

列車内混雑とボトルネック渋滞を考慮した 交通手段・出発時刻同時選択モデル

壇辻 貴生¹・福田 大輔²

¹ 学生会員 東京工業大学大学院博士後期課程 環境・社会理工学院 土木・環境工学系 / 日本学術振興会特別研究員 (〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1-M1-11) E-mail:t.dantsuji@plan.cv.titech.ac.jp

² 正会員 東京工業大学准教授 環境・社会理工学院 土木・環境工学系 (〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1-M1-11) E-mail:fukuda@plan.cv.titech.ac.jp

Key Words: Hypercongestion, Crowding Cost, Joint Mode and Departure Time Choice

1 はじめに

ラッシュ時の混雑は未だに深刻な問題である。都市部においては、鉄道や自動車などの複数の交通モードが利用可能にもかかわらず、道路ネットワークでは慢性的な渋滞が発生しており、鉄道などの公共交通では深刻な車内混雑が発生している。例えば、国土交通省¹⁾ ²⁾によると、都心三区(千代田区、中央区、港区)の一般道路の平均速度は16km/hであり、また、首都圏の鉄道状況に関しては最も深刻な混雑率で199%(東京メトロ東西線・木場→門前仲町間)を記録している。こうした状況の下、人々は“いつ”、“どの交通手段で”通勤するかを選択している。混雑による外部性が存在する状況では、人々の選択の結果生み出される均衡状態は、効率的にシステムを利用している状態に必ずしもなるわけではない。そのため、効率的な交通システムの実現のためには、何らかの交通需要マネジメントが必要となる。そこで、本研究では都市部の通勤問題に着目し、各交通モードが混雑する状況下での通勤者の選択行動や均衡状態、料金システムの導入効果について分析する。

時間的に集中する通勤者の出発時刻選択行動や交通システムのパフォーマンスを分析するモデルとして、ボトルネックモデル^{3),4)}が古くから研究されてきた。シンプルなモデル設定のもとで、様々な動的な均衡状態の分析や政策分析へ応用できることから、様々な方向に数多くの研究が展開してきた。それらの研究の中で、複数の交通モードを扱った研究もいくつか存在する。Tabuchi (1993)では、住宅地と勤務地を道路リンクと鉄道リンクの二つのリンクで結ばれ

たネットワークを設定し、いくつかの料金施策に対する厚生効果を分析している。また、Tabuchi モデルの拡張として、Danielis and Marcucci (2002)によって鉄道運賃と道路課金の組合せによる料金施策に関してさらなる分析がされた。他方 Huang (2000)では、Tabuchi モデルでは無限と仮定されていた鉄道車両の容量を車内混雑コストを導入して拡張した。さらに Wu and Huang (2014)では、それまでモデル化されていなかった鉄道通勤者の出発時刻選択を導入し、交通手段と出発時刻の同時選択モデルを構築した。

しかし、これらの研究では、交通需要増加によってエリア全体のパフォーマンス(旅行速度)が低下する Griclock のような現象が考慮されていない。特に深刻な渋滞が発生する都市部の問題を論ずる際には、このような現象を考慮することは必要不可欠だといえる。他方、最近の研究によって、リンクレベルで確認されていた交通密度の増加に伴い交通量が減少する Hypercongestion と呼ばれる交通状況に陥る現象が、

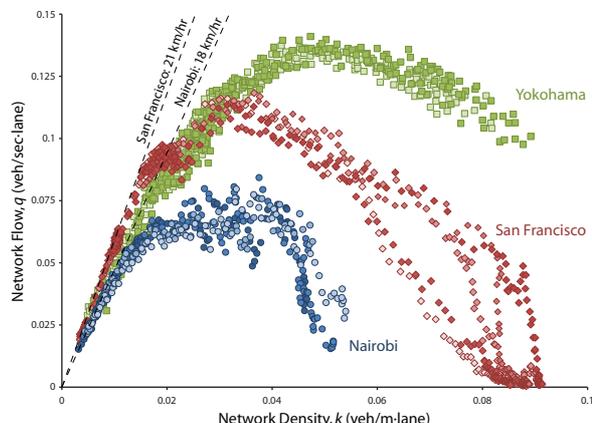


図1 エリアレベルの交通量と交通密度の関係
(出典: Gonzales et al. 2011)

