

複数都心形成モデルの確率安定性解析 —線分都市 vs. 円周都市—

山口 修平¹・赤松 隆²

¹学生会員 東北大学 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)
E-mail: shuhei.yamaguchi.p7@dc.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学教授 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)
E-mail: akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp

大都市では複数の副都心が存在する。この現象は、多くの都市で見られる一般的なものであり、経済学的な論理と整合的に複数都心形成メカニズムを解明することは重要な課題である。Fujita and Ogawa(1982) モデルは、複数都心が内生的に形成されることを示した都市経済学分野の代表的な集積経済モデルである。しかし、均衡解の安定性については全く議論されていないなかった。円周都市経済では複数都心パターンが安定的に創発することが近年明らかとなったが、異なる空間形状においても同様の特性を示すのか疑問が残る。本研究では、円周より現実に近い線分都市経済の下、Fujita and Ogawa モデルで安定解となる立地パターンを明らかにする。まず、モデルがポテンシャルゲームとして解釈可能であることを示す。さらに、安定性の定義として、進化ゲーム理論に基づく確率安定性概念を採用する。解析の結果、交通費用の減少に伴い形成都心数が減少するというモデル特性は、空間設定によらない頑健性を持つことが明らかとなった。

Key Words: agglomeration economy, multiple equilibria, urban subcenter formation, stochastic stability

1. はじめに

大都市では複数の副都心が存在する。この現象は、多くの都市で見られる一般的なものである。どのような経済集積が生じるかを予測することは、社会基盤整備の長期的影響を評価する上で不可欠である。そのためには経済活動の集積・分散現象を説明する理論的基盤の蓄積が必要であり、経済学的な論理と整合的に複数都心形成メカニズムを解明することは重要な課題である。

複数都心形成を示した理論として、都市経済学分野の Fujita and Ogawa¹⁾ モデル (以下、FO モデル) が知られている。このモデルでは、企業と消費者という 2 種類の立地主体が土地市場で競合することによって、複数都心が形成されると説明している。しかし、Fujita and Thisse²⁾ が指摘しているように、FO モデルで提示された複数都心パターンはあくまで「均衡解」であり、解の安定性に関する議論は全くなされていない。特に、複数の均衡解が同時に成立するケースが存在するので、中には実現しない不安定解も含んでいる。

Osawa and Akamatsu³⁾ は FO モデルの安定性解析を初めて行い、複数都心パターンの創発を示した研究である。しかし、円周都市経済という極めて理想的な空間設定で解析を行っており、異なる都市形状でも複数都心パターンが安定解として創発するのか疑問が残る。

本研究では、円周よりも現実的な空間設定である線

分都市経済において、FO モデルの安定となる均衡立地パターンを明らかにする。具体的には、交通技術水準の変化に伴い、創発する立地パターンがどのように変化するかという関係を明らかにする。複数存在する均衡解から大域的安定解を選択するため、確率安定性の概念を採用する。確率安定性解析は一般のモデルでは適用困難である。しかし、利得関数のポテンシャルを定義できるモデルでは、「ポテンシャル最大点と確率安定解は一致する」(Sandholm⁴⁾) という定理を利用した解析が可能となる。FO モデルはポテンシャルを定義可能なモデルであるため、このアプローチを適用する。

線分都市は円周都市に比べ、モデルの解析的な取り扱いが格段に困難となる。なぜなら、線分都市では都市の境界があるので、端部の立地点は交通状況的に不利という立地点間の非対称性を有するためである。実際、池田ら⁵⁾ は線分都市の下で、新経済地理学 (NEG) 分野の立地均衡モデルの集積挙動を数値計算により解明したが、解析的な分析は行っていない。FO モデルでも、線分都市ではポテンシャル関数を解析的に評価することができないため、数値計算による分析を行う。

数値計算の結果、線分都市において複数都心パターンが安定解として創発することが明らかになった。具体的には、交通費用の減少に伴い、安定となる均衡立地パターンが「均等分散」→「複数都心」→「単一都心」→「均等分散」と推移することを示した。さらに、線分都市

と円周都市の集積挙動を比較し、両者には空間設定に依存しない類似性があることを明らかにした。これは、FO モデルの特性が空間の境界条件の設定によらない頑健性を有することを示している。

