

補修による舗装の耐荷力の回復効果を考慮した 連続量劣化ハザードモデル

荒木 駿¹・風戸 崇之²・貝戸 清之³・小林 潔司⁴

¹学生会員 大阪大学大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail:s.araki@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 株式会社高速道路総合技術研究所 (〒 194-8508 町田市忠生 1-4-1)

E-mail:t.kazato.aa@ri-nexco.co.jp

³正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail:kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

⁴フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail:kobayashi.kiyoshi@kyoto-u.ac.jp

舗装の耐荷力は道路舗装の健全性を定量的に示す指標である。耐荷力は FWD 調査によって得られたデータを使用し計算される。日本の道路管理者は、高速道路舗装の耐荷力を測定するために、FWD(Falling Weight Deflectometer) 調査を採用している。耐荷力は舗装が使用されるごとに経年的に低下するが、その低下の程度は多くの内的、外的要因により異なる。それゆえ、道路の維持管理にとって、各道路特性を持つ劣化特性を把握することは重要である。一方、舗装の耐荷力を回復させるためには補修を行う必要がある。道路管理者にとって、舗装の耐荷力を効果的に回復させるために最適な補修工法を選択することは重要である。本研究においては耐荷力の低下量と補修による耐荷力の回復量を同時に、統計的に推計するモデルを提案する。

Key Words : *falling weight deflectometer, pavement repair, deterioration hazard model*

1. はじめに

東日本高速道路, 中日本高速道路, 西日本高速道路(以下, NEXCO)の管轄する国内の高速道路のアスファルト舗装においては, 道路表面から順に, 表層, 基層, 上層路盤, 下層路盤からなる層状の構造になっており, 表層から上層路盤まではアスファルト混合物, またはアスファルト安定処理路盤によって一体的に敷設されている。高速道路における舗装補修は, これまで路面の機能的な性能維持を目的とした補修が主体であり, その対象は表層や基層までとなる場合が多かった。しかし, 近年は上層路盤や下層路盤を含む舗装全層に至る構造的な損傷の発生事例が報告されている。

このような現状を踏まえ, NEXCO では既設舗装の構造的な健全度を診断するために, FWD (Falling Weight Deflectometer: 重錘落下式たわみ測定装置) 調査を全国的に実施している。FWD 調査では道路表面に重錘を落下させたときの道路のたわみ量を, 落下地点からの距離ごとに測定する。各センサーが測定した値から, 各層の構造的な耐力, すなわち舗装の交通荷重に対する抵抗力(以下, 耐荷力)を算出することができる。このような観点から, NEXCO では FWD 調査により現状の舗装の構造的な健全度を診断するとともに, 同位置で定期的に調査を継続し, 交通荷重の繰り返しや自然

環境の変化といった経時的な変化が舗装の耐荷力に与える影響を分析するためのデータを取得している。これらのデータを用い, 後述するような舗装の耐荷力の経年的な低下を予測する研究が行われている。

一方, 前述のように高速道路舗装に対しては日々補修が行われており, 実際の耐荷力の推移は単純に低下するだけでなく, 低下と回復を繰り返す複雑な動きをする。このような耐荷力の低下と回復を同時に考慮した耐荷力の推移過程は, モデル化し予測するまでには至っていない。

以上を以上の問題意識のもとで, 本研究では高速道路の FWD 調査データを用いて, 舗装の耐荷力の, 低下と回復を含む推移過程を予測するモデルを提案する。以下, 2. で, 本研究の基本的な考え方として層別構造耐力と補修, FWD 調査データと劣化管理指標, そして既往研究に関しての概要を述べる。3. では連続量を用いた劣化ハザードモデルを説明する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 層別耐荷力評価と補修

我が国における高速道路舗装の構造設計は, 米国州有高速道路管理者協会-American Association of State Highway Officials (AASHO) の道路試験に基づく T_A 法

によるものが原則である。TA 法では、アスファルト舗装を築造する際の舗装各厚の必要な厚さを、路床の支持力と交通量から考慮した値 (TA 値) を用いて決定する¹⁾。TA 値とは表層から路盤までを表基層用のアスファルトで打設すると仮定した際の層厚である。高速道路上の地点ごとに TA 値は異なるので、日本国内の高速道路には様々な舗装厚の道路が存在している。舗装厚が異なれば外的要因が舗装の劣化に及ぼす影響も異なるため、耐荷力低下の度合いが異なってくる。そのため、それぞれの外的要因に応じて、舗装耐荷力を可能な限り保持できるような舗装厚の適用が望ましいが、舗装耐荷力の保持に適した舗装厚を採用した場合でも、経年につれて舗装の耐荷力は低下する。その場合、舗装全層を対象とした打ち換えを行うことが望ましい。しかし、現状の舗装補修は、路面性状調査の結果から計画されることが多く、表層や基層までの補修に留まる場合が多い。この際、路面に顕在化していなくとも、路盤から進行するような舗装内部の構造的な損傷が生じている場合は、前述の補修を実施しても構造耐力は回復しないことがある。このことから、舗装の延命効果が見込めるような補修の対象層や、補修の時期を適切に決定する必要がある。

(2) FWD 調査データと劣化管理指標

舗装の内部構造の耐荷力を点検する方法として、FWD 調査が舗装マネジメントに取り入れられている。FWD は舗装に表面から衝撃を与えて生じたたわみ量を測定する非破壊検査装置である。FWD は専用の車両に搭載され、移動と測定を繰り返してデータを蓄積する。FWD による測定は、1) 同路面への重錘落下、2) 衝撃圧の測定、3) 落下地点からの距離ごとのたわみ量の測定、4) データの記録、の順で行う。1) の重錘の落下では、走行車両が舗装に与える負荷に近い衝撃により、舗装に微量のたわみを発生させる。2) では与えた衝撃が適正な強度であったかを確認する。3) においては、重錘の落下地点から水平距離で 2 m 程度の範囲に直線状に 9 個から 10 個配置したたわみ計測センサーにより、落下地点からの距離ごとにたわみ量を計測する。図-1(a) に、FWD 調査によって距離ごとのたわみ量が得られる仕組みを示す。図-1(a) における D_i という値は、落下地点から i cm の位置にあるセンサーが計測したたわみ量を表しており、たとえば、 D_0 は落下地点直下のたわみ量を、 D_{90} は落下地点から 90 cm の位置のたわみ量を表す。また、図-1(b) では、舗装に与えられた衝撃が舗装内部において伝播する様子を図示する。舗装表面に重錘を落下させると、衝撃は舗装内を円錐状に広がってゆく。この図からは、落下地点からの距離ごとに観測されるたわみ量がそれぞれ異なる層のたわみ量を表