図 1 のようにエリアレベルでの交通量と交通密度の関係においても存在することが、理論的にも実証的にも明らかになっている (Daganzo, 2007 ; Geroliminis and Daganzo, 2008) . この Hypercongestion とボトルネックモデルを結びつけ、エリアレベルでの出発時刻選択行動を分析した研究 (バスタブ [Bathtub] モデル) もいくつか存在し⁹⁻¹⁴⁾, その枠組で複数の交通モードを扱った Gonzales and Daganzo (2012) や Gonzales (2015) なども見られる. Gonzales and Daganzo (2012) では、自動車と公共交通 (バスなど) が道路空間を共有する状況を設定し、分析を行っており、Gonzales (2015) では、公共交通運賃と道路課金の組合せによる料金施策の分析を行っている. しかし、どちらのモデルにおいても公共交通の車両容量は無限と仮定されており、公共交通の車内混雑は考慮されていない.

本研究では、二つの交通手段を考慮した Bimodal システムにおいて、公共交通の車内混雑と道路ネットワークの Hypercongestion を考慮した交通手段・出発時刻同時選択モデルを構築することを目的とする.

2 ボトルネックモデルによるバイモーダルシステムにおける利用者均衡

本章では、Wu and Huang (2014) によって提案された住宅地と勤務地の間を自動車のリンクと鉄道のリンクで繋がれた単純ネットワークにおける利用者均衡を述べる. 自動車による通勤者が N_c 人で鉄道による通勤者が N_r 人の総数 N 人 (固定) が同一希望到着時間を持つ中で出発時間と交通手段を選択するモデルである. まず、それぞれ単一モードでの出発時刻選択モデルについて述べ、その後、二つの交通モード下での利用者均衡の状態について述べる.

2.1 自動車通勤者の出発時刻選択モデル

まず、本節では基本的な枠組みである Amott et al. (1993) のボトルネックモデルを概説する. 総数 N_c 人の通勤者は、単位時間あたり μ 台通過することができるボトルネックを通過して、住宅地から勤務地へと自動車通勤する状況を考える. このボトルネックでの待ち行列は point queue モデルで表現され、かつ、first-in-first-out (FIFO) の原則を満たすと仮定する. このとき、ボトルネックモデルの旅行時間は以下の式で与えられる.

$$T(t) = T_f + Q(t)/\mu \quad (1)$$

ここで、 T_f は自由流時の旅行時間で、 $Q(t)$ は時間 t における待ち行列の長さ (ボトルネック箇所での車の台数) である. そして、 $r_c(t)$ を時間 t における住宅地からの通勤者の出発率とすると、待ち行列は、

$$Q(t) = \int_{t_s}^t r_c(t) dt - \mu(t - t_s) \quad (2)$$

と表現することができる. ただし、 t_s は通勤ラッシュ開始の時刻 (待ち行列がゼロである最も近い時刻) を表す. 式(2)の第一項は時間 t までの総出発台数を表し、第二項は時間 t までの総到着台数を表すため、その差分がボトルネック箇所での待ち行列の台数となる. これらによつ表現される旅行時間と希望到着時間 t^* より早く着くや遅く着くコストを表現したスケジュール費用の二つのコストによつて、通勤者が出発時刻を選択する一般化費用が定式化される.

$$C_c(t) = \begin{cases} \alpha T(t) + \beta(t^* - t - T(t)), & t \in [t_s, \bar{t}] \\ \alpha T(t) + \gamma(t + T(t) - t^*), & t \in [\bar{t}, t_e] \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 α は旅行時間に対するコストのパラメータ、 β, γ はそれぞれ早着、遅刻に対するコストのパラメータ、 t_s, \bar{t} はそれぞれ通勤ラッシュ終了時刻と、ちょうど希望到着時刻に到着する出発時刻 (つまり、 $t^* = \bar{t} + T(\bar{t})$) である.

