

# 首都圏高速道路網における 渋滞パターンと MFD の関係性

酒井 高良<sup>1</sup>・赤松 隆<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 学生員 東北大学 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06-408)  
E-mail: takara.sakai.t1@dc.tohoku.ac.jp

<sup>2</sup> 正会員 東北大学教授 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06-408)  
E-mail: akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究では、首都圏高速道路網の長期間観測データに基づき、渋滞パターン(空間分布・推移過程)と Macroscopic Fundamental Diagram(MFD) の関係を明らかにした。まず、時々刻々、道路網上で実現する渋滞空間分布には年間を通して普遍的な 8 タイプが存在し、その日内状態推移パターンは年間を通して 4 パターンであることを示した。次に、日内状態推移パターンによって当該日に実現する MFD の形状が互いに異なることを確認した。さらに、MFD 曲線は、各点において出現している渋滞空間分布タイプによって、いくつかの部分曲線に分割可能であることを示した。これより、渋滞空間分布の推移過程と MFD の形成過程が対応付けられることが明らかとなった。

**Key Words:** 渋滞パターン, MFD, 推移過程, 長期間観測データ, 高速道路網

## 1. はじめに

### (1) 背景と目的

高速道路における渋滞は解決が望まれる問題である。この問題に対し、道路網の性能を集計的に評価する Macroscopic Fundamental Diagram(MFD) を利用したランプ流入制御手法が提案されている。これらは複雑な道路網上の交通状態をマクロに捉えることにより、簡潔に制御モデルを定式化している。しかしながら、その実用性・効率性については以下の点において議論の余地があると言える。

まず第一に、頑健な流入制御を行うには、対象エリアにおいてばらつきの少ない well-defined MFD が成立していることが望ましいが、その成立条件がはっきりと解明されていない点が挙げられる。一般道路網を対象とした研究ではエリア内の混雑レベルの均質性を well-defined MFD の成立条件としているが、一般道路網とは性質の異なる高速道路網においても同様の成立条件であるかは詳しくわかっていない。また、仮に高速道路網において同様のことが言えたとしても、混雑レベルが均質になるようなエリア分割が実務上可能であるとは限らない。

第二に、MFD とミクロな交通状態 (i.e., 渋滞空間分布) の関係性についてほとんど明らかにされていない点が挙げられる。具体的には、MFD 上の各点において、どのようなミクロ交通状態が実現しているかが不明であり、マクロな交通状態を表す MFD が形成されてい

くプロセスについて未解明な点が多い。また、より高速道路網においてより効率的な制御を行うにはミクロな交通状態情報も必要となることが考えられる。そのため、MFD のメカニズム解明という点でも、制御モデルの構築という点でも、マクロ・ミクロの交通状態の対応関係の解明が必要である。

本研究では大規模高速道路網における長期間の観測データに基き、ミクロな交通状態と MFD の対応関係の解明を目的とする。具体的には、(1) 渋滞の空間分布(ミクロな交通状態)と MFD、(2) 渋滞空間分布の推移過程と MFD の形成過程、の関係性について明らかにする。渋滞空間分布と MFD の関係性を明らかにすることは、MFD の動的な形成メカニズムを把握することにつながり、より効率的な制御手法の構築に寄与できると考えられる。

### (2) 既存研究

MFD の性質および MFD を利用した交通制御について扱った研究<sup>1) 2) 3) 4)</sup> は豊富に存在する。一方、渋滞パターンに関する研究は限定的である。その中でも、Saeedmanesh and Geroliminis<sup>5)</sup> や Rempé<sup>6)</sup> などは、渋滞を時空間に広がる現象と捉えてはいる点では、本研究との関連性が深い。しかしながら、これらの多くは単一の渋滞現象を抽出するという試みに終始しており、渋滞空間分布の特性分析という段階には至っていない。Wen et al.<sup>7)</sup> はエリア全体の渋滞レベルの推移過程に着目した研究であるが、集計的指標を扱っているため、渋

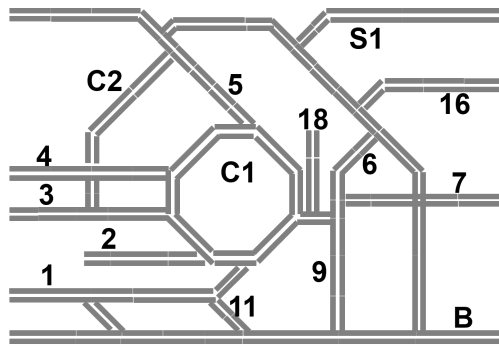


図-1 首都圏高速道路網

表-1 路線一覧

路線記号	路線名	路線記号	路線名
1	1号羽田線	7	7号小松川線
18	1号上野線	9	9号深川線
2	2号目黒線	11	11号台場線
3	3号渋谷線	C1	都心環状線
4	4号新宿線	C2	中央環状線
5	5号池袋線	B	湾岸線
6	6号向島線	S1	川口線