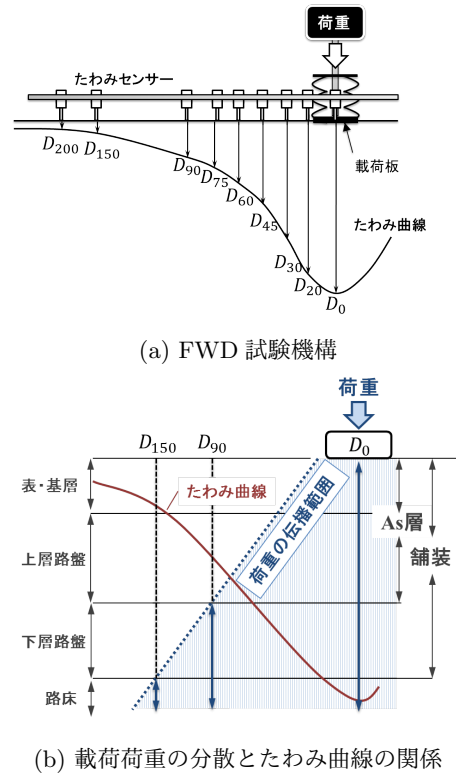


図-1 FWD 試験とたわみ量

表-1 損傷指標の範囲

損傷指標	強度を示す範囲
$D_0 - D_{90}$	As 層
$D_0 - D_{150}$	舗装全層
$D_{90} - D_{150}$	下層路盤

していることが分かる。たとえば、 D_0 は舗装全層でのたわみを表し、 D_{90} は下層路盤以下の層でのたわみ量を表す。

既往研究^{2),3)}では、 D_0 と D_{90} の測定値の差から As 層の強度を、 D_{150} から路床の強度を、 D_{90} と D_{150} の測定値の差から下層路盤の強度を評価できることを報告している。この考え方を踏襲して、NEXCO では舗装各層の強度を示す範囲の指標を表-1 のように定義している⁴⁾。なお、表-1 に表記されている As 層とは表層から上層路盤まで一体的に敷設されたアスファルト層のことを表している。

(3) 既往研究の概要

社会基盤施設の劣化予測を行う統計モデルについては、これまで多くの研究実績が蓄積されている。例えば津田等⁵⁾は、劣化状態を数段階にレーティングされた橋梁の目視点検のデータに対し、マルコフ推移確

率を推定するためのマルコフ劣化ハザードモデルを用いて、橋梁の劣化過程の予測を行った。マルコフ劣化ハザードモデルは離散化された劣化過程を表現する上で有効なモデルである。本研究において対象とする高速道路舗装においてもマルコフ劣化ハザードモデルを適用して劣化予測が行われた研究もある。この際、連続値として測定された FWD 調査の連続的な指標値を離散的なレーティングに変換した上でマルコフ劣化ハザードモデルを適用しているが、連続値を離散値に変換する段階において多くの情報が欠落する上に、レーティングの設定に明確な基準が存在しないために劣化曲線の推定結果はレーティングの設定次第で変わってしまう。

社会基盤施設の劣化を表現する指標（劣化管理指標）を連続値として扱う統計モデルとしては、田中等⁶⁾の加速劣化ハザードモデルがある。田中等は水道浄化沈殿地のコンクリート壁の中性化の進展過程を加速劣化ハザードモデルを用いて表現している。加速劣化ハザードモデルは、社会基盤施設による劣化速度の異質性を表現するが、施設ごとに定義された損傷発生ハザード関数が交差しないことを仮定する。このモデルのベースラインモデルとして、加速度方程式（ベースライン劣化速度式） $x = t^{1/\alpha}$ を採用している。 x は中性化深さであり、経過時間 t の関数として表現される。 α は加速度パラメータである。ベースライン劣化速度式 $x = t^{1/\alpha}$ を用いることにより、コンクリート壁の劣化状態がある管理水準に到達するまでの経過時間の対数値を劣化、損傷の共変量と誤差項の線形結合として表現でき、加速劣化ハザードモデルを定式化できる。従来より、ルート t 則に基づく中性化速度式が提案されているが、それは加速度方程式のパラメータを $\alpha = 2$ に設定した場合に他ならない。さらに、田中等は加速ハザードモデルを推定し、中性化過程が必ずしもルート t 則に従わないことを示している。水谷等⁷⁾は加速劣化ハザードモデルのベースライン関数を一般化した連続量劣化ハザードモデルを開発した。このモデルではコンクリート壁の中性化に限らず、一般的な社会基盤施設の劣化事象に対して汎用的に利用できる。風戸等⁸⁾は連続量劣化ハザードモデルを使用し、表層から上層路盤までのアスファルト層の厚さ、一般地域、積雪寒冷地域に区分した地域特性、下層路盤の種別を加味した異質性を考慮し、耐荷力の低下過程の予測を行った。さらに修の行われていない地点での測定データと、補修の行われた地点での測定データを区別して、これらの構造耐力の低下過程の相違を評価した。

本研究では水谷等が開発した連続量劣化ハザードモデルを拡張し、耐荷力の低下過程と共に補修による耐荷力の回復過程を同時に考慮できるようなモデルを提

案する。本研究で採用する劣化ハザードモデルでは、パラメータベクトル β を持つベースラインモデル $f(t_i, \beta)$ を用いる。

(4) 連続的劣化指標と劣化予測モデル

本研究では、FWD 調査によって得られたたわみ量のデータから舗装構造各層の耐荷力を表す劣化管理指標を定義し、その経時的な変化を連続量を用いた劣化ハザードモデルによって表現する。