通勤者はそれぞれ出発時刻を選択することによつて一般化費用を最小化する. 利用者均衡の状態は、どの通勤者も出発時刻を変えることによつて一般化費用を下げることはできない状態である (Wardrop, 1952). つまり、ラッシュ時間帯 $t \in [t_s, t_e]$ においては、一般化費用は一定であるということである ($dC_c(t)/dt = 0$). よつて、時刻 t における出発率は以下のように表すことができる.

$$r_c(t) = \begin{cases} \alpha\mu/(\alpha - \beta), & t \in [t_s, \bar{t}] \\ \alpha\mu/(\alpha + \gamma), & t \in [\bar{t}, t_e] \end{cases} \quad (4)$$

式(4)を式(2)に代入すると、待ち行列の長さは、

$$Q(t) = \begin{cases} \frac{\beta\mu(t - t_s)}{\alpha - \beta}, & t \in [t_s, \bar{t}] \\ \frac{\beta\mu(\bar{t} - t_s) - \gamma\mu(t - \bar{t})}{\alpha - \beta - \alpha + \gamma}, & t \in [\bar{t}, t_e] \end{cases} \quad (5)$$

と表せる. ラッシュ開始時とラッシュ終了時には待ち行列はない ($Q(t_s) = Q(t_e) = 0$) とし、全ての通勤者がラッシュ時間帯に通勤する ($\int_{t_s}^{t_e} r_c(t) dt = N_c$) ものとすると、

$$t_s = t^* - \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \frac{N_c}{\mu} - T_f \quad (6a)$$

$$t_e = t^* + \frac{\beta}{\beta + \gamma} \frac{N_c}{\mu} - T_f \quad (6b)$$

$$\bar{t} = t^* - \frac{\delta N_c}{\alpha\mu} - T_f \quad (6c)$$

と、各時刻が決定する. よつて、利用者均衡時の一般化費用は以下のように決まる.

$$C_c = \alpha T_f + \frac{\delta N_c}{\mu} \quad (7)$$

2.2 鉄道通勤者の出発時刻選択モデル

次に本節では、Wu and Huang (2014) による鉄道利用者の出発時刻選択モデルを述べる. 総数 N_r 人の通勤

者は、住宅地から勤務地へと鉄道で通勤する状況を考える。ここで、本研究では鉄道の旅行時間はゼロと仮定する。つまり、鉄道に乗った時刻が勤務地に到着する時刻である。そして、鉄道はラッシュ時間帯 $t \in [t_1, t_2]$ において運行し、運行間隔 k は一定とする。運行本数を m とすると、 $mk = t_2 - t_1$ と表現することができる。運行本数 m はモデルによって内生的に決定する変数である。そして、鉄道通勤者の出発率を $r_r(t)$ とすると、 j 本目の鉄道 ($j = 1, 2, \dots, m$) に乗車する人数は $\int_{jk}^{(j+1)k} r_r(t) dt$ で与えられる。また、ラッシュ時間帯の運行間隔は非常に短いため、鉄道が発車して、次の鉄道が来るまで鉄道通勤者の出発率に変化がないとすると、 $\int_{jk}^{(j+1)k} r_r(t) dt \approx kr_r(t)$ とみなせる。この乗車人数による車内混雑費用と前述のスケジュール費用の二つのコストによって、通勤者の出発時刻を決定する一般化費用 $C_r(t)$ が定式化される。

$$C_r(t) = \begin{cases} \lambda kr_r(t) + \beta(t^* - t), & t \in [t_1, t^*] \\ \lambda kr_r(t) + \gamma(t - t^*), & t \in [t^*, t_2] \end{cases} \quad (8)$$

ただし、 λ は車内混雑に対するコストのパラメータである。2.1 節と同様に、利用者均衡時は一般化費用が一定であるのでラッシュ開始時と終了時の一般化費用は等しいので、次式が成り立つ。

$$\beta(t^* - t_1) = \gamma(t_2 - t^*) \quad (9)$$

式(9)を式(8)に代入すると、鉄道通勤者の出発率は、

$$r_r(t) = \begin{cases} \frac{\beta(t - t_1)}{\lambda k}, & t \in [t_1, t^*] \\ \frac{\beta(t_2 - t)}{\lambda k}, & t \in [t^*, t_2] \end{cases} \quad (10)$$

