不確実性下におけるサプライチェーンネットワークの多期間最適化と強靭性解析

大谷　篤嗣[1]・山田　忠史[2]・青島　一政[3]

[1]学生会員　京都大学大学院修士課程　工学研究科都市社会工学専攻
（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
E-mail: otani.atsushi.87m@st.kyoto-u.ac.jp

[2]正会員　京都大学教授　経営管理大学院（兼　大学院工学研究科都市社会工学専攻）（同上）
E-mail: yamada.tadashi.2x@kyoto-u.ac.jp

[3]非会員　阪急阪神ホールディングス株式会社　（〒530-0012 大阪市北区芝田 1 丁目 16 番 1 号）
E-mail: aoshima.kazumasa.28@gmail.com

本研究では，地震などの災害を想定した不確実性下でのサプライチェーンネットワーク(SCN)に注目し，ネットワークの強靭性を定義したうえで，SCN の強靭度を定量化することにより，SCN の強靭性評価を試みる．計画期間全体での SCN の総余剰（各主体の利潤と消費者余剰の和）が強靭性を表すことに言及し，SCN の経時的な状態変化をマルコフ連鎖を用い確率変数として表現して，不確実性下における SCN の多期間最適化モデルの定式化と解法を示す．地震を想定して，このモデルを用いて基礎的な数値計算を行った結果，多期間最適化モデルを用いて事前に計画する方が，既存の記述型のサプライチェーンネットワーク均衡モデルを用いるよりも，強靭性に優れていることが示唆された．

Key Words: *multi-period supply chain network, resilience, uncertainty, optimization, expected residal minimization method, Markov chain*

1. はじめに

サプライチェーンは，原材料の調達から生産や消費へと至る，多段階の商品や物資の一連の流れ，および，それに関わる活動主体のネットワーク状の連鎖である．近年，サプライチェーンネットワーク(supply chain network: SCN)の効率的な形成（例えば，文献 1)）や，災害などの外乱に対して強靭な SCN の構築（例えば，文献 2)）が，企業の重要な戦略となっている．

SCN 上には，輸送時間，原材料調達，商品需要など，多数の不確実な要因が存在する．不確実性をもたらす主たる原因の一つが自然災害である．わが国では，南海トラフ地震など，甚大な被害が想定される地震への対応に関心が高まってきており，災害に対する SCN の性能確保が課題となっている．災害による影響は，被災箇所だけにとどまらず，SCN の各所に波及する可能性がある．よって，災害に強い SCN を形成するためには，SCN 全体を見渡し，かつ，「平常→被災→復興」のような経時的な変化を考慮したうえで，災害などの外乱に対して強靭な SCN を設計することが有用である．

SCN 上で生じる現象（商品の流動や活動主体の行動）を記述する手法に，サプライチェーンネットワーク均衡(supply chain network equilibrium: SCNE)モデル（例えば，文献 3)）がある．不確実性を考慮した SCNE モデルについては，商品需要の不確実性を考慮したモデル[4)-6)]が開発されているが，不確実性を確定論的な SCNE の枠組みで取り扱っているに過ぎない．後述の SCN 全体の均衡条件が示すように，不確実性が存在する場合には，一意に決まる均衡解は一般に存在しない．それゆえ，Liu and Nagurney[7)]は，商品需要や費用のばらつきに対して，生産量や利潤などが変動することを，SCNE を用いて記述している．

一方，山田・青島[8)]は，記述型で確定論的な SCNE を，不確実性下で SCN 全体を最適化するモデルへと拡張している．このモデルは，既存の不確実性下での SCN 最適化の研究（例えば，文献 9), 10)）のような，個々の企業や企業体の SCN に関する研究と異なり，不確実性下での複数企業（もしくは，複数の企業体）からなる SCN 全体を最適化している．不確実性に対して最も頑健な SCN が，期待残差最小化法[11)]（expected residual minimization method: ERM 法）を用いて求解されている．しかし，不確実性に対する状況変化が一つの確率分布のみで考慮されており，かつ，災害時の「平常→被災→復興」のような，SCN の経時的変化（多期間性）を明示的に考慮していない．それゆえ，頑健性については検討しているものの，強靭性については言及していない．大谷・山田 [12]は，既存の多期間 SCNE モデル（例えば，文献 13)）の知見を援用し，さらには，災害時を想定して，不確実で動的な状態変化をマルコフ連鎖で確率的に表現することにより，山田・青島 [8]のモデルを多期間最適化へと拡張している．しかし，SCN の強靭性については言及していない．

本研究では，ネットワークの強靭性を定義し，それに基づいて SCN の強靭度を定量化することにより，災害時の SCN の強靭性評価を試みる．後述のように，SCN の総余剰（各主体の利潤と消費者余剰の和）を大きくにすることが，強靭性を高めることにつながること，および，地震などの自然災害の発生は不確実であることから，本研究では，大谷・山田 [12]が提案した不確実性下での多期間最適化モデルを基にして，計算を行う．また，このモデルを用いて基礎的な数値計算を行い，多期間最適化モデルを用いて事前に計画する方が，既存の記述型のサプライチェーンネットワーク均衡モデルを用いるよりも，強靭度に勝ることを示す．

2. 強靭性と強靭度

ネットワークには，機能（サービスレベル）の向上だけではなく，機能の安定的な供給が求められる．天災（地震などの自然災害）や人災（事故など）によるネットワークの途絶や性能低下，あるいは，ネットワーク需要の不確実性に伴う性能の不安定化が，ネットワーク性能の安定性を阻害する主たる要因である．そして，これらのような，不確実性を伴う外乱(disturbance)への耐性(tolerance)が頑健性(robustness)（例えば，文献 14)-16)）である．交通工学分野では，交通ネットワークの信頼性(reliability)，すなわち，外乱に対して所定の機能を遂行できる能力（例えば，文献 17)-20)）が推定されてきた．時間信頼性(travel time reliability)，容量信頼性(capacity reliability)，連結信頼性(connectivity reliability)，脆弱性(vulnerability)，冗長性(redundancy)などである．これらは，外乱への耐性，すなわち，頑健性の一種と見なせる．

外乱に耐えうる能力を評価する頑健性に加えて，経時的な回復力を反映したものが，強靭性（レジリエンス，resilience）である．レジリエンスを初めて学術的に用いたとされる Holling[21]によると，レジリエンスとは，システムの存続性(persistence)の指標であり，外乱による変化を吸収(absorb)する能力の指標である．その後，この存続と吸収の能力のことが，回復力(recovery, return, restoration)や耐性と称されてきた（例えば，文献 22)-26)）．心理学の分野では，1970 年代から，戦争や自然災害などの強いショックへの耐性と適応力(adaptability)に対して，レジリエンスという用語が使われるようになった [27),28]．一方，社会学の分野では，Longstaff et al. [29]が，レジリエンスを抵抗力(resistance)と回復力を組み合わせたものと定義している．

これらを包括的にまとめれば，強靭性には，システムが外乱に対して機能を維持する，いわば耐性と，システムが外乱による機能障害から回復する能力が含まれる．それゆえ，強靭性は，「外乱に対して耐性を有し，外乱がもたらす変化に対して適応し，回復力を持ち合わせること」と考えられる．ここで，耐性を外乱に対する頑健性，適応を回復のために必要な要素と捉えると，強靭性は，「外乱に対して頑健性を有し，外乱がもたらす変化に対して回復力を持ち合わせること」と換言できる．つまり，強靭性は，頑健性と回復性を含む（それゆえ，冗長性，信頼性，脆弱性も包含する）広い概念である．したがって，強靭性の高い SCN は，外乱に対する頑健性が高いうえに，外乱による変化に対する回復力も大きい．

経営やサプライチェーンマネジメントの分野では，レジリエンスの定義よりも，その構成要素の特定に重点が置かれてきた [30)-34]．それらは，外乱による変化の吸収能力を表す，適応性，柔軟性(flexibility)，冗長性，多様性であり，変化に対する応答の素早さである俊敏性(agility)，ショックを変革や改善の契機とする能力としての同化性(assimilation)や再編性(re-engineering)などである．これらから，強靭性に必要な要素を総ずると，元に戻る「回復力」，俊敏性や同化性に見る「機敏さ」，外乱による変化に対する「適応性」，外乱に備える「冗長性」が挙げられる．これらの中で，機敏さは，回復をできるだけ素早くすること，すなわち，回復に関する時間的概念と考えられる．一方，回復力は，回復の程度に着目した，回復に関する量的概念と考えられる．適応性は，回復に必要な要素として回復力に貢献するものであり，冗長性は，頑健性の一種である．したがって，強靭性は「外乱に対して頑健性を有し，外乱がもたらす変化に対して，性能的，および，時間的に回復力を持ち合わせること」と再定義できる．本研究では，これを強靭性の定義とする．

強靭性は，「頑健性，性能的回復力，時間的回復力」から構成されることになるので，ネットワークの強靭性の特性を図示すると，**図-1** のようになる．性能的回復力は，被災前性能と比較してどれだけ回復しているかを表し，時間的回復力は，どれだけ早く回復するかを表す．**図-1** は，Sheffi and Rice[35]が企業の操業について，Faturechi and Miller-Hooks[36]が道路ネットワーク上の総所要時間について，それぞれ図示した混乱形状(disruption profile)において，頑健性，性能的回復力，時間的回復力を明示した

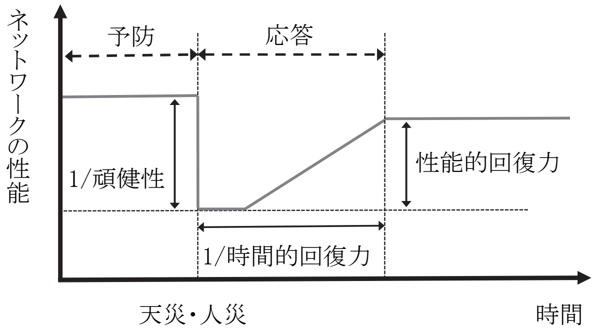

図-1　ネットワークの性能曲線と強靭性の構成要素

ものでもある．

本研究では，地震などの自然災害時の SCN を対象とする．**図-1** の縦軸を SCN の総余剰（各主体の利潤と消費者余剰の和）とすれば，曲線，縦軸，横軸で囲まれた部分の面積が，対象期間全体での総余剰の総和になる．この面積が大きくなるのは，頑健性が大きく（外乱に対する性能減少量が小さく），時間的回復力が大きく（回復する時間が小さく），性能的回復力が大きい（回復程度が大きい）ときである．したがって，この面積の大きさが，強靭性を反映する．それゆえ，大谷・山田 [12]が示した不確実性下における最適な多期間 SCN，すなわち，「災害に関する確率変数について，いかなる値が生起したとしても，総余剰最大の状態からの乖離が最小になる」ような多期間 SCN は，「強靭性においても最適な多期間 SCN」である．なお，面積に着目すれば，被災前（平常時）よりも復興後にネットワークの性能が大きくなる超回復の場合も適切に考慮できる．