これまで多くの統計的劣化予測において、マルコフ劣化ハザードモデルを適用するために連続量として観測された劣化管理指標を数段階にレーティングし、劣化過程を、レート間の推移確率を通してマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現するという方法が採られて来た。その際、図-2に青色で示すように、連続量として観測されるような舗装構造の劣化指標に対して、それらを離散的な健全度指標に変換して記述された舗装耐荷力の低下過程をパフォーマンスカーブとして推定していた。(3)で述べたように、本研究で対象とする舗装耐荷力に関しても、マルコフ劣化ハザードモデルの適用研究が蓄積されている。

一方本研究で扱う連続量劣化ハザードモデルにおいては、図-2に金色で示すように、連続量として観測されるような舗装構造の劣化指標をパフォーマンスと考え、その時間的推移を直接的に劣化ハザードモデルを用いて表現することを目的とする。連続量劣化ハザードモデルでは、連続量指標を劣化管理指標として用いたパフォーマンスカーブを劣化ハザードモデルを用いて表現する。さらに、推定したパフォーマンスカーブを用いて、アセットマネジメントのために必要となる劣化リスクを評価するためのマネジメント指標を算出できる。また、舗装構造の管理限界に関するリスク管理指標を連続量指標を用いて設定することが可能となり、リスク管理水準の細分化を通じて、舗装リスクマネジメントの高精度化、相対的劣化評価の高度化に対しても、本研究で採用する劣化ハザードモデルからは有用な知見を得ることができる。

3. 連続量を用いた劣化ハザードモデル

(1) 劣化進行プロセス

いま、対象とする施設 i ($i = 1, \dots, I$)の劣化管理指標を x_i 、直近の建設（更新）時点からの経過時間を t_i と表す。劣化が進行するほど、劣化指標値は大きな値をとると考える。劣化の進展により指標値が小さくなるような劣化事象の場合、指標値の逆数 x_i^{-1} をモデルの非特性変数として採用すればいい。劣化プロセスの

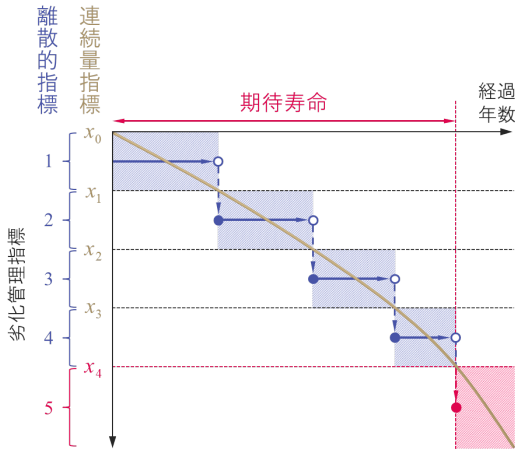


図-2 離散的指標と連続量指標

進行過程を表す劣化ハザードモデルを

$$x_i = \exp(-B_i)f(t_i, \beta) \quad (1a)$$

$$B_i = z_i\theta' + \sigma w_i \quad (1b)$$

$$(i = 1, \dots, I)$$

と定式化する。ここで、 B_i は施設 i の劣化特性の異質性を反映する指標であり、式 (1b) に示すように特性変数項 $z_i\theta'$ と誤差項 σw_i の和で表せる。式 (1b) において、 $z_i = (z_i^1, \dots, z_i^M)$ は施設 i の劣化に影響を及ぼす特性変数ベクトル、 $\theta = (\theta^1, \dots, \theta^M)$ はパラメータベクトル、 w_i は施設 i に固有な劣化要因を表す確率誤差項、 σ は偏差パラメータを表す。また、 $f(t_i, \beta)$ はベースラインの劣化過程を表す劣化モデル（以下、ベースラインモデル）であり、 t_i に関して単調増加関数である。また、 $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_N)$ はベースラインモデルを特徴づける未知パラメータベクトルである。 $\exp(-B_i) = 1$ が成立する場合、劣化曲線はベースラインモデルに一致する。力学的モデルにより理論的曲線を導出できる場合には、理論的曲線をベースラインモデルとして用いることができる。理論モデルが存在しない場合、例えばフレキシブル関数を用いてベースラインモデルを近似的に表現することが必要となる。

式 (1a) の両辺の対数をとれば、

$$\begin{aligned} y_i &= \ln f(t_i, \beta) \\ &= \ln x_i + z_i\theta' + \sigma w_i \quad (i = 1, \dots, I) \end{aligned} \quad (2)$$

を得る。ただし、 $y_i = \ln f(t_i, \beta)$ は非線形化された寿命インデックスである。確率変動項 w_i が確率密度関数

$$g_w(w_i) = \exp\{-w_i - \exp(-w_i)\} \quad (3)$$

で表現される標準ガンベル分布に従うと仮定する。ただし、 $E(w_i) = \gamma$ であり、 $\gamma (= 0.57722\dots)$ はオイラー

定数である。式 (2) を

$$w_i = \frac{y_i - \ln x_i - z_i\theta'}{\sigma} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4)$$

と書き直し、確率密度関数 (3) の変数変換を行う。その結果、劣化特性 z_i を有する施設 i の劣化管理指標値が x_i に到達するまでの寿命インデックス y_i の条件付き分布を表す確率密度関数は、

$$\begin{aligned} h_y(y_i|x_i, z_i) &= \frac{1}{\sigma} g_w\left(\frac{y_i - \ln x_i - z_i\theta'}{\sigma}\right) \\ &= \frac{1}{\sigma} \exp\left\{-\exp\left(-\frac{y_i - \ln x_i - z_i\theta'}{\sigma}\right) - \frac{y_i - \ln x_i - z_i\theta'}{\sigma}\right\} \end{aligned} \quad (5)$$