滞分布という空間的な情報を捨象している。また、これらの研究は小規模なネットワークにおける、短期間の観測データを利用したものが多い。

このように、渋滞パターン自体についての研究が限定的であるため、MFDと渋滞パターンの関係性を扱った研究はさらに限定される。数少ない研究のひとつとして、Wada et al.<sup>8)</sup>がある。ここでは、渋滞空間分布とネットワーク性能を表すトリップ完了流率の関係をDUE逆問題として定式化している。王ら<sup>9)</sup>は、仙台市および京都市の一般道路網における交通データを利用してMFDのヒステリシスループと渋滞空間分布に対応関係が存在することを示している。しかしながら、高速道路網における長期間観測データに基づいて、制御モデルへの利用を考慮した上で、渋滞空間分布の推移過程とMFDの形成過程の対応関係について扱った研究はほとんど存在していない。

### (3) 本稿の構成

本稿の構成を簡単に示す。まず、2章において、分析対象とする道路網および観測データについて述べる。次の3章では、渋滞パターンのみを対象に分析を行った結果を示し、4章においてMFDを導入し、渋滞パターンとの関係性について考察を行う。最後に、5章で本研究の成果をまとめる。

表-2 月別分析対象日数

日数		構成比	日数		構成比
1月	14	9.6%	7月	13	8.9%
2月	14	9.6%	8月	13	8.9%
3月	13	8.9%	9月	10	6.8%
4月	11	7.5%	10月	15	10.3%
5月	7	4.8%	11月	11	7.5%
6月	11	7.5%	12月	14	9.6%
			合計	146	100%

## 2. 分析対象

### (1) 分析対象道路網

本研究では、首都圏高速道路網を分析対象とする。首都圏高速道路網は、1日におよそ100万台の車両が通行する首都圏の経済活動を支える大動脈である。南北におよそ40km、東西におよそ30kmの範囲に、上下線別の総延長およそ400kmの道路網が構築されている。図-1に分析対象である首都圏高速道路網の形状を示し、表-1に路線の一覧を示す。二つの環状線とそこから放射状に伸びる複数の路線から道路網が構築されている<sup>1)</sup>。

本研究では、分析を行うにあたり、実際の道路網上の交通施設をもとに分析ネットワークを構築した。ノードが交通の合流、分岐、流出、流入が伴う箇所(JCT,IC)に対応し、リンクはそれらノード間の道路区間を表している。上記方法で構築した分析ネットワークは、ノード数391、リンク数435となっている。平均リンク長はおよそ994mである。

### (2) 分析対象データ

本研究では、この首都圏高速道路網上のおよそ1500個の感知器による1分刻み24時間の速度・交通量データを対象に分析を行った。観測期間は2014年1月1日から12月31日までの1年間である。

本研究では標準的な状況下での渋滞パターンとMFDの対応関係を把握することを目的とする。そのため、1年間365日分の観測データから標準的でない日を除外した。具体的には、悪天候日、休日、長期休暇および大規模な交通規制実施日を分析対象外としている。悪天候日については、気象庁が公開している過去の気象データベースを利用し、東京管区气象台において当該日に1mmでも降雨または降雪があった場合は分析対象外とした。また、当該日が晴天でも積雪がある場合は

<sup>1)</sup> 本研究で扱う観測データは2014年のものである。その時点で共用が開始されていなかった中央環状品川線については分析対象外としている。また、東京高速道路株式会社が運営するKK線および、それに接続する高速八重洲線、共用区間が極端に短い(1km程度)の首都高10号晴海線については分析対象外とした。

表-3 記号の定義

記号	定義
$d$	日
$\mathcal{D}$	分析対象日集合
$t$	時間帯
$\mathcal{T}$	時間帯集合
$i$	リンク
$\mathcal{I}$	リンク集合
$v_{d,t,i}$	時間平均速度 (km/h)
$q_{d,t,i}$	交通量 (veh/min)
$\delta_{d,t,i}$	渋滞状態変数
$l_i$	リンク長 (km)

除外している。休日、長期休暇についてはカレンダー情報を参考にした他、休日の中日も分析対象外としている。これは、飛び石連休も大型連休と判断し、ゴールデンウィークなどの標準的な状況下とは言えない日を除外するためである。さらに、交通事故、火災、要人警護などで道路網全体で大規模な交通規制が実施された日も同様の理由で除外した。これにより分析対象日は年間 365 日中の 146 日となった。月別の分析対象日数を表-2 に示す。各月の対象日数は 7 日から 15 日となっており、概ね年間を通した普遍的な分析を行えたと考えられる。5 月が他の月と比べ分析対象日数が少ないのは、ゴールデンウィークの影響である。

### (3) 記号の定義

本稿で扱う基本的な記号の定義を表-3 に示す。分析対象日集合を  $\mathcal{D}$ 、時間帯集合を  $\mathcal{T}$ 、リンク集合を  $\mathcal{I}$  とし、 $d$  日の時間帯  $t$  にリンク  $i$  で観測された時間平均速度を  $v_{d,t,i}$ 、交通量を  $q_{d,t,i}$  とする。リンク  $i$  のリンク長は  $l_i$  とする。分析対象日数は  $D = 146$  であり、リンク数は  $I = 435$  となっている。また本稿では、時間幅を 10 分とし、1 日の時間帯数  $T = 144$  とした場合についてのみ議論を行う<sup>2</sup>。