しかしながら，強靭性を定量的に表す強靭度が，面積そのものであると，被災前の総余剰が大きい（縦軸の絶対値が大きい）方が，耐性や回復力とは無関係に強靭度が大きくなる可能性がある．また，対象期間全体に渡って，生産量，在庫量，販売量などを事前に計画しても，実際にどの期間に災害が発生するかによって，総余剰の大きさは異なる．そこで，本研究では，強靭度を「被災リスクを考慮して，対象期間全体に渡って(t=1～T)計画し（つまり，総余剰に着目した不確実性下における多期間最適化し），ある期間(t=t')で災害が生じることを想定して，計画期間全体での総余剰を求めたもの」を「被災リスクを考慮して，対象期間全体に渡って計画するが，災害が生じない場合において，計画期間全体での総余剰を求めたもの」で除した値とする．被災リスクと表現するのは，地震のような自然災害の発生は不確実であり，本研究ではそれを確率的に取り扱うからである．

3.　不確実性下における SCN の多期間最適化

強靭度の分子計算の基となる，不確実性下における最適な多期間 SCN モデルの定式化を示す．大谷・山田 [12]と同様に，まずは，不確実性を考慮した多期間 SCNE モデル（記述型モデル）について，その後，多期間最適化モデルについて，それぞれ定式化する．いずれのモデルにおいても，モデル化の前提条件は下記の通りである．

図-2 のように，寡占的で単一の流通段階を有する多期間 SCN を仮定し，5 主体（製造業者，卸売業者，小売業者，消費市場，物流業者）の意思決定 [37]を対象とする．

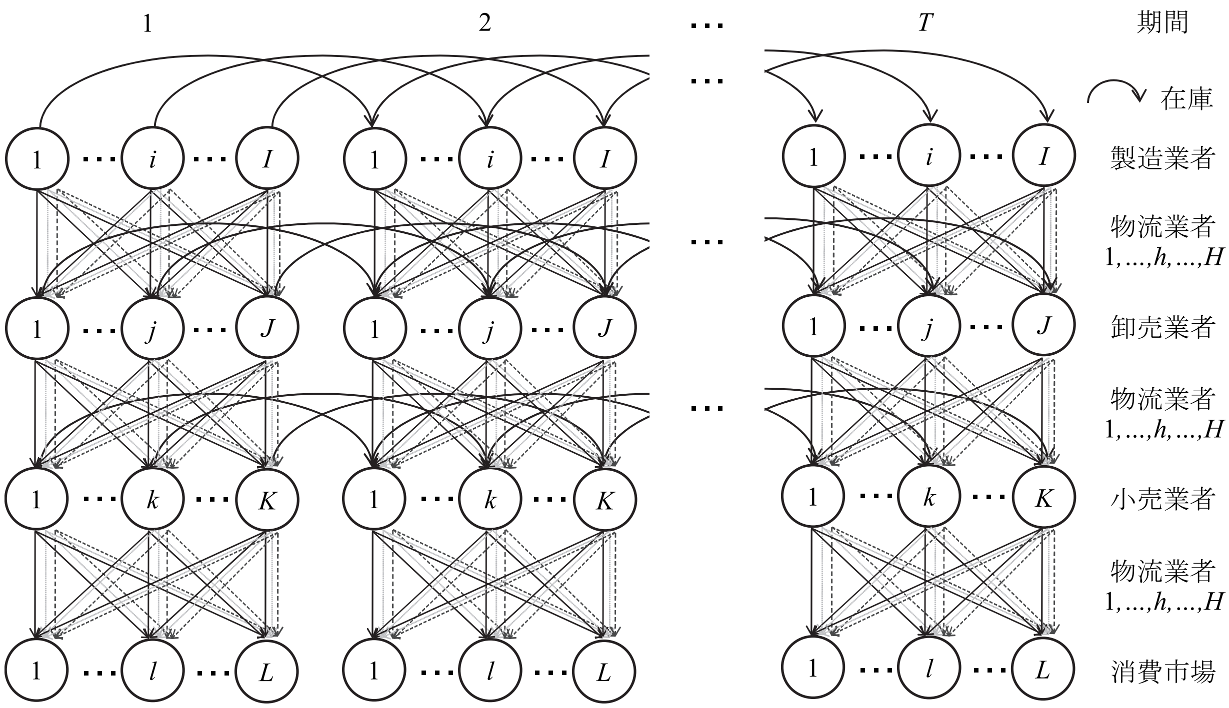

図-2　モデル化の対象とする SCN

SCN 上には I 個の製造業者，J 個の卸売業者，K 個の小売業者，L 個の消費市場および H 個の物流業者が存在すると仮定する．本研究では，SCN の動的な状態変化を取り扱うので，各主体は，各離散期間 t の状態を考慮して，計画期間全体，すなわち，期間 T に渡って意思決定を行うものとする．また，各主体は，各期間ごとに M 種類の離散的な状態（例えば，平常，被災，復興）のうちいずれか 1 つの状態下に置かれるものとする．計画期間内において，ある期間から次の期間に移行する際，状態の遷移は確定的ではなく，確率的であると仮定する．本研究では，状態が遷移する確率をマルコフ連鎖 [38]で表現する．状態が不確実であるので，各主体の費用は確定的には定まらない．以下に，各主体の行動を定式化する．なお，式中の“*”は均衡解を意味する．

(1) 多期間 SCNE

a) 製造業者の行動

製造業者 i の行動は，計画期間全体での利潤最大化を目的関数として，以下のように表される．

$$\begin{aligned}\text{Max}\ \ \Pi_i\left(Q^1,\widetilde{Q}^1,O^1,\omega^1\right)=\sum_{t=1}^{T}\Bigg(&\sum_{j=1}^{J}\rho_{tij}^{1*}\sum_{h=1}^{H}q_{thij}\\ &-f_{ti}(\widetilde{Q}_t^1,\omega_t^{f_{ti}})-g_{ti}(\widetilde{Q}_t^1,O_{t-1}^1,\omega_t^{g_{ti}})-s_{ti}(O_t^1,\omega_t^{s_{ti}})\\ &-\sum_{j=1}^{J}c_{tij}(Q_t^1,\omega_t^{c_{tij}})-\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\rho_{thij}^{5*}q_{thij}\Bigg)\Delta_t\end{aligned}\tag{1}$$

$$\text{subject to}\ \ o_{(t-1)i}+\widetilde{q}_{ti}\geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thij}+o_{ti}\ \ \forall t\tag{2}$$

$$0\leq\widetilde{q}_{ti}\leq\pi_{ti}\ \ \forall t\tag{3}$$

$$q_{thij}\geq 0\quad\forall t,h,j,\ \ o_{ti}\geq 0\ \forall t\tag{4}$$

ここに，

$\Pi_i(\bullet)$ ：計画期間全体での製造業者 i の利潤
q_{thij} ：期間 t での製造業者 i と卸売業者 j 間における物流業者 h の輸送量
$\widetilde{q}_{ti}$ ：期間 t での製造業者 i の生産量
o_{ti} ：期間 t から $t+1$ での製造業者 i の在庫量
Q_t^1 ：q_{thij} を要素とする HIJ 次元ベクトル
Q^1 ：q_{thij} を要素とする $THIJ$ 次元ベクトル
$\widetilde{Q}_t^1$ ：$\widetilde{q}_{ti}$ を要素とする I 次元ベクトル
$\widetilde{Q}^1$ ：$\widetilde{q}_{ti}$ を要素とする TI 次元ベクトル
O_t^1 ：o_{ti} を要素とする I 次元ベクトル
O^1 ：o_{ti} を要素とする TI 次元ベクトル
ρ_{tij}^1 ：期間 t での i から j への販売価格
ρ_{thij}^5 ：期間 t における ij 間の物流業者 h の輸送運賃
$f_{ti}(\bullet)$ ：期間 t での製造業者 i の生産費用関数
$g_{ti}(\bullet)$ ：期間 t での製造業者 i の施設費用関数
$s_{ti}(\bullet)$ ：期間 t での製造業者 i の在庫費用関数
$c_{tij}(\bullet)$ ：期間 t での ij 間の取引費用関数
$\omega_t^{f_{ti}}$ ：生産費用のばらつきを表す離散確率変数
$\omega_t^{g_{ti}}$ ：施設費用のばらつきを表す離散確率変数
$\omega_t^{c_{tij}}$ ：取引費用のばらつきを表す離散確率変数
$\omega_t^{s_{ti}}$ ：在庫費用のばらつきを表す離散確率変数
ω_t^1 ：$\omega_t^1=\left(\omega_t^{f_{ti}},\omega_t^{g_{ti}},\omega_t^{c_{tij}},\omega_t^{s_{ti}}\right)$ で表されるベクトル
ω^1 ：$\omega^1=\left(\omega_1^1,\ldots,\omega_t^1,\ldots,\omega_T^1\right)$ で表されるベクトル
π_{ti} ：期間 t での製造業者 i の生産容量
Δ_t ：期間 t の長さ

生産費用には材料の調達や設備に要する費用などが含まれる．取引費用には運賃以外の取引に関する費用が，施設費用には土地代や維持管理費が，それぞれ含まれる．在庫費用には，保管費用が含まれ，保管を開始する期間において費用が計上されるものとする．

式(2)は，任意の期間 t における生産量，在庫量，取引量の関係を表したものであり，直前の期間から引き継いだ在庫量と当該期間の生産量の和は，当該期間の取引量と次期間に持ち越す在庫量の和よりも大きいことを表している．式(3)は，どの期間においても，生産量が生産容量を超過しないことを表現している．