と表すことができる。寿命インデックス $y_i = \ln f(t_i, \beta)$ には未知パラメータ β が含まれている。寿命インデックスの 1 階微分を $f_d(t_i, \beta) = df(t_i, \beta)/dt_i$ と表記すれば、

$$dy_i = \frac{f_d(t_i, \beta)}{f(t_i, \beta)} dt_i \quad (6)$$

が成立する。したがって、管理水準 x_i に到達するまでの実寿命 t_i の条件付き分布を表す確率密度関数は、

$$\begin{aligned} \tau(t_i|x_i, z_i) &= \frac{f_d(t_i)}{\sigma f(t_i)} \\ &\cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_i) - \ln x_i - z_i\theta'}{\sigma}\right) - \frac{\ln f(t_i) - \ln x_i - z_i\theta'}{\sigma}\right\} \end{aligned} \quad (7)$$

と表される。確率密度関数 (3) より、生存関数は、

$$\begin{aligned} S_w(w_i) &= 1 - \int_{-\infty}^{w_i} g_w(w) dw \\ &= 1 - \exp\{-\exp(-w_i)\} \end{aligned} \quad (8)$$

と表現される。劣化特性 z_i を有する施設 i において、寿命インデックス y_i が経過した時点で、劣化管理指標値が x_i まで到達していない確率は、生存関数

$$\begin{aligned} S_y(y_i|x_i, z_i) &= S_w\left(\frac{y_i - \ln x_i - \theta'z_i}{\sigma}\right) \\ &= 1 - \exp\left\{-\exp\left(-\frac{y_i - \ln x_i - \theta'z_i}{\sigma}\right)\right\} \end{aligned} \quad (9)$$

を用いて表現できる。さらに、実経過時間 t_i に関する生存関数は、次式で表される。

$$\begin{aligned} S_t(t_i|x_i, z_i) &= 1 - \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_i) - \ln x_i - z_i\theta'}{\sigma}\right)\right\} \end{aligned} \quad (10)$$

このように、連続量劣化ハザードモデルに対して生存関数 (10) を導出することができる。伝統的なハザードモデル⁹⁾⁻¹²⁾ は、対象物の寿命が確率分布すると仮定しているのに対して、連続量を用いた劣化ハザードモ

デルでは、個々の施設の劣化速度の異質性が寿命分布の原因となっている。また、生存関数は、劣化管理指標が所与の管理水準 x_i に到達するまでの経過時間の分布を示したものである。当然のことながら、確率変動項 w_i の確率分布として、ガンベル関数以外の確率分布（例えば、対数正規分布、ロジスティック分布等）を採用することも可能である。ガンベル分布は、ハザード率が経過時間に対して一定、増減となるような変化過程を表現できるという柔軟な構造を有している。以上の理由により、連続量劣化ハザードモデルでは確率誤差変動としてガンベル分布を採用している。

(2) ベースラインモデル

式 (1a) において、 $\exp(-B_i) = 1$ が成立する場合、 $x_i = f(t_i, \beta)$ が成立する。このとき、標準的な地点 i の供用開始時点からの経過時間 t_i と劣化管理指標 x_i の関係を表すモデルとなる。式 (1a) において f で表現される式をベースライン関数と呼ぶ。連続量を用いた劣化ハザードモデルでは、すべての地点の劣化過程に共通する部分をベースライン関数で表現し、地点ごとの異質性を、式 (1a) において $\exp(-B_i)$ で表現される異質性項によって表現する。このような劣化過程を力学的理論に基づいて解析的モデルとして導出することが可能であれば、ベースラインモデルとして力学的モデルを採用することができる。しかし、ベースラインモデルとして利用可能な既往モデルや経験的知見が存在しない場合、ベースラインモデルを近似的に表現できるようなフレキシブル関数を求めることが必要となる。本研究ではベースラインモデルの候補として、単調増加である 4 つの関数（多項式関数、べき乗関数、指数関数、ワイブル分布関数）を選択し、4 つの中で AIC（赤池情報量基準）¹⁴ が最も小さくなるものとして指数関数モデルを採用することとした。指数関数型のベースラインモデルはパラメータベクトル $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ を用いて以下のように表現される。

$$f(t_i, \beta) = \beta_1 \beta_2^{t_i} + \beta_3 \tag{11}$$

(3) 尤度関数の定式化

いま、施設 i ($i = 1, \dots, I$) ごとに時間軸上の異なる時点で劣化管理指標を実測している場合を考える。各施設で観測された劣化管理指標の時系列データを用いて、劣化ハザードモデルを推定する。施設 i に対して、 $t_0^i = 0$ を初期時点（本研究では供用開始時点）とするサンプル時間軸 $t_0^i, t_1^i, t_2^i, \dots$ を定義する。サンプル時間軸上の点を時点と呼び、カレンダー時刻と区別する。時点 t_h^i ($h = 1, \dots, H_i$) は、施設 i の劣化管理指標に対する h 回目の観測時点である。図-3 には、本研究で対象とするデータにおける、サンプル時間軸、観測時点間

