

# 鉄道橋梁における変状発生過程分析

小林 潔司<sup>1</sup>・尾賀 達哉<sup>2</sup>・松島 格也<sup>3</sup>・小濱 健吾<sup>4</sup>

<sup>1</sup>フェロー会員 京都大学経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)  
E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 東日本旅客鉄道株式会社 (〒 151-0053 渋谷区代々木 2-2-2)  
E-mail: oga-t@jreast.co.jp

<sup>3</sup>正会員 京都大学准教授 大学院工学研究科都市社会工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)  
E-mail: matsushima.kakuya.7u@kyoto-u.ac.jp

<sup>4</sup>正会員 大阪大学特任准教授 大学院工学研究科 NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-8)  
E-mail: k-obama@civil.eng.osaka-u.ac.jp

鉄道土木構造物の維持管理において、近年は戦前、高度経済成長期に整備された構造物が多くを占め、これらの経年化した構造物は鉄道運行の制約上取り替えることは難しく、限られた人員、予算の中で長寿命化を意図した維持管理を行う重要性が高まっている。また、鉄道土木構造物は維持管理標準の制定、鉄道車両の軽量化により、新規に発生する変状が少なくなっている。今後効率的な維持管理を行うために、鉄道会社はそれぞれの土木構造物で発生するき裂、腐食、ひび割れといった変状の特性、発生メカニズムを把握するとともに、各変状の発生規模、変状が発生するまでの時間過程を予測し、適切なタイミングで検査、補修を実施する必要がある。本研究では、変状が発生するであろう箇所を確率変数として定義し、連続的な時間軸上で潜在的な変状が顕在化していく確率過程のモデル化を行う。さらに、ある鉄道区間の鋼橋を分析対象とし、多時点で変状が観測された点検の記録（パネルデータ）にモデルを適用することで、各鉄道橋梁の特性が、将来的に発生する変状数の多寡か、変状が顕在化するまでの経過時間のどちらかに影響を与えているのかを識別した上で、将来的に発生する変状の発生規模の予測を行い、モデルの有用性を検討する。

**Key Words :** *initialization time of failures, Weibull model, bounded sets, deterioration*

## 1. はじめに

鉄道土木構造物において、明治から昭和初期ならびに高度経済成長期に供用が開始され、近年は経年化が進んだ構造物が全体の多くを占めてきている。土木管理者は安全かつ安定した鉄道輸送を維持し続けるため、経年化した土木構造物に対して適切な維持管理を行う必要がある。特に、鉄道土木構造物は日々の鉄道輸送を停止することができないという制約があるため、構造物を取り替えないならぬような事態を未然に防ぐ必要がある。各鉄道会社が実務で適切な維持管理を行うようにするため、鉄道総合技術研究所は、「鉄道の安全をいかに維持するか」という観点から軌道・鉄道土木構造物の検査のあり方を検討し、標準的な維持管理の手法としてとりまとめた「鉄道構造物等維持管理標準」を2007年に制定している<sup>1)</sup>。さらに、近年では車両が軽量化されたことにより、外力が土木構造物に与える影響は小さくなってきている。維持管理標準の制定、車両の軽量化といった技術革新により、鉄道土木構造物の維持管理の現場では、戦前から供用が開始されている構造物が多いにもかかわらず、新規の変状が次々と観測される、もしくは点検要領に事例がないような深刻な変状が発生するような事態は少なくなって

きている。今後、限られた人員、事業費の中で適切に管理・補修を実施するためには、定期点検で発見した変状の特性を知り、進行具合を日々監視するとともに、新規で発生する未補修の変状が増加しないように維持させておく必要がある。

例えば、鋼鉄道橋で発生する変状は、腐食、き裂、リベット及びボルトのゆるみや破断、支承部の変状、第三者に影響を及ぼすような特殊な変状など数多くの形態が存在する。これらの変状は橋梁毎に変状の発生特性が異なる。また、各変状ごとに変状が発生するまでの時間特性が異なる。変状が発生した場合、未補修のまま経過観察を行うと、ある変状が原因となり新たな変状が発生し、変状の規模を拡大させ、鉄道運行を停止するような事態が発生する可能性がある。限られた人員・予算の下で橋梁を効率的に管理するためには、橋梁で発生する変状群を、点検記録に基づいて変状の発生メカニズム毎に分類し、橋梁全体にわたって今後出現する変状の数、累積変状数の時間分布を可能な限りの確に把握することが必要となる。鋼鉄道橋で発生する変状の発生メカニズムについては、

- ・設計不整合や施工不良により、初期に発生するような変状
- ・塗装劣化のように、環境条件等により定期的に発生

するような変状

・疲労によるき裂のように、外力や構造条件等により時間とともに進行するような変状

に大きく分類される<sup>1)</sup>。初期不良による変状、塗膜劣化等に対しては、初期点検と定期的な補強により措置を行うことが可能であるが、時間とともに進行するような変状に対しては新規の変状が今後連鎖的に増加し、未補修の変状が一定量以上発生しないように適切なタイミングで補修を行う必要がある。また、鉄道土木構造物は二年に一度、構造物の状態を把握し、健全度の判定を行うことを目的として全般検査が実施される。よって、土木管理者は時間と共に各変状が生起する過程を観測することが可能な状況にある。

以上の問題意識のもとで本研究では、土木構造物において変状が順に生起していく途中経過とその不可逆性を取り入れた、変状の生起過程のモデル化を行う。具体的には、土木構造物において変状発生の可能性のある箇所を潜在的な変状箇所と定義する。その上で、連続的な時間軸において潜在的な変状が顕在化し、多時点において観測される確率過程を潜在的な生起過程確率モデルとして定式化する。変状の観測過程をモデル化することにより、各土木構造物の特性を考慮した上で、構造物の経年時間と変状数の関係を分析することが可能となる。

以下、2. では、本研究の基本的な考え方を述べる。第3章では、変状数生起確率過程モデルを定式化する。3. で変状数生起確率モデルを定式化する。最後に、4. で実際の鉄道鋼橋を分析対象として、モデルの適用可能性について分析する。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) 既往研究の概要

土木構造物の劣化過程を表現する手法として、力学的な劣化予測モデル<sup>2),3)</sup>と統計的な劣化予測モデル<sup>4),5)</sup>が存在する。本研究では過去の点検記録を利用する統計的な劣化予測モデルを用い、鉄道橋梁で発生する変状の発生過程を予測する。

将来時点において発生する変状の数を予測する手法として、ポアソン過程に代表される計数過程を用いたモデル化があげられる<sup>6),7)</sup>。計数過程では、一定の期間内に生じた事象の回数を数え上げることによって事象の発生頻度を計算し、事象の分布関数を特定化する。土木構造物への適用例として、貝戸等<sup>8)</sup>は道路区間に発生する路上障害物が計数過程の1つである混合ポアソン過程に従うと仮定して路上障害物の発生過程をモデル化している。計数過程においては、 $n$  回目の事象と  $n+1$  回目の事象が互いに時間的に独立して発生す

ることを仮定している。しかし、本研究で対象とする土木構造物は、時間とともに構造物全体の劣化が進展し、変状の発生を数えている領域内において一律に変状の発生確率が増加するという特徴を持っている。したがって、 $n$  個目の変状発生と  $n+1$  個目の変状発生を互いに独立事象と考えるような計数過程としてモデル化するのではなく、複数の潜在的な変状事象が時間を通じて生起するようなモデル化が必要となる。

ある対象とする事象の発生確率と経過時間の関係を分析するモデルとして、ハザードモデルがある。ハザードモデルを用いた生存時間解析に関しては信頼性解析など多くの分野で適用事例があり研究成果も豊富である。ハザードモデルの推計方法に関しても研究成果が蓄積されており、Lancaster 等で体系化されている<sup>9),10)</sup>。土木構造物に対するハザードモデルの適用事例として、青木等<sup>4)</sup>は、トンネル照明ランプの故障が発生するまでの時間をワイブル分布によって表現したワイブル劣化ハザードモデルを提案し、将来時点におけるトンネル照明ランプの故障数を予測した。津田等<sup>5)</sup>は、2つの状態間の時間的推移を表現するハザードモデルを拡張し、2つ以上の任意の状態間の時間的推移を表現するマルコフ劣化ハザードモデルを開発した。マルコフ劣化ハザードモデルの開発により、各状態の任意の将来時点における状態分布を表現することが可能となった。その他にも、ハザードモデルを土木構造物に適用した事例は数多く蓄積されている<sup>11)–21)</sup>。ハザードモデルは、点検データに介在する「断ち切り・切断」といったデータ上の問題を考慮したモデル推計を行うことができ、統計的な劣化予測の解析手法として確立されている<sup>22),23)</sup>。