生産費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての製造業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は式(5)を満たす $\left(Q^{1*},O^{1*},\widetilde{Q}^{1*},\lambda^*,\mu^*\right)\in R_+^{THIJ+4TI}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\left(\frac{\partial c_{tij}(Q_t^{1*},\omega^{c_{tij}})}{\partial q_{thij}}+\rho_{thij}^{5*}-\rho_{tij}^{1*}\right)\Delta_t+\lambda_{ti}^*\right]\\ &\quad\times\left[q_{thij}-q_{thij}^*\right]+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{I}\left[\left(\frac{\partial g_{(t+1)i}(\widetilde{Q}_{t+1}^{1*},O_t^{1*},\omega^{g_{(t+1)i}})}{\partial o_{ti}}\right.\right.\\ &\quad\left.\left.+\frac{\partial s_{ti}(O_t^{1*},\omega^{s_{ti}})}{\partial o_{ti}}\right)\Delta_t+\lambda_{ti}^*-\lambda_{(t+1)i}^*\right]\times\left[o_{ti}-o_{ti}^*\right]\\ &\quad+\sum_{i=1}^{I}\left[\frac{\partial s_{Ti}(O_T^{1*},\omega^{s_{Ti}})}{\partial o_{Ti}}\Delta_t+\lambda_{Ti}^*\right]\times\left[o_{Ti}-o_{Ti}^*\right]\\ &+\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\left[\left(\frac{\partial f_{ti}(\widetilde{Q}_t^{1*},\omega^{f_{ti}})}{\partial\widetilde{q}_{ti}}+\frac{\partial g_{ti}(\widetilde{Q}_t^{1*},O_{t-1}^{1*},\omega^{g_{ti}})}{\partial\widetilde{q}_{ti}}\right)\Delta_t\right.\\ &\left.+\mu_{ti}^*-\lambda_{ti}^*\right]\times\left[\widetilde{q}_{ti}-\widetilde{q}_{ti}^*\right]+\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\left[o_{(t-1)i}^*+\widetilde{q}_{ti}^*-\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thij}^*\right.\\ &\left.-o_{ti}^*\right]\times\left[\lambda_{ti}-\lambda_{ti}^*\right]+\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\left[\pi_{ti}-\widetilde{q}_{ti}^*\right]\times\left[\mu_{ti}-\mu_{ti}^*\right]\geq 0\\ &\hspace{6cm}\forall\left(Q^1,O^1,\widetilde{Q}^1,\lambda,\mu\right)\in R_+^{THIJ+4TI}\end{aligned}\tag{5}$$

式(5)中の λ_{ti} は式(2)についてのラグランジェ乗数であり，λ は λ_{ti} を要素とする TI 次元ベクトルである．また，μ_{ti} は式(3)のラグランジェ乗数であり，μ は μ_{ti} を要素とする TI 次元ベクトルである．さらに，λ_t,μ_t はいずれも，I 次元ベクトルであり，λ_t は λ_{ti} を，μ_t は μ_{ti} を，それぞれ要素とする．

式(5)の左辺第 1 項において，乗算記号前の角括弧内の関数を F_{thij}^1 とする．同様に，第 2 項から第 3 項における

乗算記号前の角括弧内の関数を F_{ti}^{1}，第 4 項において $F_{tj}^{1'}$，第 5 項において $F_{ti}^{1''}$，第 6 項において $F_{ti}^{1'''}$ と表し，ベクトル値関数 $F_t^1=\left(F_{thij}^1,F_{ti}^1,F_{ti}^{1'},F_{ti}^{1''},F_{ti}^{1'''}\right)_{t=1\cdots T,h=1\cdots H,i=1\ldots I,j=1\cdots J}$ を定義する．また，$X_t^1=\left(Q_t^1,\widetilde{Q}_t^1,O_t^1,\lambda_t,\mu_t\right)$, $X^1=\left(X_1^1,\ldots,X_t^1,\ldots,X_T^1\right)$ とする．このとき，式(5)は，以下の空間,

$$K^1\equiv\left\{\left(Q^1,O^1,\widetilde{Q}^1,\lambda,\mu\right)\middle|\left(Q^1,O^1,\widetilde{Q}^1,\lambda,\mu\right)\in R_+^{THIJ+4TI}\right\} \tag{6}$$

において,

$$\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^1(X_t^{1*},\omega_t^1)\times[X_t^1-X_t^{1*}]\right)\geq 0,\quad \forall X^1\in K^1 \tag{7}$$

を満たすような点 $X^{1*}\in K^1$ を求める問題となる．

b) 卸売業者の行動

卸売業者 j の行動も，計画期間全体での利潤最大化を目的関数として，以下のように定式化できる．

$$\begin{aligned}\text{Max }\Pi_j\left(Q^1,Q^2,O^2,\omega^2\right)=&\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{k=1}^{K}\rho_{tjk}^{2*}\sum_{h=1}^{H}q_{thjk}\right.\\&-c_{tj}(Q_t^1,\omega_t^{c_{tj}})-g_{tj}(Q_t^1,O_{t-1}^2,\omega_t^{g_{tj}})-s_{tj}(O_t^2,\omega_t^{s_{tj}})\\&\left.-\sum_{k=1}^{K}c_{tjk}(Q_t^2,\omega_t^{c_{tjk}})-\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\rho_{thjk}^{6*}q_{thjk}-\sum_{i=1}^{I}\rho_{tij}^{1*}\sum_{h=1}^{H}q_{thij}\right)\Delta_t\end{aligned} \tag{8}$$

$$\text{subject to}\quad o_{(t-1)j}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}q_{thij}\geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thjk}+o_{tj}\ \forall t \tag{9}$$

$$q_{thij}\geq 0\ \forall t,h,i\quad q_{thjk}\geq 0\ \forall t,h,k\quad o_{tj}\geq 0\ \forall t \tag{10}$$

ここに,

$\Pi_j(\bullet)$ ：計画期間全体での卸売業者 j の利潤
q_{thjk} ：期間 t での卸売業者 j と小売業者 k 間における物流業者 h の輸送量
o_{tj} ：期間 t から期間 $t+1$ での卸売業者 j の在庫量
Q_t^2 ：q_{thjk} を要素とする HJK 次元ベクトル
Q^2 ：q_{thjk} を要素とする $THJK$ 次元ベクトル
O_t^2 ：o_{tj} を要素とする J 次元ベクトル
O^2 ：o_{tj} を要素とする TJ 次元ベクトル
ρ_{tjk}^2 ：期間 t での j から k への販売価格
ρ_{thjk}^6 ：期間 t における jk 間の物流業者 h の輸送運賃
$c_{tj}(\bullet)$ ：期間 t での卸売業者 j の保管費用関数
$g_{tj}(\bullet)$ ：期間 t での卸売業者 j の施設費用関数
$s_{tj}(\bullet)$ ：期間 t での卸売業者 j の在庫費用関数
$c_{tjk}(\bullet)$ ：期間 t での jk 間の取引費用関数
$\omega_t^{c_{tj}}$ ：保管費用のばらつきを表す離散確率変数
$\omega_t^{g_{tj}}$ ：施設費用のばらつきを表す離散確率変数
$\omega_t^{s_{tj}}$ ：在庫費用のばらつきを表す離散確率変数
$\omega_t^{c_{tjk}}$ ：取引費用のばらつきを表す離散確率変数
ω_t^2 ：$\omega_t^2=\left(\omega_t^{c_{tj}},\omega_t^{g_{tj}},\omega_t^{s_{tj}},\omega_t^{c_{tjk}}\right)$ で表されるベクトル
ω^2 ：$\omega^2=\left(\omega_1^2,\ldots,\omega_t^2,\ldots,\omega_T^2\right)$ で表されるベクトル

保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数，在庫費用関数が連続かつ凸であり，すべての卸売業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は式(11)を満たす $\left(Q^{1*},Q^{2*},O^{2*},\gamma^*\right)\in R_+^{THIJ+THJK+2TJ}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\left(\frac{\partial c_{tj}(Q_t^{1*},\omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thij}}+\frac{\partial g_{tj}(Q_t^{1*},O_{t-1}^{2*},\omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thij}}\right)\Delta_t\right.\\&\qquad\left.+\rho_{tij}^{1*}-\gamma_{tj}^*\right]\times\left[q_{thij}-q_{thij}^*\right]\\&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[\left(\frac{\partial c_{tjk}(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tjk}})}{\partial q_{thjk}}+\rho_{thjk}^{6*}-\rho_{tjk}^{2*}\right)\Delta_t+\gamma_{tj}^*\right]\\&\qquad\times\left[q_{thjk}-q_{thjk}^*\right]+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{j=1}^{J}\left[\left(\frac{\partial g_{(t+1)j}(Q_{t+1}^{1*},O_t^{2*},\omega_{t+1}^{g_{(t+1)j}})}{\partial o_{tj}}\right.\right.\\&\qquad\left.\left.+\frac{\partial s_{tj}(O_t^{2*},\omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tj}}\right)\Delta_t+\gamma_{tj}^*-\gamma_{(t+1)j}^*\right]\times\left[o_{tj}-o_{tj}^*\right]\\&\qquad+\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial s_{Tj}(O_T^{2*},\omega_T^{s_{Tj}})}{\partial o_{Tj}}\Delta_t+\gamma_{Tj}^*\right]\times\left[o_{Tj}-o_{Tj}^*\right]\\&\qquad+\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}\left[o_{(t-1)j}^*+\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}q_{thij}^*-\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thjk}^*-o_{tj}^*\right]\\&\qquad\times\left[\gamma_{tj}-\gamma_{tj}^*\right]\geq 0\quad\forall\left(Q^1,Q^2,O^2,\gamma\right)\in R_+^{THIJ+THJK+2TJ}\end{aligned} \tag{11}$$

式(11)中の γ_{tj} は式(9)についてのラグランジェ乗数であり，γ は γ_{tj} を要素とする TJ 次元ベクトルである．γ_t を γ_{tj} を要素とする J 次元ベクトルとする．

