の有無に関する情報以外に確定的な情報が存在しないような状況を考える。1) に関しては橋梁の建設時点に関する確率分布に関する情報が入手可能であれば、建設時点をその確率分布から標本抽出することにより、データの欠損を補うことができる。2) に関してはその補修が実施された可能性が高い期間についての情報を入手することができれば、その期間の中で確率分布を仮定し、そこから標本抽出することで補修時点を推定し、劣化予測結果の補正を行うことができる。このような観点から、本研究では階層ベイズ法⁷⁾の中に、建設・補修時点に関する情報を潜在変数として標本サンプリングする方法論を開発する。このような拡張により、建設・補修時点に関する不完全なデータベースからも劣化予測モデルを推計することが可能となる。

(2) ベトナムにおける橋梁マネジメント

世界銀行やアジア開発銀行、JICA 等の融資によりインフラ整備を進める開発途上国では、これらの国際機関や地域開発銀行等の要請によりアセットマネジメントの

表-1 VBMS のモジュール構成

橋梁インベントリ データモジュール (Inventory Module)	橋梁点検 モジュール (Inspection Module)	橋梁補修計画作成 モジュール (Planning Module)	管理モジュール (Administration Module)
<ul style="list-style-type: none"> ・橋梁アセットデータの保存, 編集, 更新機能 ・データ統計処理機能 ・データ検索機能 ・報告書作成機能 ・DRVN 組織間での情報交換機能 	<ul style="list-style-type: none"> ・橋梁点検データの登録, 編集, 更新機能 補修工事数量算定機能 	<ul style="list-style-type: none"> ・補修・架替優先順位の算定 ・Bridge Condition Index (BCI) Probability of failure P ・費用算定・平準化機能 ・優先順位リストの作成 	<ul style="list-style-type: none"> ・システム管理 ・アクセス管理

導入を進めている。本研究の実証分析の対象とするベトナムも例外ではなく、すでに橋梁マネジメントシステムを導入している。同国では、1990年代後半から橋梁マネジメントの導入を開始した。2004年には、英国で開発された橋梁マネジメントソフトウェア「BridgeMan」を導入した。2005年には、JBICハイウェイセクターローン『国道・省道橋梁改修事業フェーズI』のComponent-Bにおいて、「BridgeMan」を中核とする Vietnam Bridge Management System (以下、VBMS と呼ぶ) の開発に着手し、2014年にはVBMSの運用を開始した。ベトナム国の運輸交通省道路総局 (DRVN: Directorate for Roads of Vietnam) が開発したVBMSは、表-1に示すように、4つのモジュールで構成されている。これらの4つのモジュールの中で、橋梁補修計画作成モジュールはDRVN職員のみアクセス可能となっているが、その他のモジュールは職員でなくとも権限を持ったユーザーがアクセスできるシステムとなっている。また、インターネットを利用したウェブ運用システムを用いることにより、地方管理局や管理事務所からもアクセスが可能となっている。ベトナムの歴史を反映し、ベトナムでは多様な形式の橋梁が整備されており、橋梁の中には供用年度や設計図が不明なものも多い。また、目視点検データが蓄積されておらず、劣化予測モデルが困難であると判断された。このため、VBMSでは劣化予測に代わって、橋梁健全度指数や対策必要性確率をスコア方式で算定し、補修・架替の優先順位を算出する方式を採用している。その際、橋梁健全度の指数化にあたり、BCI (Bridge Control Index) を採用している。BCI指標は、橋梁定期点検データを基に算定される。BCI指標は100点満点で評価され、損傷が大きいほど指標値が小さくなる。また、橋梁ごとに補修・架替が必要となる確率を計算する点に特徴がある。橋梁劣化の影響要素ごとに対策が必要となる確率を算定し、評価項目別の重み係数を掛け合わせ、総合確率(P)を算定する。この総合確率に基づいて橋梁の補修の優先順位を決定している。

DRVNは管理する直轄国道の橋梁に関する目視点検

を2014年度から実施した。現状では、橋梁補修の優先度評価にとどまっておらず、橋梁マネジメントの高度化が課題となっている。同国における橋梁アセットマネジメントにおいて、目視点検を過去1回のみ実施した段階であり、ライフサイクル費用評価等に必要となる劣化予測モデルが作成できていない。このため、ライフサイクル費用評価に基づいた補修戦略の最適化や中長期的な橋梁の維持補修、大規模更新計画の策定が重要な課題になっている。ただし、筆者らが開発したマルコフ劣化ハザードモデルを用いれば、直近の点検時点における健全度と建設・補修時点からの経過年数に関する情報があれば、劣化予測モデルを推計することが可能である。ベトナムをはじめ、多くの開発途上国においては、過去の植民地支配の影響もあり、多様な設計標準に基づいた橋梁が混在しているという問題がある。とりわけ、ベトナムでは、地域や建設時点により、橋梁の設計標準や施工方法が多様に異なる。しかし、残念ながら、個別橋梁の設計図書や設計仕様に関する情報が残されておらず、いくつかの橋梁を地域や年代等によりグループ化することにより、グループごとに橋梁の劣化特性や維持・補修上の課題を検討せざるを得ない。本研究では、このようなグループごとの劣化特性を検討するにあたり、グループごとの劣化速度の異質性をモデル化できる混合マルコフ劣化ハザードモデルの適用を試みる。これにより、グループごとの劣化速度の相対比較が可能となる。

さらに、同国の橋梁データベースが有する問題点として、橋梁の建設時点に関する情報が欠損している点が挙げられる。筆者らのDRVNにおけるヒアリング調査に基づけば、建設時点に関するデータの欠損は、必ずしもある特定の期間を対象としたシステムの欠損ではなく、最近に建設された橋梁を含みランダムに発生していることが判明している。このため、本研究ではベトナムにおける建設時点が既知の橋梁の年次分布を用いて、供用開始年に関する情報欠損の問題を補完することとした。供用開始時点に関するデータの欠損は、多くの開発途上国でも起こりうる共通する課題である。

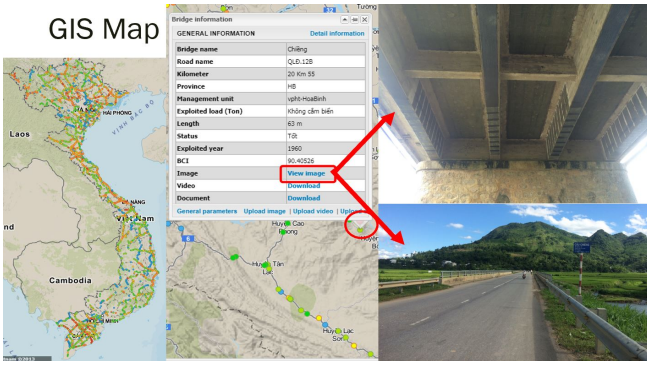


図-1 GISMap

上記の操作によって劣化予測モデルの推計は可能となるが、モデルの推計を通して得られる劣化予測結果は現実値と乖離している場合が多い。その一つの原因として、建設時点から直近の点検の間に補修が行われたために劣化予測値が過大評価されている可能性が考えられる。橋梁の補修は開発途上国においても実施されており、同国も例外ではない。よって、補修時点を考慮に入れることで劣化予測値を補正することができれば、多くの国で劣化予測をもとにしたアセットマネジメントシステム実装の実現に前進に大きく貢献することができる。現在では点検が行われた場合、点検記録を実際の写真を付して記録する場合が多い。ベトナムも同様であり、DRVN が提供する GIS システム (図-1) では点検時の橋梁の状態を写真を通して確認することができる。そこで本研究では、橋梁の補修の有無、その補修タイプについての情報を既知として考える。補修が確認された橋梁の中で、各補修方法の実施可能性期間、その期間における補修時点に関する年次分布を仮定することで補修時期に関する情報欠損の問題を補完することとした。データ欠損のメカニズムは、対象国によって多様に異なるが、本研究で提案する枠組みを拡張することにより、多様なデータ欠損の問題に対応できることを付記しておく。

3. マルコフ劣化ハザードモデル

(1) モデル化の前提条件

1 年を基本単位間隔とする離散的なカレンダー時間軸を考える。時間軸上の任意の時点を τ で表す。いま、ある橋梁部材に着目し、その部材の健全度をレーティング $i (i = 1, \dots, J)$ で表現する。レーティング j の値が大きくなるほど劣化が進行している。 J は、使用限界を意味する。カレンダー時間軸上の 2 つの時点 $\tau_A, \tau_B (\tau_A < \tau_B)$ の間におけるレーティング間の推移状態をマルコフ推移確率モデルを用いて記述する。時点 τ_A と τ_B の間隔は、1 年間に限らず任意の複数年の値をとりえる。任意の時点 τ におけるレーティングを状態変数 $h(\tau)$ を用

いて表す。このとき、マルコフ推移確率は、時点 τ_A で観測されたレーティング $h(\tau_A) = i$ を与件とし、将来時点 (例えば τ_B) においてレーティング $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付確率

$$Prob[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] = \pi_{ij} \quad (2)$$

として定義できる。当然のことながら、対象とする検査間隔が異なれば、推移確率の値は異なる。さらに、マルコフ推移確率に関して、

$$\left. \begin{aligned} \pi_{ij} &\geq 0 \quad (i, j = 1, \dots, J) \\ \pi_{ij} &= 0 \quad (i > j \text{ の時}) \\ \sum_{j=i}^J \pi_{ij} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

が成立する。状態 J は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{JJ} = 1$ が成立する。時点 τ_A から時点 τ_B の間に推移する確率は時点 τ_A におけるレーティングのみに依存するという性質 (マルコフ性) を満足すると仮定する。

(2) 混合マルコフ劣化ハザードモデル

分析対象とする橋梁群を K 個のグループに分割する。グループ $k (k = 1, \dots, K)$ には、合計 L^k 個の橋梁が存在する。グループ $k (k = 1, \dots, K)$ に固有なハザード率の特性を表すパラメータ (以下、異質性パラメータと呼ぶ) ε^k を導入する。このとき、グループ k の橋梁 $l^k (l^k = 1, \dots, L^k)$ のレーティング $i (i = 1, \dots, J - 1)$ のハザード率は、混合指数ハザード率

$$\lambda_i^{l^k} = \tilde{\lambda}_i^{l^k} \varepsilon^k \quad (4)$$

$$(i = 1, \dots, J - 1; k = 1, \dots, K; l^k = 1, \dots, L^k)$$

を用いて表せる。ここに、 $\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ はグループ k の橋梁 l^k が有するレーティング i の平均的ハザード率 (以下、標準ハザード率と呼ぶ) である。異質性パラメータ ε^k は、標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり、 $\varepsilon^k \geq 0$ が成立すると仮定する。異質性パラメータ ε^k の値が 1 より大きくなるほど、当該グループ k に含まれる橋梁の劣化速度が、標準ハザード率に対して速いことを表す。異質性パラメータ ε^k が、異質性パラメータが平均 1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布

$$f(\varepsilon^k | \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon^k) \quad (5)$$

から抽出された確率標本であると考え。ただし、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。

いま、グループ $k (k = 1, \dots, K)$ の異質性パラメータ ε^k の値を ε^k に固定する。このとき、グループ k に属する橋梁 l^k のレーティング i の寿命が z 以上となる確率は、指数ハザード関数を用いて、

$$\tilde{F}_i(z) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l^k} \varepsilon^k z) \quad (6)$$

と表せる. さらに, 時点 τ_A においてレーティングが i と判定され, 次の時点 $\tau_B = \tau_A + z$ においてもレーティングが i と判定される確率 $\pi_{ii}^{l^k}(z, \bar{\varepsilon}^k)$ は,

$$\pi_{ii}^{l^k}(z, \bar{\varepsilon}^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l^k} \bar{\varepsilon}^k z) \quad (7)$$