鉄道橋梁の場合、各橋梁毎にひび割れ、亀裂、腐食、塗膜劣化といった多様な変状が複数発生しており、近年では「鉄道構造物等維持管理標準・同解説」に基づいて各変状の健全度が標準化され、現場の検査員が健全度診断支援システム<sup>24)</sup>を用いて健全度の判定を行い、各変状の状態を記録、保存している。よって、津田等が開発したマルコフ劣化ハザードモデルにより点検記録に基づき変状の健全度の時間推移を予測することは、鋼橋の塗膜劣化といった特定の変状に対しては大いに役立つ情報となる。ただし、構造物全体にわたって今後出現する変状の数、累積変状数の時間過程を、既存のハザードモデルでは表現することができない。

そこで、梶間等は、変状の数、累積変状数の時間分布を予測するにあたり、高速道路構造物において現時点までに発生している多様な変状の発生過程の発生特性を分析した上で、変状の将来的な発生数を予測するための潜在的変状確率モデルを開発している<sup>25),26)</sup>。変状の発生特性を踏まえた上で各変状群で発生する変状

数の時間過程を統計的に予測するには、変状の発生箇所を事前に把握することが前提となるが、場所によっては供用開始から全く損傷が発生しない箇所も少なからず存在するため、点検記録では変状が発生する可能性のある箇所を特定することは難しい。

そこで、梶間等は、分割する変状の数、すなわち変状の発生する可能性のある箇所（以下、潜在変状箇所）の数を確率変数と考え、ハザードモデルとの混合確率により変状発生確率を表現し、高速道路の橋梁に発生する漏水系、剥離系の変状に対し、変状の発生数が有限母集団であるという仮説に基づき、構造物毎が持つ変状の数の発生確率分布を推定し、同時に時間経過により変状数がどのように推移していくかを分析している<sup>26)</sup>。

本研究においても、潜在的に変状が発生する箇所を確率変数と捉え、鉄道橋梁で発生する変状の発生メカニズムに基づき、将来的な変状の発生規模の予測を行う。ただし、梶間等が提案する変状数生起確率モデルの推計では、最新の点検時点のみに着目して解析を行っているが、本研究では多時点の点検記録（パネルデータ）を用いて、変状が順に生起していく途中経過とその不可逆性を取り入れたモデルに拡張し、時間と共に累積変状数が増加していく過程の分析を行う。

## (2) 潜在変状の有限母集団仮説

ハザードモデルは、生存時間分析として医学、生物学として発展し、工学においても機械システムや機器の故障解析等で用いられ、ある事象が発生するまでの時間を確率的に表現するモデルである。生存時間分析に用いる生存時間データの母集団は確定しているが、本研究では母集団を確率変数で表現する。すなわち、土木構造物に対して潜在変状箇所が有限の個数と考え、潜在変状箇所が顕在化するかどうかの2値の情報を取るとする。鉄道橋をはじめとする鉄道施設は、先述した通り、高度経済成長期以降車両が軽量化されたことで、載荷重による構造物への負担が少なくなり、変状が無制限に広がるといったことは今のところ見られていない。

また、平成19年1月には「鉄道構造物維持管理標準・同解説（構造物編）」が制定され、維持管理の標準化が進められており、かつ各鉄道会社において、それぞれが持つ鉄道資産の特徴（点検時に注視すべき箇所、発生しやすい変状）を把握している状態にある。よって、本研究では潜在的な変状が有限であるという仮説に基づき、変状の発生過程に関する分析を行っていく。

梶間等が開発した変状数生起確率モデルは、土木構造物において変状発生のある箇所を潜在的な変状箇所とし、潜在的な変状箇所の数が従う確率分布

をポアソン分布により表現し、その上で、潜在的な損傷箇所において変状が顕在化するかどうか否かの時間的変化をワイブル劣化ハザードモデルに従うとした混合確率モデルにより表現している。それぞれの土木構造物には個別に特性や使用環境があり、潜在変状数の潜在箇所数、それぞれの変状が顕在化するまでの経過時間に影響を与えている。

ただし、梶間等が提案したモデルでは、ある時点までに潜在変状が顕在化する確率をモデル化し、単一時点で観測された点検記録（以下、クロスセクションデータと呼ぶ）を用いて分析を行っており、土木構造物毎の特性の違いが潜在変状数の多寡か、もしくは変状が顕在化するまでの経過時間に影響を及ぼすかを識別することが不可能であったため、分析を行う際は全橋梁の潜在変状の顕在化確率は一定であるとし、大型車の交通量や凍結防止剤散布量といった特性が潜在変状数の多寡に与える影響度を考慮した分析を行っている。

一方、本研究では鉄道土木構造物を対象としており、鉄道土木構造物においては、2年に1度の周期で全般検査を実施することが「鉄道構造物維持管理標準・同解説（構造物編）」によって制定され、各鉄道会社には多時点にわたって継続的に実施された点検の記録（以下、パネルデータと呼ぶ）が蓄積されている状況にある。

三輪は、パネルデータを用いた分析を行う利点として、1) 観測されない異質性を統制することができること、2) 個体レベルでの分析が可能であること、3) より精密な因果推論が可能になることを挙げている<sup>32)</sup>。

そこで本研究では、潜在変状確率モデルを拡張し、連続的な時間軸上で潜在的な変状が顕在化し、観測される過程をモデルで表現し、パネルデータに適用する。そうすることで、個別構造物の特性や使用環境が潜在変状数の多寡か、潜在的変状の顕在化確率のどちらかに影響を与えているのかを識別することが可能となる。また、ある構造物の変状数発生確率の確率分布を求めることにより、現時点での構造物の状態を把握するとともに、次の点検年度で新規の変状が発生した場合に、構造物がどの状態に推移したかを知ることができる。さらに、橋梁毎の異質性を統制することができるため、変状間での因果関係を、橋梁の個体差を考慮した上で分析することができ、実際に観測された変状の時間的順序関係と、得られた推計結果を比較することができる。

よって本研究では、土木構造物において各変状が順に発生する過程を表現した変状数生起過程モデルを構築し、多時点での点検記録にモデルを適用させ、橋梁毎による変状の発生特性を考慮した変状の発生過程についての予測を行う。



### 3. 変状数生起確率モデル

#### (1) モデル化の前提

土木構造物の供用が開始されたカレンダー時刻  $\tau$  を起点  $t = 0$  とする連続時間軸  $[0, \infty)$  を考える. 土木管理者は, 連続時間軸上の有限個の時点で点検を実施し, 土木構造物に発生する損傷や変状 (以下では, 変状という呼び方に統一する) をモニタリングする. 各構造物には, 供用期間中に顕在化する潜在的な変状が存在する. このような潜在的な変状の数は有限であると仮定する. しかし, 潜在的変状の個数は, 観測不可能である. このような潜在的な変状の集合を, 以下潜在変状集合と呼ぶこととする. 時間の経過に伴って, 潜在変状集合の中から, ある特定の変状が顕在化していく. 目視点検により, 顕在化した変状が観測される. したがって, 時間の経過に伴い, 点検で発見された累積変状数は単調に増加する. ある管理者が, 供用時点が異なる  $K$  個の構造物を管理していると考え. これらはある特定の種類の構造物であるが, それが設置されている環境や施工上の特性により, 構造物の劣化特性が異なると考える. これらの土木構造物には, 多様な変状が発生するが, 以下では, 議論の見通しをよくするために, ある特定の種類の変状に着目する.

ある構造物  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) の潜在的変状集合を  $\hat{A}_k$  と表す. 潜在的変状集合  $\hat{A}_k$  に含まれる潜在的な変状数を  $\hat{n}_k$  と表す. 変状数の真の値  $\hat{n}_k$  の値は確定的であるが, 管理者はその値を観測できない. したがって, 確率変数  $n_k$  を用いて潜在的変状数を表現する. ここで, 議論の展開上, 当面の間, 潜在的変状数  $n_k$  を与件として議論を進める. さらに, 構造物を特定化する添え字  $k$  を省略する. 潜在的変状集合には,  $n$  個の潜在的変状が含まれているが, 各潜在的変状の添え字を  $a \in A^n$  で表す.  $A^n = \{1, \dots, n\}$  である. ここで,  $n$  個の潜在的変状が顕在化する連続時間軸上の時点を  $n$  次元状態変数ベクトル  $\mathbf{z}^n = (z_1, \dots, z_n)$  で表す. ただし,  $z_a$  ( $a = 1, \dots, n$ ) は, 定義域を  $t_a = [0, \infty)$  とする確率変数である. このとき,  $n$  個の潜在的変状が顕在化する時点を表す状態空間  $\Omega^n$  は,  $n$  次元の半空間

$$\Omega^n = \prod_{a=1}^n t_a \quad (1)$$

となる. 状態空間  $\Omega^n$  の中の任意の要素 (状態変数) を  $\omega^n = \mathbf{z}^n \in \Omega^n$  と表記する. すなわち, 状態変数  $\omega^n$  は  $n$  個の変状が顕在化した時点ベクトルを意味する. 以上の議論では  $n$  を与件と考えていた. しかし,  $n$  が観測不可能であるため,  $n$  を確率変数と考える. そこで, 潜在的変状の顕在化時点を表す状態空間の集合 (以下,