本論文の構成を以下に示す。第 2 章では FO モデルを定式化する。第 3 章では、本研究の解析で用いる確率安定性とポテンシャルゲームについて説明する。第 4 章では、FO モデルがポテンシャルゲームであることを示す。第 5 章では、どのような均衡解が存在するかを整理する。第 6 章では、数値計算によるポテンシャル関数値の評価方法を述べ、第 7 章で結果を示す。最後に、第 8 章で結論と今後の展望を述べる。

2. FO モデル

(1) 基本設定

1次元空間上に K 個の立地点が等間隔に並んでいる都市を想定する。立地点の集合を $\mathcal{K} \equiv \{1, \dots, K\}$ とする。都市の総面積は S であり、各立地点の面積は $\bar{S} \equiv S/K$ に固定されている。都市には総数 N の消費者と総数 M の企業が存在している。企業は自らの利潤を最大化するように立地点を選択し、消費者は自らの効用を最大化するように居住地と勤務地を選択する。また、企業と消費者の間には雇用関係が存在する。

(2) 消費者行動

地点 i に居住する消費者は、地点 j に立地する企業へ通勤する。消費者は、地代と通勤費用を把握しており、勤務先である地点 j の企業から賃金 W_j を得て、自らの効用が最大になるように、居住地および合成財の消費量 z を選択する。消費者の直接効用は、 $U(s = S^H, z)$ とかける。ここで、消費者一人あたりの消費土地面積 s は一定値 $S^H > 0$ に固定する。合成財は標準化された一定の価格 1 で都市の外部から移入される。消費者の予算制約は、

$$W_j - T_{ij} = S^H \cdot R_i + z \quad (1)$$

である。ここに、 T_{ij} は通勤費用関数、 R_i は地点 i の地代を表す。通勤費用は通勤距離 $|i - j|$ に関して線形であると仮定する：

$$T_{ij} = t \cdot |i - j| \quad (2)$$

ただし、 $t > 0$ は通勤費用パラメータである。

消費者が居住地 i と勤務地 j を選択する行動は間接効用最大化の形で、以下のように表現できる：

$$\max_{i,j} z_{ij} \quad (3)$$

$$\text{where } z_{ij} = \arg \max_z U(s = S^H, z)$$

$$= W_j - T_{ij} - S^H \cdot R_i \quad (4)$$

すなわち、まず、各居住地で合成財の最適消費量を決定し、その結果決まる間接効用が最大の居住地 i と勤務地 j を選択する。この選択行動によって、 i から j へ通勤する消費者数 n_{ij} が決定する。

(3) 企業行動

地点 i に立地する企業は、利潤 Π_i を最大化するように立地点を選択する：

$$\max_i \Pi_i(\mathbf{m}) = \max_i \{A_i(\mathbf{m}) - S^F \cdot R_i - L \cdot W_i\} \quad (5)$$

ここに、 S^F, L はそれぞれ固定的に必要な土地面積（定数）と雇用者数（定数）であり、 $\mathbf{m} \equiv [m_i]$ は各居住地に立地する企業数である。 $A_i(\mathbf{m})$ は財の売上であり、他企業とのコミュニケーション（交流）により得られる便益の大きさを表される。企業間交流便益は、都市の企業分布 \mathbf{m} に依存する：

$$A_i(\mathbf{m}) = \sum_j D_{ij} \cdot m_j \quad (6)$$

ここで、 D_{ij} は距離減衰効果であり、企業間交通費用パラメータ $\tau > 0$ を用いて次のように表す：

$$D_{ij} = \exp(-\tau|i - j|) \quad (7)$$

すなわち、多数の企業が近接して立地するほど、企業はより大きな便益を得ることができる。

(4) 均衡条件

FO モデルの均衡状態は、以下の条件が同時に満たされた状態である。

a) 空間均衡条件

空間均衡条件とは各経済主体の立地選択に関する無裁定条件である。まず、消費者が立地選択に関して均衡状態にあるならば、どの消費者も立地点変更の動機を持たない。この条件は、以下の式で表現される：

$$\begin{cases} z^* = W_j - T_{ij} - S^H R_i & \text{if } n_{ij} > 0 \\ z^* \geq W_j - T_{ij} - S^H R_i & \text{if } n_{ij} = 0 \end{cases} \quad \forall i, j \in \mathcal{K} \quad (8)$$

ここで、 z^* は内生的に決定する均衡効用水準である。

消費者の無裁定条件と同様の関係式が、企業の利潤関数 Π_i についても成り立つ。すなわち、企業が立地選択に関して均衡状態にあるならば、どの企業も立地点変更の動機を持たない：

$$\begin{cases} \Pi^* = A_i - S^F R_i - L W_i & \text{if } m_i > 0 \\ \Pi^* \geq A_i - S^F R_i - L W_i & \text{if } m_i = 0 \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{K} \quad (9)$$