と表現できる。式(9)、式(10)の全通勤者がラッシュ時間帯に通勤する ($\int_{t_1}^{t_2} r_r(t) dt = N_r$) ものとする、ラッシュ開始時刻と終了時刻は以下の式で表される。

$$\begin{cases} t_1 = t^* - \frac{\sqrt{2\delta\lambda k N_r}}{\beta} \\ t_2 = t^* + \frac{\sqrt{2\delta\lambda k N_r}}{\gamma} \end{cases} \quad (11)$$

式(9)と式(11)より、利用者均衡時の一般化費用は、

$$C_r = \sqrt{2\delta\lambda k N_r} \quad (12)$$

となる。

2.3 バイモーダルシステムにおける利用者均衡

本節では自動車と鉄道のバイモーダルシステムにおける利用者均衡を述べる。Wardrop (1952) の利用者均衡の定義に基づき、バイモーダルシステムにおける利用者均衡は、どの通勤者も出発時刻や交通手段を変えることによって一般化費用を下げることができない状態とする。つまり、

$$C_c = C_r \quad (13)$$

のとき、利用者均衡状態となる。

3 バスタブモデルによるバイモーダルシステムにおける利用者均衡

実際の道路ネットワークにおいては、ボトルネックモデルのような渋滞状況に限らずトリップ完了率が一定とはならず、ネットワーク上の臨界存在台数（または、臨界密度）を越えるとトリップ完了率が減少することが知られている。本章では、2.1 節のボトルネックモデルで表現された旅行時間を、Hypercongestion を考慮したバスタブモデルで表現されたネットワークレベルの旅行時間に拡張し、そのときの利用者均衡についてモデル化する。

3.1 自動車通勤者の出発時刻選択モデル

道路ネットワークの道路長を M 、ネットワーク内での平均トリップ長を L とすると、通勤者のトリップ完了率 $O(t)$ は、 $O(t) = (M/L)q(t)$ で与えられる (Daganzo, 2007)。ただし、平均交通量 $q(t)$ は平均密度 $k(t)$ と平均速度 $v(k)$ の積で表現される。

$$q(t) = k(t)v(t) \quad (14)$$

エリア内の平均速度 $v(k)$ は、Ardekani-Herman (AH) の公式により特定化する (Small and Chu, 2003 と同様)。

$$v(t) = v_f [1 - K(t)]^{1+\rho} \quad (15)$$

ここで、 v_f は自由流時の平均速度、 $K(t)$ はジャム密度 k_j で正規化された平均密度 ($K(t) = k(t)/k_j$)、 ρ はパラメータである。 $\rho = 0$ のときには、Greenshields et al. (1935) による線形式となる。この式より、最大平均交通量 q_m と臨界密度 k_m は以下のように与えられる。

$$q_m = v_f k_j \frac{(1 + \rho)^{1+\rho}}{(2 + \rho)^{2+\rho}} \quad (16a)$$

$$k_m = \frac{1}{2 + \rho} k_j \quad (16b)$$

ボトルネックモデルのときに式(3)で与えられていた旅行時間は、バスタブモデルでは、

$$T(t) = \frac{L}{v(t)} \quad (17)$$

で表現される。Small and Chu (2003) と同様、本モデルでは、時間 t でトリップを完了する通勤者の旅行時間は、時間 t における平均速度によってのみ旅行時間が決定されることになる。

利用者均衡状態では、ラッシュ時間帯において一般化費用が一定となるので、式(3)を時間 t で微分し、 $dT(t)/dt$ に関する式に変形すると次のようになる。

$$\frac{dT(t)}{dt} = \begin{cases} \beta/\alpha \\ -\gamma/\alpha \end{cases} \quad (18)$$