式(11)の左辺第 1 項において，乗算記号前の角括弧内の関数を F_{thij}^2 とする．同様に，第 2 項において，乗算記号前の角括弧内の関数を F_{thjk}^2，第 3 項から第 4 項において F_{tj}^2，第 5 項において $F_{tj}^{2'}$ と表し，$F_t^2=\left(F_{thij}^2,F_{thjk}^2,F_{tj}^2,F_{tk}^{2'}\right)_{t=1\ldots T,h=1\cdots H,i=1\cdots I,j=1\cdots J,k=1\cdots K}$ と表されるベクトル値関数を定義する．また，$X_t^2=\left(Q_t^1,Q_t^2,O_t^2,\gamma_t\right)$，$X^2=\left(X_1^2,\ldots,X_t^2,\ldots,X_T^2\right)$ とする．このとき，式(11)は，以下の空間,

$$K^2\equiv\left\{\left(Q^1,Q^2,O^2,\gamma\right)\middle|\left(Q^1,Q^2,O^2,\gamma\right)\in R_+^{THIJ+THJK+2TJ}\right\} \tag{12}$$

において,

$$\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^2(X_t^{2*},\omega_t^2)\times[X_t^2-X_t^{2*}]\right)\geq 0,\quad \forall X^2\in K^2 \tag{13}$$

を満たすような点 $X^{2*}\in K^2$ を求める問題となる．

c) 小売業者の行動

小売業者 k 行動は，卸売業者と同様に，以下のように定式化できる．

$$\begin{aligned}\text{Max }\Pi_k\left(Q^2,Q^3,O^3,\omega^3\right)=&\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{l=1}^{L}\rho_{tkl}^{3*}\sum_{h=1}^{H}q_{thkl}\right.\\&-c_{tk}\left(Q_t^2,\omega_t^{c_{tk}}\right)-g_{tk}\left(Q_t^2,O_{t-1}^3,\omega_t^{g_{tk}}\right)-s_{tk}\left(O_t^3,\omega_t^{s_{tk}}\right)\\&\left.-\sum_{l=1}^{L}c_{tkl}\left(Q_t^3,\omega_t^{c_{tkl}}\right)-\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}\rho_{thkl}^{7*}q_{thkl}-\sum_{j=1}^{J}\rho_{tjk}^{2*}\sum_{h=1}^{H}q_{thjk}\right)\Delta_t\end{aligned} \tag{14}$$

$$\text{subject to}\quad o_{(t-1)k}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thjk}\geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}q_{thkl}+o_{tk}\ \forall t \tag{15}$$

$$q_{thjk}\geq 0\ \forall t,h,j\quad q_{thkl}\geq 0\ \forall t,h,l\quad o_{tk}\geq 0\ \forall t \tag{16}$$

ここに,

$\Pi_k(\bullet)$ ：計画期間全体での小売業者 k の利潤

q_{thkl} ：期間 t での kl 間における物流業者 h の輸送量

o_{tk} ：期間 t から期間 t+1 での小売市場 k の在庫量

Q_t^3 ： q_{thkl} を要素とする HKL 次元ベクトル

Q^3 ： q_{thkl} を要素とする $THKL$ 次元ベクトル

O_t^3 ： o_{tk} を要素とする K 次元ベクトル

O^3 ： o_{tk} を要素とする TJ 次元ベクトル

ρ_{tkl}^3 ：期間 t での k から l への販売価格

ρ_{thkl}^7 ：期間 t における kl 間の物流業者 h の輸送運賃

$c_{tk}(\bullet)$ ：期間 t での小売業者 k の保管費用関数

$g_{tk}(\bullet)$ ：期間 t での小売業者 k の施設費用関数

$s_{tk}(\bullet)$ ：期間 t での小売業者 k の在庫費用関数

$c_{tkl}(\bullet)$ ：期間 t での kl 間の取引費用関数

$\omega_t^{c_{tk}}$ ：保管費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{g_{tk}}$ ：施設費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{s_{tk}}$ ：在庫費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{c_{tkl}}$ ：取引費用のばらつきを表す離散確率変数

ω_t^3 ： $\omega_t^3=\left(\omega_t^{c_{tk}},\omega_t^{g_{tk}},\omega_t^{s_{tk}},\omega_t^{c_{tkl}}\right)$ で表されるベクトル

ω^3 ： $\omega^3=\left(\omega_1^3,\ldots,\omega_t^3,\ldots,\omega_T^3\right)$ で表されるベクトル

保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数，在庫費用関数が連続かつ凸であり，すべての小売業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は式(17)を満たす $\left(Q^{2*},Q^{3*},O^{3*},\delta^*\right)\in R_+^{THJK+THKL+2TK}$ を求める問題と等価である．

$$
\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[\left(\frac{\partial c_{tk}(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thjk}}+\frac{\partial g_{tk}(Q_t^{2*},O_{t-1}^{3*},\omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thjk}}\right.\right.\\
&\qquad\left.\left.+\rho_{tjk}^{2*}\right)\Delta_t-\delta_{tk}^*\right]\times\left[q_{thjk}-q_{thjk}^*\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[\left(\frac{\partial c_{tkl}(Q_t^3,\omega_t^{c_{tkl}})}{\partial q_{thkl}}+\rho_{thjk}^{7*}-\rho_{tkl}^{3*}\right)\Delta_t+\delta_{tk}^*\right]\\
&\times\left[q_{thkl}-q_{thkl}^*\right]+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{k=1}^{K}\left[\left(\frac{\partial g_{(t+1)k}(Q_{t+1}^{2*},O_t^{3*},\omega_{t+1}^{g_{(t+1)k}})}{\partial o_{tk}}\right.\right.\\
&\quad\left.\left.+\frac{\partial s_{tk}(O_t^{3*},\omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tk}}\right)\Delta_t+\delta_{tk}^*-\delta_{(t+1)k}^*\right]\times\left[o_{tk}-o_{tk}^*\right]\\
&\quad+\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial s_{Tk}(O_T^{3*},\omega_T^{s_{Tk}})}{\partial o_{Tk}}\Delta_t+\delta_{Tk}^*\right]\times\left[o_{Tk}-o_{Tk}^*\right]\\
&\quad+\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\left[o_{(t-1)k}^*+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thjk}^*-\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}q_{thkl}^*-o_{tk}^*\right]\\
&\quad\times\left[\delta_{tk}-\delta_{tk}^*\right]\geq 0\quad\forall\left(Q^2,Q^3,O^3,\delta\right)\in R_+^{THJK+THKL+2TK}
\end{aligned}
\tag{17}
$$

式(17)の δ_{tk} は式(15)についてのラグランジェ乗数であり， δ は δ_{tk} を要素とする TK 次元ベクトルである．また， δ_t を δ_{tk} を要素とする K 次元ベクトルとする．

式(17)の左辺第 1 項において，乗算記号前の角括弧内の関数を F_{thjk}^3 とする．同様に，第 2 項において，乗算記号前の角括弧内の関数を F_{thkl}^3 とし，第 3 項から第 4 項において F_{tk}^3 ，第 5 項において $F_{tk}^{3'}$ と表し， $F_t^3=\left(F_{thjk}^3,F_{thkl}^3,F_{tk}^3,F_{tk}^{3'}\right)_{t=1\ldots T,h=1\cdots H,j=1\cdots J,k=1\cdots K,l=1\cdots L}$ と表されるベクトル値関数を定義する．また， $X_t^3=\left(Q_t^2,Q_t^3,O_t^3,\delta_t\right)$ ， $X^3=\left(X_1^3,\ldots,X_t^3,\ldots,X_T^3\right)$ とする．このとき，式(11)は，以下の空間，

$$
K^3\equiv\left\{\left(Q^2,Q^3,O^3,\delta\right)\middle|\left(Q^2,Q^3,O^3,\delta\right)\in R_+^{THJK+THKL+2TK}\right\}\tag{18}
$$

において，

$$
\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^3(X_t^{3*},\omega_t^3)\times[X_t^3-X_t^{3*}]\right)\geq 0,\quad\forall X^3\in K^3\tag{19}
$$

を満たすような点 $X^{3*}\in K^3$ を求める問題となる．

d) 消費市場の均衡条件

需要関数が連続であるとし，消費市場 l では以下の均衡条件が成立すると仮定する．

$$
\rho_{tkl}^{3*}\begin{cases}=\rho_{tl}^{4*} & \text{if}\ \ q_{thkl}>0\\ \geq\rho_{tl}^{4*} & \text{if}\ \ q_{thkl}=0\end{cases}\tag{20}
$$

$$
d_{tl}\left(\rho^{4*},\omega_t^4\right)\begin{cases}=\displaystyle\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^* & \text{if}\ \ \rho_{tl}^{4*}>0\\ \geq\displaystyle\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^* & \text{if}\ \ \rho_{tl}^{4*}=0\end{cases}\tag{21}
$$

ここに，

ρ_{tl}^4 ：期間 t での消費市場 l の市場価格

ρ_t^4 ： ρ_{tl}^4 を要素とする L 次元ベクトル

ρ^4 ： ρ_t^4 を要素とする TL 次元ベクトル

ω_t^4 ：消費需要のばらつきを表す離散確率変数

$d_{tl}(\bullet)$ ：期間 t での消費市場 l の需要関数

均衡状態において，式(20)は，全ての消費市場について満足される必要があり，これらの均衡条件は，式(22)を満たす $\left(Q^{3*},\rho^{4*}\right)\in R_+^{THKL+TL}$ を求めることに等しい．

$$
\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[\rho_{tkl}^{3*}-\rho_{tl}^{4*}\right]\times\left[q_{thkl}-q_{thkl}^*\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^*-d_{tl}\left(\rho^{4*},\omega_t^4\right)\right]\times\left[\rho_{tl}^4-\rho_{tl}^{4*}\right]\geq 0\\
&\hspace{12em}\forall\left(Q^3,\rho^4\right)\in R_+^{THKL+TL}
\end{aligned}
\tag{22}
$$