## 3. 渋滞パターン分析

本章では、渋滞パターンを対象とした分析結果について示す。まず、MFD と対応付けることを念頭に、道路網上で時々刻々実現している渋滞空間分布には年間を通して典型的な渋滞空間分布タイプが存在することを示す。次に、渋滞空間分布が 1 日の中で時間ともに変化していく過程 (日内状態推移) について分析を行い、これも、年間を通しておよそ 4 つの典型的な推移パ

ターンが存在することを示す。

### (1) 渋滞空間分布の定義

本研究では、時々刻々、道路網上で実現している渋滞空間分布を各要素が各リンクの渋滞状態を示したベクトルとして表現した。まず、各リンクの渋滞状態について、閾値となる渋滞判定速度  $v^*$  を設定し、以下のように二値変数 (渋滞/非渋滞) として定義した。

$$\delta_{d,t,i} = \begin{cases} 1 & \text{if } (v_{d,t,i} < v^*) \\ 0 & \text{if } (v_{d,t,i} \geq v^*) \end{cases} \quad (1)$$

リンクごとに独立に分析を行った結果については、酒井<sup>10)</sup>、酒井・赤松<sup>11)</sup> に詳しい。次に、時々刻々の渋滞空間分布ベクトルを定義する。 $d$  日、時間帯  $t$  における道路網の渋滞空間分布  $\Delta_{d,t}$  は以下のように記述する。

$$\Delta_{d,t} = [\delta_{d,t,1}, \delta_{d,t,2}, \dots, \delta_{d,t,I}]^T \quad d \in \mathcal{D}, t \in \mathcal{T} \quad (2)$$

本稿では、渋滞判定速度  $v^* = 20\text{km/h}$  とした場合についてのみ特に議論を行う<sup>3</sup>。このとき、分析対象となる渋滞空間分布ベクトルの本数は、1 日の時間帯数  $T = 144$  と分析対象日数  $D = 146$  の積であるので、21024 となる。

### (2) 渋滞空間分布の分析

渋滞空間分布ベクトル  $\Delta_{d,t}$  をクラスタリング手法<sup>4</sup>を用いて分類した。その結果、時々刻々の渋滞空間分布は 8 つのタイプに分類可能であることが明らかとなった<sup>5</sup>。

表-4 に各タイプの年間出現日数を示す。これより、どのタイプも年間を通して普遍的に出現することが確認できる。各タイプの道路網上の渋滞発生状況を図-2 に示す。各図において赤矢印が渋滞リンク<sup>6</sup>を表し、矢印の方向は当該路線の進行方向を示している。図-2 において下段の 3 タイプ (M2, D2, E2) は、上段の 3 タイプ (M1, D1, E1) に比べてよりネットワーク全体として混雑していることが読み取れる。なお、これらの他の 2 つのタイプ (N1, N2) は、ほとんど渋滞が発生していない状況であった。

これらの渋滞空間分布タイプの時系列の出現状況を図-3 で示している。この図は、メッシュ構造 (横軸:日付、縦軸:時間帯) となっており、各セルの色が時々刻々の渋滞空間分布のタイプを表している (配色は表-4 と対応)。図より、時間帯によって出現するタイプが限定

<sup>3</sup> 渋滞判定速度を 30,40km/h とした場合でも、後述する結論が変わらないことを確認している。

<sup>4</sup> 本研究では、最も代表的なクラスタリング手法のひとつである k-meas 法を採用した。アルゴリズムについては付録に示す。

<sup>5</sup> k-means 法の分類数についても調整を行った (付録参照)。その結果、いずれの場合にも以降で述べる結論が概ね変わらないことを確認した。本稿では分類数 8 の場合について特に議論する。