また、式(17)を時間 t で微分すると次のようになる。

$$\frac{dT(t)}{dt} = T_f (1 - K(t))^{-(2+\rho)} \frac{dK(t)}{dt} \quad (19)$$

式(18)と式(19)より、次の関係式が得られる。

$$\frac{dK(t)}{dt} = \sigma(t) (1 - K(t))^{(2+\rho)} \quad (20)$$

ただし,

$$\sigma(t) = \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha T_f} & \text{for } t \in [t_s, t^*] \\ -\frac{\gamma}{\alpha T_f} & \text{for } t \in [t^*, t_e] \end{cases} \quad (21)$$

である. σ を固定して式(20)を解くと, 以下のように $K(t)$ に関する式を得ることができる.

$$K(t) = 1 - (\sigma t + C)^{-1/(1+\rho)} \quad (22)$$

ただし, C は積分定数である. ラッシュ開始時刻と終了時刻には, 全ての通勤者のトリップが完了する ($K(t_s) = K(t_e) = 0$) ので, 式(22)の積分定数を求めることができ, 正規化された平均密度は以下のように表現される.

$$K(t) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\beta}{\alpha T_f}(t - t_s)\right)^{-\frac{1}{1+\rho}} & \text{for } t \in [t_s, t^*] \\ 1 - \left(1 + \frac{\gamma}{\alpha T_f}(t - t_e)\right)^{-\frac{1}{1+\rho}} & \text{for } t \in [t^*, t_e] \end{cases} \quad (23)$$

ラッシュ時間帯に全ての自動車通勤者のトリップが完了するため, 次式が成り立つ.

$$N_c = \int_{t_1}^{t_e} O(t) \quad (24)$$

$O(t) = (M/L)q(t)$, 式(14), 式(15), 式(22)より,

$$N_c = \frac{Mk_j\alpha}{\delta} \left(\ln(1 + \theta) + (1 + \rho)(1 + \theta)^{-\frac{1}{1+\rho}} - 1 \right) \quad (25)$$

が導かれる. ただし,

$$\theta \equiv \frac{\beta(t^* - t_s)}{\alpha T_f} \equiv \frac{\gamma(t_e - t^*)}{\alpha T_f} \quad (26)$$

である. 式(25)は, θ に対して数値的に計算することができ, ラッシュ開始時刻と終了時刻を決定することができる.

3.2 バイモーダルシステムにおける利用者均衡

鉄道のモデルは Wu and Huang (2014) と同様であるため, 利用者均衡時の一般化費用は式(12)である. また, 利用者均衡時の自動車の一般化費用は, 以下のように表現することができる.

$$C_c = \alpha T_f + \beta(t^* - t_s) = \alpha T_f + \gamma(t_e - t^*) \quad (27)$$

バイモーダルシステムにおける利用者均衡時は, 式(13)で表されるように, 鉄道の一般化費用と車の一般化費用が等しい状態なので, $N_c + N_r = N$, 式(12), (25), (27)より, 総通勤者数は以下のように表される.

$$N = \frac{Mk_j\alpha}{\delta} \left(\ln(1 + \theta) + (1 + \rho)(1 + \theta)^{-\frac{1}{1+\rho}} - 1 \right) + \frac{(\alpha T_f)^2}{2\delta\lambda k} (1 + \theta)^2 \quad (28)$$

この式の第一項は自動車利用の通勤者数となり, 式(25)と等しい, そして第二項は鉄道利用の通勤者数となる. 式(25)と同様に, この式は θ に対して数値的に計算することができるため, 自動車のラッシュ開始時刻と終了時刻を計算することができ, そこから均衡時の一般化費用, 鉄道のラッシュ開始時刻と終了時刻が決定される.

4 最適定額課金

バイモーダルシステムにおいて, 定額の(時間帯によらずフラットな)課金システムの導入の影響について考える. 最適課金は, 社会的総費用を最小化する料金設定として, 以下の式で表すことができる.

$$\min_p Y = C_c N_c + C_r N_r \quad (29a)$$

ここで, p は課金される金額である.