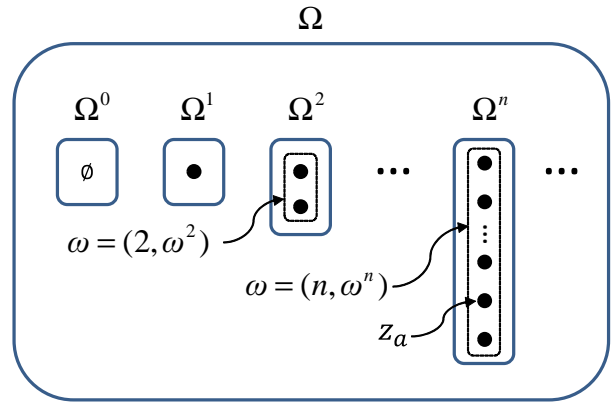


図-1 状態空間クラス概念図

状態空間クラスと呼ぶ)

$$\Omega = \bigcup_{n \in Z_+} \Omega^n \quad (2)$$

を定義する.  $Z_+$  は非負整数集合である. 図-1 に状態空間クラス概念図を示している. 状態空間  $\Omega^0$  は潜在的変状数が 0 である場合であり, null 要素  $\emptyset$  のみで構成される. 状態変数クラス  $\Omega$  の中の任意の要素  $\omega \in \Omega$  は, 潜在的変状数  $n$  と状態空間  $\Omega^n$  上で定義される変状の顕在化時点ベクトル  $\omega^n = \mathbf{z}^n$  の組を用いて  $\omega = (n, \omega^n)$  と記述される. さらに, 状態空間クラス  $\Omega$  上で定義される確率関数  $\pi: \Omega \rightarrow [0, 1]$  を考える. 関数  $\pi(\omega)$  は状態空間クラス  $\Omega$  の中から, その要素  $\omega$  が実現する確率を表す. 関数  $\pi$  の無名性 (変状  $a$  の任意の置換に対する不変性) を仮定する. このとき,  $(\pi, \Omega)$  は確率空間を形成する. すなわち, 状態空間クラスの中から, 自然によりある特定の潜在的変状数  $n$  と状態空間  $\Omega^n$  に含まれる状態変数  $\omega^n$  が標本として選択され, 状態変数  $\omega^n$  により記述される時点に変状が顕在化する. 状態空間クラス  $(\pi, \Omega)$  に含まれる任意の要素  $\omega = (n, \omega^n) \in \Omega$  に対して, 1) 変状数  $n$  の確率分布と各変状の顕在化時間分布が互いに独立であり, 2) 変状の顕在化時間分布が互いに独立であると仮定する. このとき, 要素  $\omega \in \Omega$  が生起する確率密度関数を

$$\pi(\omega) = \zeta(n) \prod_{a=1}^n f(z_a) \quad (3)$$

と表現することができる. ここに,  $\zeta(n)$  は状態空間  $\Omega^n$  が生起する離散的確率 (潜在的変状数が  $n$  となる確率) であり,  $f(z_a)$  は変状  $a \in A^n$  が時点  $z_a$  に顕在化する確率密度である. のちに 3.(4) では, 変状  $a \in A^n$  が顕在化する時点  $z_a \in [0, \infty)$  の確率密度関数をハザードモデルを用いて表現する. 供用開始時点から変状が顕在化するまでの寿命を確率変数  $z$  で表し, 確率密度関数  $f(z)$ , 分布関数 (累積寿命確率)  $F(z)$  に従って分布すると仮定する. ただし, 寿命  $z$  の定義域は  $[0, \infty)$  である.

## (2) 観測過程のモデル化

連続時間軸  $[0, \infty)$  における任意の時点における観測データ (点検結果) の発生メカニズムをモデル化する。いま, 状態空間クラス  $\Omega$  の中から要素  $\tilde{\omega} = (\tilde{n}, \tilde{\omega}^n) \in \Omega$  が実現したと考える。さらに, 時点  $t$  に点検が実施され, 変状  $a \in A^n$  の観測結果を観測変数  $s_a(t|\tilde{\omega}^n)$  ( $a \in A^n$ ) により記述する。ここに,  $s_a(t|\tilde{\omega}^n)$  は, 状態変数  $\tilde{\omega}^n \in \Omega^n$  が実現したときに, 潜在的変状  $a \in A^n$  が時点  $t$  において顕在化しているかどうかを表すダミー変数であり,

$$s_a(t|\tilde{\omega}^n) = \begin{cases} 0 & \text{顕在化していない} \\ 1 & \text{顕在化した} \end{cases} \quad (4)$$

と定義される。  $n$  を与件とした場合に対しても, 状態変数の実現値  $\tilde{\omega} = (\tilde{n}, \tilde{\omega}^n)$ ,  $\tilde{\omega}^n = (\tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_n)$  に対して, 時点  $t$  における観測状態  $s_a(t|\tilde{\omega}^n)$  ( $a \in A^n$ ) は

$$s_a(t|\tilde{\omega}^n) = \begin{cases} 0 & t \leq \tilde{z}_a \\ 1 & t > \tilde{z}_a \end{cases} \quad (5)$$

と定義される。このとき, 変状数  $n$  を与件とする状態空間  $\Omega^n$  上の要素  $\tilde{\omega}^n$  に対して定義される時点  $t$  の状態観測ベクトル  $\xi^n(t)$  を

$$\xi^n(t|\tilde{\omega}^n) = \{s_1(t|\tilde{\omega}^n), \dots, s_n(t|\tilde{\omega}^n)\} \quad (6)$$

と記述する。  $n$  個の潜在的変状  $a \in A^n$  のそれぞれに対して  $\tilde{s}_a(t|\tilde{\omega}^n) = 0, \tilde{s}_a(t|\tilde{\omega}^n) = 1$  という 2 通りの観測状態を定義できる。時点  $t$  で獲得できる観測状態は  $n$  個の潜在的変状の観測状態の組として定義されるため, 合計  $2^n$  個の観測状態が存在する。状態空間  $\Omega^n$  における要素  $\tilde{\omega}^n$  が実現したときに, 時点  $t$  における点検において観測される変状数  $m(t|\tilde{\omega}^n)$  を

$$m(t|\tilde{\omega}^n) = \|\{a : s_a(t|\tilde{\omega}^n) = 1, a \in A^n\}\| \quad (7)$$

と定義する。記号  $\|\cdot\|$  は集合の要素数を表す。

連続的時間軸  $t = [0, \infty)$  の時点  $t_j$  ( $j = 0, \dots, J$ ) において点検が実施されたと考える。ただし,  $t_0 = 0, t_J = T$  であり,  $T$  は現在時点である。2 つの連続する点検時刻を  $t_{j-1}, t_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) と表す。連続時間軸の区間  $[0, T)$  を  $J$  個の期間  $v_j = [t_{j-1}, t_j)$  ( $j = 1, \dots, J$ ) に分割する。初期時点  $t_0$  から現在時点  $t_J$  までに至る点検時点  $t_j$  ( $j = 0, \dots, J$ ) において, 変状数  $\bar{m}_j$  ( $j = 0, \dots, J$ ) に関するデータが得られたと考える。記号「 $\bar{\cdot}$ 」は観測結果であることを意味する。初期時点を含め  $J+1$  個の点検時点において,  $J+1$  個の変状数に関する情報  $\bar{\mathbf{m}} = (\bar{m}_0, \dots, \bar{m}_J)$  が得られる。このとき, 図-3 に示すように, 区間  $v_j = [t_{j-1}, t_j)$  において新たに顕在化した変状数  $\bar{f}_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) は

$$\bar{f}_j = \bar{m}_j - \bar{m}_{j-1} \quad (8)$$

と表される。

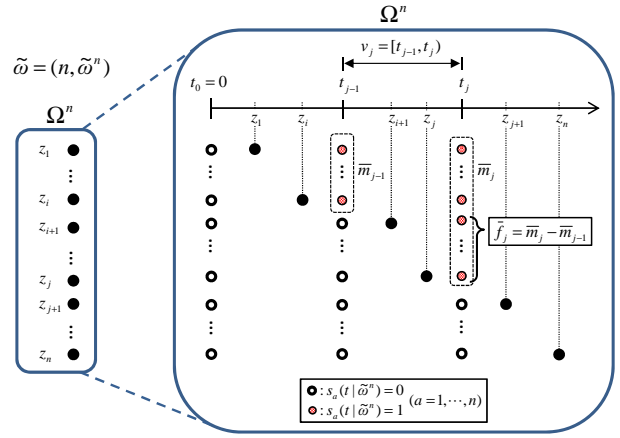


図-2 顕在化した変状数が  $m$  となる状態集合

## (3) 観測尤度の定式化

再び, 潜在的変状数  $n$  を与件として議論を進める。  $n$  個の潜在的変状をその顕在化時点に着目して分類するために,  $J+1$  個の排他的カテゴリ  $\eta_j$  ( $j = 1, \dots, J+1$ ) を定義する。前述の定義より,

$$\eta_j = [t_{j-1}, t_j) \quad (j = 1, \dots, J) \quad (9a)$$

$$\eta_{J+1} = [t_J = T, \infty) \quad (9b)$$

と表される。ただし,  $\eta_{J+1}$  は, 現在時点までに顕在化していない変状を表すカテゴリである。  $n$  個の潜在的変状は,  $J+1$  個のカテゴリのいずれか 1 つに属することになる。いま,  $J+1$  回の点検が実施され, 連続時間上の期間  $v_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) のそれぞれに対して, 新たに顕在化した変状数ベクトル  $\bar{\mathbf{f}} = (\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_J)$  が観測されたと考える。ただし, カテゴリ  $J+1$  に属する潜在的変状数  $\bar{f}_{J+1}$  は,  $\bar{f}_{J+1} = n - \sum_{j=1}^J \bar{f}_j$  と表される。潜在的変状数  $n$  は与件であるが, どの状態変数  $\omega^n$  が実現したかは観測できない。状態変数  $\omega^n \in \Omega^n$  に対して, 観測結果が  $\bar{\mathbf{f}}$  となるような状態変数の部分集合  $\Omega^n(\bar{\mathbf{f}})$  を定義する。