式(22)の左辺第 1 項から第 2 項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ， F_{thkl}^4,F_{tl}^4 と表し， $F_t^4=\left(F_{thkl}^4,F_{tl}^4\right)_{t=1\cdots T,h=1\cdots H,k=1\cdots K,l=1\cdots L}$ と表されるベクトル値関数を定義する．また， $X_t^4=\left(Q_t^3,\rho_t^4\right)$, $X^4=\left(X_1^4,\ldots,X_t^4,\ldots,X_T^4\right)$ とする．このとき，式(22)は，以下の空間，

$$
K^4\equiv\left\{\left(Q^3,\rho^4\right)\middle|\left(Q^3,\rho^4\right)\in R_+^{HKL+L}\right\}\tag{23}
$$

において，

$$
\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^4(X_t^{4*},\omega_t^4)\times[X_t^4-X_t^{4*}]\right)\geq 0,\quad\forall X^4\in K^4\tag{24}
$$

を満たすような点 $X^{4*}\in K^4$ を求める問題となる．

このとき，消費者余剰は以下の式から求まる．

$$
\Pi_l\left(Q^3,\rho^4,\omega^4\right)=\sum_{t=1}^{T}\left[\int_0^{\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}}\left(d_{tl}^{-1}(x,\omega_t^4)-\rho_{tl}^4\right)dx\right]\Delta_t\tag{25}
$$

ここに，

$\Pi_l(\bullet)$ ：計画期間全体での市場 l での消費者余剰

$d_{tl}^{-1}(\bullet)$ ：期間 t での消費市場 l の需要関数の逆関数

ω^4 ： $\omega^4 = \left(\omega_1^4, \ldots, \omega_t^4, \ldots, \omega_T^4\right)$ で表されるベクトル

e) 物流業者の行動

物流業者 h の行動は，計画期間全体における利潤最大化のもと，以下のように定式化できる．

$$\begin{aligned} \text{Max } \Pi_h\left(Q^1, Q^2, Q^3, \omega^5\right) = \sum_{t=1}^{T}\Bigg(& \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\rho_{thij}^{5*} q_{thij} \\ & + \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\rho_{thjk}^{6*} q_{thjk} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\rho_{thkl}^{7*} q_{thkl} \\ & - g_{th}(Q_t^1, Q_t^2, Q_t^3, \omega_t^{g_{th}}) - w_{th}(Q_t^1, Q_t^2, Q_t^3, \omega_t^{w_{th}})\Bigg)\Delta_t \end{aligned} \tag{26}$$

subject to

$$q_{thij} \geq 0\ \forall t,i,j, \quad q_{thjk} \geq 0\ \forall t,j,k, q_{thkl} \geq 0\ \forall t,k,l \tag{27}$$

ここに,

$\Pi_t(\bullet)$ ：計画期間全体での物流業者 h の利潤

$g_{th}(\bullet)$ ：期間 t での物流業者 h の施設費用

$w_{th}(\bullet)$ ：期間 t での物流業者 h の運行費用

$\omega_t^{g_{th}}$ ：施設費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{w_{th}}$ ：運行費用のばらつきを表す離散確率変数

ω_t^5 ： $\omega_t^5 = \left(\omega_t^{g_{th}}, \omega_t^{w_{th}}\right)$ で表されるベクトル

ω^5 ： $\omega^5 = \left(\omega_1^5, \ldots, \omega_t^5, \ldots, \omega_T^5\right)$ で表されるベクトル

運行費用は，輸送手段の運行に要する費用であり，輸送手段の固定費用も含まれる．

施設費用関数と運行費用関数が連続かつ凸であり，すべての物流業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}) \in R_+^{THIJ+THJK+THKL}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\Bigg[\Bigg(\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thij}} \\ & + \frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thij}} - \rho_{thij}^{5*}\Bigg)\Delta_t\Bigg] \times \left[q_{thij} - q_{thij}^*\right] \\ & + \sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\Bigg[\Bigg(\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thjk}} \\ & + \frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thjk}} - \rho_{thjk}^{6*}\Bigg)\Delta_t\Bigg] \times \left[q_{thjk} - q_{thjk}^*\right] \\ & + \sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\Bigg[\Bigg(\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thkl}} \\ & + \frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thkl}} - \rho_{thkl}^{7*}\Bigg)\Delta_t\Bigg] \times \left[q_{thkl} - q_{thkl}^*\right] \geq 0 \\ & \qquad \forall (Q^1, Q^2, Q^3) \in R_+^{THIJ+THJK+THKL} \end{aligned} \tag{28}$$

式(28)の左辺第 1 項から第 3 項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ， $F_{thij}^5, F_{thjk}^5, F_{thkl}^5$ と表し，ベクトル値関数 $F_t^5 = (F_{thij}^5, F_{thjk}^5, F_{thkl}^5)_{t=1\cdots T, h=1\cdots H, i=1\cdots I, j=1\cdots J, k=1\cdots K, l=1\cdots L}$ を定義する．また $X_t^5 = \left(Q_t^1, Q_t^2, Q_t^3\right)$, $X^5 = \left(X_1^5, \ldots X_t^5, \ldots, X_T^5\right)$ とする．このとき，式(28)は,

$$K^5 \equiv \left\{\left(Q^1, Q^2, Q^3\right) \middle| \left(Q^1, Q^2, Q^3\right) \in R_+^{THIJ+THJK+THKL}\right\} \tag{29}$$

と定義された空間において,

$$\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^5(X_t^{5*}, \omega_t^5) \times [X_t^5 - X_t^{5*}]\right) \geq 0,\ \forall X^5 \in K^5 \tag{30}$$

を満たすような点 $X^{5*} \in K^5$ を求める問題となる．

f) ネットワーク全体の均衡条件

均衡状態においては，各主体の最適性条件，および，消費市場の均衡条件が同時に満たされる．変分不等式における和と各成分との関係 [39),40)] を考慮すれば，SCN 全体の均衡条件は，最適性条件と均衡条件の和，つまり，式(5),(11),(17),(22),(28)の和で表され，以下のようになる．

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\Bigg[\Bigg(\frac{\partial c_{tij}(Q_t^{1*}, \omega_t^{c_{tij}})}{\partial q_{thij}} + \frac{\partial c_{tj}(Q_t^{1*}, \omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thij}} \\ & + \frac{\partial g_{tj}(Q_t^{1*}, O_{t-1}^{2*}, \omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thij}} + \frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thij}} \\ & + \frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thij}}\Bigg)\Delta_t + \lambda_{ti}^* - \gamma_{tj}^*\Bigg] \times \left[q_{thij} - q_{thij}^*\right] \\ & + \sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\Bigg[\Bigg(\frac{\partial c_{tjk}(Q_t^{2*}, \omega_t^{c_{tjk}})}{\partial q_{thjk}} + \frac{\partial c_{tk}(Q_t^{2*}, \omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thjk}} \\ & + \frac{\partial g_{tk}(Q_t^{2*}, O_{t-1}^{3*}, \omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thjk}} + \frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thjk}} \\ & + \frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thjk}}\Bigg)\Delta_t + \gamma_{tj}^* - \delta_{tk}^*\Bigg] \times \left[q_{thjk} - q_{thjk}^*\right] \\ & + \sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\Bigg[\Bigg(\frac{\partial c_{tkl}(Q_t^{3}, \omega_t^{c_{tkl}})}{\partial q_{thkl}} \\ & + \frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thkl}} + \frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*}, Q_t^{2*}, Q_t^{3*}, \omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thkl}}\Bigg)\Delta_t \\ & + \delta_{tk}^* - \rho_{tl}^{4*}\Bigg] \times \left[q_{thkl} - q_{thkl}^*\right] \\ & + \sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{I}\Bigg[\Bigg(\frac{\partial g_{(t+1)}(\widetilde{Q}_{t+1}^{1*}, O_t^{1*}, \omega_{t+1}^{g_{(t+1)i}})}{\partial o_{ti}} + \frac{\partial s_{ti}(O_t^{1*}, \omega_t^{s_{ti}})}{\partial o_{ti}}\Bigg)\Delta_t \\ & + \lambda_{ti}^* - \lambda_{(t+1)i}^*\Bigg] \times \left[o_{ti} - o_{ti}^*\right] + \sum_{i=1}^{I}\left[\frac{\partial s_{Ti}(O_T^{1*}, \omega_t^{s_{Ti}})}{\partial o_{Ti}} + \lambda_{Ti}^*\right] \\ & \times \left[o_{Ti} - o_{Ti}^*\right] + \sum_{t=1}^{T-1}\sum_{j=1}^{J}\Bigg[\frac{\partial g_{(t+1)j}(Q_{t+1}^{1*}, O_t^{2*}, \omega_{t+1}^{g_{(t+1)j}})}{\partial o_{tj}} \\ & + \frac{\partial s_{tj}(O_t^{2*}, \omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tj}} + \gamma_{tj}^* - \gamma_{(t+1)j}^*\Bigg] \times \left[o_{tj} - o_{tj}^*\right] \\ & + \sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial s_{Tj}(O_T^{2*}, \omega_T^{s_{Tj}})}{\partial o_{Tj}}\Delta_t + \gamma_{Tj}^*\right] \times \left[o_{Tj} - o_{Tj}^*\right] \\ & + \sum_{t=1}^{T-1}\sum_{k=1}^{K}\Bigg[\Bigg(\frac{\partial g_{(t+1)k}(Q_{t+1}^{2*}, O_t^{3*}, \omega_t^{g_{tj}})}{\partial o_{tk}} + \frac{\partial s_{tk}(O_t^{3*}, \omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tk}}\Bigg)\Delta_t \\ & + \delta_{tk}^* - \delta_{(t+1)k}^*\Bigg] \times \left[o_{tk} - o_{tk}^*\right] + \sum_{k=1}^{K}\Bigg[\frac{\partial s_{Tk}(O_T^{3*}, \omega_T^{s_{Tk}})}{\partial o_{Tk}}\Delta_t \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\delta_{Tk}^{*}] \times [o_{Tk} - o_{Tk}^{*}] + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\Bigg[\Bigg(\frac{\partial f_{ti}(\widetilde{Q}_t^{1*}, \omega_t^{f_{ti}})}{\partial \widetilde{q}_{ti}} \\
&\quad + \frac{\partial g_{ti}(\widetilde{Q}_t^{1*}, O_{t-1}^{1*}, \omega_t^{g_{ti}})}{\partial \widetilde{q}_{ti}}\Bigg)\Delta_t + \mu_{ti}^{*} - \lambda_{ti}^{*}\Bigg] \times [\widetilde{q}_{ti} - \widetilde{q}_{ti}^{*}] \\
&\quad + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\Bigg[o_{(t-1)i}^{*} + \widetilde{q}_{ti}^{*} - \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} q_{thij}^{*} - o_{ti}^{*}\Bigg] \times [\lambda_{ti} - \lambda_{ti}^{*}] \\
&+ \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}[\pi_{ti} - \widetilde{q}_{ti}^{*}] \times [\mu_{ti} - \mu_{ti}^{*}] + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}\Bigg[o_{(t-1)j}^{*} + \sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I} q_{thij}^{*} \\
&- \sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} q_{thjk}^{*} - o_{tj}^{*}\Bigg] \times [\gamma_{tj} - \gamma_{tj}^{*}] + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\Bigg[o_{(t-1)k}^{*} + \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} q_{thjk}^{*} \\
&- \sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L} q_{thkl}^{*} - o_{tk}^{*}\Bigg] \times [\delta_{tk} - \delta_{tk}^{*}] + \sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\Bigg[\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} q_{thkl}^{*} \\
&\qquad\qquad - d_{tl}(\rho^{4*}, \omega_t^{4})\Bigg] \times [\rho_{tl}^{4} - \rho_{tl}^{4*}] \geq 0 \\
&\qquad\qquad \forall (Q^1, Q^2, Q^3, O^1, O^2, O^3, \widetilde{Q}^1, \mu, \lambda, \gamma, \delta, \rho^4) \\
&\qquad\qquad \in R_{+}^{THIJ+THJK+THKL+4TI+2TJ+2TK+TL}
\end{aligned}
\tag{31}
$$