課金はいずれか一方の交通手段になされるものとする. まず, 道路課金にされる際の制約条件は, subject to:

$$C_r = C_c + p \quad (29b)$$

$$N_c + N_r = N \quad (29c)$$

である. 他方, 鉄道運賃に課金される際の制約条件は,

subject to:

$$C_r + p = C_c \quad (29d)$$

$$N_c + N_r = N \quad (29e)$$

である. ただし, 本研究では, 従来のオペレーションコストや固定費用などを賄うような運賃設定は考慮していない.

5 数値計算例

本章では, 前章までで構築したモデルの数値計算例を示す. 設定したパラメータは以下のとおりである. パラメータは Small and Chu (2003) を参考にし, モデル比較のため, ボトルネック容量(ボトルネックモデル)と最大トリップ完了率(バスタブモデル)が等しくなるように設定した.

- $N = 30,000$ [pax]
- $\alpha = 6.4$ [\$/hour]
- $\beta = 0.609\alpha$ [\$/hour]
- $\gamma = 2.377\alpha$ [\$/hour]
- $M = 117$ [lane - miles]
- $L = 7$ [miles]
- $\rho = 1.67$
- $t^* = 8$ [Clock time in hour]
- $\lambda = 0.4$ [\$/pax]
- $k = 2/60$ [hour]

表 1 利用者均衡状態の比較

		バスタブ モデル	ボトルネック モデル
ラッシュ 時間	自動車	6.24	4.20
	鉄道	6.67	4.68
通勤人数	自動車	24827 (83%)	27509 (92%)
	鉄道	5173 (17%)	2492 (8%)
均衡費用		20.69	14.36

- $\mu = 6552$ [veh./hour]
- $k_j = 100$ [veh/lane - hour]
- $q_m = 224$ [veh/lane - hour]

5.1 利用者均衡状態の比較

2.3 節及び 3.2 節で示した利用者均衡の均衡状態を比較した数値計算結果を表 1 に示す。ボトルネックモデルに比べバスタブモデルの自動車のラッシュ時間が長くなっている。図 2 より、バスタブモデルのトリップ完了率は、常に一定なボトルネックモデルと比較すると、最大完了率に達した (3 時 30 分付近)後に減少していることがわかる。この現象は、エリ

アの状態が **Hypercongestion** になり、エリア内の存在台数の増大に伴い交通量が減少していることに起因する。その結果として自動車のラッシュ時間帯が長くなっている。バスタブモデルでより長い旅行時間が発生していることは、図 3 から確認される。ただし、どちらのモデルも線形のスケジュールコストを仮定しているため、トリップ完了率のパターンが両モデルで異なるのに対し、旅行時間のパターンはどちらのモデルでも三角形の形をしている。

また、表 1 の各交通手段の分担率に着目すると、バスタブモデルの方が、鉄道を利用する割合が高いことがわかる。これは、バスタブモデルではエリア内の存在台数が増加すると交通量が減少するという **Hypercongestion** を考慮しているため、利用者均衡時の一般化費用が高くなるからである。つまり、これらことから、ボトルネックモデルによるバイモーダルシステムの利用者均衡状態は、ラッシュ時間を過小評価すること、及び、鉄道の選択割合も過小評価する可能性が示唆された。