ここで、 Π^* は内生的に決定する均衡利潤を表す。

b) 市場均衡条件

土地市場は、正の地代がついていれば供給面積と需要面積が一致する：

$$\begin{cases} \bar{S} = S^H \sum_{j \in \mathcal{K}} n_{ij} + S^F m_i & \text{if } R_i > 0 \\ \bar{S} \geq S^H \sum_{j \in \mathcal{K}} n_{ij} + S^F m_i & \text{if } R_i = 0 \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{K} \quad (10)$$

この土地市場の需給均衡条件から均衡地代 R_i が内生的に決定する。

労働市場は、正の地代がついていれば、企業の求める労働者数と消費者数が一致する：

$$\begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{K}} n_{ij} = L m_i & \text{if } W_j > 0 \\ \sum_{i \in \mathcal{K}} n_{ij} \geq L m_i & \text{if } W_j = 0 \end{cases} \quad \forall j \in \mathcal{K} \quad (11)$$

労働市場の均衡条件から均衡賃金 W_j が内生的に決定する。

c) 立地主体数の保存則

FO モデルでは閉じた都市を想定しているため、各経済主体数について以下の保存条件が成り立つ：

$$\sum_{i \in \mathcal{K}} m_i = M \quad (12)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{K}} n_{ij} = N \quad (13)$$

3. ポテンシャル関数と確率安定性

FO モデルでは均衡解が複数存在しうる。そのため、均衡解のうちどれが最も実現しやすいか選択する必要がある。本研究では大域的安定となる解を選択するために確率安定性概念を採用する。

(1) 確率的進化ダイナミクス

確率安定性を定義するために、企業の立地選択行動を利潤関数のベクトル場でなされる集団ゲームと解釈する¹。企業分布が均衡状態へ至るまでの調整過程は logit dynamics により与えられるとする。

まず、時刻 t における企業分布 $\mathbf{m} \equiv [m_i]$ に従って、立地点 i の利得 $\Pi_{i \in \mathcal{K}}(\mathbf{m})$ が与えられる。起こりうるすべての企業分布 \mathbf{m} の集合を \mathcal{M} とする。時刻 t で、ランダムに 1 つの企業が選ばれ、立地を変更する機会が与えられる。立地変更の機会を与えられた企業が立地点 i から j へ立地を変える確率 ρ_{ij} は以下のように表さ

れる：

$$\rho_{ij}(\mathbf{m}) = \frac{\exp[\theta \Pi_j(\mathbf{m} - \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_j)]}{\sum_{k \in \mathcal{S}} \exp[\theta \Pi_k(\mathbf{m} - \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_k)]} \quad \forall i, j \in \mathcal{S} \quad (14)$$

ここで、 \mathbf{e}_i は i 番目の要素だけが 1、他は 0 となるような K 次元標準基底ベクトルである。また、 θ は攪乱の強度を表すノイズパラメータである。 $\theta = 0$ とすると、企業は完全にランダムな選択をする。また、 $\theta \rightarrow \infty$ とすると利潤が最も大きくなる立地点を必ず選択する。

以上の企業行動の仮定の下、時刻 $t \rightarrow t + 1$ において、企業分布は \mathbf{m} から \mathbf{m}' へ変化する。その推移確率は以下のように表せる：

$$p_{\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{m}'} = \begin{cases} \frac{m_i}{M} \rho_{ij} & \mathbf{m}' = \mathbf{m} - \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

時刻 t で企業分布 \mathbf{m} が実現する確率を $\pi_{\mathbf{m}}^t$ とし、そのベクトルが $\boldsymbol{\pi}^t$ であるとき、時刻 $t + 1$ において企業分布 \mathbf{m} が実現する確率は、 $\boldsymbol{\pi}^{t+1} = \mathbf{P} \boldsymbol{\pi}^t$ となる。ここで、 \mathbf{P} は推移確率行列 $\mathbf{P} \equiv [p_{\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{m}'}]$ である。以上のように企業分布の確率的ダイナミクスはマルコフ連鎖で与えられる。