<sup>6</sup> 視認性向上のため、ある程度リンクをまとめて表現している。そのため分析ネットワークとはリンク数が異なっている。

<sup>2</sup> 時間幅を 1,5,15 分幅とした場合でも後述する結論が変わらないことを確認している

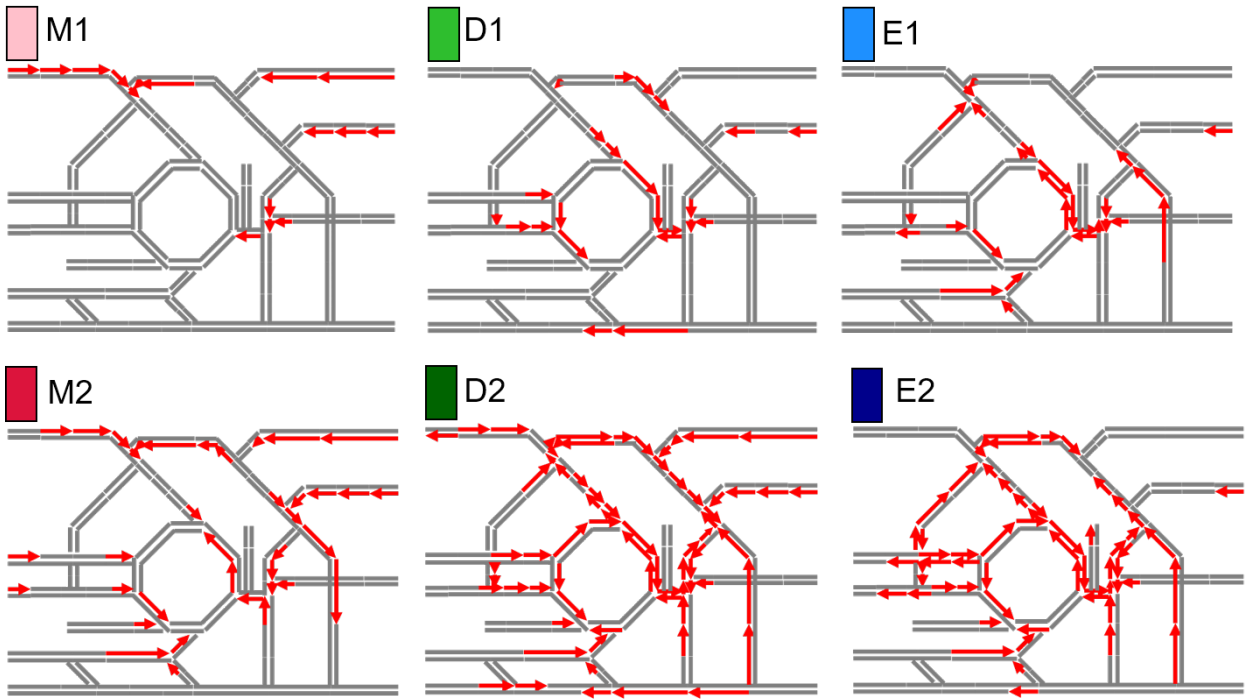


図-2 渋滞空間分布タイプ

表-4 渋滞空間分布タイプの出現日数

N1	N2	M1	M2	D1	D2	E1	E2
146	146	146	144	128	85	145	106

されることがわかる。例えば、朝時間帯 (Morning) では M1, M2 タイプが出現し、昼時間帯 (Daytime) には D1, D2 タイプ、夕時間帯 (Evening) には E1, E2 タイプが多く出現している。これは、時間帯によって交通需要パターンが異なることにより、道路網上で実現する交通状態にも違いが生じた結果と言える。つまり、MFD では捨象されていた OD 需要パターンの違いに関する情報を、渋滞空間分布は表現できる可能性があるとして解釈できる。

### (3) 渋滞空間分布の日内状態推移の分析

本節では、渋滞空間分布が 1 日の中で時間ともに変化していく過程 (日内状態推移) について分析を行った結果について示す。

まず、1 日の中の各時間帯に実現している渋滞空間分布を、前章の 8 タイプ (N1 から E2) で記述し以下のように日内状態推移  $X_d$  を表した<sup>7</sup>。

$$X_d = [x_{d,1}, \dots, x_{d,t}, \dots, x_{d,T}]^T \quad (3)$$

$$x_{d,t} \in \{N1, \dots, E2\}$$

<sup>7</sup> 厳密には、ある渋滞空間分布タイプが連続して出現した場合に、当該時間帯においてそのタイプが出現したと判断している。

この  $X_d$  は、図-3 において縦方向に 1 日分のデータを取り出してきたものと簡単に解釈することができる。次に、渋滞空間分布の推移過程について年間を通して比較をするため、各日における日内状態推移  $X_d$  をクラスタリング手法を再度用いて分類した。クラスタリングには、渋滞空間分布の分類の際と同様に k-means 法を用いた。

分類結果を図-4 に示す。図-4 は、図-3 を分類パターンごとに各日の日内状態推移を横軸方向に並べ変えたものとなっている。図中の黒線を境界として、各パターンを区別している。縦軸が日内時間軸をとっていることに変わりはないが、横軸の日付が、年間時系列にはなっていないことに注意されたい。図より、各パターンごとに、8 タイプの出現順序が異なっていることがわかる。各パターンの 6 時頃から 20 時頃までの渋滞空間分布の出現順序は以下のように解釈可能である。

- パターン 1: M1-M2-D1-N2-E1
- パターン 2: M1-M2-D1-N2-E1-E2-E1
- パターン 3: M1-M2-D2-D1-N2-E1-E2-E1
- パターン 4: M1-M2-D2-E2-E1

これより、朝時間帯に年間を通してほぼ確定的に M1, M2 タイプへの状態推移があることが読み取れる。また昼時間帯、夕時間帯においも、出現順序に規則性を見出すことができる。例えば、E2 タイプが出現する前後では、ほとんどの場合 E1 タイプが出現していることが挙げられる。これは、夕時間帯の交通需要のピークに至る過程と、その解消過程を反映していると考え