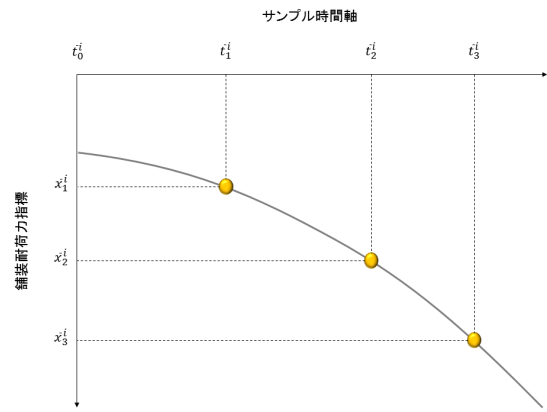


図-3 耐荷力低下過程の概要

隔および劣化管理指標の関係の概要を表している。記号「-」は、実際に観測されモデル推定に利用可能なデータであることを意味する。同図の各点において観測される部分的な情報を用いて、灰色で示した劣化管理指標の時間的推移を推定することを考える。図-3 では、施設 i において、供用開始時点が記録されている場合を想定し、1 回目の調査時点 t_1^i は調査データとして既知である。施設 i の劣化管理指標に関する調査サンプルの情報 $\bar{\Xi}_i$ ($i = 1, \dots, I$) を $\bar{\Xi}_i = (\bar{x}_i, \bar{t}_i, \bar{z}_i)$ と表す。ただし、 $\bar{z}_i = (\bar{z}_i^1, \dots, \bar{z}_i^M)$ は施設 i の劣化特性を表すベクトルであり、 \bar{z}_i^m ($m = 1, \dots, M$) は施設 i の m 番目の劣化特性を表している。また、 \bar{z}_i は時間的に一定であると仮定する。さらに、調査時点ベクトル \bar{d}_i は、 $\bar{t}_i = (\bar{t}_1^i, \dots, \bar{t}_{H_i}^i)$ と表される。 \bar{x}_i は $\bar{x}_i = (\bar{x}_1^i, \dots, \bar{x}_{H_i}^i)$ と表される。

このとき、尤度関数は実寿命の条件付き確率密度関数 (7) により

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\bar{\Xi}, \beta, \theta, \sigma) &= \prod_{i=1}^I \prod_{h=1}^{H_i} \tau(\bar{t}_h^i | \bar{x}_h^i, \bar{z}_i) \\ &= \prod_{i=1}^I \prod_{h=1}^{H_i} \left[\frac{f_d(\bar{t}_h^i)}{\sigma f(\bar{t}_h^i)} \right. \\ &\quad \cdot \exp \left\{ - \exp \left(- \frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{z}_i \theta'}{\sigma} \right) \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{z}_i \theta'}{\sigma} \right\} \right] \tag{12} \end{aligned}$$

と表現できる。なお、式中では、 $f(t, \beta)$ を $f(t)$ と簡略化して表記する。

(4) リスクマネジメント指標

劣化管理指標の低下過程に劣化カテゴリ間の異質性が存在し、カテゴリごとの劣化特性が異なる。連続量を用いた劣化ハザードモデルでは、劣化管理指標の寿

命が確率分布する。個々の劣化カテゴリに対して、初期時点からある一定の時間 T_i が経過した時点での劣化管理指標の確率分布も知ることができる。このように、劣化管理指標の低下に関するリスク管理指標を「劣化リスク管理指標」と呼ぶ。一方、劣化ハザードモデルを用いた場合、任意の経過時間に対して、劣化管理指標が管理水準 x_i まで到達していない確率を生存関数 (10) を用いて表現できる。生存関数は劣化管理指標が所与の管理水準まで到達する経過時間分布を表している。生存関数 (10) を用いて、劣化管理指標が所与の水準に到達するまでの経過時間の確率分布も定式化することができる。このように、経過時間に関するリスク管理指標を「余寿命指標」と呼ぶ。本研究では、劣化管理指標の低下特性を表すリスク指標として、a) 劣化リスク管理指標、b) 余寿命指標を設定する。

a) 劣化リスク管理指標

初期時点から一定の時間 T_i が経過した現時点を考える。未知パラメータ (β, θ, σ) を所与としたとき、式 (2) より、劣化管理指標 x_i は

$$x_i = \exp(-\bar{z}_i \hat{\theta}' - \hat{\sigma} w_i) f(T_i, \hat{\beta}) \quad (13)$$

と表される。ただし、記号「 $\hat{\cdot}$ 」は推定値を意味する。ここで、確率誤差項 w_i が式 (3) の確率密度関数 $g_w(w_i)$ に従うことを考慮すれば、変数変換

$$w_i = \frac{\ln f(T_i, \hat{\beta}) - \ln x_i - \bar{z}_i \hat{\theta}'}{\hat{\sigma}} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (14)$$

により、経過時間 T_i における対数劣化管理指標 $\iota_i = \ln x_i$ の条件付き分布を表す確率密度関数は、

$$f_{\iota}(\iota_i | T_i, \bar{z}_i) = \frac{1}{\hat{\sigma}} f_w \left(\frac{\ln f(T_i, \hat{\beta}) - \iota_i - \bar{z}_i \hat{\theta}'}{\hat{\sigma}} \right) \quad (15)$$

と表すことができる。さらに、変数変換 $x_i = \exp(\iota_i)$ より、経過時間 T_i における劣化管理指標 x_i の条件付き確率密度関数は、

$$\begin{aligned} f_{x_i}(x_i | T_i, \bar{z}_i) &= \frac{1}{\hat{\sigma} x_i} f_w \left(\frac{\ln f(T_i, \hat{\beta}) - \ln x_i - \bar{z}_i \hat{\theta}'}{\hat{\sigma}} \right) \\ &= \frac{\kappa x_i^{\kappa-1}}{\rho_i(T_i)} \exp \left(-\frac{x_i^{\kappa}}{\rho_i(T_i)} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

と表すことができる。ただし、

$$\kappa = \frac{1}{\sigma} \quad (17a)$$

$$\rho_i(T_i) = \left\{ \exp \left(\frac{\bar{z}_i \hat{\theta}' - \ln f(T_i, \hat{\beta})}{\hat{\sigma}} \right) \right\}^{-1} \quad (17b)$$

である。すなわち、劣化管理指標 x_i はワイブル分布 $\mathcal{W}(\mu(T_i), \nu^2(T_i))$ に従うことになる。ただし、 $\mu(T_i)$ 、 $\nu^2(T_i)$ はワイブル分布の期待値、および分散であり、

$$\mu(T_i) = \rho(T_i)^{1/\kappa} \Gamma(\kappa^{-1} + 1) \quad (18a)$$

$$\nu^2(T_i) = \rho(T_i)^{2/\kappa} \left\{ \Gamma \left(\frac{2}{\kappa} + 1 \right) - \Gamma^2 \left(\frac{1}{\kappa} + 1 \right) \right\} \quad (18b)$$