となる. また, 時点 τ_A と $\tau_B = \tau_A + z$ の間で, レーティングが i から $j (> i)$ に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}^{l^k}(z, \bar{\varepsilon}^k)$ は,

$$\begin{aligned} \pi_{ij}^{l^k}(z, \bar{\varepsilon}^k) &= \sum_{s=i}^j \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l^k}}{\tilde{\lambda}_m^{l^k} - \tilde{\lambda}_s^{l^k}} \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \bar{\varepsilon}^k z) \\ &= \sum_{s=i}^j \psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \bar{\varepsilon}^k z) \end{aligned} \quad (8)$$

$$(i = 1, \dots, J-1; j = i, \dots, J; k = 1, \dots, K^1; l^k = 1, \dots, L^k)$$

と表すことができる. ただし, $\tilde{\lambda}^{l^k} = (\tilde{\lambda}_1^{l^k}, \dots, \tilde{\lambda}_{J-1}^{l^k})$ である. また, $\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l^k})$ は,

$$\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) = \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l^k}}{\tilde{\lambda}_m^{l^k} - \tilde{\lambda}_s^{l^k}} \quad (9)$$

となり, 標準ハザード率のみの関数で表される. ここで, 異質性パラメータ ε^k が, 式 (5) に従って確率分布する場合, 平均的なマルコフ推移確率は

$$\tilde{\pi}_{ii}^{l^k}(z) = \int_0^\infty \pi_{ii}^{l^k}(z, \varepsilon^k) f(\varepsilon^k | \phi) d\varepsilon^k \quad (10a)$$

$$\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}(z) = \int_0^\infty \pi_{ij}^{l^k}(z, \varepsilon^k) f(\varepsilon^k | \phi) d\varepsilon^k \quad (10b)$$

と表すことができる. 上記の積分を行うことにより, 点検間隔 z の下でレーティング i からレーティング j へ推移する平均マルコフ推移確率は,

$$\tilde{\pi}_{ii}^{l^k}(z) = \frac{\phi^\phi}{(\tilde{\lambda}_i^{l^k} z + \phi)^\phi} \quad (11a)$$

$$\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}(z) = \sum_{s=i}^j \frac{\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l^k} \phi^\phi)}{(\tilde{\lambda}_s^{l^k} z + \phi)^\phi} \quad (11b)$$

と表される.

(3) 単一点検データとマルコフ推移確率

a) 建設時点が既知の場合 (補修無し)

開発途上国において橋梁アセットマネジメントを導入する場合, はじめて目視点検を実施することが少ない. しかし, 橋梁の建設・補修時点が明確な場合には, 建設・補修後の経過年数に関する情報を獲得することができる. いま, 対象とする橋梁群を建設・補修時点に関する情報の有無により分類する. まず供用開始年について, 供用開始年が既知のグループを A_{known} , 未知のグループを $A_{unknown}$ と表す. 次に, 補修時点について, データベースにおいて補修が確認されたグループを $A_{repaired}$, 確認されなかったグループを $A_{unrepaired}$

と表す. この段階では各グループに重複して存在する橋梁も存在する. ここからさらに以下の 3 つのカテゴリに分類する. 具体的には, 補修がなく, かつ建設時点が既知なグループ群 (カテゴリ κ_1) と補修がなく, かつ建設時点が未知なグループ群 (カテゴリ κ_2) と補修があるグループ群 (カテゴリ κ_3) という 3 つのカテゴリに分類する. カテゴリ κ_3 においては補修時点における情報と点検時に観測された健全度を用いて推計をおこなうため, 建設時点に関する情報は必ずしも既知である必要はない. このカテゴリとは別の指標として, 説明変数では表現できない劣化要因の異質性グループ $k (k = 1, \dots, K)$ が各カテゴリに含まれている.

カテゴリ κ_1 に含まれる橋梁に関しては $\kappa_1 = \{l^k (l^k = 1, \dots, L^k; k = 1, \dots, K) | l^k \in A_{known}, A_{unrepaired}\}$ と表され, 建設時点 $\tau_0^{l^k}$ に関するデータが入手可能であり, 時点 τ において目視点検が実施されたと考える. 記号 「 $\bar{\cdot}$ 」 は観測値であることを意味する. 建設後経過年数を $\bar{z}^{l^k} = \tau - \tau_0^{l^k}$ と表す. さらに, 目視点検で観測された施設の健全度を $\bar{h}^{l^k}(\tau) = j$ と表記する. 目視点検により観測された健全度に基づいて, ダミー変数 $\bar{\delta}_{\kappa_i, j}^{l^k} (j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K^1; l^k = 1, \dots, L^k; i = 1, 2, 3)$ を,

$$\bar{\delta}_{\kappa_i, j}^{l^k} = \begin{cases} 1 & (l^k \in \kappa_i \text{ かつ } \bar{h}^{l^k}(\tau) = j \text{ の時}) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (12)$$

と定義する. さらに, ダミー変数ベクトルを $\bar{\delta}_{\kappa_i}^{l^k} = (\bar{\delta}_{\kappa_i, 1}^{l^k}, \dots, \bar{\delta}_{\kappa_i, J}^{l^k})$, 橋梁の劣化特性や環境条件を表す特性ベクトルを $\bar{x}^{l^k} = (\bar{x}_1^{l^k}, \dots, \bar{x}_M^{l^k})$ と表す. ただし, $\bar{x}_m^{l^k} (m = 1, \dots, M)$ はグループ k の橋梁 l^k に関する m 番目の説明変数の観測値を表す. また, 第 1 番目の説明変数は定数項に該当する変数であり, 恒等的に $x_1^{l^k} = 1$ である. また, カテゴリ κ_1 の橋梁 l^k の点検サンプルの情報を $\bar{\xi}_1^{l^k} = (\bar{\delta}_{\kappa_1}^{l^k}, \bar{z}^{l^k}, \bar{x}^{l^k})$ と, 目視点検データ全体を Ξ_1 と表す. さらに, 橋梁 l^k の建設後経過年数 $[\tau_0^{l^k}, \tau]$ における劣化過程を混合指数ハザード率 $\lambda_i^{l^k} = \tilde{\lambda}_i^{l^k} \varepsilon^k (i = 1, \dots, J-1)$ を用いて表現する. 標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l^k} (i = 1, \dots, J-1; k = 1, \dots, K^1; l^k = 1, \dots, L^k)$ を特性ベクトル \bar{x}^{l^k} を用いて, 次式で表現する.

$$\tilde{\lambda}_i^{l^k} = \exp(\bar{x}^{l^k} \beta'_i) \quad (13)$$

ここで, $\beta_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,M})$ は未知パラメータ $\beta_{i,m} (m = 1, \dots, M)$ による行ベクトル, 記号 「 $'$ 」 は転置操作を表す. このとき, 建設後に期間 \bar{z}^{l^k} が経過した時点で点検した結果, 健全度が $\bar{h}^{l^k}(\tau) = j$ と判定される確率 $\pi_{ij}^{l^k}(\bar{z}^{l^k}, \varepsilon^k)$ は次式で表される. ただし, ここでは建設後の橋梁の健全性は最も高いと仮定し, 事前健全度

$\bar{h}^{lk}(\bar{\tau}_0) = 1$ としている.

$$\pi_{1j}^{lk}(\bar{z}^{lk}, \varepsilon^k) = \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{lk} \varepsilon^k \bar{z}^{lk}) \quad (14)$$

さらに, 未知パラメータ $\theta_1 = (\beta, \phi)$ と供用後経過年数 \bar{z}^{lk} を与件とした時に, 橋梁 l^k の点検時点の健全度が $\bar{h}^{lk}(\bar{\tau}) = j$ となる生起確率 (尤度) は

$$\begin{aligned} \ell_1^{lk}(j|\bar{z}^{lk}, \theta_1) &= \int_0^\infty \pi_{1j}^{lk}(\varepsilon^k|\beta, \bar{z}^{lk}) f(\varepsilon^k|\phi) d\varepsilon^k \\ &= \sum_{s=1}^j \frac{\psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{lk} \phi^\phi)}{(\tilde{\lambda}_s^{lk} \bar{z}^{lk} + \phi)^\phi} \end{aligned} \quad (15)$$

と表される.

b) 建設時点が不明の場合 (補修なし)

開発途上国の橋梁では, 橋梁が建設された時点が不明な場合も少なくない. このような橋梁に対しては, 目視点検情報 $\xi_2^{lk} = (\delta_{\kappa_2}^{lk}, \bar{x}^{lk})$ のみが得られている. 供用後経過年数に関しては, 橋梁のタイプからそれが建設された時間的範囲と, その期間中の各時点ごとの建設数の分布に関する情報が入手可能であると考えられる. 建設数の分布は構造形式や地域によってその属性が異なると考えられ, それらのグループを o ($o = 1, \dots, O$) と表す. カテゴリー κ_2 は $\kappa_2 = \{l^k (l^k = 1, \dots, L^k; k = 1, \dots, K) | l^k \in A_{unknown}, A_{unrepaired}\}$ で表され, 期間 $\omega^o = [\tau_{\omega_A}^o, \tau_{\omega_B}^o]$ の範囲内で建設され, その期間中の各時点 $\tau \in [\tau_{\omega_A}^o, \tau_{\omega_B}^o]$ に建設された確率分布が判明していると考えられる. 目視点検時点を $\bar{\tau}$ とすれば, グループ o の橋梁の供用後経過年数は集合 $v^o = \{\underline{Z}^o, \underline{Z}^o + 1, \dots, \bar{Z}^o\}$ において, 確率分布 $g^o(z)$ に従って分布することになる. ただし, $\underline{Z}^o = \bar{\tau} - \tau_{\omega_A}^o$, $\bar{Z}^o = \bar{\tau} - \tau_{\omega_B}^o$ である. 期間 ω^o の期間長を $T^o = \bar{Z}^o - \underline{Z}^o$ と表す. ここで, 式 (14) の供用後期間長 z^{lk} が, 集合 v^o で定義された事前分布 $g^o(z^{lk})$ ($z^{lk} \in v^o$)

$$g^o(z^{lk}) = \begin{cases} \alpha_{z^{lk}}^o & z^{lk} \in v^o \text{ の場合} \\ 0 & \text{それ以外の場合} \end{cases} \quad (16)$$

に従って分布すると考える. ただし, $\sum_{z^{lk} \in \underline{Z}^o} \alpha_{z^{lk}}^o = 1$ が成立する. 表記の便宜上, グループ o ($o = 1, \dots, O$) の離散的確率ベクトルを $\alpha^o = (\alpha_{\underline{Z}^o}^o, \dots, \alpha_{\bar{Z}^o}^o)$ と記述する. また, $\alpha = (\alpha^1, \dots, \alpha^O)$ と表す. いま, ε^k を与件とする. このとき, グループ k ($k = 1, \dots, K$) の橋梁 l^k に関して, カレンダー-時間軸上の時点 $\bar{\tau}$ において健全度が $\bar{h}^{lk}(\bar{\tau}) = j$ ($j = 1, \dots, I$) となる条件付き平均的確率 $\tilde{\pi}_{1j}^{lk}(\varepsilon^k)$ は

$$\begin{aligned} \tilde{\pi}_{1j}^{lk}(\varepsilon^k) &= \sum_{z^{lk} \in \underline{Z}^o} \alpha_{z^{lk}}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{lk}) \\ &\quad \exp(-\tilde{\lambda}_s^{lk} \varepsilon^k z^{lk}) \end{aligned} \quad (17)$$