5.2 最適定額課金導入の影響の比較

異なる定額課金のもとでの社会的総費用の変化についての数値計算例を図 4 と図 5 に示す。どちらの

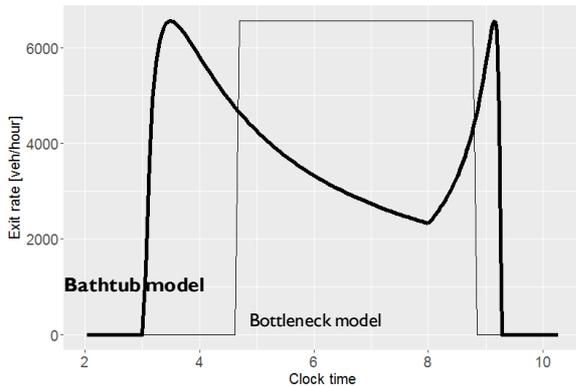


図 2 トリップ完了率

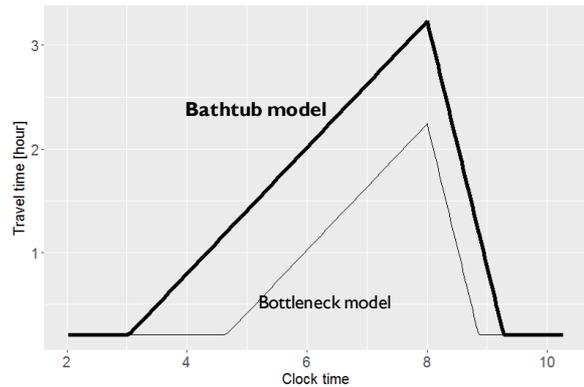


図 3 旅行時間

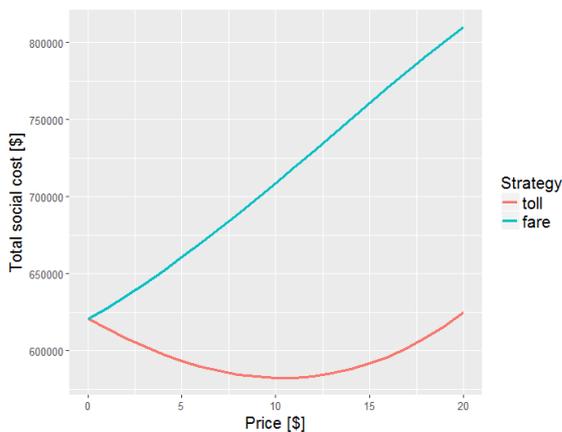


図 4 異なる課金設定のもとでの社会的総費用 (バスタブモデル)

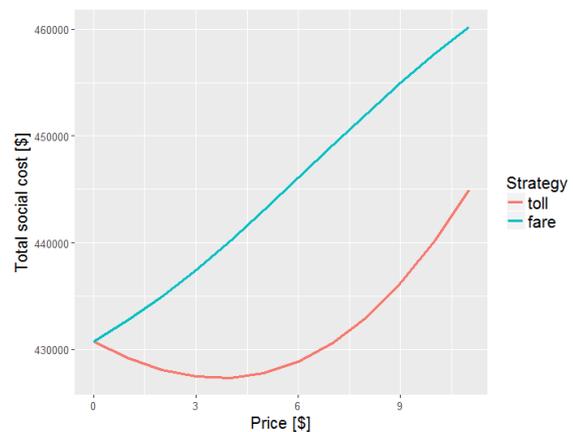


図 5 異なる課金設定のもとでの社会的総費用 (ボトルネックモデル)

モデルにおいても、鉄道運賃 (fare) として課金した場合には社会的総費用が単調に増加していることが分かる。一方、道路利用者への課金 (toll) では、社会的総費用が最小化する課金水準が存在することが確認される。ただしその課金水準は、ボトルネックモデルよりもバスタブモデルの方が高くなっていることがわかる。これより、ボトルネックモデルでは最適定額課金水準を過小になる可能性が示唆された。

6 結論と今後の課題

本研究では、エリア内の Hypercongestion の状態を考慮したバスタブモデルに基づく交通手段・出発時刻同時選択モデルを構築した。そして、既存のボトルネックモデルによる交通手段・出発時刻同時選択モデルと比較することにより、ボトルネックモデルでは、ラッシュ時間や鉄道の選択割合、そして、最適な一定課金額などを過小評価される可能性があることを、数値計算例を通じて示した。

今後の課題を以下に示す。まず、均衡解の存在、一意性や安定性に関する分析が必要である。そして、比較静学分析は十分ではないため、更なる分析が必要である。また、今回は最適な定額課金の分析に留まっているが、最適な時間帯別課金の分析も今後の課題の一つである。そして、目的関数が社会的総費用最小化の設定であったが、異なる目的関数（道路管理者や鉄道運営者が民営な場合など）の分析も今後の課題である。二つ目としては、通勤者の異質性を考慮することである。特に、二つの交通手段を考慮した混雑課金システムを分析する際には、通勤者の時間価値の異質性を考慮したモデルの構築が必要であると考えられる。