と表せる。 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。さらに、劣化管理指標の確率分布を表す分布関数 $H(x_i | T_i, \bar{z}_i)$ は

$$H(x_i | T_i, \bar{z}_i) = 1 - \exp \left\{ -\frac{x_i^{\kappa}}{\rho(T_i)} \right\} \quad (19)$$

と表せる。このとき、リスク管理水準を $\varepsilon \times 100\%$ とした VaR (Value at Risk) 指標 $x_{[\text{VaR}],i}(\varepsilon)$ は、

$$H(x_{[\text{VaR}],i}(\varepsilon) | T_i, \bar{z}_i) = 1 - \varepsilon \quad (20)$$

を満足するような $x_{[\text{VaR}],i}(\varepsilon)$ として定義できる。すなわち、 $x_{[\text{VaR}],i}(\varepsilon)$ は、経過時間 T_i において、それを満たさない（指標自体の数値が上回るような）劣化管理指標値が出現する超過確率が ε となるような臨界的な劣化管理指標値を表す。また、経過時間 T_i における期待劣化管理指標値 $E[x_i]$ は、式 (18a) より

$$E[x_i] = \Gamma \left(\frac{1}{\kappa} + 1 \right) \exp \left(\frac{\ln f(T_i, \hat{\beta}) - \bar{z}_i \hat{\theta}'}{\kappa \hat{\sigma}} \right) \quad (21)$$

となる。さらに、上式において経過時間 T_i の値を変化させ、経過時間 T_i と期待劣化管理指標値 $E[x_i]$ の関係を表した曲線を本研究では「劣化パフォーマンスカーブ」と呼ぶ。

b) 余寿命指標

劣化管理指標に対して管理水準 \underline{X} を設定する。施設の新設から管理水準 \underline{X} まで到達するまでの経過時間を寿命 η_i と呼ぶこととする。現時点において、施設 i の劣化管理指標の低下が管理水準にまで到達せず、寿命 η_i に対して $\eta_i > T_i$ が成立している場合を考える。劣化管理指標が管理水準 \underline{X} まで到達していないという条件の下で、今後さらに τ 以上の期間にわたって当該施設を補修しないで供用できる条件付き確率（以下、余寿命分布と呼ぶ） $\tilde{F}_i(\tau | \underline{X}, T_i)$ は、

$$\tilde{F}_i(\tau | \underline{X}, T_i) = \Pr[\eta_i \geq T_i + \tau | \underline{X}, \eta_i \geq T_i] \quad (22)$$

と定義できる。すなわち、確率 $\tilde{F}_i(\tau | \underline{X}, T_i)$ は、経過時間 T_i の施設 i が管理水準 \underline{X} に到達するまでの余寿命が τ 以上となる確率を表している。生存確率 $S_t(T_i | \underline{X}, \bar{z}_i)$ を用いれば、余寿命分布 $\tilde{F}(\tau | \underline{X}, T_i)$ は、

$$\tilde{F}_i(\tau | \underline{X}, T_i) = \frac{S_t(T_i + \tau | \underline{X}, \bar{z}_i)}{S_t(T_i | \underline{X}, \bar{z}_i)} \quad (23)$$

と表される。ただし、 $S_t(T_i | \underline{X}, \bar{z}_i)$ は、劣化ハザードモデルの生存関数であり、式 (10) で表される。劣化管理指標が管理水準に到達した時点で施設 i の補修を実施する場合、余寿命分布は、補修タイミングの確率分布を表している。さらに、劣化管理指標の低下が管理水準以上に進展する超過確率を ζ に設定すれば、それと対応する補修タイミング τ^* は、

$$\tilde{F}_i(\tau^*) = 1 - \zeta \quad (24)$$

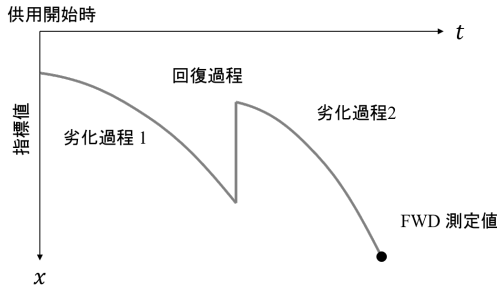


図-4 耐荷力の推移過程

を満足するような τ^* として求まる. なお, 期待余寿命 (Remaining Mean Distribution) は, 部分積分により,

$$\begin{aligned} RMD(T_i) &= E[\eta_i - T_i | \eta_i \geq T_i] \\ &= \frac{\int_{T_i}^{\infty} (u - T_i) d\tilde{F}_i(u) du}{\tilde{F}_i(T_i)} \\ &= \frac{1}{\tilde{F}_i(T_i)} \int_{T_i}^{\infty} \tilde{F}_i(u) du \end{aligned} \quad (25)$$

と表される. 初期時点における施設 i の劣化管理指標の期待寿命は,

$$RMD(0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\varepsilon}^{\infty} \tilde{F}_i(u) du \quad (26)$$

となる.

(5) 補修による耐荷力の回復を考慮した連続量劣化ハザードモデル

ここでは, 従来の連続量劣化ハザードモデルに基づき, 補修による舗装の耐荷力の回復効果を考慮した連続量劣化ハザードモデルを提案する. 舗装の耐荷力は経年による低下と補修による回復を繰り返すような複雑な過程を辿る. ここでは, まずは簡単のために, 舗装の補修を 1 回のみ行った地点, すなわち耐荷力が 1 度回復した地点を例に耐荷力の推移の過程を説明し, その後任意の回数補修を行った地点に拡張できるように一般化する.