と表される. さらに, 未知パラメータ $\theta_2 = (\beta, \phi, \alpha)$ を与件とした時に, 橋梁 l^k の点検時点の健全度が $h^{lk}(\bar{\tau}) = j$ となる尤度は

$$\begin{aligned} \ell_2^{lk}(j|\theta_2) &= \sum_{z^{lk} \in \underline{Z}^o} \left\{ \int_0^\infty \pi_{1j}^{lk}(\bar{z}^{lk}, \varepsilon^k|\beta) f(\varepsilon^k|\phi) d\varepsilon^k g^o(z^{lk}) \right\} \\ &= \sum_{z^{lk} \in \underline{Z}^o} \alpha_{z^{lk}}^o \sum_{s=1}^j \frac{\psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{lk} \phi^\phi)}{(\tilde{\lambda}_s^{lk} z^{lk} + \phi)^\phi} \end{aligned} \quad (18)$$

と表される.

c) 補修が存在する場合

次に, 橋梁に補修が実施されており, データベース上にその補修の有無が記録されている場合を考える. 補修については実施された時期が明確に記録されていれば, 補修直後における健全性を設定し, 最新の点検との点検間隔を求めることで従来のマルコフ劣化予測モデルによって推定可能なサンプルになる. しかしながら, 開発途上国の現状では, 補修が行われた時期等の詳細な補修データは残存していない場合が多く, 点検時に橋梁にどのような補修がされているのかを目視で観察する程度が限界であろう. ただし, 補修の種類が分かれば有識者とのヒアリング等により, その補修がどの期間において実施されたか, またどの程度橋梁の健全性を回復させるかについて仮定を置くことは可能である. そこで本研究では補修の有無の情報とその補修の実施可能性期間, 回復健全度を既知とし劣化予測モデルを推計する. その際, b) の場合と同様に実施可能性期間内では確率分布を仮定する. 補修が確認された橋梁群に対しては目視点検情報 $\xi_3^{lk} = (\delta_{\kappa_3}^{lk}, \bar{x}^{lk})$ が得られている. 補修後経過年数の分布に関しては, 補修のタイプからその補修方法が用いられていた可能性のある時間的範囲と, その期間中の各時点ごとの補修数の分布に関して分布形を仮定できると考える. 技術力や時代背景の観点から補修タイプごとに補修数の分布形の属性が異なると考えられ, それらのグループを r ($r = 1, \dots, R$) と表す. カテゴリー κ_3 は $\kappa_3 = \{l^k (l^k = 1, \dots, L^k; k = 1, \dots, K) | l^k \in A_{repaired}\}$ と表され, 期間 $\omega^r = [\tau_{\omega_A}^r, \tau_{\omega_B}^r]$ の範囲内で補修が実施され, その期間中の各時点 $\tau \in [\tau_{\omega_A}^r, \tau_{\omega_B}^r]$ に補修された確率分布について仮定を置くことができる. 目視点検時点を $\bar{\tau}$ とすれば, グループ r の橋梁の補修後経過年数は集合 $v^r = \{\underline{Z}^r, \underline{Z}^r + 1, \dots, \bar{Z}^r\}$ において, 確率分布 $g^r(z)$ に従って分布することになる. ただし, $\underline{Z}^r = \bar{\tau} - \tau_{\omega_A}^r$, $\bar{Z}^r = \bar{\tau} - \tau_{\omega_B}^r$ である. 期間 ω^r の期間長を $T^r = \bar{Z}^r - \underline{Z}^r$ と表す. ここで, 式 (14) の補修後期間長 z^{lk} が, 集合 v^r で定義された事前分布

$g^r(z^{lk})$ ($z^{lk} \in v^r$) は

$$g^r(z^{lk}) = \begin{cases} \eta_{z^{lk}}^r & z^{lk} \in v^r \text{ の場合} \\ 0 & \text{それ以外の場合} \end{cases} \quad (19)$$

に従って分布すると考える。ただし、 $\sum_{z^{lk} \in \mathbb{Z}^r} \eta_{z^{lk}}^r = 1$ が成立する。表記の便宜上、グループ r ($r = 1, \dots, R$) の離散的確率ベクトルを $\boldsymbol{\eta}^r = (\eta_{\mathbb{Z}^r}^r, \dots, \eta_{\mathbb{Z}^r}^r)$ と記述する。また、 $\boldsymbol{\eta} = (\boldsymbol{\eta}^1, \dots, \boldsymbol{\eta}^R)$ と表す。いま、 ε^k を与件とする。このとき、グループ k ($k = 1, \dots, K$) の橋梁 l^k に関して、カレンダー時間軸上の時点 τ において健全度が $\bar{h}^{lk}(\tau) = j$ ($j = 1, \dots, I$) となる条件付き平均的確率 $\tilde{\pi}_{w^r j}^{lk}(\varepsilon^k)$ は

$$\tilde{\pi}_{w^r j}^{lk}(\varepsilon^k) = \sum_{z^{lk} \in \mathbb{Z}^r} \eta_{z^{lk}}^r \sum_{s=1}^j \psi_{w^r j}^s(\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{lk} \varepsilon^k z^{lk}) \quad (20)$$

と表される。ただし回復健全度は補修種類ごとに異なり、 $\bar{h}^{lk}(\tau_0) = w^r$ ($r = 1, \dots, R$) とする。さらに、未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}_3 = (\boldsymbol{\beta}, \phi, \boldsymbol{\eta})$ を与件とした時に、橋梁 l^k の点検時点の健全度が $h^{lk}(\tau) = j$ となる尤度は

$$\begin{aligned} & l_3^{lk}(j|\boldsymbol{\theta}_3) \\ &= \sum_{z^{lk} \in \mathbb{Z}^r} \left\{ \int_0^\infty \pi_{w^r j}^{lk}(\tilde{z}^{lk}, \varepsilon^k | \boldsymbol{\beta}) f(\varepsilon^k | \phi) d\varepsilon^k g^r(z^{lk}) \right\} \\ &= \sum_{z^{lk} \in \mathbb{Z}^r} \eta_{z^{lk}}^r \sum_{s=1}^j \frac{\psi_{w^r j}^s(\tilde{\lambda}^{lk} \phi^\phi)}{(\tilde{\lambda}_s^{lk} z^{lk} + \phi)^\phi} \end{aligned} \quad (21)$$

と表される。

(4) 完備尤度関数の定式化

対象とする橋梁群のうち、建設時点が判明しているカテゴリ κ_1 に含まれる橋梁 l^k ($l^k \in \kappa_1$) に対して、目視点検情報 $\bar{\xi}_1^{lk} = (\bar{\delta}_{\kappa_1}^{lk}, z^{lk}, \boldsymbol{x}^{lk})$ が得られている。一方、建設時点が不明なカテゴリ κ_2 に含まれる橋梁 l^k ($l^k \in \kappa_2$)、補修が確認されたカテゴリ κ_3 に含まれる橋梁 l^k ($l^k \in \kappa_3$) に関しては、それぞれ目視点検情報 $\bar{\xi}_2^{lk} = (\bar{\delta}_{\kappa_2}^{lk}, \boldsymbol{x}^{lk})$ 、 $\bar{\xi}_3^{lk} = (\bar{\delta}_{\kappa_3}^{lk}, \boldsymbol{x}^{lk})$ のみが得られている。ただし、グループ o の橋梁が建設された時点に関する確率分布 $g^o(z)$ に関する情報、グループ r の橋梁が補修された時点に関する確率分布 $g^r(z)$ に関する情報が得られたと考える。カテゴリ κ_1 に関する目視点検情報の集合を Ξ_1 、カテゴリ κ_2 の目視点検情報集合を Ξ_2 、カテゴリ κ_3 の目視点検情報集合を Ξ_3 と表す。まず、カテゴリ κ_1 の橋梁に着目する。尤度 (14) に含まれる異質性パラメータ ε^k は、本来観測されない潜在変数である。仮に、異質性パラメータが観測可能であると考える、その値を潜在変数値 ε^k を用いて表現する。潜在変数も含めた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\psi}_1 = (\boldsymbol{\beta}, \phi, \boldsymbol{\varepsilon})$

と表す。潜在変数を用いた場合、目視点検情報集合 Ξ_1 が観測される同時生起確率（尤度） $\mathcal{L}(\Xi_1|\boldsymbol{\psi}_1)$ は、

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}^1(\Xi_1|\boldsymbol{\psi}_1) \\ &= \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{j=1}^J \left\{ \pi_{1j}^{lk}(\tilde{z}^{lk}, \varepsilon^k | \boldsymbol{\beta}) \right\}^{\delta_{\kappa_1}^{lk,j}} \\ &= \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{j=1}^J \left\{ \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{lk} \varepsilon^k \tilde{z}^{lk}) \right\}^{\delta_{\kappa_1}^{lk,j}} \end{aligned} \quad (22)$$

と表される。潜在変数ベクトルを $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^K)$ と表す。潜在変数を利用することにより、尤度関数 (15) は大幅に簡略することができる。つぎに、建設時点が不明なカテゴリ κ_2 に属する橋梁 l^k ($l^k = 1, \dots, L^k; l^k \in \kappa_2$) に対して、目視点検情報 $\bar{\xi}_2^{lk} = (\bar{\delta}_{\kappa_2}^{lk}, \boldsymbol{x}^{lk})$ が得られている。ただし、異質性パラメータ ε^k だけでなく、建設後経過年数の分布を与えるパラメータ $\boldsymbol{\alpha}$ ($\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^1, \dots, \boldsymbol{\alpha}^O$)、建設経過年数を表す情報 $z_{j^o}^o$ ($o = 1, \dots, O$) に関する観測値も入手できない。そこで、異質性パラメータ値を表す潜在変数 ε^k と建設経過年数の分布を与える潜在変数 $\boldsymbol{\alpha}$ ($\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^1, \dots, \boldsymbol{\alpha}^O$) を導入する。さらに、潜在変数ベクトル $\boldsymbol{\alpha}^o$ ($\boldsymbol{\alpha}^o = \alpha_{\mathbb{Z}^o}^o, \dots, \alpha_{\mathbb{Z}^o}^o$) を定義する。潜在変数も含めた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\psi}_2 = (\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \phi, \boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\varepsilon})$ と表す。これらの潜在変数は、本来測定不可能な変数であるが、議論の便宜上、ひとまず潜在変数が仮に測定できたと考えよう。このとき、目視点検情報集合 Ξ_2 が観測される尤度 $\mathcal{L}^2(\Xi_2|\boldsymbol{\psi}_2)$ は、

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}^2(\Xi_2|\boldsymbol{\psi}_2) \\ &= \prod_{o=1}^O \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{j=1}^J \left\{ \sum_{\zeta_{l^k}^o = \mathbb{Z}^o} \alpha_{\zeta_{l^k}^o}^o \pi_{1j}^{lk}(\zeta_{l^k}^o, \varepsilon^k | \boldsymbol{\beta}) \right\}^{\delta_{\kappa_2}^{lk,j}} \\ &= \prod_{o=1}^O \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{j=1}^J \left\{ \sum_{\zeta_{l^k}^o = \mathbb{Z}^o} \alpha_{\zeta_{l^k}^o}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{lk} \varepsilon^k \zeta_{l^k}^o) \right\}^{\delta_{\kappa_2}^{lk,j}} \end{aligned} \quad (23)$$