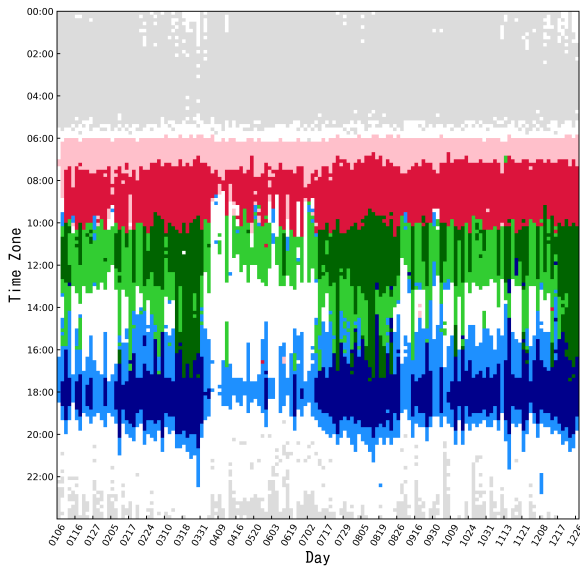


図-3 渋滞空間分布の出現状況

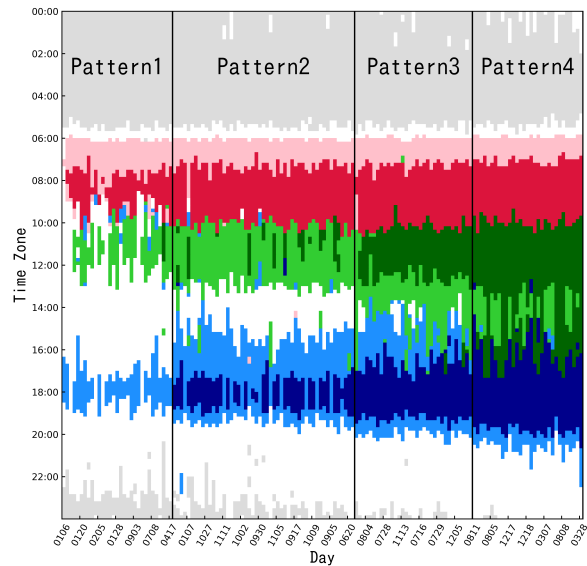


図-4 日内状態推移パターン

られる。

#### 4. 渋滞空間分布と MFD の対応関係

本章では、渋滞空間分布と MFD の対応関係について分析を行った結果について示す。具体的には、MFD を描画する際に、その瞬間に出現している渋滞空間分布タイプごとに色分けし、対応関係を定性的に考察する。

##### (1) MFD の描画

まず、MFD の描画方法について説明する。本研究では、横軸に車両存在台数、縦軸に平均走行台キロをとったグラフ上に、時々刻々の車両存在台数  $N_{d,t}$ 、平均走行台キロ  $\bar{P}_{d,t}$  ペアを日ごとにプロットし、MFD を描画した。車両存在台数および平均走行台キロは以下の定義式より算出している。

$$N_{d,t} = \sum_{i \in \mathcal{I}} k_{d,t,i} \times l_i \quad (4)$$

$$\text{where } k_{d,t,i} = \frac{q_{d,t,i}}{v_{d,t,i}} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_{d,t} &= \frac{1}{\sum_{i \in \mathcal{I}} l_i} \sum_{i \in \mathcal{I}} P_{d,t,i} \\ &= \frac{1}{\sum_{i \in \mathcal{I}} l_i} \sum_{i \in \mathcal{I}} q_{d,t,i} \times l_i \end{aligned} \quad (6)$$

分析対象日数 146 日分の MFD を作成し、4 章で示した渋滞空間分布の日内状態推移パターンごとに整理した。本稿では、紙面の都合上、各パターンごとに 4 日分のみを代表して図-5 に示す。図-5 において、縦方向は同じ日内状態推移パターンに属する日の MFD が並んでいる。各 MFD において、プロットの色によって当該時間帯に実現している渋滞空間分布タイプを表現し

ている。原則として、表-4 や図-2 と色は対応しているが、視認性向上のため N2 タイプに関しては白色ではなく黒色で表していることに注意されたい。

##### (2) 対応関係の考察

まず MFD の形状についてその特徴を示す。図-5 より、同一の日内状態推移パターンの日の MFD 同士は、互いにその形状が似ていることが確認できる。より具体的には、パターン 1 の日の MFD の多くは、概ね自由領域にほぼ線形に描画されていることが確認できる。その傾きも、おおよそ同じである。パターン 2 の日の MFD は、パターン 1 に比べて縦方向に分散が大きい形状となっている。これは、車両存在台数が増加する方向には分散が少ないが、車両存在台数が上限値 (15,000veh) 付近から減少するときにヒステリシスループを形成するためである。パターン 3 の日の MFD では、パターン 2 のそれと比較して渋滞領域が大きくなっている。さらに、パターン 4 の日の MFD では、渋滞領域の存在が顕著に確認できる。それに伴い、ヒステリシスループも他のパターンに比べて大きくなっていることがわかる。これらのことは、渋滞空間分布の日内状態推移と当該日に形成される MFD の形状に対応関係があることを示している。