舗装の耐荷力は供用開始時以降時間の経過とともに低下し, 一度補修が行われた時点で一時的に回復する. 回復後は再び時間の経過とともに耐荷力が低下する過程に入る. この推移の過程は図-4 のように表現することができる. 1 度目の耐荷力の低下過程を劣化過程 1, 補修による耐荷力が回復する過程を回復過程, 2 度目の耐荷力の低下過程を劣化過程 2 と呼ぶこととする.

a) モデルの定式化

モデルの定式化にあたり, 従来の連続量劣化ハザードモデルを, 以下のように初期耐荷力, すなわち供用

開始時点での耐荷力と低下量に分解する.

$$\begin{aligned} x_h^i &= \exp(-B_i) f(t_i, \beta) \\ &= \exp(-B_i) \{ \beta_1 (\beta_2^{t_i} - 1) + \beta_1 + \beta_3 \} \end{aligned} \quad (27)$$

ここで, t_i は地点 i における供用開始時点からの経過時間を表す. さらに劣化過程 2 において劣化の加速度が劣化過程 1 に比べ変化することを考慮し, 加速度パラメータ α を以下のように挿入する. 加えて $\beta_1 + \beta_2 = \gamma$ とおきかえる.

$$x_h^i = \exp(-B_i) \left[\beta_1 \{ (\alpha \beta_2)^{t_i} - 1 \} + \gamma \right] \quad (28)$$

劣化過程 2 において α の値が大きくなるほど舗装の補修による耐荷力の回復効果が小さいことが推定される. 連続量劣化ハザードモデルの変形により, 耐荷力の回復量を考慮した連続量劣化ハザードモデルは以下のように表現することができる.

$$\begin{aligned} x_h^i &= \exp(-B_i) \beta_1 \{ (\alpha \beta_2)^{t_i} - 1 \} + \exp(-B_i) \gamma \\ &= \exp(-B_i) g(t_i, \alpha, \beta) + \exp(-B_i) \gamma \end{aligned} \quad (29)$$

ただし, $\beta = (\beta_1, \beta_2)$ とする. 式 (29) の第 1 項は時間間隔 t_i での耐荷力の低下量を表し, 第 2 項は初期耐荷力を表す.

観測されない地点 i における回復過程での耐荷力の回復量を, 何らかの確率分布に従う確率変数として, ξ_i と表すとする. このとき, 地点 i における, 1 度補修を行いさらに耐荷力が低下した後の耐荷力は, x_i として以下のように表現できる.

$$\begin{aligned} x_h^i &= \exp(-B_i) \gamma + \exp(-B_i) g(t_i^1 - t_i^0, \beta) \\ &\quad - \xi_i + \exp(-B_i) g(t_i^2 - t_i^1, \alpha, \beta) \\ &= \exp(-B_i) \left\{ \gamma + \sum_{k=1}^2 g(t_i^k - t_i^{k-1}, \alpha_k, \beta) \right\} - \xi_i \end{aligned} \quad (30)$$

ここで, t_i^0 は地点 i の供用開始時点を, t_i^1 は補修時点を, t_i^2 は FWD 調査実施時点を表す. また, α_k については補修直後の加速度を表現する α であるが, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = \alpha$ を表すものとする. ここで定義した g_T を新ベースラインと呼ぶこととする. 式 (30) から, さらに式 ((30)) を変形することにより以下の \tilde{x}_i が得られる.

$$\begin{aligned} x_h^i + \xi_i &= \exp(-B_i) \left\{ \gamma + \sum_{k=1}^2 g(t_i^k - t_i^{k-1}, \alpha_k, \beta) \right\} \\ \tilde{x}_i &= \exp(-B_i) g_T \end{aligned} \quad (31)$$

式 (31) は式 (1a) と同じ形をしている. 節 3-(3) に示したように尤度関数にはベースライン関数を時間で微分した微分係数が含まれるが, 新ベースラインを時間で微分した微分係数は, 従来のベースラインと微分した微分係数と同様の次元を持つことから, 従来の連続量劣化ハザードモデルと同様のプロセスにて, 回復効果を考慮した連続量劣化ハザードモデルの尤度関数を定式化することができる. 回復効果 ξ_i が与えられたとし

たとき、地点 i における、1 度補修を行った後に計測された FWD 調査データを用いて表現される尤度関数は以下のように定義できる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\Xi, \alpha, \beta, \gamma, \theta, \sigma, \eta) &= \prod_{h=1}^{H_i} \left[\frac{dg_T/dt_i}{\sigma g_T} \right. \\ &\quad \cdot \exp \left\{ -\exp \left(-\frac{\ln g_T - \ln \tilde{x}_h^i - \bar{z}_i \theta'}{\sigma} \right) \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\ln g_T - \ln \tilde{x}_h^i - \bar{z}_i \theta'}{\sigma} \right\} \right] \cdot p(\xi_i, \eta) \quad (32) \end{aligned}$$

ここで、 $p(\xi_i, \eta)$ は ξ_i が従う確率分布の確率密度関数、 η は潜在変数 ξ_i が従う確率分布のパラメータベクトルである。式 (32) を、1 度補修が行われた地点の、すべての補修後の調査データについて掛け合わせることににより、全データにおける尤度関数が求まる。この尤度関数の最大化問題を解き得られたパラメータを使用することにより、節 3-(4) に示した従来の連続量劣化ハザードモデルにおいて定義されたリスクマネジメント指標も同様にして導出することができる。

b) モデルの一般化

地点 i における供用開始時点をもとに t_i^0 とおく。 K 回の補修履歴と H 回の FWD 調査データが存在するとき、 $k(\leq K)$ 回目の補修時点をもとに t_i^k 、補修による回復量を ξ_i^k とおき、 $h(\leq H)$ 回目の調査時点をもとに t_i^{mh} 、指標値を x_h^i とおく。 $t_i^k < t_i^{mh}$ なる最大の k を k' とおくと、 $t_i^0, t_i^{r_1}, \dots, t_i^{r_{k'}}, t_i^{mh}$ を時系列順に並べ、 $\mathbf{t}_{i,h} = [t_i^0, t_i^{r_1}, \dots, t_i^{r_{k'}}, t_i^{mh}]$ と設定する。 $\mathbf{t}_{i,h}$ の要素数を L とし、 $l(\leq L)$ 番目の要素を $t_{i,h}^l$ とおく。 $\alpha = [1, \alpha_1, \dots, \alpha_{L-1}]$ を加速度の変化率を表すパラメータベクトルとするとき、地点 i において h 回目に計測された指標値 x_h^i は以下のように表記できる。

$$\begin{aligned} x_h^i + \sum_{k=1}^{k'} \xi_i^k &= \exp(-B_i) \left\{ \gamma + \sum_{l=1}^{L-1} g(t_{i,h}^l - t_{i,h}^{l-1}, \alpha_l, \beta) \right\} \\ \tilde{x}_h^i &= \exp(-B_i) g_T \quad (33) \end{aligned}$$