いま, 現在時点までに合計  $M = \sum_{j=1}^J \bar{f}_j$  個の潜在的変状が顕在化し, それぞれのカテゴリ  $\eta_j$  ( $j = 1, \dots, J+1$ ) に  $\bar{f}_j$  ( $j = 1, \dots, J+1$ ) 個の変状が含まれた場合を考える。潜在的変状はいずれも非対称的であり,  $n$  個の潜在的変状のうち, いずれの変状がそのカテゴリに含まれるのかを識別できないと考える。ある潜在的変状  $a \in A^n$  が, 時点  $t_{j-1}$  における点検では顕在化せず, 時点  $t_j$  の点検ではじめて顕在化された場合, 当該の変状はカテゴリ  $\eta_j = [t_{j-1}, t_j)$  に含まれることになる。潜在的変状  $a$  の顕在化時点  $z_a \in [0, \infty)$  の確率分布関数  $F(z_a)$  を用いれば, 潜在的変状がカテゴリ  $\eta_j$  に含まれる確率  $\theta_j$  は

$$\theta_j = F(t_j) - F(t_{j-1}) \quad (10)$$

と表される。ただし、カテゴリ  $\eta_{J+1}$  に関しては、時点  $t_J$  までに変状が顕在化しない確率

$$\theta_{J+1} = 1 - F(t_J) \quad (11)$$

を用いて表される。ただし、 $F(t_0) = 0$  である。また、 $\sum_{j=1}^{J+1} \theta_j = 1$  が成立する。ここで、 $n$  個の潜在変状のうち、カテゴリ  $\eta_j (j = 1, \dots, J+1)$  にそれぞれ  $\bar{f}_j (j = 1, \dots, J+1)$  個の変状が属する確率  $p_n(\bar{\mathbf{f}})$  は、多項分布を用いて

$$p_n(\bar{\mathbf{f}}) = \frac{n!}{\prod_{j=1}^{J+1} \bar{f}_j!} \prod_{j=1}^{J+1} (\theta_j)^{\bar{f}_j} \quad (12)$$

と表される。一方、潜在変状数は観測不可能であり、施設管理者には、対象とする構造物に対してどの状態空間  $\Omega^n$  が生起しているかを特定できない。しかし、現時点（最終の点検時点） $t_J$  までに、合計  $M = \sum_{j=1}^J \bar{f}_j$  個の変状が顕在化したことが観察されている場合、潜在変状数は少なくとも  $M$  個以上でなければならない。このことを考慮すれば、変状数ベクトル  $\bar{\mathbf{f}}$  が生起する無条件確率  $P(\bar{\mathbf{f}})$  は

$$P(\bar{\mathbf{f}}) = \sum_{n=M}^{\infty} \zeta(n) \frac{n!}{\prod_{j=1}^{J+1} \bar{f}_j!} \prod_{j=1}^{J+1} (\theta_j)^{\bar{f}_j} \quad (13)$$

と表される。

#### (4) モデルの特定化

対象とする土木構造物  $k (k = 1, \dots, K)$  のそれぞれが、無限に多くの同質的な基本単位で構成されていると考えれば、構造物  $k$  に含まれる潜在変状数  $n_k$  の確率分布をポワソン分布により表現できる（付録 A.1 参照）を用いて表すことができる。すなわち潜在変状数が  $n$  となる確率  $\zeta(n)$  は

$$\zeta(n_k) = \frac{\lambda_k^{n_k}}{n_k!} \exp(-\lambda_k) \quad (14)$$

と表すことができる。ただし、 $\lambda_k$  は構造物  $k$  の潜在変状数の期待値を表すパラメータである。潜在変状数分布のパラメータ  $\lambda_k$  を着目する構造物  $k (k = 1, \dots, K)$  に含まれる潜在変状数に影響を表す特性変数ベクトル  $\bar{\mathbf{y}}_k = (\bar{y}_{k,1}, \dots, \bar{y}_{k,H})$  を用いて

$$\lambda_k = \bar{\mathbf{y}}_k \boldsymbol{\gamma}' \quad (15)$$

と表す。ただし、 $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_0, \dots, \gamma_H)$  は未知パラメータベクトルである。 $\iota$  は転置操作を表す。また、 $\bar{y}_{k,0} = 1$  であり定数項を表す。

つぎに、式 (10),(11) において、確率  $F(t_j)$  は、時点  $t_j$  までに変状が顕在化する確率である。逆に、時点  $t_j$  において潜在変状が顕在化していない確率（以下、生存確率と呼ぶ） $\tilde{F}(t_j)$  は、

$$\tilde{F}(t_j) = 1 - F(t_j) \quad (16)$$

により定義できる。ここで、ハザード関数  $\psi(z)$  を用いれば、時点  $t_j$  まで変状が顕在化しない確率  $\tilde{F}(t)$  は、

$$\tilde{F}(t_j) = \exp \left[ - \int_0^{t_j} \psi(u) du \right] \quad (17)$$

と表される。構造物  $k (k = 1, \dots, K)$  のハザード関数として指数ハザード関数

$$\psi_k(z) = \mu_k z \quad (18)$$

を考える。 $\mu_k$  は変状の顕在化に影響を及ぼす定数パラメータであり、対象とする土木構造物における変状顕在化に影響を及ぼすような特性で表現できると考えれば、特性ベクトル  $\bar{\mathbf{x}}_k = (\bar{x}_{k,1}, \dots, \bar{x}_{k,L})$  を用いて、

$$\mu_k = \bar{\mathbf{x}}_k \boldsymbol{\beta}' \quad (19)$$

と表せる。ただし、 $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \dots, \beta_L)$  は未知パラメータベクトルである。 $\iota$  は転置操作を表す。また、 $\bar{x}_{k,0} = 1$  であり定数項を表す。指数劣化ハザード関数を用いた場合、変状が顕在化するまでの経過時間（寿命と呼ぶ）の確率密度関数  $f(z)$ 、および変状の未発生確率  $\tilde{F}(z)$  は、それぞれ

$$f_k(z) = \mu_k z \exp(-\mu_k z) \quad (20a)$$

$$\tilde{F}_k(z) = \exp(-\mu_k z) \quad (20b)$$

と表される。このとき、構造物  $k (k = 1, \dots, K)$  の状態変数  $\omega_k = (n_k, \omega^{n_k}) \in \Omega_k$  が生起する確率密度関数を

$$\begin{aligned} \pi(\omega_k) &= \zeta(n_k) \prod_{a=1}^{n_k} f_k(z_a) \\ &= \frac{\lambda_k^{n_k}}{n_k!} \exp(-\lambda_k) \prod_{a=1}^{n_k} \mu_k z_a \exp(-\mu_k z_a) \end{aligned} \quad (21)$$

と定式化することができる。また、式 (13) より、変状数ベクトル  $\bar{\mathbf{f}}_k$  が生起する無条件確率  $P(\bar{\mathbf{f}}_k)$  は

$$\begin{aligned} P(\bar{\mathbf{f}}_k) &= \sum_{n_k=M_k}^{\infty} \left\{ \frac{\lambda_k^{n_k}}{n_k!} \exp(-\lambda_k) \right\} \\ &\quad \cdot \left\{ \frac{n_k!}{\prod_{j=1}^{J+1} \bar{f}_{j,k}!} \prod_{j=1}^{J+1} (\theta_{j,k})^{\bar{f}_{j,k}} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

となる。若干の計算により

$$P(\bar{\mathbf{f}}_k) = \prod_{j=1}^J \frac{\exp(-\lambda_k \theta_{j,k}) (\lambda_k \theta_{j,k})^{\bar{f}_{j,k}}}{\bar{f}_{j,k}!} \quad (23)$$

を得る。式 (23) は到着率を  $\boldsymbol{\chi}_k = \{\lambda_k \theta_{1,k}, \dots, \lambda_k \theta_{J,k}\}$  とする多変量ポアソン分布である。