次に、MFD の形成過程と渋滞空間分布についてその特徴を示す。多くの MFD において、形成過程と渋滞空間分布には一定の対応関係があることが確認できた。本稿では、MFD 上で渋滞領域がはっきりと現れるパターン 4 の 12 月 18 日の MFD (図-6) を例にとり、MFD の形成過程の順、つまり日内時間軸に沿って特徴を以下に示す。

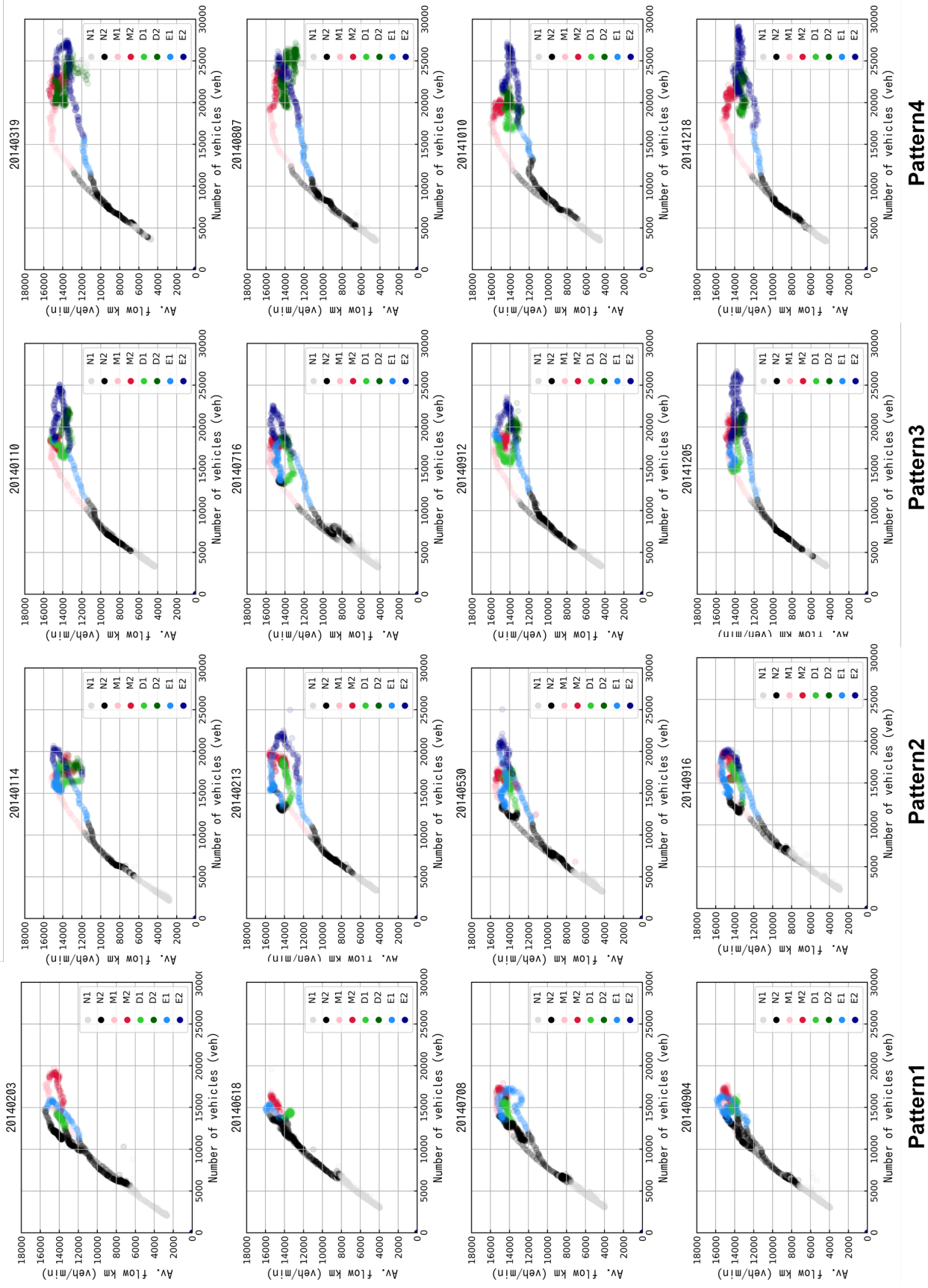


図-5 日内状態推移パターン別の MFD

- ① 深夜時間帯タイプ N1 の MFD 上の出現領域は、自由流領域の車両存在台数がおおよそ 10,000 veh 以下の範囲に限定されている。
- ② N1-N2-M1 まではおおよそ自由流領域に存在する。
- ③ M1-M2 への状態推移のタイミングが MFD の頂点とおおよそ一致している (パターン 4 で顕著)。
- ④ より渋滞量の大きい D2, E2 タイプは渋滞領域に存在する。
- ⑤ 渋滞領域から自由流領域への回復過程 (ヒステリシスループの下弧) では、E1 タイプが出現する。
- ⑥ ヒステリシスループが閉じる箇所は、おおよそ車両存在台数が 10,000veh の点であり、それは、E2 から N2 へ状態推移をするタイミングとほぼ同じである。