と表される。同様に、補修後経過年数の分布を与える潜在変数を $\boldsymbol{\eta}$ ($\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}^1, \dots, \boldsymbol{\eta}^R$)、 $\boldsymbol{\eta}^r$ ($\boldsymbol{\eta}^r = \eta_{\mathbb{Z}^r}^r, \dots, \eta_{\mathbb{Z}^r}^r$) とし、潜在変数も含めた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\psi}_3 = (\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}, \phi, \boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\varepsilon})$ とすると、補修が実施されている橋梁群のカテゴリ κ_3 に対しては

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}^3(\Xi_3|\boldsymbol{\psi}_3) \\ &= \prod_{r=1}^R \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{j=1}^J \left\{ \sum_{\zeta_{l^k}^r = \mathbb{Z}^r} \eta_{\zeta_{l^k}^r}^r \pi_{w^r j}^{lk}(\zeta_{l^k}^r, \varepsilon^k | \boldsymbol{\beta}) \right\}^{\delta_{\kappa_3}^{lk,j}} \\ &= \prod_{r=1}^R \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{j=1}^J \left\{ \sum_{\zeta_{l^k}^r = \mathbb{Z}^r} \eta_{\zeta_{l^k}^r}^r \sum_{s=1}^j \psi_{w^r j}^s(\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{lk} \varepsilon^k \zeta_{l^k}^r) \right\}^{\delta_{\kappa_3}^{lk,j}} \end{aligned} \quad (24)$$

と表すことができる。以上の操作を完備化 (completion) と言う。完備化された尤度関数 (以下、完備化尤度関数と呼ぶ) は、通常の尤度関数と比較して簡略化されていることが理解できる。ただし、完備化尤度関数の中に含まれる潜在変数は、測定できない変数である。そこで、完備化尤度関数を用いて、潜在変数の確率分布を推計することを考える。完備化尤度関数を用いた場合、目視点検情報 $\Xi = \Xi_1 \cup \Xi_2 \cup \Xi_3$ が観察される完備化尤度関数は

$$\mathcal{L}(\Xi|\psi) = \mathcal{L}^1(\Xi_1|\psi_1)\mathcal{L}^2(\Xi_2|\psi_2)\mathcal{L}^3(\Xi_3|\psi_3) \quad (25)$$

と表される。ただし、 $\psi = \psi_2 = \psi_3 = (\beta, \alpha, \eta, \phi, \zeta, \epsilon)$ と表す。

4. 推定手法

(1) 推定手法の概要

混合マルコフ劣化ハザードモデルでは異質性パラメータ ϵ^k が平均 1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布で表される事前分布に従うことを仮定している。また、カテゴリ κ_2 , κ_3 に含まれる橋梁に関しては、建設・補修後の経過年数 z^{lk} も離散確率分布 $g(z^{lk})$ に従うと考える。このように、本研究で提案する劣化予測モデルでは、劣化予測モデルに含まれる未知パラメータ β だけでなく、異質性パラメータの確率分布を規定するパラメータ ϕ と建設・補修時点の確率分布を表すパラメータ α , η という 4 つの種類の未知パラメータを含んでいる。さらに、異質性パラメータ ϵ と建設・補修後経過年数 ζ も観測されない潜在変数であり、未知パラメータである。

本研究では、混合マルコフ劣化ハザードモデルを階層ベイズモデルを用いて推計することとする。一般的なベイズ推計手法では、パラメータの事前分布と、観測値に基づいて定義される尤度関数を用いて、パラメータの事後分布を推計する。目視点検データ Ξ が与件であるとき、未知パラメータベクトル ψ の同時事後確率密度関数 $\rho(\psi|\Xi)$ はベイズの定理より、

$$\rho(\psi|\Xi) \propto \mathcal{L}(\Xi|\psi)\pi(\psi) \quad (26)$$

と近似できる。さらに、事前確率密度関数 $\pi(\psi)$ を

$$\begin{aligned} \pi(\psi) &= \pi(\beta, \phi, \alpha, \eta, \zeta, \epsilon) \\ &= \pi(\beta)\pi(\alpha)\pi(\eta)\pi(\epsilon|\phi)\pi(\phi) \end{aligned} \quad (27)$$

と展開する。混合マルコフ劣化ハザードモデルの異質性パラメータ ϵ の確率分布とその確率分布のハイパーパラメータ ϕ の事前分布が階層構造になっている。

(2) 事後確率密度関数の定式化

未知パラメータ $\beta, \alpha, \phi, \eta$ の事前確率密度関数をそれぞれ以下のように設定する。まず、 $\beta_i (i = 1, \dots, J-1)$ の事前確率密度関数 $\pi(\beta_i)$ として M 次元多次元正規分

布 $N_M(\mu_i, \Sigma_i)$ を用いる。ただし、 μ_i は平均値ベクトル、 Σ_i は分散共分散行列である。カテゴリ κ_2 に関して供用後経過年数の分布を表す離散確率 α^o の事前確率密度関数 $\pi(\alpha^o)$ は、ディリクレ分布

$$\pi(\alpha^o) = \frac{\Gamma(\nu_{z^o}^o + \dots + \nu_{z^o}^o)}{\Gamma(\nu_{z^o}^o) \dots \Gamma(\nu_{z^o}^o)} \prod_{z^o=Z^o}^{\bar{Z}^o} (\alpha_{z^o}^o)^{\nu_{z^o}^o - 1} \quad (28)$$

に従うと考える。また、カテゴリ κ_3 に関して補修後経過年数の分布を表す離散確率 η^r の事前確率密度関数 $\pi(\eta^r)$ は、ディリクレ分布

$$\pi(\eta^r) = \frac{\Gamma(\nu_{z^r}^r + \dots + \nu_{z^r}^r)}{\Gamma(\nu_{z^r}^r) \dots \Gamma(\nu_{z^r}^r)} \prod_{z^r=Z^r}^{\bar{Z}^r} (\eta_{z^r}^r)^{\nu_{z^r}^r - 1} \quad (29)$$

これらの $\nu^o = (\nu_{z^o}^o, \dots, \nu_{z^o}^o)$, $\nu^r = (\nu_{z^r}^r, \dots, \nu_{z^r}^r)$ は、パラメータであり外生的に与えられる。また、 $\epsilon^k (k = 1, \dots, K)$ の事前確率密度関数はガンマ分布で与えられるが、ガンマ分布のハイパーパラメータ ϕ の事前確率密度関数 $\pi(\phi)$ としてガンマ分布 $h(\phi|\gamma_0, \gamma_1)$ を設定する。したがって、完備化同時事後確率密度関数は、

$$\begin{aligned} \rho(\psi) &\propto \mathcal{L}(\Xi|\psi)\pi(\beta)\pi(\alpha)\pi(\eta)\pi(\epsilon|\phi)\pi(\phi) \\ &\propto \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \left\{ \left[\sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s (\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}^{lk} \epsilon^k z^{lk}) \right]^{\delta_{\kappa_1}^{lk,j}} \right. \\ &\quad \left. \prod_{o=1}^O \left[\sum_{\zeta_{lk}^o=Z^o}^{\bar{Z}^o} \alpha_{\zeta_{lk}^o}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s (\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}^{lk} \epsilon^k \zeta_{lk}^o) \right]^{\delta_{\kappa_2}^{lk,j}} \right. \\ &\quad \left. \prod_{r=1}^R \left[\sum_{\zeta_{lk}^r=Z^r}^{\bar{Z}^r} \eta_{\zeta_{lk}^r}^r \sum_{s=1}^j \psi_{w^r j}^s (\tilde{\lambda}^{lk}) \exp(-\tilde{\lambda}^{lk} \epsilon^k \zeta_{lk}^r) \right]^{\delta_{\kappa_3}^{lk,j}} \right\} \\ &\quad \cdot \prod_{i=1}^{J-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta_i - \mu_i) \Sigma_i^{-1} (\beta_i - \mu_i)' \right\} \\ &\quad \cdot \prod_{o=1}^O \left\{ \prod_{z^o=Z^o}^{\bar{Z}^o} (\alpha_{z^o}^o)^{\nu_{z^o}^o - 1} \right\} \\ &\quad \cdot \prod_{r=1}^R \left\{ \prod_{z^r=Z^r}^{\bar{Z}^r} (\eta_{z^r}^r)^{\nu_{z^r}^r - 1} \right\} \\ &\quad \cdot \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\epsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi \epsilon^k) \\ &\quad \cdot \frac{1}{\gamma_1^{\gamma_0} \Gamma(\gamma_0)} \phi^{\gamma_0-1} \exp \left(-\frac{\phi}{\gamma_1} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

と定式化できる。式 (30) は未知パラメータの同時生起確率密度関数を表したものであるが、本式から未知パラメータを直接サンプリングすることが困難である。そこで、本研究では、MH法を組み込んだギブスサンプリングの方法を用いて、各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて未知パラメータの推計値をサンプリングする。まず、混合マルコフ劣化ハザードモデ

ルの未知パラメータ $\beta, \alpha, \eta, \phi$ の条件付き事後確率密度関数を求める。未知パラメータの部分ベクトル β_i から $\beta_{i,e_1} (e_1 = 1, \dots, M)$ を除いた未知パラメータベクトルの部分ベクトルを β_{-i,e_1} と表す。同様に行列 α から α^o を除いた未知パラメータベクトルを α_{-o} 、行列 η から η^r を除いた未知パラメータベクトルを η_{-r} と表す。このとき、 $\beta_{i,-e_1}, \alpha, \eta, \phi, \zeta, \epsilon$ を既知としたときの β_{i,e_1} の条件付き事後確率密度関数 $\rho(\beta_{i,e_1} | \beta_{-i,e_1}, \alpha, \eta, \phi, \zeta, \epsilon)$ は、

$$\begin{aligned}
 & \rho(\beta_{i,e_1} | \beta_{-i,e_1}, \alpha, \eta, \phi, \zeta, \epsilon) \\
 \propto & \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \left\{ \left[\sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \epsilon^k \tilde{z}^{l^k}) \right]^{\delta_{\kappa_1}^{l^k,j}} \right. \\
 & \prod_{o=1}^O \left[\sum_{\zeta_{l^k}^o = \underline{Z}^o}^{\bar{Z}^o} \alpha_{\zeta_{l^k}^o}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \epsilon^k \zeta_{l^k}^o) \right]^{\delta_{\kappa_2}^{l^k,j}} \\
 & \left. \prod_{r=1}^R \left[\sum_{\zeta_{l^k}^r = \underline{Z}^r}^{\bar{Z}^r} \eta_{\zeta_{l^k}^r}^r \sum_{s=1}^j \psi_{w^r j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \epsilon^k \zeta_{l^k}^r) \right]^{\delta_{\kappa_3}^{l^k,j}} \right\} \\
 & \cdot \prod_{i=1}^{J-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta_i - \mu_i) \Sigma_i^{-1} (\beta_i - \mu_i)' \right\}
 \end{aligned}$$

と表せる。さらに、 $\beta, \alpha_{-o}, \eta, \phi, \zeta, \epsilon$ を既知とした α^o の条件付き事後確率密度関数 $\rho(\alpha^o | \beta, \alpha_{-o}, \eta, \phi, \zeta, \epsilon)$ は、

$$\begin{aligned}
 \rho(\alpha^o | \beta, \alpha_{-o}, \eta, \phi, \zeta, \epsilon) & \propto \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \\
 & \left[\sum_{\zeta_{l^k}^o = \underline{Z}^o}^{\bar{Z}^o} \alpha_{\zeta_{l^k}^o}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \epsilon^k \zeta_{l^k}^o) \right]^{\delta_{\kappa_2}^{l^k,j}} \\
 & \cdot \left\{ \prod_{z^o = \underline{Z}^o}^{\bar{Z}^o} (\alpha_{z^o}^o)^{\nu_{z^o}^o - 1} \right\} \quad (31)
 \end{aligned}$$