#### (5) 尤度関数

いま、時点  $t_j (j = 1, \dots, J)$  において土木構造物  $k (k = 1, \dots, K)$  を対象として目視点検が行われ、変状に関する観測値ベクトル  $\bar{\mathbf{m}} = \{\bar{m}_0, \dots, \bar{m}_J\}$  が得られたと考える。また、土木構造物  $k$  の特性ベクトルを  $\Xi = \{(\bar{\mathbf{y}}_k, \bar{\mathbf{x}}_k; (k = 1, \dots, K))\}$  と表す。本研究では、供用開始時点から変状が初めて顕在化するまでの経過時



間 (initialization time) の確率分布を計測することを目的としている。したがって、ある時点  $t_j$  で発見された変状は (その変状に対して補修が実施されたとしても)、それ以降の点検時点  $t_{j+1}, \dots, t_j$  において変状履歴として認識される必要がある。また、時点  $t_{j-1}$  において変状が発見されず、時点  $t_j$  で変状が初めて発見された場合、期間  $[t_{j-1}, t_j)$  において、変状が発生したという追加情報を獲得することができる。このように、変状が初めて発見された点検時点に関する情報が重要な役割を果たすことになる。本モデルにおいて推計すべき未知パラメータベクトルを  $\phi = (\gamma, \beta)$  と表すと、点検結果が観測される尤度  $\ell(\phi|\bar{m}, \Xi)$  は、

$$\ell(\phi|\bar{m}, \Xi) = \prod_{k=1}^K \prod_{j=1}^J \frac{\exp(-\lambda_k \theta_{j,k}) (\lambda \theta_{j,k})^{\bar{f}_{j,k}}}{\bar{f}_{j,k}!} \quad (24)$$

と表される。また、定数項を無視すれば、対数尤度関数は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\phi|\bar{m}, \Xi) &= \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J \{-\lambda_k \theta_{j,k} + \bar{f}_{j,k} (\ln \lambda_k + \ln \theta_{j,k})\} \quad (25) \end{aligned}$$

と表される。対数尤度関数 (25) を最大にするようなパラメータ値  $\phi$  の最尤推定量は、

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\phi|\bar{m}, \Xi)}{\partial \phi} = 0 \quad (26)$$

を同時に満足するような  $\hat{\phi} = (\hat{\gamma}, \hat{\beta})$  として与えられる。さらに、パラメータの漸近的な共分散行列の推定値  $\hat{\Sigma}(\hat{\phi})$  は、

$$\hat{\Sigma}(\hat{\phi}) = \left[ \frac{\partial^2 \mathcal{L}(\phi|\bar{m}, \Xi)}{\partial \phi \partial \phi'} \right]^{-1} \quad (27)$$

と表すことができる。ただし、上式の右辺の逆行列は  $\partial^2 \{\mathcal{L}(\phi|\bar{m}, \Xi)\} / \partial \phi_i \partial \phi_j$  を要素とする  $(H + L + 2) \times (H + L + 2)$  次の Fisher 情報行列<sup>29)</sup> の逆行列である。パラメータの最尤推定量は、 $(H + L + 2)$  次元の非線形連立方程式 (26) を解くことにより得られる。本研究では、ニュートン・ラフソン法<sup>30)</sup> により最尤推定量を求めることとした。最尤推定量  $\hat{\phi}$  を求めれば、共分散行列の推定量  $\hat{\Sigma}(\hat{\phi})$  を用いて  $t$  検定統計量を推定できる。

## 4. 適用事例

### (1) 適用事例の概要

本研究で提案したモデルを西日本のある鉄道の鉄道橋梁に適用し、提案したモデルの有用性を検討する。対象とする橋梁の特徴は表-1 のようになる。橋梁数は鋼橋が 105 橋、コンクリート橋が 101 橋で、径間数は鋼橋が 318 径間、コンクリート橋が 215 径間存在する。最も古い橋梁は 1913 年から供用が開始されている鋼橋であり、最も新しい橋梁は 2003 年から供用が開始されているコンクリート橋である。鋼橋とコンクリート橋の

表-1 対象区間の橋梁について

橋梁の種類	鋼橋	コンクリート橋
橋梁数	105	101
径間数	318	215
最大供用年数	102(年)	95(年)
最少供用年数	38(年)	12(年)
平均供用年数	80.6(年)	54.4(年)
橋長の最大値	695.902(m)	236.639(m)
橋長の最小値	1.219(m)	1.11(m)

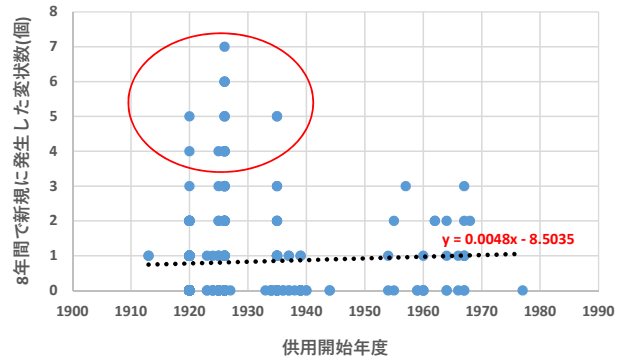


図-3 新規変状数と供用開始年度との関係

供用年数を比較すると、平均的に鋼橋の供用年数が約 25 年長いことがわかる。橋長に関しては、1920 年から供用が開始されている 695.902m の長さの鋼橋、2003 年に供用が開始されている 236.639(m) の PC 橋が対象区間にあり、最も橋長が短い橋梁は約 1 m の開渠、暗渠が存在する。

点検方法については、二年に一度全般検査 (構造物全体に対して、構造物の状態を把握し、健全度の判定を行うことを目的として、定期的実施する検査) が実施され、その結果が記録、保存されている。2007 年度の点検からは記録が電子化され、点検補修管理システムが構築されている。本研究では、2007, 2009, 2011, 2013, 2015 年度に実施された 5 回分の電子化された点検記録を用いて分析を行う。点検記録は各橋梁の径間毎に発生した全変状を記録しており、それぞれの変状に対して健全度を 5 段階で判定している。もしその変状に補修が行われた場合、点検記録には健全度が「S (補修済み)」に回復したと記述され、記録として保存される<sup>1)</sup>。

しかし、経年著しい構造物の中には、戦災後やむを得ない事由により構造物諸元に関する記録項目の一部が不明な場合もある。これらについては、これまでに残された記録や、今後、実施される検査及び措置の結果等から推定、解明し、記述するのが望ましい。

表-2 各年度で記録された変状数

変状名	2007 年度	2009 年度	2011 年度	2013 年度	2015 年度
き裂	64	77	85	88	88
支承部の変状	174	226	256	263	263
ボルトリベットの弛み・破断	377	417	441	453	455
腐食	110	122	124	131	132
塗膜劣化	181	197	208	210	210
部材の変形	112	131	141	149	150
第三者に影響を及ぼす変状	10	16	20	29	34
その他の変状	156	194	244	278	292
合計	1187	1384	1523	1604	1628

(2) データの一次分析

対象とする鉄道の鋼橋上部工で記録された変状数は表-1 のようになる。本研究では供用年の古い橋梁が多い鋼橋の上部工で発生する変状について分析することにする。表-1 で示した変状数は、既に補修が実施され、記録として保存されている変状も数え上げている。ただし、2007 年度までの累積変状数は、鉄道橋の供用開始以降に観測された全ての変状数ではなく、2007 年度時点で未補修の状態の変状の累積値である。鉄道鋼橋の上部工には、腐食、き裂、リベットおよびボルトのゆるみや破断、支承部の変状、と多種多様な変状が発生していることから同表からわかる。

分析対象とする鋼橋の中で、最も古い橋梁の供用年数は 102 年で、1920 年代～30 年代に供用が開始された橋梁が分析対象全体の約 75 % を占めている。分析対象の中で最も長い橋梁は 32 径間からなる 685.902m の長大橋である一方、最も短い橋梁は 1.219m の 1 径間からなる架道橋である。分析対象である橋梁を構造形式で分類すると、橋梁数で見れば、上路鋼鈹桁、上路槽状桁、下路槽状桁が全体の約 70 % を占めており、径間数で見れば、河川を跨ぐ橋梁で使用されることの多い、上路鋼鈹桁が全体の約 60 % を占めている。次に通行路で橋梁対象を分類すると、橋梁数で見れば、道路を跨ぐ架道橋が全体の約 7 割を占めるものの、径間数で見れば、橋梁が全体の約 5 割を占める。

分析対象とする変状に対して、モデルの適用可能性を検討する前に、分析対象とする鋼橋で発生している変状の一次分析を行う。はじめに、多様な変状の発生過程を分析するため、新規変状の時間的な発生特性に関して分析を行った。図-3 は、2007 年から 2015 年の間に各径間で新規に発生した変状数と径間の供用開始年度との関係を表している。同図より、供用年が長い橋梁径間の中で、新規の変状が全くない径間が約 60 % 存在する一方で、新規の変状が多く発生する径間(図中の赤枠)がいくつか発見できる。こういった径間に対しては、新規に発生している変状が、過去に顕在化した変状