以上の事実から、以下のように結論付けることができる。第一に、渋滞空間分布の日内状態推移パターンが MFD の形状と対応付けられることを示した。このことは、ミクロな交通状態の推移過程の違いが、MFD の形状に差異をもたらしていることを意味している。第二に、MFD 上の各領域によって出現している渋滞空間分布が異なることを示した。このことは、ミクロな交通状態の違いが、集計的なネットワーク性能にも影響を及ぼしていることを意味している。

## 5. おわりに

本研究では、渋滞パターンと MFD に対応関係が存在することを示した。具体的には、以下の点が本研究の成果として挙げられる。

- 時々刻々実現する渋滞空間分布には、年間を通して典型的な 8 タイプが存在する。
- 渋滞空間分布の日内状態推移過程は、年間を通して 4 パターンが存在する。
- 日内状態推移パターンごとに MFD の形状は異なる。
- MFD 上の自由流領域、渋滞領域において出現する渋滞空間分布は限定される。

特に、MFD の形成過程と渋滞空間分布の状態推移過程に対応関係が存在することは、複雑な交通状態のミクロ・マクロの関係性を明らかにした点で意義深いと言える。今後の課題としては、本研究の成果を活かした制御モデルの構築が挙げられる。これにより、高速道路網における渋滞問題の解決の一端を担うことが期待できる。

謝辞： 本研究を進めるにあたり、首都高速道路株式会社、日本道路交通情報センター (JRTIC) より貴重なデータをご提供いただきました。また、本研究は、日本学術振興会・科学研究費補助金・基盤研究 (B)(課題番

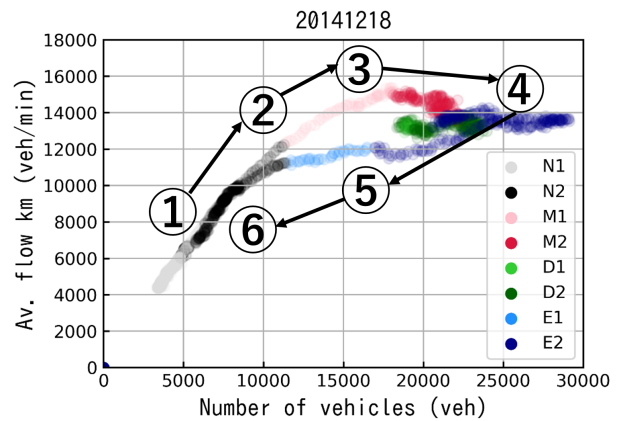


図-6 12月18日のMFD

号: 18H01551) の助成を受けた研究の一部である。ここに記し、感謝を表します。

## 付録 I 用語の定義

本稿で用いる用語には、直感的に意味が解釈しづらいものがあると思われるので、誤解を避けるために本章で改めてその定義を整理する。

- 渋滞状態変数  $\delta_{d,t,i}$ : 各リンクの渋滞状態を表す二値変数のこと。
- 渋滞空間分布  $\Delta_{d,t}$ : 道路網で実現している渋滞の空間分布のこと。各リンクの渋滞状態変数  $\delta_{d,t,i}$  を要素にもつベクトルで表現している。
- 渋滞空間分布タイプ  $x_{d,t} \in \{N1, \dots, E2\}$ : クラスタリング手法によって明らかとなった典型的な渋滞空間分布のこと。
- 日内状態推移  $\mathbf{X}_d$ : 1日の中で渋滞空間分布が推移していく過程のこと。渋滞空間分布タイプ  $x_{d,t}$  を要素にもつベクトルで表現している。
- 日内状態推移パターン: 年間を通して 4 つ存在する渋滞空間分布の典型的な推移過程のこと。

## 付録 II k-means 法

本研究では、時々刻々の渋滞空間分布の分類およびその日内状態推移の分類と 2 回、k-means 法を用いて分析を行った。本章では元田ら<sup>12)</sup>を参考にし、一般的な k-means 法について述べる。

$D$ 次元ユークリッド空間上のデータ集合  $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\}$  を  $K$  個のクラスターに分割 (分類) することを考える。このとき、各データ  $\mathbf{x}$  が  $K$  個のクラスターのいずれに属するのかわを示す 2 値変数  $r_{nk} \in \{0, 1\} (k = 1, \dots, K)$  を定める。データ点  $\mathbf{x}$  がクラスター  $k$  に割り当てられている場合に  $r_{nk} = 1$  となり  $j \neq k$  の場合に  $r_{nj} = 0$  と