$F_t = (F_t^1, F_t^2, F_t^3, F_t^4, F_t^5)$, $\omega_t = (\omega_t^1, \omega_t^2, \omega_t^3, \omega_t^4, \omega_t^5)$, $X_t = (X_t^1, X_t^2, X_t^3, X_t^4, X_t^5)$, $X = (X_1, \ldots, X_t, \ldots, X_T)$, $K \equiv \{K^1, K^2, K^3, K^4, K^5\}$ と表すと，式(30)は，

$$\sum_{t=1}^{T} F_t(X_t^*, \omega_t) \times [X_t - X_t^*] \geq 0, \quad \forall X \in K \tag{32}$$

と書ける．式(32)は，X_t が非負であるので，

$$\sum_{t=1}^{T} F_t(X_t^*, \omega_t) \geq 0,\ X_t^* \geq 0,\ \sum_{t=1}^{T} F(X_t^*, \omega_t) X_t^* = 0 \tag{33}$$

を満たす X_t^* を求める問題，すなわち，確率的相補性問題に変換できる．この問題に対して，NCP 関数は，

$$
\begin{aligned}
&\phi_{tn}(F_{tn}(X_t^*, \omega_t), X_{tn}^*) = 0 \Leftrightarrow \\
&F_{tn}(X_t^*, \omega_t) \geq 0, X_{tn}^* \geq 0, F_{tn}(X_t^*, \omega_t) X_{tn}^* = 0
\end{aligned}
\tag{34}
$$

であるから，

$$\phi_n(F_{tn}(X_t^*, \omega_t), X_{tn}^*) = \min(F_{tn}(X_t^*, \omega_t), X_{tn}^*) \tag{35}$$

で与えられる min 関数を用いれば，確率的相補性問題を次の連立方程式にて等価に表すことができる．

$$
\Phi_t(X_t^*, \omega_t) := \begin{pmatrix} \phi_{t1}(F_{t1}(X_t^*, \omega_t), X_{t1}^*) \\ \vdots \\ \phi_{tn}(F_{tn}(X_t^*, \omega_t), X_{tn}^*) \\ \vdots \\ \phi_{tN}(F_{tN}(X_t^*, \omega_t), X_{tN}^*) \end{pmatrix} = 0 \tag{36}
$$

式(36)（あるいは，式(31)）を満たす解，すなわち，SCN 全体の均衡解が求まれば，$\rho_{thij}^5, \rho_{thjk}^6, \rho_{thkl}^7$ が式(28)から，ρ_{thij}^1 が式(5)から，ρ_{thjk}^2 が式(11)から，ρ_{thkl}^3 が式(17)から，それぞれ内生される．また，

$$\rho_{tl}^4 = d_{tl}^{-1}\left(\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} q_{thkl}\right) \tag{37}$$

より，消費市場の商品価格も内生される．

ただし，同じく記述型モデルの一種である確定論的な SCNE モデル[37]とは異なり，不確実性下での SCN を扱う確率的相補性問題では，すべての ω に対して（すなわち，ω がいかなる値を取ろうとも）式(36)が満たされるような解 X^*，すなわち，SCN 全体の一意な均衡解は，一般に存在しない．

(2) 多期間最適化

a) ばらつきの表現方法

期間 t で状態 $m(m = 1, \ldots, M)$ のとき，ω_t がとる値を ω_{tm} とし，その生起確率を p_{tm} とする．また，m を要素に持つ次元 M の状態集合を Y とする．本研究では，p_{tm} をマルコフ連鎖を用いて導出する．チャップマン・コルモゴロフの等式[38]より，p_{tm} は以下のように表現できる．

$$p_{tm} = \sum_{m \in Y} r_{t'm'm}^{(t-t')} p_{t_0 m_0} = \sum_{m \in Y} r_{1m'm}^{(t-1)} p_{1m'} \tag{38}$$

ここに，

$r_{t'm'm}^{(t-t')}$ ：ある期間 t' から $(t - t')$ 期間後に，状態が m' から m に推移する確率

$p_{1m'}$ は，あらかじめ与えられる確率である．ここで，一期間での状態遷移確率を $r_{t'm'm}^1$ とし，$r_{t'm'm}^1$ を m' 行 m 列成分とする M 次の正方行列を $R_{t'}$，p_{tm} を要素とする M 次元行ベクトルを P_t とする．P_t は，式(38)を用いて帰納的に，以下のように求まる．

$$P_t = P_1 \prod_{t'=1}^{t-1} R_{t'} \tag{39}$$

b) ERM 法

確率的相補性問題の解法として，ERM 法[11]が提案されている．ERM 法は式(36)の期待残差を最小にするような X を求める解法であり，

$$\underset{X_t}{\text{Min}}\ E\left[\sum_{t=1}^{T} \|\Phi_t(X_t, \omega_t)\|^2\right] \tag{40}$$

$$\text{subject to}\ \ X \in K \tag{41}$$

と表せる．式(40)の期待値計算は，p_{tm} を用いて，以下のように表現できる．

$$\underset{X_t}{\text{Min}}\ \sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M} \|\Phi_t(X_t, \omega_{tm})\|^2 p_{tm} \tag{42}$$

$$\text{subject to}\ \ X \in K \tag{43}$$

ERM 法は，均衡状態との残差を最小化するので，得られた解は，「確率変数のどの値が生起したとしても，均衡状態からの乖離が最小になる解」である．ERM 法で求まる解は，式(36)が満足されるものではないので，複数主体の分権的な意思決定や主体間の行動の相互作用を考慮する問題においては，各主体の独立な意思決定の基で到達する解ではない．換言すれば，主体間の協力や何らかの外力がなければ，ERM 法による解が表す状態には到達しない． したがって，ERM 法を用いて求解することは，SCN 上で生じる現象を記述するのではなく，多期間 SCN の最適状態を示すものである．

c) 総余剰最大化

SCN 上の総余剰は，生産者余剰（製造業者，卸売業者，小売業者，および，物流業者の利潤）と消費者余剰の和である． SCN 全体の総余剰最大化問題を定式化すると，次のようになる．

$$\begin{aligned}\mathrm{Max} & \sum_{i=1}^{I}\Pi_i\left(Q^1,\widetilde{Q}^1,O^1,\omega^1\right)+\sum_{j=1}^{J}\Pi_j\left(Q^1,Q^2,O^2,\omega^2\right)\\ &+\sum_{k=1}^{K}\Pi_k\left(Q^2,Q^3,O^3,\omega^3\right)+\sum_{l=1}^{L}\Pi_l\left(Q^3,\rho^4,\omega^4\right)\\ &+\sum_{h=1}^{H}\Pi_h\left(Q^1,Q^2,Q^3,\omega^5\right)\end{aligned} \tag{44}$$

$$\text{subject to} \quad o_{(t-1)i}+\widetilde{q}_{ti}\geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thij}+o_{ti}\ \forall t,i \tag{45}$$

$$o_{(t-1)j}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}q_{thij}\geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thjk}+o_{tj}\ \forall t,j \tag{46}$$

$$o_{(t-1)k}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thjk}\geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}q_{thkl}+o_{tk}\ \forall t,k \tag{47}$$

$$\begin{aligned}&\widetilde{q}_{ti}\geq 0,q_{thij}\geq 0,q_{thjk}\geq 0,q_{thkl}\geq 0,o_{ti}\geq 0,o_{tj}\geq 0,\\ &o_{tk}\geq 0\quad \forall t,h,i,j,k\end{aligned} \tag{48}$$

この問題の最適性条件は，山田・青島 [8]と同様に変形すれば，式(36)と等価であることが示せる．つまり，SCN 全体の均衡条件式は，総余剰最大化問題の最適性条件と同じである．よって，均衡状態において総余剰が最大となるため，均衡状態からの乖離が最小であれば，総余剰最大の状態からの乖離が最小ということになる．ERM 法により得られた解は，「確率変数のどの値が生起したとしても，総余剰最大の状態からの乖離が最小」であると解釈できる．したがって，先述のように，この解は，「確率変数のどの値が生起したとしても，強靭性が最大の状態からの乖離が最小」とも言える．

4. 数値計算

(1) 問題設定

上記の最適化モデルを用いて，図-3 に示すような仮想的な多期間 SCN を対象にして，強靭度に関して基礎的な数値計算を行う．計算に際して，関数形とパラメータ値を決めておく必要がある．これらに関しては，既存研究 [3),5),37)]で使用されている関数形を参考にするとともに，国内企業の物流費用調査 [41)]の結果と整合するようにパラメータ値を調整した．調整の際には，記述モデルの使用が適切であることから，在庫を考慮せず，計画期間が 1 で，状態数が 1 だけで確定的であると仮定した既存の記述型モデル [37)]を使用した．なお，本研究で定式化した多期間 SCNE モデルから，確率変数 ω と在庫に関する項を消去し，計画期間を 1 とすれば，既存の記述型モデル [37)]と等価となる．