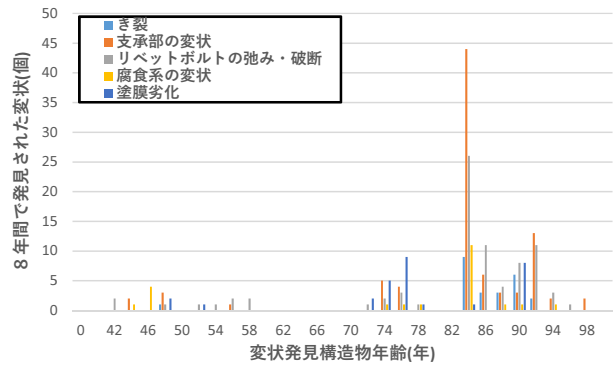


図-4 各変状形態の変状数と構造物の供用年との関係

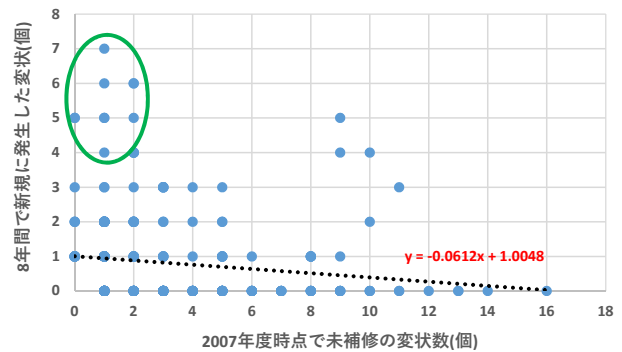


図-5 未補修の変状の数と新規変状数との関係

か、今までに観測されたことのない変状かを把握するとともに、今後注視すべき径間として認識できる。新規で発生する各変状形態の変状数と構造物の供用年の関係をより詳細にまとめた図が図-4 である。構造物の供用年が 80～85 年の橋梁に各変状が集中していることがわかる。特にき裂については、供用年が 80 年以上の構造物にのみ新規変状として発見されており、早急に変状の発生原因を特定し、監視、補修を行う必要がある。次に、橋梁マネジメントによる変状発生数の影響を分析するため、補修行為と新規変状数との関係性について分析を行った。補修行為による新規変状数の増減についてまとめた図が図-5 図-8 のようになる。



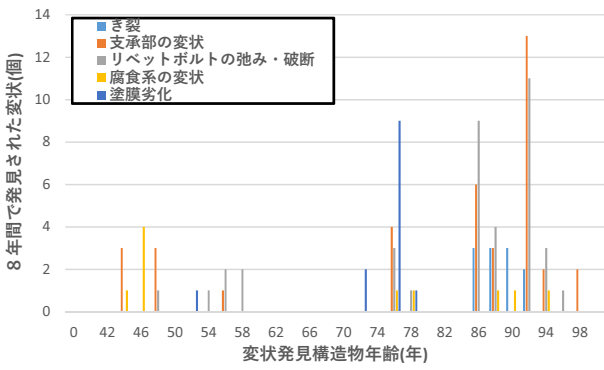


図-6 構造物年齢と2009年度以降に記録された変状との関係

図-5の横軸は、2007年時点で未補修の状態の変状数、縦軸は2007年～2015年の間に新規で発生した変状数である。近似曲線の式が $y = -0.0612x + 1.0048$ であることから、未補修の変状が多い径間に対しても、新規の変状が発生していないことがわかる。ただし、未補修の変状が少ないにも関わらず、新規の変状発生数が多い径間(図中の緑枠)に対しては、日頃から補修を繰り返している径間か、今までに変状が発生していなかったが、近年で急速に変状が発生しているのかを個別に判断する必要がある。図-8の横軸は、2007年～2015年の間に補修された変状の数、縦軸は2007年～2015年の間に新規で発生した変状数を表している。図-8も同様に、近似曲線の式が $y = -0.1597x + 1.6071$ であることから、補修を行うことで新規の変状の発生を抑制していることがわかる。この結果から、適切なタイミングで補修を行うことにより、さらなる変状を未然に防ぐ可能性が存在することが理解できる。

これらの一次分析により、対象とする鋼橋は供用が長く、また橋長の長いものが多いため、新規の変状発生数は供用年の長い構造物に集中しており、き裂のような進行性のある変状が古い橋梁で発生していることが理解できる。また、2007年時点で未補修の変状と新規の変状発生数との間、近年に補修された変状数と新規の変状発生数との間で共に負の相関関係が見られたことから、2007年時点で未補修の変状には、新規の変状を発生させる原因となるような変状が少なく、他の変状を誘発するような変状は早い段階で補修されている可能性があることがわかった。

ただし、2009年度に新規変状として記録された変状は、2007年度～2009年度以前に顕在化していた変状であるものの、システムに記録されてこなかった変状である可能性が考えられる。図-6は2009年以降に記録された新規変状と構造物年齢との関係を示した図である。同図より、図-4で変状が集中していた構造物の変状数が少なくなっていることが理解できる。図-7は2009年

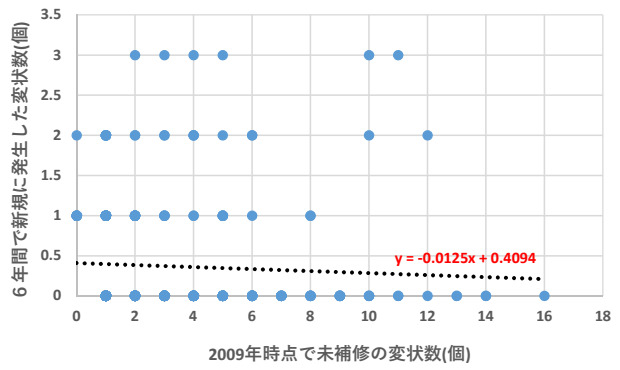


図-7 2009年度時点の累積変状数と2009年度以降に記録された変状数との関係

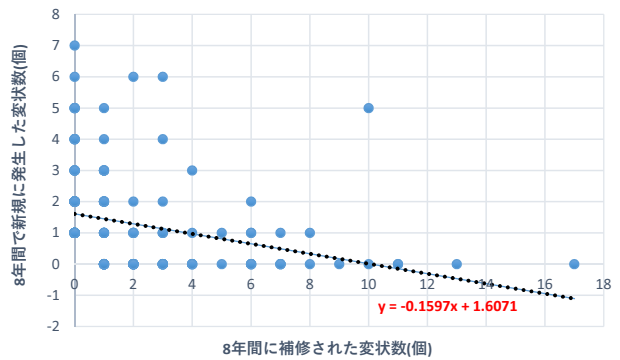


図-8 近年に補修した変状の数と新規変状数との関係

度までに記録された変状数と、2009年度～2015年度に記録された新規の変状数との関係を示した図である。同図より、図-5と比較して、新規の変状発生数が多い径間が存在しないことが理解できる。以上より、2009年度において記録された新規変状が直近2年間で新規に発生した変状であるかどうかは、変状が有限である仮説を検証するために明確にする必要があるが、本研究では、2007年度～2015年度に記録された変状を新規変状としてモデル分析を行うこととする。

次に、本研究で提案した変状数生起確率過程モデルを用いて、各変状の発生規模をより詳細に分析する。

### (3) モデルの推計結果

前節で説明したデータベースを用いて、多時点における変状数の生起過程確率モデルの推計を行った。本研究では、き裂、支承部の変状、ボルトリベットの弛み・破断、腐食系の変状をモデルの分析対象とし、塗膜劣化、鋼橋で発生する特殊な変状等については、変状の発生メカニズムが対象とする変状群と異なり、時間経過により突発的に発生する変状ではないと判断し、本研究では分析の対象外とした。なお、本研究では限られた鉄道区間で発生した変状の点検記録を用いて分析を行う為、各変状毎に細分化した分析を行うと、過度

に細分化され現実的でない結果が出てしまうため、本研究では、分析対象として絞った変状群の発生規模について分析を行うこととした。累積変状数については、各点検年度で記録として残っている変状の数を、供用開始から点検年度までに顕在化した変状の累計数と定義し、計算を行った。ただし、過去に記録された変状の中で、次年度の点検記録に消されているような一部変状については分析対象から除外した。以上を踏まえ、最終的に本研究の分析対象となる橋梁の数は 85 橋、径間数は 239 径間となった。

モデルパラメータの推計にあたり、潜在的変状数の多寡に影響を及ぼすような特性変数  $y$  の候補として、本研究では径間の長さを取り上げた。一方、変状の顕在化確率に影響を及ぼす特性変数の候補として、橋梁の径間数の違い（二径間以上の橋梁である=1, そうでない=0）をとりあげた。表-3 に、採用した特性変数の概要を示している。径間長を潜在的変状数の多寡の要因となる特性変数の候補として選んだ理由として、パラメータ  $\lambda$  は、各基本単位において変状が発生する確率  $\xi$  と構造物面積  $S$  との積を表現したパラメータであり、特性変数として構造物の規模を表す特性変数を採用する必要がある。橋面積については、鉄道橋梁の線路幅は、各橋梁毎でばらつきがないため、今回は径間長のみを、橋梁の規模を決定する特性変数として採用している。