と定義できる。同様にして $\beta, \alpha, \eta_{-r}, \phi, \zeta, \epsilon$ を既知とした η^r の条件付き事後確率密度関数 $\rho(\eta^r | \beta, \alpha, \eta_{-r}, \phi, \zeta, \epsilon)$ は、

$$\begin{aligned}
 \rho(\eta^r | \beta, \alpha, \eta_{-r}, \phi, \zeta, \epsilon) & \propto \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \\
 & \left[\sum_{\zeta_{l^k}^r = \underline{Z}^r}^{\bar{Z}^r} \eta_{\zeta_{l^k}^r}^r \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \epsilon^k \zeta_{l^k}^r) \right]^{\delta_{\kappa_3}^{l^k,j}} \\
 & \cdot \left\{ \prod_{z^r = \underline{Z}^r}^{\bar{Z}^r} (\eta_{z^r}^r)^{\nu_{z^r}^r - 1} \right\} \quad (32)
 \end{aligned}$$

最後に、ハイパーパラメータ ϕ の条件付き事後確率密度関数は

$$\begin{aligned}
 \rho(\phi | \beta, \alpha, \eta, \zeta, \epsilon) & \propto \prod_{k=1}^K \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\epsilon^k)^{\phi-1} \\
 & \cdot \exp(-\phi \epsilon^k) \phi^{\gamma_0-1} \exp\left(-\frac{\phi}{\gamma_1}\right) \quad (33)
 \end{aligned}$$

と表せる。完備化尤度関数に含まれる潜在変数 ϵ^k は本来観測できない変数である。階層ベイズ法を用いた場合、この潜在変数の事後確率密度関数を用いて潜在変数値を確率サンプリングすることが必要となる。異質性パラメータ ϵ^k に関して、異質性パラメータベクトル ϵ から、パラメータ ϵ^{e_4} を除いた残りのパラメータベクトル ϵ^{-e_4} を定義する。異質性パラメータ ϵ^{e_4} の条件付き事後確率分布 $\rho(\epsilon^{e_4} | \beta, \alpha, \eta, \phi, \zeta, \epsilon^{-e_4})$ は、

$$\begin{aligned}
 & \rho(\epsilon^{e_4} | \beta, \alpha, \phi, \zeta, \epsilon^{-e_4}) \\
 \propto & \prod_{j=1}^J \prod_{l^{e_4}=1}^{L^{e_4}} \left\{ \left[\sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^{e_4}}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^{e_4}} \epsilon^{e_4} \tilde{z}^{l^{e_4}}) \right]^{\delta_{\kappa_1}^{l^{e_4},j}} \right. \\
 & \prod_{o=1}^O \left[\sum_{\zeta_{l^{e_4}}^o = \underline{Z}^o}^{\bar{Z}^o} \alpha_{\zeta_{l^{e_4}}^o}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^{e_4}}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^{e_4}} \epsilon^{e_4} \zeta_{l^{e_4}}^o) \right]^{\delta_{\kappa_2}^{l^{e_4},j}} \\
 & \left. \prod_{r=1}^R \left[\sum_{\zeta_{l^{e_4}}^r = \underline{Z}^r}^{\bar{Z}^r} \eta_{\zeta_{l^{e_4}}^r}^r \sum_{s=1}^j \psi_{w^r j}^s(\tilde{\lambda}^{l^{e_4}}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^{e_4}} \epsilon^{e_4} \zeta_{l^{e_4}}^r) \right]^{\delta_{\kappa_3}^{l^{e_4},j}} \right\} \\
 & \cdot (\epsilon^{e_4})^{\phi-1} \exp(-\phi \epsilon^{e_4}) \quad (34)
 \end{aligned}$$

と表すことができる。これらの条件付き事後確率密度関数を用いて、未知パラメータの標本をギブスサンプリング法により発生させる。

(3) 未知パラメータのギブスサンプリング

混合マルコフ劣化モデルでは、条件付き事後確率密度関数を直接解析的に求めることができない。そこで、代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法^{?)}を用いて、未知パラメータ ψ の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する。その際、条件付き事後確率密度関数から直接サンプリングが困難な未知パラメータに関しては MH 法を用いてパラメータ標本を抽出する。具体的には、 $\rho(\beta^{e_1} | \beta^{-e_1}, \alpha, \eta, \phi, \zeta, \epsilon)$ からのサンプリングに対しては、ランダムウォーク MH 法を、その他の条件付き確率密度関数からのサンプリングに対しては、独立 MH 法をそれぞれ適用する。MH 法自体に新規性がないが、読者の便宜を図るために付録に MH 法を用いたサンプリング手法について簡単に説明する。

a) ステップ 1 初期値設定

事前分布 $\pi(\beta), \pi(\alpha), \pi(\eta), \pi(\phi)$ のパラメータベクトル (行列) $\mu_i (i = 1, \dots, J-1), \Sigma_i (i = 1, \dots, J-1), \nu^o (o = 1, \dots, O), \nu^r (r = 1, \dots, R), \gamma_0, \gamma_1$ の値を設定する。潜在変数の初期値 $\epsilon^{(0)}$ を設定する。さらに、パ

ラメータ推計量の初期値 $\beta^{(0)}$, $\alpha^{(0)}$, $\eta^{(0)}$, $\phi^{(0)}$ を任意に設定する. これらの初期値の影響は, MCMC 法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ, 次第に薄れていく. MCMC のサンプル標本回数 n を $n = 1$ とする.

b) ステップ 2 未知パラメータ $\beta^{(n+1)}$ の標本抽出

ステップ 2 では, マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ標本を抽出する. 本研究では条件付き事後確率密度関数 $\rho(\beta_{i,e_1}^{(n+1)} | \beta_{-i,e_1}^{(n)}, \alpha^{(n)}, \eta^{(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})$ を用いて, ランダムウォーク MH 法により未知パラメータ $\beta^{(n+1)}$ を標本抽出する. このとき, 付録で説明するように, ランダムウォークにより $n+1$ 回目の候補 β'_{i,e_1} を発生させる. この候補が $n+1$ 回目の標本 $\beta_{i,e_1}^{(n+1)}$ として受容される確率は,

$$\Theta_{\beta}(\beta'_{i,e_1} | \beta_{i,e_1}^{(n)}) = \min \left[\frac{\rho(\beta'_{i,e_1} | \beta_{-i,e_1}^{(n)}, \alpha^{(n)}, \eta^{(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})}{\rho(\beta_{i,e_1}^{(n)} | \beta_{-i,e_1}^{(n)}, \alpha^{(n)}, \eta^{(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})}, 1 \right] \quad (35)$$

と表される. 数値計算では区間 $[0, 1]$ で定義される一様分布 $U(0, 1)$ から, 一様乱数 $u \approx U(0, 1)$ を発生させ, $\beta_{1,e_1}^{(n+1)}$ を以下のルールに従い決定する.

$$\beta_{i,e_1}^{(n+1)} = \begin{cases} \beta'_{i,e_1} & u > \Theta_{\beta} \\ \beta_{i,e_1}^{(n)} & u \leq \Theta_{\beta} \end{cases} \quad (36)$$

c) ステップ 3 未知パラメータ $\alpha^{(n+1)}$ の標本抽出

供用後経過年数分布の確率パラメータ $\alpha^{o(n+1)} = (\alpha_{\bar{z}^o}^{o(n+1)}, \dots, \alpha_{\bar{z}^o}^{o(n+1)})$ ($o = 1, \dots, O$) に関するパラメータ標本を, 付録で示す独立 MH 法により発生させる. その際, 提案分布として式 (28) で表されるディリクレ分布 $\pi(\alpha^o)$ を用いる. 提案分布 $\pi(\alpha^o)$ より発生させたパラメータ $\alpha_{z^o}^o$ ($z^o = \bar{z}^o, \dots, \bar{z}^o$) の $n+1$ 回目の候補 $\alpha_{e_2}^{o'}$ が受容される確率は,

$$\Theta_{\alpha}(\alpha_{e_2}^{o'} | \alpha_{e_2}^{o(n)}) = \min \left[\frac{\rho(\alpha_{e_2}^{o'} | \beta^{(n)}, \alpha_{-e_2}^{o(n)}, \eta^{(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})}{\rho(\alpha_{e_2}^{o(n)} | \beta^{(n)}, \alpha_{-e_2}^{o(n)}, \eta^{(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})}, 1 \right] \quad (37)$$

と表される.

d) ステップ 4 未知パラメータ $\eta^{(n+1)}$ の標本抽出

供用後経過年数分布の確率パラメータ $\eta^{r(n+1)} = (\eta_{\bar{z}^r}^{r(n+1)}, \dots, \eta_{\bar{z}^r}^{r(n+1)})$ ($r = 1, \dots, R$) に関してもステップ 3 と同様に, 提案分布式 (28) で表されるディリクレ分布 $\pi(\eta^r)$ を用いて独立 MH 法によりパラメータ標本を発生させる. 提案分布 $\pi(\eta^r)$ より発生させたパラメータ $\eta_{z^r}^r$ ($z^r = \bar{z}^r, \dots, \bar{z}^r$) の $n+1$ 回目の候補 $\eta_{e_3}^{r'}$ が受

容される確率は,

$$\Theta_{\eta}(\eta_{e_3}^{r'} | \eta_{e_3}^{r(n)}) = \min \left[\frac{\rho(\eta_{e_3}^{r'} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \eta_{-e_3}^{r(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})}{\rho(\eta_{e_3}^{r(n)} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \eta_{-e_3}^{r(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})}, 1 \right] \quad (38)$$

と表される.

e) ステップ 5 未知パラメータ $\phi^{(n+1)}$ の標本抽出

未知パラメータ ϕ の条件付き事後確率密度関数 $\rho(\phi^{(n+1)} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \eta^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})$ は定義域が 0 以上という制約を有している. 本研究ではこれを満たす提案分布としてガンマ分布 $h(\gamma_0, \gamma_1)$ を採用する. 提案分布 $h(\phi' | \gamma_0, \gamma_1)$ より発生させた $n+1$ 回目の候補 ϕ' が受容される確率は,

$$\Theta_{\phi}(\phi' | \phi^{(n)}) = \min \left[\frac{\rho(\phi' | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \beta^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})}{\rho(\phi^{(n)} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \eta^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{(n)})}, 1 \right] \quad (39)$$

と表現できる.

f) ステップ 6 潜在変数 $\epsilon^{(n+1)}$ の標本抽出

潜在変数 $\epsilon^{e_4(n+1)}$ ($e_4 = 1, \dots, K$) の条件付き事後確率密度関数 $\rho(\epsilon^{e_4(n+1)} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{-e_4(n)})$ は定義域が 0 以上という制約を有している. 本研究ではこれを満たす提案分布としてガンマ分布 $h(\phi, 1/\phi)$ を採用する. 提案分布より発生させた $n+1$ 回目の候補 $\epsilon^{e_4'}$ が受容される確率は,

$$\Theta_{\epsilon}(\epsilon^{e_4'} | \epsilon^{e_4(n)}) = \min \left[\frac{\rho(\epsilon^{e_4'} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{-e_4(n)})}{\rho(\epsilon^{e_4(n)} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \zeta^{(n)}, \epsilon^{-e_4(n)})}, 1 \right] \quad (40)$$

と表現できる.

g) ステップ 7 アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値 $\beta^{(n+1)}$, $\alpha^{(n+1)}$, $\eta^{(n+1)}$, $\phi^{(n+1)}$, 潜在変数の更新値 $\zeta^{(n+1)}$, $\epsilon^{(n+1)}$ を記録する. $n \leq \bar{n}$ の場合, $n = n+1$ として, ステップ 2 へ戻る. そうでない場合, アルゴリズムを終了する.