本研究で使用する各関数は下記の通りである．なお，製造業者の原材料調達にのみ不確実性（原材料調達リスク）があると仮定する．

$$f_{t1}=0.14(\widetilde{q}_{ti})^2+100\widetilde{q}_{ti} \tag{49}$$

$$f_{t2}=0.21\omega_{tm}^{f_{t2}}(\widetilde{q}_{t2})^2+105\widetilde{q}_{t2}\quad \forall m\in Y \tag{50}$$

$$c_{tj}=0.015\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{i=1}^{2}q_{thij}\right)^2,c_{tk}=0.015\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{thjk}\right)^2 \tag{51}$$

$$g_{ti=t1}=0.0375\left(\widetilde{q}_{t1}+o_{(t-1)1}\right)^2,g_{ti=t2}=0.05\left(\widetilde{q}_{t2}+o_{(t-1)2}\right)^2 \tag{52}$$

$$g_{tj}=0.05\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{i=1}^{2}q_{thij}+o_{(t-1)j}\right)^2 \tag{53}$$

$$g_{tk}=0.05\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{thjk}+o_{(t-1)k}\right)^2 \tag{54}$$

$$c_{tij}=5\left(\sum_{h=1}^{2}q_{thij}\right),c_{tjk}=5\left(\sum_{h=1}^{2}q_{thjk}\right),c_{tkl}=5\left(\sum_{h=1}^{2}q_{thkl}\right) \tag{54}$$

$$g_{th}=0.5\left(\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{thij}+\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}q_{thjk}+\sum_{k=1}^{4}\sum_{l=1}^{5}q_{thkl}\right) \tag{55}$$

$$\begin{aligned}w_{th}=&\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\left(\beta_{thij}q_{thij}^2+\alpha_{thij}q_{thij}\right)\\ &+\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}\left(\beta_{thjk}q_{thjk}^2+\alpha_{thjk}q_{thjk}\right)\\ &+\sum_{k=1}^{4}\sum_{l=1}^{5}\left(\beta_{thkl}q_{thkl}^2+\alpha_{thkl}q_{thkl}\right)\end{aligned} \tag{56}$$

$$s_{ti}=0.01o_{ti}^2,s_{tj}=0.01o_{tj}^2,s_{tk}=0.02o_{tk}^2 \tag{57}$$

$$\pi_{ti}=2000 \tag{58}$$

$$\begin{cases}d_{tl}=950-3.0\rho_{tl}^4\ (l=1,2,5)\\ d_{t3}=1000-3.0\rho_{tl}^4\\ d_{t4}=1100-3.0\rho_{tl}^4\end{cases} \tag{59}$$

$$\Delta_t=1 \tag{60}$$

なお，式(49)～(60)の各項の意味や設定については，文献 5),37)を参照されたい． $\alpha_{thij},\alpha_{thjk},\alpha_{thkl}$ や $\beta_{thij},\beta_{thjk}$, β_{thkl} の設定についても，既存研究 [3),5),8),37)] を参照した． $\beta_{thij},\beta_{thjk},\beta_{thkl}$ については，同一都市間，および，小売業者と消費市場間を 0.12 に設定し，それ以外は 0.1 とした． $\alpha_{thij},\alpha_{thjk},\alpha_{thkl}$ は，平均輸送時間や陸海の実勢運賃の相違を考慮し，都市間が同一都市内よりも大きくなるように設定した． $\alpha_{hij},\alpha_{hjk},\alpha_{hkl}$ の設定を表-1 に示す．以降，既存の記述型モデル [37)]を用いた計算ケースをケース 0 とする．

(2) 強靭度に関する基礎的検討

地震によって，SCN の状態が将来的に変動すると仮定して，その際の最適な多期間 SCN（期間全体での最適化，および，そのときの各期間の SCN の状態）を導出する．地震の影響は，図-3 の広島の製造業者のみに及ぶと仮定して，その原材料調達にリスクが発生すると想定する． 生産費用の式(50)の第一項の係数値が，

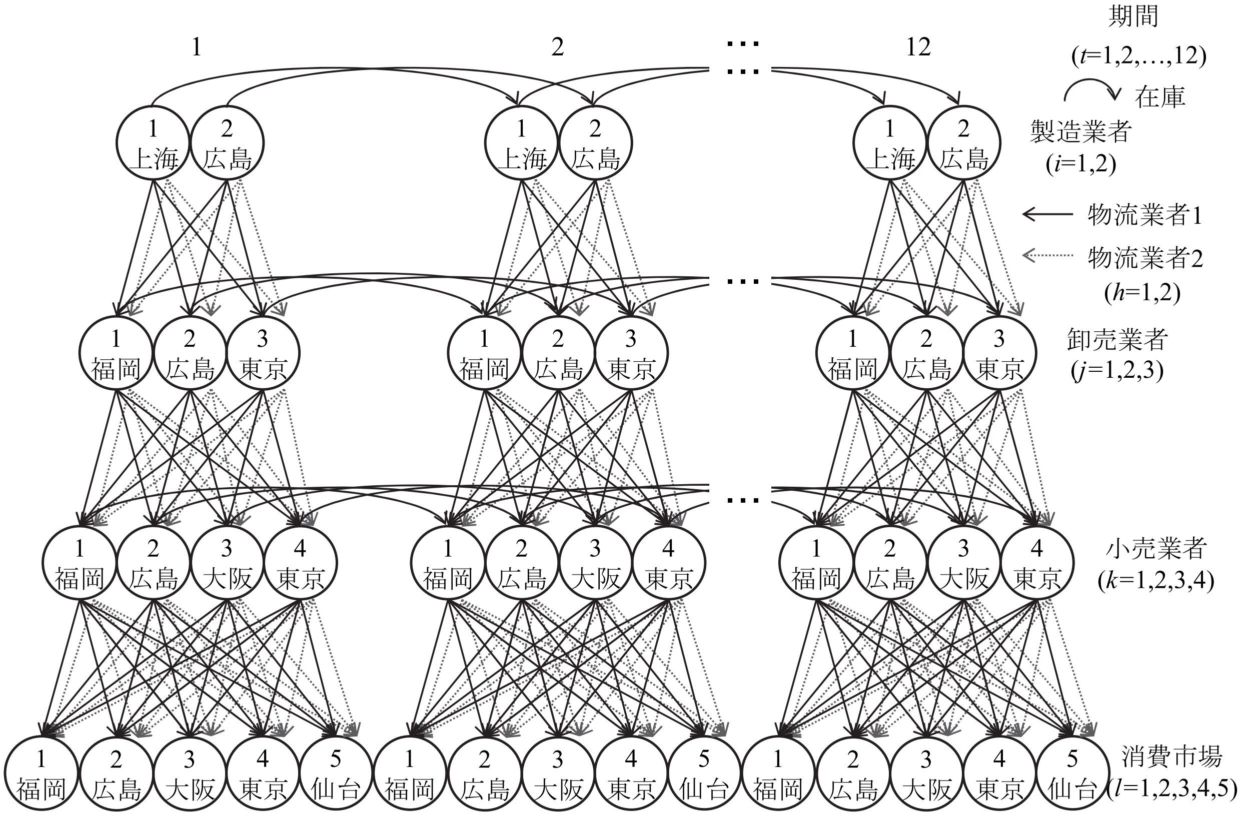

図-3 計算の対象とするSCN

表-1 α_{thij} ,α_{thjk} ,α_{thkl} の設定値（すべての h と t において）

i ＼j	1	2	3
1	3	4.5	6
2	2	1	5.5

j ＼k	1	2	3	4
1	1	2	4.5	7.5
2	2	1	2.5	5.5
3	7.5	5.5	3.5	1

k ＼l	1	2	3	4	5
1	1	2	4.5	7.5	9.5
2	2	1	2.5	5.5	7.5
3	4.5	2.5	1	3.5	6
4	7.5	5.5	3.5	1	2.5

式(61)のように分布すると仮定する．

$$\begin{cases} 0.21\times1.0\ (m=1\text{: 平常状態}) \\ 0.21\times10\ \ (m=2\text{: 被災時}) \\ 0.21\times8.0\ (m=3\text{: 復興第1期}) \\ 0.21\times6.0\ (m=4\text{: 復興第2期}) \\ 0.21\times4.0\ (m=5\text{: 復興第3期}) \\ 0.21\times2.0\ (m=6\text{: 復興第4期}) \\ 0.21\times1.0\ (m=7\text{: 復興完了後}) \end{cases} \tag{61}$$

本研究では，被災時の影響を考慮に入れるため，1 期間の長さを 2 か月とし，計画期間を 12 期間，すなわち，2 年と想定する．

計画期間において，地震は 1 回のみ発生し，発生後は 4 段階の過程を順に経て復興が完了し，その後は常に復興完了後の状態であると仮定する．このとき，期間 t' における遷移行列 $R_{t'}$ を以下のように定める．

$$R_{t'}=\begin{bmatrix} p_{t'11} & p_{t'12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{62}$$

$$p_{t'11}+p_{t'12}=1 \quad \forall t' \tag{63}$$

広島市役所では，30 年以内に震度 5 弱以上の地震が発生する確率 86.2%を，30 年以内に被災する確率として扱っている [42]．すなわち，$1-p_{111}^{(180)}=0.862$ である．さらに，文献 42),43)を参考にして，南海地震の発生確率が時間依存するとして，その他の地震は発生確率が時間依存しないと区分したうえで，斉時性をもたない遷移行列 $R_{t'}$ を作成した．この行列を基にして，5 年以内に地震が一度も発生しない確率を計算すると，92.9%となる．

ケース 0 は，既存の記述型モデル [37]を用いて計算した結果であり，SCN 上のすべての主体が災害発生を考慮しない場合である．ケース 0 においては，「被災リスクを無視して，対象期間全体に渡って計画し，ある期間で災害が生じるときの計画期間全体での総余剰」