橋梁の径間数の違いについては、径間数によって橋梁マネジメントの方法が変わるため、顕在化確率に影響を与える特性変数として採用した。例えば、年度毎の予算・人員の制約上、二径間以上あるような長い橋梁であれば、支承部といったある特定の箇所だけを集中して補修する一方で、一径間だけの短い橋梁であれば、足場をかけて径間全体の変状を補修する場合が存在する。本研究での分析対象においても、径間数の多い橋梁の方が、径間数の短い橋梁よりも径間単位で変状数が増加する傾向がみられるため、(図-9, 図-10 を参照) 二径間以上の橋梁の方が、変状が発生する顕在化確率が早いと判断し、橋梁の径間数の違いを特性変数として採用した。

今回候補として取り上げた特性変数以外にも、潜在的変状の発生確率に影響を及ぼす橋梁毎の特性として、施工条件、材料特性の違い、累計車両交通量といった外力条件、飛来塩分量といった環境条件等が挙げられるが<sup>1),33)</sup>、このような特性に関する定量的な情報が見当たらなかったため、本研究ではこの二つの特性変数のみを候補として採用する。

なお、特性変数ベクトルは、表-3 に示す各特性の最大値を用いて除することにより正規化している。橋梁の径間数の違いについては、本研究では、二径間以上

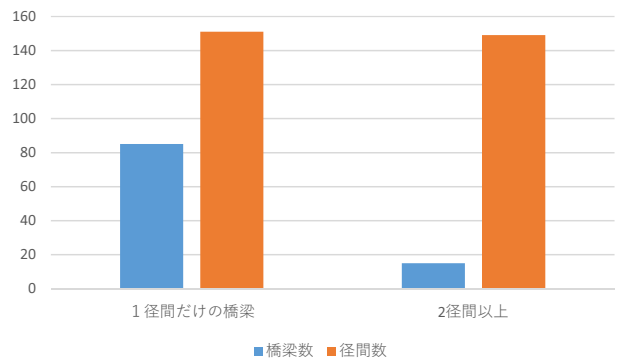


図-9 径間数による橋梁の分類

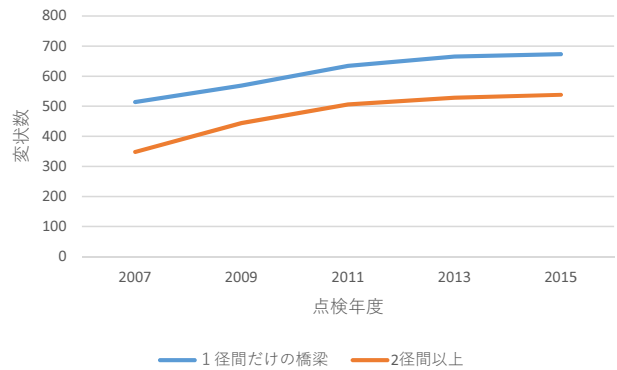


図-10 径間数により分類した橋梁群における変状数の推移比較

ある橋梁とそうでない橋梁とでは、変状の顕在化確率に質的な違いがあるとして、0-1 変数を設定している。その上で、これらの特性変数の組み合わせの中からパラメータの符号条件、 $t$  検定統計量を考慮し、AIC<sup>31)</sup> の最小化を達成する特性変数の組み合わせを最も望ましいモデルとして選択した。なお、AIC は推計されたモデルの対数尤度の関数  $\hat{L}$  とモデルの未知パラメータの数  $q$  を用いて

$$AIC = -2 \ln \hat{L} + 2q \quad (28)$$

と表現できる。変状数生起過程モデルの推計結果を表-4 に示している。

表-4 に示すように、最終的に潜在的変状数に影響を及ぼす径間長、顕在化確率に影響を及ぼす、橋梁の径間数の違いが特性変数として選択された。

潜在的変状数に関するパラメータ  $\lambda_k$  は、推定したパラメータベクトル  $\hat{\gamma}$  と各径間の特性変数ベクトル  $\mathbf{y}_k$  の内積により得ることができる。顕在化確率に関するパラメータ  $\mu_k$  についても同様に、推定したパラメータベクトル  $\hat{\beta}$  と各径間の特性変数ベクトル  $\mathbf{x}_k$  の内積により得ることができる。分析対象とした橋梁群の平均的な潜在的変状数のパラメータ  $\bar{\lambda}$ 、顕在化確率のパラメータ  $\bar{\mu}$  は、表-3 の、径間の長さ、二径間以上である橋梁の平均値を最大値を用いて正規化した値と、表-4 の

表-3 特性変数の概要

特性変数名	特性変数 $y$ の候補			特性変数 $x$ の候補		
	最大値	最小値	平均値	最大値	最小値	平均値
径間長	45.72	1.219	10.914			
二径間以上の橋梁				1	0	0.523

表-4 モデルの推計結果

特性変数名 パラメータ	定数項 $\gamma_0$	径間長 $\gamma_1$	定数項 $\mu_0$	2 径間以上の橋梁 $\mu_1$
推定値	1.788E+05	-6.925E+04	2.982E-07	-3.466E-08
t 値	11.670	-2.012	12.333	-1.786
対数尤度	-523.189			
AIC	1.038E+03			

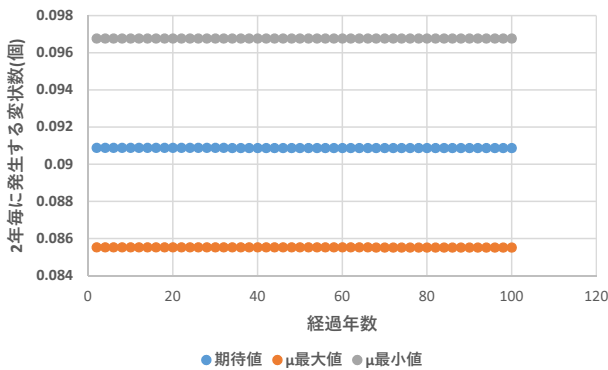


図-11 新規の変状発生数の期待値 ( $\mu$  が最大, 最小の場合と比較)

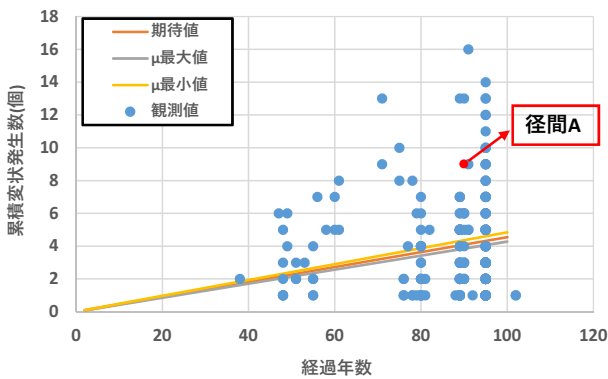


図-12 累積変状発生数の期待値 ( $\mu$  が最大, 最小の場合と比較)

推計結果を用いて,

$$\bar{\lambda} = 1.788E + 05 - \frac{10.914}{45.72} \times 6.925E + 04 \simeq 1.623E + 05$$

$$\bar{\mu} = 2.982E - 07 - \frac{0.524}{1} \times 3.466E - 08 \simeq 2.800E - 07$$

と算出できる。パラメータ  $\bar{\lambda}$ ,  $\bar{\mu}$  である平均的な橋梁において、二年毎に分割した各排他的カテゴリーで発生

する変状発生数の期待値ベクトルを式 (22) を用いて算出したグラフが図-11 のようになる。同図の横軸は経過年数、縦軸は二年毎に新規に発見される変状数の個数と 5 している。同図より、二年毎で発生する新規の変状数の期待値は 0 に限りなく近い値を示している。変状数の期待値が 0 に近い値になる理由として、供用開始から長い期間を経ているにもかかわらず、対象とする変状がほとんど発生していない、もしくは過去に補修が実施され、再劣化していない可能性が考えられる。また、 $\mu$  の値により、新規の変状発生数が異なることが同図から理解できる。同図より、 $\mu$  の値が最大値、最小値の場合と平均値との間で期待値がほとんど変わらず、パラメータ  $\bar{\mu}$  の値  $2.800E-07$  に対して、径間数の違いが寄与する値  $\frac{0.524}{1} \times 3.466E - 08 = 1.816E - 08$  であり、寄与度は 6% 程度のものであるものの、1 径間の橋梁であるほど変状発生数の期待値ベクトルが大きくなり、図-9、図-10 で想定した傾向と逆の結果が得られた。この推計結果に至った要因の一つとして、 $\mu_1$  の t 値が -1.786 であり、対象とする鉄道区間に対して、有意水準 5% を満足するような説明力を有していないことが挙げられることから、今後点検結果を継続して蓄積し、モデルの推計結果を更新していく必要がある。