なお, 以上のアルゴリズムの初期段階においては, パラメータの初期値設定の影響が残存している. このため, シミュレーション回数 n が十分大きな値になるまでは, パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え, 発生したパラメータ標本を除去することが望ましい. ここで, パラメータ標本として採用するシミュレーション回数 n の最小値を \underline{n} と表そう. すなわち, ギブスサンプリングで求めたサンプル $\psi^{(n)}$ ($n = \underline{n}+1, \underline{n}+2, \dots, \bar{n}$) を, 事後確率密度関数 $\rho(\psi | \Xi)$ からの標本と見なすこととする.

(4) 事後分布に関する検定統計量

MCMC 法を用いた場合、パラメータの事後確率密度関数 $\rho(\psi|\Xi)$ は解析的な関数として表現できない。得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計する事となる。ギブスサンプリングのうち、最初の \underline{n} 個を事後分布への収束過程からの標本と考え、標本集合から除外する。パラメータの標本添字集合 $\Lambda = \{\underline{n} + 1, \dots, \bar{n}\}$ を定義する。このとき、パラメータ ψ の同時確率分布関数 $G(\psi)$ は、

$$G(\psi) = \frac{\#\{\psi^{(n)} \leq \psi, n \in \Lambda\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (41)$$

と表すことができる。ただし、 $\#\{\psi^{(n)} \leq \psi, n \in \Lambda\}$ は論理式 $\psi^{(n)} \leq \psi, n \in \Lambda$ が成立するサンプルの総数である。記述の便宜を図るために、未知パラメータベクトル ψ を $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_{K_\psi})$ と表現する。 K_ψ は潜在変数を含めた未知パラメータの総数である。さらに、未知パラメータ ψ の事後分布の期待値ベクトル $\bar{\mu}(\psi)$ 、分散・共分散行列 $\bar{\Sigma}(\psi)$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \bar{\mu}(\psi) &= (\bar{\mu}(\psi_1), \dots, \bar{\mu}(\psi_{K_\psi}))' \\ &= \left(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\psi_1^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}}, \dots, \frac{\psi_{K_\psi}^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}} \right)' \end{aligned} \quad (42a)$$

$$\bar{\Sigma}(\psi) = \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}^2(\psi_1) & \dots & \bar{\sigma}(\psi_1 \psi_{K_\psi}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\sigma}(\psi_{K_\psi} \psi_1) & \dots & \bar{\sigma}^2(\psi_{K_\psi}) \end{Bmatrix} \quad (42b)$$

と表される。また、ギブスサンプリングで抽出したパラメータ標本を用いて、パラメータ ψ の信用区間を定義できる。100(1 - 2 κ) % 信用区間は、標本順序統計量 $(\underline{\psi}_{k_\psi}, \bar{\psi}_{k_\psi})(k_\psi = 1, \dots, K_\psi)$ は、

$$\underline{\psi}_{k_\psi} = \arg \max_{\psi_{k_\psi}^*} \left\{ \frac{\#\{\psi_{k_\psi}^{(n)} \leq \psi_{k_\psi}^*, n \in \Lambda\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \quad (43a)$$

$$\bar{\psi}_{k_\psi} = \arg \min_{\psi_{k_\psi}^{**}} \left\{ \frac{\#\{\psi_{k_\psi}^{(n)} \geq \psi_{k_\psi}^{**}, n \in \Lambda\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \quad (43b)$$

を用いて $\underline{\psi}_{k_\psi} \leq \psi_{k_\psi} \leq \bar{\psi}_{k_\psi}$ と定義できる。MCMC 法では、初期パラメータ値 ψ^0 が普遍分布である事後分布からの標本である保証はない。ギブスサンプリングで発生させた \bar{n} 個のサンプルの内、最初の \underline{n} 個の標本 $\psi^{(n)}(n = 1, \dots, \underline{n})$ を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える。そのうえで、第 $\underline{n} + 1$ 回目以降の標本をとりあげる。 $\underline{n} + 1$ 以降の標本が、普遍分布である事後分布からの標本であるかどうかを Geweke の方法を用いて仮説検定を試みる。いま、パラメータ $\psi_{k_\psi}(\kappa_\psi = 1, \dots, K_\psi)$ のギブス標本 $\psi_{k_\psi}^{(n)}(n = \underline{n}, \dots, \bar{n})$

の中から、最初の n_1 個と最後の n_2 個のデータを取り上げる。Geweke は $n_1 = 0.1(\bar{n} - \underline{n})$, $n_2 = 0.5(\bar{n} - \underline{n})$ を推奨している。このとき、パラメータ ψ_{k_ψ} の不変分布への収束を判断するための Geweke 検定統計量は、

$$Z_{\psi_{k_\psi}} = \frac{{}_1\bar{\psi}_{k_\psi} - {}_2\bar{\psi}_{k_\psi}}{\sqrt{v_1^2(\psi_{k_\psi}) + v_2^2(\psi_{k_\psi})}} N(0, 1) \quad (44)$$

$$\begin{aligned} {}_1\bar{\psi}_{k_\psi} &= \frac{\sum_{k=\underline{n}+1}^{\underline{n}+n_1} \psi_{k_\psi}^{(k)}}{n_1} & {}_2\bar{\psi}_{k_\psi} &= \frac{\sum_{k=\bar{n}-n_2+1}^{\bar{n}} \psi_{k_\psi}^{(k)}}{n_2} \\ v_1^2(\psi_{k_\psi}) &= \frac{2\pi \hat{f}_{\psi_{k_\psi}}^1(0)}{n_1} & v_2^2(\psi_{k_\psi}) &= \frac{2\pi \hat{f}_{\psi_{k_\psi}}^2(0)}{n_2} \end{aligned}$$

と定義できる。ただし、 $f_{\psi_{k_\psi}}^l(x)(l = 1, 2)$ はスペクトル密度関数であり、 $2\pi \hat{f}_{\psi_{k_\psi}}^l(0)$ の推計値は、

$$2\pi \hat{f}_{\psi_{k_\psi}}^l(0) = {}_l \hat{w}_0 + 2 \sum_{s=1}^q w(s, q) {}_l \hat{w}_m^s \quad (45)$$

$${}_1 \hat{w}_0 = n_1^{-1} \sum_{n=\bar{n}-n_2+1}^{\bar{n}} (\psi_{k_\psi}^{(n)} - {}_1\bar{\psi}_{k_\psi})^2$$

$${}_2 \hat{w}_0 = n_2^{-1} \sum_{n=\underline{n}+1}^{\underline{n}+n_1} (\psi_{k_\psi}^{(n)} - {}_2\bar{\psi}_{k_\psi})^2$$

$${}_1 \hat{w}_m^s = n_1^{-1} \sum_{n=\underline{n}+s+1}^{\underline{n}+n_1} (\psi_{k_\psi}^{(n)} - {}_1\bar{\psi}_{k_\psi})(\psi_{k_\psi}^{(n-s)} - {}_1\bar{\psi}_{k_\psi})$$

$${}_2 \hat{w}_m^s = n_2^{-1} \sum_{n=\bar{n}-n_2+s+1}^{\bar{n}} (\psi_{k_\psi}^{(n)} - {}_2\bar{\psi}_{k_\psi})(\psi_{k_\psi}^{(n-s)} - {}_2\bar{\psi}_{k_\psi})$$

$$w(s, q) = 1 - \frac{s}{q+1}$$

として求まる。 q はスペクトル密度の近似度を表すパラメータであるが、Geweke に従って 20 を採用する。ここで、 ψ_{k_ψ} の不変分布への収束性に関する帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を

$$\begin{cases} H_0 : |Z_{\psi_{k_\psi}}| \leq z_{\psi/2} \\ H_1 : |Z_{\psi_{k_\psi}}| > z_{\psi/2} \end{cases} \quad (46)$$

と設定する。ただし、 $z_{\psi/2}$ は帰無仮説を棄却するための臨界的な値である。有意水準 Ψ % で帰無仮説を仮説検定する場合、 $z_{\psi/2} \% = 1 - \Phi(z_{\psi/2})$ を満足する値として定義できる。ただし、 $\Phi(z)$ は標準正規分布の分布関数である。

5. 適用事例

(1) データベースの概要

ベトナムが管理する橋梁の目視点検データベースを対象として、本研究で提案した方法論の有効性を検討する。今回は 2014 年以降に実施された目視点検データをもとにしたデータベースを用いて混合マルコフ劣化ハザードモデルを推計した。記録されている橋梁は全て国道に属しており、その大部分が DRVN 傘下の道路維持

表-2 データベースに記載されている橋梁情報

項目	主な内容
構造形式	DGD,DUL,BGD,etc
所属州	計 58 州
管理団体	RMBI~IV,PDOTs,etc
緯度・経度	緯度 [9.10°,22.4°], 経度 [103.3°,110.2°]
橋長・横幅	橋長 [1.5m,1421m], 横幅 [3.7m,36m]
設計荷重	H30-XB80,HL93,etc
橋梁下構造物	河川, 道路, 鉄道,etc
道路番号	計 108 路線

管理局 (Road Management Bureau : RMB), 人民委員会道路局 (Provincial Level Department of Transport : PDOTs) に管理されている。ここで、データベース上で橋梁ごとに記載されている橋梁情報を表-2 に示す。データベースには国道番号や管理地域などの異質性に関する情報が記録されているが、各橋梁の設計仕様の詳細や構造条件・環境条件に関する記載が少なく、現時点では構造条件・環境条件等をハザードモデルの説明変数としてとりあげることは断念せざるを得ない。ベトナムの橋梁健全度評価は、損傷が橋梁の強度の低下に直結するような重要部材の健全性の平均値を表す BCI-critical 値と、部材ごとに重みづけを行った上で橋梁全体の健全性を計算した指標である BCI-average の 2 種類の健全度指標が存在する、どちらも定義域は [0, 100] の連続指標であり健全性が高くなるほど BCI 値も高い値が記録される。ただし、実際のマネジメントにおいては橋梁全体の健全性指標 BCI-average を用いて補修等の優先順位的意思決定を行っているため、本研究で用いる健全度として BCI-average を採用した。データベース上には合計で 5870 橋の橋梁が記録されていたが、末点検の橋梁も多く存在しており、1443 橋が BCI 値が記録されていなかったためデータベースから除外した。よって獲得したサンプルは 4427 橋であった。また、BCI の定義域は [0, 100] であり連続の値を取るが、マルコフ劣化ハザードモデルを適用するため、DRVN の技術者等との協議により評価を 7 段階に集約することとした。健全度ごとの橋梁数を表-3 に示す。図-2 では、ベトナムの橋梁の供用開始年の頻度分布を示す。この図から橋梁の建設が 1975 年に集中し、2000 年以降に急増していることが読み取れる。1975 年はベトナム戦争が終結し、ベトナムが南北統一された年である。戦争終了後、ベトナム全土で急速にインフラ整備が実施されたものと考えられる。また、ベトナムでは 1986 年からさらなる経済発展のため、社会主義経済から資本主義経済への転換を目指してドイモイ政策を打ち出した。この政