謝辞

本研究は、国土交通省・道路政策の質の向上に資する技術研究開発「ETC2.0 プローブ情報等を活用した“データ駆動型”交通需要・空間マネジメントに関する研究開発」からの支援を受けて行われた。

参考文献

- 1) 国土交通省, 「混雑率データ」, <http://www.mlit.go.jp/common/001139448.pdf> (最終閲覧日 2018 年 4 月 20 日)
- 2) 国土交通省, 「首都圏における交通状態の現状」, http://www.ktr.mlit.go.jp/honkyoku/road/3kanjo/whats/traffic_jam.htm (最終閲覧日 2018 年 4 月 20 日)
- 3) Vickrey, W.S., 1969. Congestion theory and transport investment. *The American Economic Review*, 59(2), pp. 251-260.
- 4) Amott, R., De Palma, A. and Lindsey, R., 1993. A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand. *The American Economic Review*, 83(1), pp. 161-179.
- 5) Tabuchi, T., 1993. Bottleneck congestion and modal split. *Journal of Urban Economics*, 34(3), pp. 414-431.
- 6) Danielis, R. and Marcucci, E., 2002. Bottleneck road congestion pricing with a competing railroad service. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 38(5), pp. 379-388.
- 7) Huang, H.J., 2000. Fares and tolls in a competitive system with transit and highway: the case with two groups of commuters. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 36(4), pp. 267-284.
- 8) Wu, W.X. and Huang, H.J., 2014. Equilibrium and modal split in a competitive highway/transit system under different road-use pricing strategies. *Journal of Transport Economics and Policy*, 48(1), pp. 153-169.
- 9) Geroliminis, N. and Levinson, D.M., 2009. Cordon pricing consistent with the physics of overcrowding. In *Transportation and Traffic Theory 2009: Golden Jubilee* (pp. 219-240). Springer, Boston, MA.
- 10) Small, K.A. and Chu, X., 2003. Hypercongestion. *Journal of Transport Economics and Policy*, 37(3), pp. 319-352.
- 11) Amott, R., 2013. A bathtub model of downtown traffic congestion. *Journal of Urban Economics*, 76, pp. 110-121.
- 12) Fosgerau, M. and Small, K.A., 2013. Hypercongestion in downtown metropolis. *Journal of Urban Economics*, 76, pp. 122-134.
- 13) Fosgerau, M., 2015. Congestion in the bathtub. *Economics of Transportation*, 4(4), pp. 241-255.
- 14) Amott, R. and Buli, J., 2018. Solving for equilibrium in the basic bathtub model. *Transportation Research Part B: Methodological*, 109, pp. 150-175.
- 15) Gonzales, E.J. and Daganzo, C.F., 2012. Morning commute with competing modes and distributed demand: user equilibrium, system optimum, and pricing. *Transportation Research Part B: Methodological*, 46(10), pp. 1519-1534.
- 16) Gonzales, E.J., 2015. Coordinated pricing for cars and transit in cities with hypercongestion. *Economics of Transportation*, 4(1-2), pp. 64-81.
- 17) Wardrop, J.G., 1952, January. Some theoretical aspects of road traffic research. In *Institute for Civil Engineers Proceedings*, London/UK/.
- 18) Ardekani, S. and Herman, R., 1987. Urban network-wide traffic variables and their relations. *Transportation Science*, 21(1), pp. 1-16.
- 19) Greenshields, B.D., Channing, W. and Miller, H., 1935. A study of traffic capacity. In *Highway Research Board Proceedings* (Vol. 1935). National Research Council (USA), Highway Research Board.
- 20) Gonzales, E., Chavis, C., Li, Y., Daganzo, C.F., 2011. Multimodal transport in Nairobi, Kenya: Insights and recommendations with a macroscopic evidence-based model. *Transportation Research Board 90th Annual Meeting*, Number 11-3045.

(2018. 4. 27 受付)