一方  $\lambda_1$  の場合においても、 $\bar{\lambda}$  の値  $1.788E+05$  に対して、径間長が寄与する値は  $\frac{10.914}{45.72} \times 6.925E + 04 = 1.653E + 04$  であり、寄与度は 9% 程度で小さい。また、 $\lambda_1$  の t 値は -2.012 であり、有意水準 5% を満足するような説明力を有していないという仮説を棄却することができる。この推計結果より、僅かな差ではあるが、橋長が長ければ新規に発生する変状数の期待値が小さくなる結果が得られた。この結果に至った要因の一つとして、今回の分析対象として選んだ変状は、径間が長ければ潜在的な発生箇所も比例的に増加するような変状が支配的だったことが考えられる。



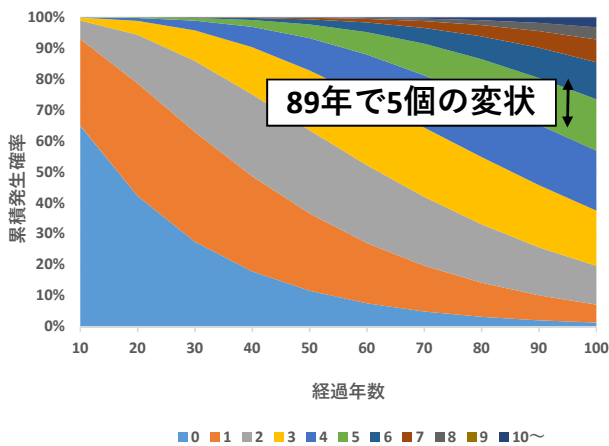


図-13 径間 A における累積変状発生数の確率分布図

次に、累積の変状発生数と経年時間の関係を表した図が図-12 のようになる。同図の横軸は経過年数、縦軸は累積の変状発生数、図中の青丸は、2015 年の点検年度における累積変状発生数の観測値を示している。また、同図も同様に、 $\mu$  による累積変状発生数の期待値の違いを示しているこの結果から、平均的な径間において 100 年でおおよそ 4 個の変状が発生するを読み取ることができる。次に、式 (20b)1 を用いると、ある期間内に累積変状が発生する確率を算出することができる。算出した変状数発生確率と径間での累積変状発生数を比較することにより、期待値からの乖離の程度を認識することが可能となる。図-12 で赤丸によって示される径間 A を例にして分析を行う。

径間 A の特性変数ベクトルを用い、 $\lambda_A$ 、 $\mu_A$  を計算した後、式 (20b) を用いて確率分布を計算した結果を示した図が図-13 のようになる。同図の横軸は、橋梁の供用が開始されてからの経過年数であり、縦軸は累積変状発生数が 0 個～9 個、もしくは 10 個以上発生するまでの累積確率を着色により表現している。同図より、径間 A は年数が経過する毎に累積変状数の期待値が大きくなるのが理解できる。径間 A は 2009 年度時点において供用開始から 89 年経過しており、観測された累積変状数は 5 個であった。(図-13 を参照) 同図より、2009 年度の時点で径間 A の累積変状数は、期待値から多少乖離していることがわかる。径間 A は 2011 年度には新規の変状数が 1 個増え、累積変状発生数が 6 個となり、期待値からさらに乖離しているため、早急に措置を行う必要がある径間であると判断できる。この結果は今後の径間 A の措置方法を決定する上で、大きな役割を果たす結果である。

このように、本研究で提案したモデルを多時点での点検記録に適用することにより、各橋梁の特性が潜在的変状数の数、変状の顕在化確率の両方に与える影響を知ることができ、その影響を考慮した上で、今後新

たに観測される変状の数と、モデルで推計した期待値を比較することにより、注視すべき橋梁、径間を統計的に把握することができ、予防的な保全を行う上で有用な結果が得られることが分かった。

今後この推計結果をどのように中長期的な維持補修計画、予算計画に反映させるかについての手法論を各鉄道管理者は構築する必要があるが、本研究の範疇を超える内容であるため、今後の課題とする。

## 5. おわりに

本研究では、土木構造物において変状発生のある箇所を潜在的な変状箇所と捉え、潜在的な変状箇所の数がポアソン分布に従うとして、連続時間軸において潜在的な変状箇所に變状が多時点で顕在化し、観測される過程を表現した変状数発生確率過程モデルを記述した。その上で、ある鉄道区間の鋼橋を分析対象とし、対象区間の鋼橋で発生している変状の特性を一次的に分析した後、各径間で発生した、特定の種類の變状群に対して變状数生起確率過程モデルの推計を行った。その結果、対象区間の鋼橋は、供用年の長い鋼橋に新規變状が集中的に発生しているものの、橋梁に対して適切な補修を実施することで、新規の変状発生数を抑制している傾向があることがわかった。また、対象区間の鋼橋で発生する變状群の累積変状発生数の期待値は、径間数や径間長に大きな影響を及ぼしていないことがモデルの推計結果からわかった。さらに、各径間に対して、経過時間毎の累積変状発生数の確率分布を算出することにより、變状発生の現在状態を把握し、新規に変状が発生したことによる危険度を定量的に認識することができ、重点的に管理すべき径間を抽出することが可能となった。

## 参考文献

- 1) 鉄道技術総合研究所：鉄道構造物等維持管理標準・同解説（構造物編）鋼・合成構造物，丸善出版，2007。
- 2) 小林孝一，宮川豊章：分極抵抗法を用いた鉄筋の腐食速度評価に関する研究，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.173-186，2001。
- 3) 大野俊夫，魚本健人：コンクリートの収縮ひび割れ発生予測に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.662/V-49，pp.29-44，2000。
- 4) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67，pp.111-124，2005。
- 5) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005。
- 6) Mikosch, T.: *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer, 2000.
- 7) McNeil, J.A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
- 8) 貝戸清之，小林潔司，加藤俊昌，生田紀子：道路施設の巡

- 回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
- 9) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 10) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 11) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブルハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 12) 貝戸清之, 山本浩司, 小濱健吾, 岡田貢一, 小林潔司: ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル: 大規模情報システムへの適用, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.2, pp.115-129, 2008.
- 13) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
- 14) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 15) 林秀和, 貝戸清之, 熊田一彦, 小林潔司: 競合的劣化ハザードモデル: 舗装ひび割れ過程への適用, 土木学会論文集 D, Vol.65, No.2, pp.143-162, 2009.
- 16) 小林潔司, 貝戸清之, 江口利幸, 大井明, 起塚亮輔: 舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.
- 17) Le Thanh NAM, 貝戸清之, 小林潔司, 起塚亮輔: ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.2, pp.62-79, 2012.
- 18) 水谷大二郎, 貝戸清之, 小林潔司, 秀島栄三, 山田洋太, 平川恵土: 判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデル, 土木学会論文集 D3, Vol.71, No.2, pp.70-89, 2015.
- 19) 水谷大二郎, 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司: 社会基盤施設の多元的劣化過程モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.72, No.1, pp.34-51, 2016.
- 20) 小林潔司, 貝戸清之, 小濱健吾, 早矢仕康太郎, 深谷涉: 事業体効率性評価のための確率的劣化ハザードフロンティア分析, 土木学会論文集 D3, Vol.72, No.2, pp.173-190, 2016.
- 21) 小林潔司, 水谷大二郎, 松島格也, 山本浩司, 貝戸清之, 坂口創: 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集 F4, Vol.72, No.2, pp.47-62, 2016.
- 22) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- 23) 小林潔司, 貝戸清之, 大井明, Thao, N. D., 北浦直樹: データ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルの推計, 土木学会論文集 E1, Vol.71, No.2, pp.63-80, 2015.
- 24) 小西真治: 鉄道構造物のメンテナンス技術に関する研究開発の現状と展望, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.4, pp.369-380, 2015.
- 25) 梶間厚邦, 小林潔司, 小濱健吾, 貝戸清之: 高速道路における変状の発生特性と管理課題, 土木学会論文集 F4, Vol.73, No.3, pp.153-164, 2017.
- 26) 梶間厚邦, 小林潔司, 小濱健吾, 貝戸清之: 変状数の有限性を考慮した橋梁の変状生起モデル, 構造工学論文集, Vol.64A, pp.137-148, 2018.
- 27) Moyal, J.E.: The general theory of stochastic population processes, *Acta Mathematica*, Vol.108, pp.1-31, 1962.
- 28) J. P. クライン, M.L. メシュベルガー (打波守訳): 生存時間解析, 丸善出版, 2012.
- 29) 森棟公夫: 計量経済学, 東洋経済新報社, 1999.
- 30) 磯田和男, 大野豊: 数値計算ハンドブック, オーム社, 1990.
- 31) 小西貞則, 北川源四郎: 予測と発見の科学 情報量基準, 朝倉書店, 2006.
- 32) 三輪哲: パネルデータ分析の基礎と応用, 理論と方法, Vol.18, No.2, 2013.
- 33) 廣畑幹人: 経年橋梁に使用された鋼材の材料特性および溶接性に関する基礎的検討, 鉄と鋼, Vol.103, No.11, 2017.
- 34) 杉崎光一, 貝戸清之: 予算制約下における鋼鉄道橋の補修優先順位の決定, 建設マネジメント研究論文集, Vol.14, pp.99-112, 2007.

(平成 30 年 7 月 31 日 受付)