供用開始年別橋梁数



図-2 供用開始年の頻度分布

健全度別供用開始年分布

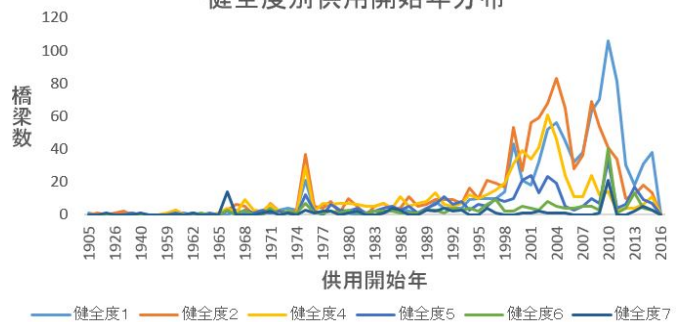


図-3 健全度別供用開始年分布

策の中には国際社会への協調が柱の一つとして掲げられており、日本も 1992 年にベトナム国への ODA を復活させる等、外国資本によるインフラ整備が進んだ。さらに 2000 年に外国投資法を改正したことにより、海外の投資機関や外資系企業によるインフラ整備の直接投資を行いやすくなったことも橋梁建設数が急増した一因になっている。しかし、2006 年になるとインフレが起こり、ベトナム経済が悪化したため、インフレ対策として公共投資が縮小された結果、建設数は激減している。このようにベトナムにおける橋梁建設分布はその時代背景や経済状況に大きく左右されていることが分かる。今回は情報が不十分という理由から分析の対象とはしなかったが、時代背景や社会状況により建設橋梁・補修工法の特徴が変化することは大いに考えられる。図-3 では、最新の点検記録による健全度とその橋梁の供用開始年の関係を示した。補修が行われていないと仮定するならば、建設年が古くなるにつれ、健全性の低い橋梁は増加していくはずである。しかし、各健全度の供用開始年分布には傾向の大きな違いは見られない。これは、新たな橋梁を建設するのと並行して、一定数の橋梁に対しては供用開始時点から現在に至るまでに補修が行われ、健全度が回復した可能性が考えられる。本来は補修履歴と突き合わせ、サンプルを修正していくことが望ましいが、ベトナムでは補修時期、補修箇所等の過去の詳細な補修履歴は残っていない。開発

表-3 BCI の健全度変換

事後健全度		未補修橋梁		補修済橋梁	総推計サンプル
BCI	対応健全度	建設時点既知橋梁 (κ_1)	建設時点未知橋梁 (κ_2)	(κ_3)	($\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3$)
100~95	1	925	57	-	982
94~90	2	988	48	-	1036
89~85	3	1004	36	-	1040
84~80	4	626	33	-	659
79~75	5	350	35	-	385
74~70	6	190	31	-	221
69~	7	98	6	-	104
総数		4181	246	-	4427

途上国においては補修履歴があることの方が稀である。ただし、ある橋梁に対して補修がなされた、という補修の有無の事実さえ分かれば、建設時点から点検時までの期間の中で補修が実施された時期を確率分布で与えて推計を行うことで予測結果の精度の向上を図ることが可能である。ベトナム国においては幸運なことに、DRVN が VBMS のひとつとして GIS システムを採用している。このシステムの中には、図-1 で示すように BCI や橋梁の情報ははじめとして点検時に記録された橋梁の写真も確認することが可能である。そこで本研究では写真データから補修の有無を確認し、どのタイプの補修が実施されたかについての情報をデータベースに加える。補修が明らかに判別できない場合は全て補修がされていないものとして処理した。この方法論は点検者の技術力によるばらつきが少なく、点検データの蓄積が少ない開発途上国の劣化予測の初期ステージにおいて、その精度を少しでも高めるために有効であると考えられる。ただし現段階では、推計にあたって必要な補修についての情報が収集途中であるため、全ての橋梁に対して補修が実施されていないという状況を想定して議論を進める。表-3 に示すように、供用開始年の確率分布を用いた混合マルコフ劣化ハザードモデルの推計のために、計 4427 橋のサンプルが利用可能となり、そのうち供用開始年が不明である橋梁は 246 橋と全体の 5.5% 程度であった。以降、供用開始年の判明している 4181 橋で構成されるデータベース (κ_1) を完全データベースと呼び、建設時点が不明の 246 橋で構成されるデータベース (κ_2) を不完全データベースと呼ぶ。

(2) 推定結果

5.(4) で示した供用開始年不明橋梁を含むデータベース ($\kappa_1 + \kappa_2$) を用いて、混合マルコフ劣化ハザードモデルの期待劣化パスを算出する。橋梁の健全度は 7 段階で表されるため、健全度 7 の状態を除く合計 6 つの健全度に対して、混合マルコフ劣化ハザードモデルを定義できる。標準ハザード率の説明変数は定数項のみで表した。また、異質性を決定

するカテゴリは、橋梁の管理団体ごとで分類し、 $k = \{\text{RMBI, RMBII, RMBIII, RMBIV, PDOTs, その他}\}$ の 6 種類の異質性グループに大別して推計を行った。ベトナムでは国道管理の際に国土を 4 分割してそれぞれに管理団体を割り振っており、それが RMB である。RMB は主に主要幹線道路を管理し、その主要幹線道路から分岐した道路を各 PDOT が管理しているのが一般的である。また今回は、管理団体ごとに建設時期の分布に特徴が現われると仮説を立て、異質性のグルーピングと同様に、 $o = \{\text{RMBI, RMBII, RMBIII, RMBIV, PDOTs, その他}\}$ の各グループで異なるパラメータを定義した。表-4 において、3 及び 4 の手順で混合マルコフ劣化ハザードモデルにおけるハザード率の未知パラメータおよび異質性パラメータの確率分布を与える形状パラメータの推計結果を示す。各パラメータにおいて事後分布の期待値 $\hat{\beta}$, $\hat{\phi}$, 90% 信頼区間 $(\psi_{k_\psi}^k, \bar{\theta}_{k_\theta}^k)$ ($k_\theta = 1, \dots, K_\theta$)、および Geweke 検定統計量が算出される。ギブスサンプリングによるサンプル発生数に関しては、 $n = 1000$, $\bar{n} = 10000$ とした。Geweke 検定統計量はいずれも有意水準 5% である 1.96 を下回っており、事後分布に収束していることが分かる。表-4 の推計結果を用いて、建設時点の確率分布を用いた混合マルコフ劣化ハザードモデルの期待劣化パスを算出する。健全度 i の標準ハザード率の推計値を用いれば、当該橋梁グループに関する劣化状態 i の標準ハザード率は、

$$\lambda_i^k = \exp(\beta_{i,1}) \quad (47)$$

と定義できる。式 (47) は、混合マルコフ劣化ハザードモデルにおいて、異質性パラメータの値を $\epsilon^k = 1$ に設定した場合に他ならない。このように異質性パラメータの値を 1 に設定することにより、橋梁グループ全体の平均的な劣化過程を表現できる。さらに、標準ハザード率を用いれば、当該橋梁グループの各劣化状態における期待寿命 (任意の健全度における滞在時間) ET_i^k は、式 (6) を用いて、

$$ET_i^k = \int_0^\infty dF_i(y_i^k) = \frac{1}{\lambda_i^k} \quad (48)$$

表-4 ベイズ推計の結果

事後分布 統計量	健全度	定数項 $\beta_{i,1}$
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	1	-2.1469 (-2.015,-2.404) 0.234
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	2	-2.0939 (-1.922,-2.401) 0.849
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	3	-2.2420 (-1.898,-2.322) -0.123
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	4	-2.2373 (-1.963,-2.975) 0.976
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	5	-1.9544 (-1.403,-2.141) 0.184
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	6	-2.4822 (-2.303,-2.841) 0.584
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	ϕ	3.432 (2.940,3.841) 1.582

と表される。また、初期時点から、健全度 $i(i = 2, \dots, J)$ に進展するまでに要する平均的所要時間 $E[T](i)$ は、

$$E[T](i) = \sum_{j=1}^i \frac{1}{\lambda_j^k} \quad (49)$$

と定義でき、これを期待劣化パスと呼ぶ。ここで、ベイズ推計を用いて算出した期待劣化パスを図-4に示す。全橋梁の平均的な期待寿命はベイズ推計の結果から 54.48 年と算出された。各管理団体ごとに期待寿命はばらつきがあり、最も劣化が速いグループは RMBI で期待寿命は 43.25 年、最も劣化が遅いグループは RMBIII で期待寿命が 76.55 年であった。全体で見ると、ベトナム北部の RMBI と RMBII が平均的期待寿命を下回るのに対して、ベトナム南部の RMBIII と RMBIV が平均的期待寿命を大きく上回る結果が出た。これにはいくつかの要因が考えられるが、その 1 つにベトナムの橋梁は様々な国の海外資本によって建設されたものが多く、各国で設計の基準は異なるため、どの国が建設に関わったかで劣化速度の地域差が生じた可能性が考えられる。しかしながら、本研究で扱ったデータでは、詳細かつ正確な橋梁の環境条件・構造条件が含まれていないため、現段階で北部と南部の橋梁の明確な違い

劣化曲線(Management Unit)

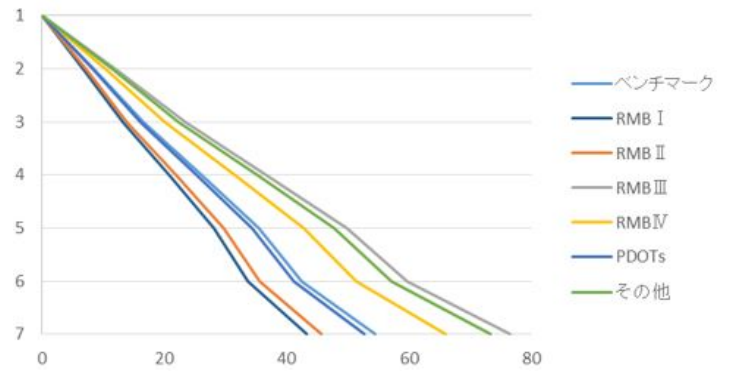


図-4 劣化曲線

を分析することはできず、その実現のためにはデータベースの高度化が必要不可欠である。ただし今回の結果に加えて、今後各管理者の管理体制の違いや所有する橋梁の特徴を明らかにすることができれば、どのような因子に従って劣化速度の変化が生じるのかについて示唆を与えることができる。

次に、供用開始時点未知の橋梁グループ (κ_2) の建設時点分布の事後確率について議論する。本研究では、供用開始時点未知の橋梁の建設時点の分布を求める際にディリクレ分布(式(28))を用いている。この時 ν は外生的に与えるパラメータであり、建設時点が既知であるカテゴリー κ_1 の橋梁の各建設時点の累積数で与えている。図-5では、カテゴリー κ_1 から得られた観測値とベイズ推計の後に得られた推計結果を RMBI を例にとって比較した。観測値は各建設年度の累積値をカテゴリー κ_1 の全橋梁数で除した場合の存在確率である。この図からも分かる通り、推定結果の分布形は観測値と酷似したものとなっている。これはディリクレ分布に従う潜在変数 α^o は外生的にパラメータ ν が与えられた時、独立MH法によって提案分布 $\pi(\alpha^o)$ からサンプリングされる。 ν の値はベイズ更新の回数によらず一定であるため、この例で示したような局所的に分布が集中しているような形状となった場合、潜在変数 α^o が更新されにくく、結果として初期状態から値が大きく変化しないといった問題を抱えている。

(3) 不完全データベースの精度検証

5.(2)でも述べたように、建設時点の推計に供用開始年の既知のグループの確率分布を用いるという特性上、劣化予測モデルの推計結果が供用開始年が既知のグループの確率分布の形状と供用開始年が既知・未知の橋梁数比に大きく依存すると考えられる。このことから、当然ながら供用開始年が既知・未知の橋梁数比によって、推計精度も大きく異なってくると予想される。本研究で