式 (33) からは、一般化したモデルについても、1 度だけ補修を行った地点におけるモデルと同様の形で表現できることがわかる。地点 i における尤度関数は、各補修による耐荷力の回復量 ξ_i^k が既知であるとしたとき、以下のように表現できる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\Xi, \alpha, \beta, \gamma, \theta, \sigma, \eta) &= \prod_{h=1}^{H_i} \left[\frac{dg_T/dt_i}{\sigma g_T} \right. \\ &\quad \cdot \exp \left\{ -\exp \left(-\frac{\ln g_T - \ln \tilde{x}_h^i - \bar{z}_i \theta'}{\sigma} \right) \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\ln g_T - \ln \tilde{x}_h^i - \bar{z}_i \theta'}{\sigma} \right\} \right] \cdot \prod_{k=1}^{k'} p(\xi_i^k, \eta) \quad (34) \end{aligned}$$

4. おわりに

本研究においては、指標値の単調増加のみを扱う従来の連続量劣化ハザードモデルに対し、補修による指標値の一時的な減少を考慮したような連続量劣化ハザードモデルを提案した。本研究では舗装の耐荷力の指標の推移の過程の分析に用いているが、指標値の減少と一時的な増加を繰り返すような事象の分析には幅広く使用できるものであると考えられる。当モデルを実際に舗装の FWD 調査データを適用した実証分析の結果については、報告会の際に提示する。

参考文献

- (社) 日本道路協会：舗装設計便覧
- 阿部勝義，神谷恵三，佐藤正和：高速道路舗装の構造的損傷に関する一考察，舗装工学論文集，土木学会，Vol.9，pp.179-180，2004.
- 神谷恵三，風戸崇之：高速道路舗装の損傷評価方法に関する研究，舗装工学論文集，土木学会，Vol.13，pp.171-178，2008.
- 東日本高速道路（株），中日本高速道路（株），西日本高速道路（株）：調査要領，p.3-14,2016.
- 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp68-82，2005.
- 田中尚，藤森裕二，貝戸清之，小林潔司，安野貴人：加速劣化ハザードモデル：コンクリート中性化予測への適用，土木学会論文集 D，Vol.66，No.3，pp.329-341，2010.
- 水谷大二郎，小林潔司，風戸崇之，貝戸清之，松島格也：連続量を用いた劣化ハザードモデル：舗装耐荷力への適用，土木学会論文集 D3(土木計画学)，Vol.72, No.2, 191-210, 2016.
- 風戸崇之，荒木駿，貝戸清之，小林潔司，田中晶大：高速道路舗装における補修前後の劣化の差異を考慮した層別構造評価，土木学会論文集 E1（舗装工学），Vol.72，No.3，pp.221-228，2017
- Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- Lee, E. T. and Wang, J. W.: *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, John Wiley & Sons, 2003.
- Cox, D. R. and Oakes, D.: *Analysis of Survival Data*, Chapman & Hall/CRC, 1998.
- 大井明，加藤亮，勝敏行，徳光克也，高橋光彦：基層の遮水性を考慮した高機能舗装の再生技術に関する検討，道建協，第 17 回 舗装技術に関する検証論文
- Akaike, H.: Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, *Proceedings of the 2nd International Symposium on Information Theory*, pp.267-281, 1973.
- Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculating posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1992.
- Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.
- 国土交通省：道路舗装に関する設計基準
- 大井明，宮崎文平，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司，山口清人：定期的な FWD 調査データを用いた高速道路舗装の

- 劣化予測, 土木学会論文集 E1, Vol.70, No.2, pp.11-25, 2014.
- 19) 神谷恵三, 田中敏弘, 風戸崇之: 高速道路舗装の補修設計手法に関する一考察, 舗装工学論文集, 土木学会, Vol.12, pp.1-7, 2007.
- 20) 高橋茂樹: 高速道路の大規模修繕と舗装の課題, 道路建設, 平成 27 年 9 月号, pp.34-37, 2015.
- 21) 神谷恵三, 山本忠守: 高速道路における高機能舗装の構造評価, 土木学会舗装工学論文集 第 9 巻, pp171-176, 2004.
- 22) 上杉隆則, 丸山正: 高速道路の積雪寒冷地に適した舗装導入について-導入後の路面性状報告-
- 23) 伊庭幸人, 種村正美, 大森裕浩, 和合肇, 佐藤整尚, 高橋明彦: 統計科学のフロンティア 12-計算統計 II マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 2005
- 24) 涌井良幸: 道具としてのベイズ統計, 日本実業出版社, 2009
- (2018. 7. 31 受付)

Continuous deterioration hazard model considering recovery effect of pavement repair

Shun ARAKI, Takayuki KAZATO, Kiyoyuki KAITO and Kiyoshi KOBAYASHI

Load bearing capacity is an index that quantitatively indicates soundness of road pavements. Load bearing capacity is calculated by using data measured in the FWD survey. A road administrator in Japan, adopts the FWD survey to measure load bearing capacity of pavements of expressway in Japan. Load bearing capacity declines over time by being used, and the rates of decline differ because of many internal or external factors. Therefore, it is important for road management to grasp the deterioration tendency for each road characteristic and the recovery of load bearing capacity by repairs. In this study, the authors developed a model that can consider the recovery of load bearing capacity by repairs, and estimated repair effects of pavements.