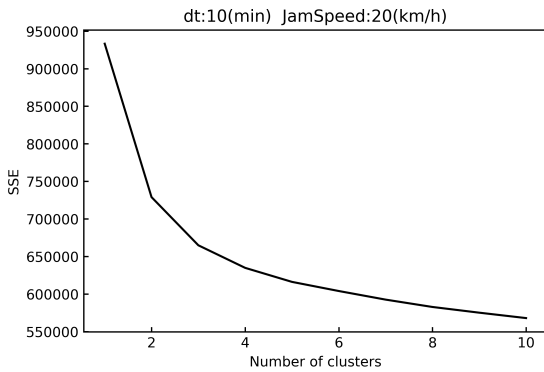


図-7 クラスタ数と残差平方和の関係

なる。データ集合を  $K$  個のクラスターに分割するということは、以下の目的関数  $J$  を最小にすることで実現する。

$$J = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K r_{nk} \|\mathbf{x}_n - \mu_k\|^2 \quad (\text{II.1})$$

### 付録 III k-means 法におけるクラスタ数

#### (1) クラスタリング残差

一般に k-means 法において最適なクラスタ数 (分類数) を決定する手法は確立されていない。このような問題への簡単な対処法として、エルボー図を用いる方法がある。エルボー図とは、クラスタ数  $K$  と残差平方和  $SSE(K)$  (sum of squared errors of prediction) の関係を示したグラフである。残差平方和  $SSE(K)$  は、付録 II で用いた記号を利用すると以下ようになる。

$$SSE(K) = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K r_{nk} \|\mathbf{x}_n - \mu_k\|^2 \quad (\text{III.1})$$

ここで右辺は k-means 法の目的関数  $J$  と全く同じであるが、クラスタの中心ベクトル  $\mu_k$  がすでに最適化されていることに注意されたい。つまり、各クラスタの中心ベクトルとそのクラスタに属するベクトルとの距離の二乗和を意味している。クラスタ数  $K$  を変化させたときに残差平方和  $SSE(K)$  がどれだけ変化するかによって、クラスタ数の最適性を議論することができる。

#### (2) クラスタ数の調整

本節では、渋滞空間分布の分類の際に、クラスタ数 (分類数) を調整してクラスタリングを行った結果について示す。クラスタ数  $K$  については、1 から 10 に設定しクラスタリングを行った。クラスタ数  $K$  と残差平方和  $SSE(K)$  の関係 (エルボー図) を図-7 に示す。クラスタリング対象の渋滞空間分布ベクトル  $\Delta_{d,t}$  の各要素は二値のブールデータであるので、 $SSE(K)$  の絶対値につ

いては特に意味を持たないことに注意されたい。そのため、ここで参考とするのはその大小関係および変化分の大きさである。概ね、クラスタ数 5 以降は  $SSE(K)$  の変化分が小さくなる。つまり、これ以上クラスタ数を増やしてもクラスタリング精度向上への寄与が小さい。

#### 参考文献

- 1) Daganzo, C. F.: Urban gridlock: Macroscopic modeling and mitigation approaches, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.41, No.1, pp.49–62, 2007.
- 2) Geroliminis, N. and Daganzo, C. F.: Existence of urban-scale macroscopic fundamental diagrams: Some experimental findings, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.42, No.9, pp.759–770, 2008.
- 3) Keyvan-Ekbatani, M., Kouvelas, A., Papamichail, I., and Papageorgiou, M.: Exploiting the fundamental diagram of urban networks for feedback-based gating, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.46, No.10, pp.1393–1403, 2012.
- 4) Geroliminis, N., Haddad, J., and Ramezani, M.: Optimal perimeter control for two urban regions with macroscopic fundamental diagrams: A model predictive approach, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol.14, No.1, pp.348–359, 2013.
- 5) Saeedmanesh, M. and Geroliminis, N.: Dynamic clustering and propagation of congestion in heterogeneously congested urban traffic networks, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.105, pp.193–211, 2017.
- 6) Rempe, F., Huber, G., and Bogenberger, K.: Spatio-temporal congestion patterns in urban traffic networks, *Transportation Research Procedia*, Vol.15, pp.513–524, 2016.
- 7) Wen, H., Sun, J., and Zhang, X.: Study on traffic congestion patterns of large city in china taking beijing as an example, *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, Vol.138, pp.482–491, 2014.
- 8) Wada, K., Satsukawa, K., Smith, M., and Akamatsu, T.: Network throughput under dynamic user equilibrium: Queue spillback, paradox and traffic control, *Transportation Research Part B: Methodological*, 2018, in press.
- 9) 王鵬飛, 和田健太郎, 赤松隆, 杉田正俊, 名古屋利一, 鷺見浩: 長期間観測データを用いた macroscopic fundamental diagram の特徴づけ: 仙台市および京都市におけるケース・スタディ, *交通工学論文集*, Vol.2, No.5, pp.11–20, 2016.
- 10) 酒井高良: 首都圏高速道路網における渋滞パターンの時空間規則性, *東北大学工学部卒業論文*, 2018.
- 11) 酒井高良, 赤松隆: 首都圏高速道路網における渋滞の時空間分布の安定性, *交通工学研究発表会論文集 (CD-ROM)*, 2018, in press.
- 12) 元田浩, 栗田多喜夫, 樋口知之, 松本裕治, 村田昇など: *パターン認識と機械学習*, Vol. 3, Springer, 2008.

(2018. 7. 31 受付)