観測値と推計値の比較 (RMB I)

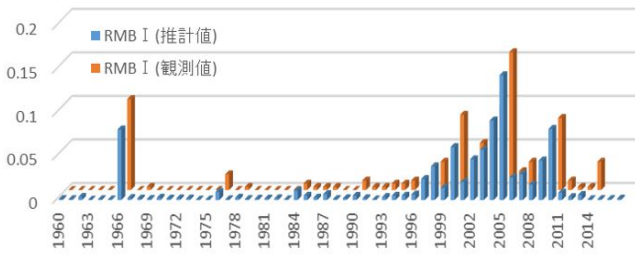


図-5 供用開始時点の確率分布

は全橋梁に対して供用開始時点未知の橋梁の割合が少なかったため、有意な結果が得られたが、この状況が他の開発途上国においても成立する保証はない。むしろ彼らにとっては実際のマネジメントにあたって、劣化予測結果の精度が担保され続けるためには、データベースにどの程度の欠損まで許容することができるのかを知ることが最重要事項である。そこで本章では情報の不完全性に起因して期待劣化パスの推計精度がどのように変化するかを検証のため、擬似的に供用開始年が既知の橋梁から無作為に抽出し、供用開始年が未知と仮定し、既知・未知の橋梁数比を変化させて期待劣化パスを求める。ここでは、完全データベース κ_1 のみで構成されるデータベースを用いた推定結果を理想的な結果とし、その中でどの程度供用開始年未知の橋梁が増えたら同様の推定結果を得ることができなくなるかを明らかにする。いま、完全データベース (κ_1) に基づいて推定したパラメータ推定値を $\hat{\psi}$ ($\hat{\psi} = \hat{\beta}, \hat{\alpha}, \hat{\eta}, \hat{\phi}, \hat{\epsilon}$) と表す。さらに、データベース D_t ($t = 1, \dots, T$) に基づいて推定した推定値を $\hat{\psi}^t$ ($\hat{\psi}^t = \hat{\beta}^t, \hat{\alpha}^t, \hat{\eta}^t, \hat{\phi}^t, \hat{\epsilon}^t$) と表す。ここでこれらの推定値を用いて

$$\hat{\mu} = \hat{\psi}^t - \hat{\psi} \quad (50)$$

を定義する。ここで完全データベースに基づいて推定した混合マルコフ劣化ハザードモデルとデータベース D_i に基づいて推定した混合マルコフ劣化ハザードモデルが一致するか否かを分析するために、推定値間 $\hat{\theta}, \hat{\theta}^t$ の同一性を検定するための Chow テストを利用する。すなわち、混合マルコフ劣化ハザードモデルの一致性を検定するための帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を

$$\begin{cases} H_0 : \hat{\mu} =_{and} \mathbf{O} \\ H_1 : \hat{\mu} \neq_{or} \mathbf{O} \end{cases} \quad (51)$$

と定義する。ただし \mathbf{O} は零行列である。帰無仮説 H_0 は全てのパラメータが対象である。一方、帰無仮説 H_1 は任意の要素に対して一つでも条件式が成立することを意味する。データベース D_t に基づいた推定結果が、完全データベースの推定結果と一致するという帰無仮説 H_0 を対立仮説 H_1 に対して検定するための尤度比検

定統計量は、

$$\xi = 2 \ln \frac{\mathcal{L}(\hat{\beta}, \hat{\alpha}, \hat{\eta}, \hat{\phi}, \hat{\epsilon}, \hat{\psi})}{\mathcal{L}(\tilde{\beta}, \tilde{\alpha}, \tilde{\eta}, \tilde{\phi}, \tilde{\epsilon})} \quad (52)$$

と表せる。また、 $\ln[\mathcal{L}(\hat{\beta}, \hat{\alpha}, \hat{\eta}, \hat{\phi}, \hat{\epsilon}, \hat{\psi})]$ は制約がない(帰無仮説 H_0 の制約がない)場合の尤度を、 $\ln[\mathcal{L}(\tilde{\beta}, \tilde{\alpha}, \tilde{\eta}, \tilde{\phi}, \tilde{\epsilon})]$ は帰無仮説 H_0 の制約下での尤度を表す。 $\tilde{\beta}, \tilde{\alpha}, \tilde{\eta}, \tilde{\phi}, \tilde{\epsilon}$ は帰無仮説 H_0 の下での推定値を表す。この時検定統計量 ξ が棄却域 $\xi \geq \chi_{100-\alpha}^2(f)$ に入れば、有意水準 $\alpha\%$ で帰無仮説 H_0 を棄却できる。ただし、 $\xi \geq \chi_{100-\alpha}^2(f)$ は自由度 f の χ^2 分布における棄却域を表す。帰無仮説 H_0 が棄却された場合、データベース D_i に基づいて推定した混合マルコフ劣化ハザードモデルは、完全データベース κ_1 に基づいて推定した混合マルコフ劣化ハザードモデルと一致しないと判断できる。

6. 今後の展望

本研究ではデータベース内に 1) 供用開始年が未知の橋梁が存在する場合、2) 補修年が未知の橋梁が存在する場合を想定し、それらの建設・補修時点の確率分布を仮定して劣化予測を行う手法を開発した。しかしながら、現在補修タイプがどのように大別されるかや各補修後の回復健全度について十分な検証を行うことができず、現地の技術者との議論を通して定義を定める必要がある。従って、本研究においても供用開始年の不完全性のみ考慮した分析で留まっているのが現状である。ただし、アセットマネジメントの高度化が進んでいない開発途上国においては、アセットマネジメントシステム高度化の第一ステージとして供用開始年の不完全性のみ考慮した分析だけでも十分有用であると考え、しかしながら、今後より推計精度の向上を目指した場合、供用開始時点と最新の点検時点の健全度のみを用いてモデルの推計を行う方法論は、補修による健全性の向上の可能性を考慮に入れていないため、橋梁の寿命を過大評価してしまう危険性がある。この理由から、本研究で提案した補修時点を考慮に入れて劣化予測を行う方法論は今後必要となるだろう。たとえば、明確な補修時点が明らかでないとしても、補修の存在が確定している橋梁には補正をかけることで推計精度は必ず向上する。よって、今後の本研究の方針は補修における情報を収集し、今回提案した方法論に従ってモデル推計を行う。その上で今回の供用開始年が不明の橋梁のみを考慮した場合と結果にどれだけの差異が生じるのかを検証し、その結果の考察を行う。また、今回は方法論のみの提案となったが、モデル推計の際に情報が不完全な橋梁がデータベース内に含まれる割合が変化した場合、どのように結果に差

異が生じるのか、つまり、実際のマネジメントの意思決定の論拠として用いることができるレベルで推計精度が担保され続けるためには、データベースにどの程度の欠損まで許容することができるのかを検証するために chow 検定を行う必要がある。

付録 MH 法

直接サンプリングできない条件付き事後確率密度関数からの標本を得るために MH 法を用いる。具体的には、 $\pi(\beta^{\epsilon_1}|\beta^{-\epsilon_1}, \alpha, \eta, \phi, \zeta, \epsilon)$ からのサンプリングに対しては、ランダムウォーク MH 法を、その他の条件付き確率密度関数からのサンプリングに対しては、独立 MH 法をそれぞれ適用する。MH 法自体に新規性がないが、読者の便宜を図るためにサンプリング手法について若干の説明を加える。MH 法では事後分布（目標分布）からのサンプリングが難しい場合に、これを近似するような分布（提案分布）からサンプリングを行う。これと同時に目標分布と提案分布の差異を修正する。これらの操作をギブスサンプリングに従い繰り返したとき、十分に大きな繰り返し回数においてサンプリングされた標本は、目標分布からランダムサンプリングされた標本とみなすことができる。

いま、観測値集合 Ξ の下であるパラメータ θ の目標分布を $\rho(\theta|\Xi)$ と表す。提案分布の確率密度関数を $q(\theta'|\theta^{(n-1)})$ と表す。提案分布を用いて n 回目のサンプリングで事後分布からの標本の候補として $q(\theta'|\theta^{(n-1)})$ に従う標本 θ' を発生させる。提案された標本 θ' は目標分布 $\rho(\theta|\Xi)$ からの標本ではないために、その差異を修正するために、確率

$$\Theta(\theta'|\theta^{(n)}) = \min \left[\frac{\rho(\theta'|\Xi)\rho(\theta'|\theta^{(n)})}{\rho(\theta^{(n)}|\theta')} , 1 \right] \quad (.53)$$

に従って受容し、 $\theta^{(n+1)} = \theta'$ とする。また、棄却された場合には、 $\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)}$ とする。

選択する提案分布により、様々な MH 法が考案されている。1つの基本的な方法は、 $n+1$ 回目の候補を

$$\theta' = \theta^{(n)} + N(0, Iv) \quad (.54)$$

で表されるランダムウォークにより発生させる。なお、 $N(0, Iv)$ は 0 ベクトルを平均、 Iv を分散共分散行列とした多次元正規分布であり、 I は単位行列を表す。 $v = (v_1, v_2, \dots)$ はステップ幅を定めるパラメータベクトルである。このとき、提案分布の確率密度 q は $(\theta', \theta^{(n)})$ に関して対称となるために、ランダムウォークにより発生させた候補 θ' は確率

$$\Theta_r(\theta'|\theta^{(n)}) = \min \left[\frac{\pi(\theta'|\Xi)}{\pi(\theta^{(n)}|\Xi)} , 1 \right] \quad (.55)$$

で受容される。一方で、事後分布の制約を考慮して提

案分布を選択することも考えられる。特に、 $n+1$ 回目の候補について $q(\theta'|\theta^{(n)}) = q(\theta')$ のような確率密度を有する提案分布を用いる方法は独立 MH 法と呼ばれる。このとき、独立 MH 法の提案分布により発生させた候補 θ' が受容される確率は次式で定義できる。

$$\Theta(\theta'|\theta^{(n)}) = \min \left[\frac{\pi(\theta'|\Xi)q(\theta^{(n)})}{\pi(\theta^{(n)}|\Xi)q(\theta')}, 1 \right] \quad (.56)$$

参考文献

- 1) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 2) Shin, H.C. and Madanat, S.: Development of a stochastic model of pavement distress initiation, *Journal of Infrastructure Planning & Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 3) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 4) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 5) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 6) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 7) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大: 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集 D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
- 8) 中村剛: Cox 比例ハザードモデル, 医療統計学シリーズ, 朝倉書店, 2001.
- 9) Klein, J. P. and Moeschberger, M. L.: *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data (Statistics for Biology and Health)*, Springer-Verlag, 1997.
- 10) 大井明, 宮崎文平, 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司, 山口清人: 定期的な FWD 調査データを用いた高速道路舗装の劣化予測, 土木学会論文集 E1, Vol.70, No.2, pp.11-25, 2014.
- 11) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 12) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 13) Lee, E. T. and Wang, J. W.: *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, John Wiley & Sons, 2003.
- 14) Cox, D. R. and Oakes, D.: *Analysis of Survival Data*, Chapman & Hall/CRC, 1998.
- 15) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.
- 16) 神谷恵三, 田中敏弘, 風戸崇之: 高速道路舗装の補修設計手法に関する一考察, 舗装工学論文集, 土木学会, Vol.12, pp.1-7, 2007.
- 17) 神谷恵三, 風戸崇之: 高速道路舗装の損傷評価に関する研究, 舗装工学論文集, 土木学会, Vol.13, pp.171-178, 2008.
- 18) Akaike, H.: Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, *Proceedings of the 2nd International Symposium on Information Theory*,

pp.267-281, 1973.

- 19) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculating posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1992.

(2018. . 受付)