表-2 強靭度の期待値と標準偏差

	期待値	標準偏差
ケース 0	0.972	0.092
ケース 1	0.979	0.069

を「被災リスクを無視して，対象期間全体に渡って計画し，災害が生じない場合の計画期間全体での総余剰」で除した値が，強靭度である．一方，ケース 1 は，定式化した不確実性下における多期間最適化モデルを用いて計画し，先に定義した強靭度を用いて計算した結果である．ケース 0 とケース 1 について，強靭度を比較した結果が**表-2** である． $\omega_{tm}^{f_{t2}}$ の変動（すなわち，いつ災害が発生するか）によって，強靭度は変化するので，期待値と標準偏差で比較している．ケース 1 の方が，ケース 0 よりも強靭度の平均値が高く，標準偏差が小さい．すなわち，ケース 1 の方が，より強靭な SCN であることがわかる．

5. おわりに

本研究では，頑健性，時間的回復力と性能的回復力を包含した強靭性，ならびに，強靭性の定量的指標としての強靭度を定義した．それらに基づいて，自然災害のような，動的な不確実性下での SCN の強靭度を定量的に評価する手法を提示した．計画期間全体での総余剰（各主体の利潤と消費者余剰の和）が，強靭性を表すことを示し，不確実性下において SCN の総余剰を最大化する多期間最適化モデルの定式化と解法を示した．その際，SCN の状態変化に関する動的な不確実性は，マルコフ連鎖を用いて確率的に表現した．このモデルから得られる最適解は，どの期間において確率変数のどの値が生起したとしても，「総余剰最大の状態からの乖離が最小」，すなわち，「強靭性が最大の状態からの乖離が最小」な SCN である．

不確実性がもたらす費用のばらつきによって，強靭度が変動することに注目し，多期間最適化モデルと既存の記述型 SCNE モデルを用いた場合の結果を比較することにより，本研究において定義した強靭度という観点から，最適化モデルの有用性を確認した．

本研究では，両モデルの結果の相違は，それほど大きくなかったが，実際には，原材料調達以外においても被災リスクが発生する可能性が高いので，ケース 1 がいっそう有利になるものと考えられる．また，いったん災害が生起した後は，対象期間内での被災リスクが極めて小さくなると予想されるので，ケース 1 では，被災直後に既存の記述型モデルを用いて，確定的な再計画が可能である．被災直後に再計画すれば，ケース 1 の優位性は，さらに大きくなるものと考えられる．

謝辞：本研究の一部は JSPS 科研費 18K04389 の助成を受けたものである．

参考文献

1) Farahani, R.Z., Rezapour, S., Drezner, T., Fallah, S.: Competitive supply chain network design: An overview of classifications, models, solution techniques and applications, *Omega*, Vol.45, pp.92-118, 2014.
2) Kamalahmadi, M., Parast, M.M.: A review of the literature on the principles of enterprise and supply chain resilience - Major findings and directions for future research -, *International Journal of Production Economics*, Vol.171, pp.116-133, 2016.
3) 山田忠史，里内俊介，谷口栄一：多階層の原材料の調達過程を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡モデル，土木学会論文集 D3（土木計画学），Vol.71，No.2，pp.57-69, 2015.
4) Dong, J., Zhang, D. and Nagurney, A.: A supply chain network equilibrium model with random demands, *European Journal of Operational Research*, Vol.156, pp.194-212, 2004.
5) 山田忠史，繁田健，今井康治，谷口栄一：在庫費用を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡モデル：消費需要の不確実性に伴う物資流動量とネットワーク効率性の変化，土木学会論文集Ｄ，Vol.66，No.3，pp.359-368，2010.
6) Qiang, Q., Ke, K., Anderson, T. and Dong, J.: The closed-loop supply chain network with competition, distribution channel investment, and uncertainties, *Omega*, Vol.41, pp.186-194, 2013.
7) Liu, Z. and Nagurney, A.: Supply chain networks with global outsourcing and quick-response production under demand and cost uncertainty, *Annals of Operations Research*, Vol.208, pp.251-289, 2013.
8) 山田忠史，青島一政：不確実性下における複数主体のサプライチェーンネットワークの最適化，土木学会論文集 D3（土木計画学）Vo.73，No.5, pp.I_847-I_855, 2017.
9) 久保幹雄，松川弘明（編）：サプライチェーンリスク管理と人道支援ロジスティクス，近代科学社，2015.
10) Lemmens, S., Decouttere, C., Vandaele, N. and Bernuzzi, M.: A review of integrated supply chain network design models: Key issues for vaccine supply chains, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol.109, pp.366-384, 2016.
11) Chen, X. and Fukushima, M. : Expected residual minimization method for stochastic linear complementarity problems, *Mathematics of Operations Research*, Vol.30, No.4, pp.1022-1038, 2005.
12) 大谷篤嗣，山田忠史：不確実性下における複数主体のサプライチェーンネットワークの多期間最適化，第 56 回土木計画学研究・講演集，CD-ROM，2017.
13) Liu, Z. and Nagurney, A.: Multiperiod competitive supply chain networks with inventorying and a transportation network equilibrium reformulation, *Optimization and Engineering*, Vol.13, pp.471-503, 2012.
14) Jenelius, E., Petersen, T., and Mattsson, L.: Importance and exposure in road network vulnerability analysis,

Transportation Research Part A, Vol.40(7), pp.537-560, 2006.
15) Poorzahedy, H. and Bushehri, S.N.S.: Network performance improvement under stochastic events with long-term effects, *Transportation*, Vol.32(1), pp.65-85, 2005.
16) Scott, D.M., Novak, D.C., Aultman-Hall, L., and Guo, F.: Network robustness index: A new method for identifying critical links and evaluating the performance of transportation networks, *Journal of Transport Geography*, Vol.14(3), pp.215-227, 2006.
17) Bell, M.G.H. and Iida, Y. (eds.): Transportation Network Analysis, *Wiley*, 1997
18) 倉内文孝，宇野伸宏，嶋本寛，山崎浩気：交通ネットワークサービスの信頼性解析に関する研究動向，土木計画学研究・講演集，No.35，CD-ROM，2007.
19) 中山晶一朗：ネットワークレベルでの道路交通の信頼性研究の諸相・展望とその便益評価の一考察，土木学会論文集 D3（土木計画学），Vol.67，No.2，pp.147-166，2011.
20) 中山晶一朗・朝倉康夫（編著）：道路交通の信頼性評価，コロナ社，2014.
21) Holling, C.S.: Resilience and stability of ecological systems, *Annual Review of Ecology, Evolution, and Systematics*, Vol.4, pp.1-23, 1973.
22) Westman, W.E.: Resilience: concepts and measures. In: Resilience in Mediterranean-Type Ecosystems. *Springer,* pp.5-19, 1986.
23) Carpenter, S., Walker, B., Anderies, J.M., and Abel, N.: From metaphor to measurement: resilience of what to what?, *Ecosystems*, Vol.4(8), pp.765-781, 2001.
24) Christopher, M. and Peck, H.: Building the resilient supply chain, *International Journal of Logistics Management*, Vol.15(2), pp.1-14, 2004.
25) Reich, J.W.: Three psychological principles of resilience in natural disasters, *Disaster Prevention and Management*, Vol.15(5), pp.793-798, 2006.
26) Klibi, W., Martel, A., and Guitouni, A.: The design of robust value-creating supply chain networks: a critical review. *European Journal of Operational Research*, Vol.203(2), pp.283-293, 2010.
27) Wagnild, G.M. and Young, H.M.: Development and psychometric evaluation of the Resilience Scale, *Journal of Nursing Measurement*, Vol.1(2), pp.165-178, 1993.
28) Luthar, S.S., Cicchetti, D., and Becker, B.: The construct of resilience: A critical evaluation and guidelines for future work, *Child Development*, Vol.71(3), pp.543-562, 2000.
29) Longstaff, P.H., Armstrong, N.J., Perrin, K., Parker, W.M., and Hidek, M.A.: Building resilient communities: A preliminary framework for assessment, *Homeland Security Affairs*, Vol.6(3), pp.1-23, 2010.
30) Christopher, M. and Rutherford, C.: Creating supply chain resilience through agile six sigma, *Critical Eye*, June-August, pp.24-28, 2004.
31) Ponomarov, S.Y. and Holcomb, M.C. Understanding the concept of supply chain resilience, *International Journal of Logistics Management*, Vol.20(1), pp.124-143, 2009.
32) 丸山宏：レジリエンス科学，日本経営工学会平成 25 年度春季大会予稿集（基調講演），2013.
33) Ilmola, L. and Casti, J.: Case study: Seven shocks and Finland, *Innovation and Supply Chain Management*, Vol.7(3), pp.112-124, 2013.
34) Christopher, M. and Peck, H.: The Five Principles of Supply Chain Resilience, *Logistics Europe*, Vol.12(1), pp.16-21, 2004.
35) Sheffi, Y. and Rice, J.: A supply chain view of the resilient enterprise, *MIT Sloan Management Review*, Vol.47(1), pp.41-48, 2005.
36) Faturechi, R. and Miller-Hooks, E.: Travel time resilience of roadway networks under disaster, *Transportation Research Part B*, Vol.70, pp.47-64, 2014.
37) 山田忠史，今井康治，谷口栄一：物流事業者の行動を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡分析，土木学会論文集Ｄ，Vol.65，No.2，pp.163-174，2009.
38) Brémaud, P.: *Markov Chains*, Springer, New York, 1999.
39) Nagurney, A.: Network Economics: *A Variational Inequality Approach*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1999.
40) Konnov, I. V.: *Equilibrium Models and Variational Inequalities*, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 2006.
41) 公益社団法人日本ロジスティクスシステム協会：2017 年度 物流コスト調査報告書【概要版】，http://www.logistics.or.jp/jils_news/概要版：2017 コスト調査報告書.pdf （2018 年 7 月現在）
42) 地震調査研究推進本部：地震ハザードカルテ 2017 年版， http://www.j-shis.bosai.go.jp/labs/karte/html?epoch=Y2017&lon=132.43615654649&lat=34.37876253718 （2018 年 7 月現在）
43) 国立研究開発法人，防災科学技術研究所：東日本大震災を踏まえた地震動ハザード評価の改良，防災科学技術研究所研究資料，Vol.399，2015.