(2) 確率安定性の定義

前節のマルコフ連鎖は、既約かつ非周期的であるので、 $\boldsymbol{\pi}^* = \mathbf{P} \boldsymbol{\pi}^*$ を満たす定常分布 $\boldsymbol{\pi}^*$ が一意に存在する。定常分布における企業分布 \mathbf{m} が実現する確率を $\pi_{\mathbf{m}}^*$ とする。確率安定状態 \mathbf{m}^* は企業の立地選択が確定的であるときに、定常確率が正となる状態である。

定義 1 定常分布 $\boldsymbol{\pi}^*$ が一意に存在する確率的ダイナミクスにおいて、確率安定状態とは、ノイズパラメータの極限 $\theta \rightarrow \infty$ をとったときに、 $\pi_{\mathbf{m}^*} > 0$ を満たす状態である。

(3) 確率安定解とポテンシャル関数

一般的なモデルでは確率安定性解析を行うために、起こりうるすべての状態を列挙し、その生起確率を求める必要があるため、確率安定性概念は適用困難である。しかし、ポテンシャルゲームというクラスの問題で、均衡解を列挙することができれば、確率安定性解析が可能である。

定義 2 ポテンシャルゲームとは、以下の等式を満たす利得関数 $\boldsymbol{\Pi} \equiv [\Pi_i]$ のポテンシャル Z が存在する集団ゲームである：

$$\frac{\partial Z(\mathbf{m})}{\partial m_j} - \frac{\partial Z(\mathbf{m})}{\partial m_i} = \Pi_j - \Pi_i \quad \forall i, j \in \mathcal{S} \quad (16)$$

Sandholm⁴⁾ によると、式 (14) の立地変更確率により繰り返しプレーされるポテンシャルゲームにおいて、

¹ FO モデルでは企業と消費者が立地選択を行うが、次章で述べるように本モデルの立地均衡問題は企業分布 \mathbf{m} のみを変数とする問題に帰着する。

π_m^* はポテンシャル Z を用いて、以下のように表される：

$$\pi_m^* = \frac{1}{H} \frac{M!}{\prod_{k \in \mathcal{K}} (Mm_k)!} \exp(\theta Z(\mathbf{m})) \quad (17)$$

ただし、 H は $\sum_{\mathbf{m} \in \mathcal{M}} \pi_m^* = 1$ を満たすように決定される定数である。定常分布における任意の 2 つの状態の実現確率の比は、ポテンシャル関数の差を用いて以下のように与えられる：

$$\frac{\pi_m^*}{\pi_{m'}^*} = \frac{\prod_{k \in \mathcal{K}} (Mm'_k)!}{\prod_{k \in \mathcal{K}} (Mm_k)!} \exp[\theta(Z(\mathbf{m}) - Z(\mathbf{m}'))] \quad (18)$$

ノイズパラメータの極限をとり、 $\theta \rightarrow \infty$ とすると、

$$\begin{aligned} & \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{1}{\theta} \log \frac{\pi_m^*}{\pi_{m'}^*} \\ &= \lim_{\theta \rightarrow \infty} \left\{ (Z(\mathbf{m}) - Z(\mathbf{m}')) + \frac{1}{\theta} \log \frac{\prod_{k \in \mathcal{K}} (Mm'_k)!}{\prod_{k \in \mathcal{K}} (Mm_k)!} \right\} \\ &= Z(\mathbf{m}) - Z(\mathbf{m}') \quad \forall \mathbf{m}, \mathbf{m}' \in \mathcal{M} \end{aligned} \quad (19)$$

を得る。すなわち、 $Z(\mathbf{m}) > Z(\mathbf{m}')$ ならば、 $\pi_m^* > \pi_{m'}^*$ である。以上より、次の定理を得る。

定理 1 ポテンシャルゲームでは、確率安定状態はポテンシャル関数 $Z(\mathbf{m})$ を大域的に最大化する状態 \mathbf{m} である。

FO モデルは、次章で述べるように、ポテンシャルゲームの性質を持つ。したがって、均衡解の候補を列挙し、均衡解のうちポテンシャル関数値を最大化するものを選択することで、確率安定解の特定が可能である。

4. FO モデルとポテンシャルゲーム

本章では、FO モデルはポテンシャル構築可能であることを示し、ポテンシャルゲームとして解釈可能であることを示す。

(1) FO モデルのポテンシャル

FO モデルでは、利潤関数のベクトル場のヤコビ行列が対称となるので、以下の命題が得られる。

命題 1 FO モデルの空間均衡状態は、企業分布 $\mathbf{m} \equiv [m_i]$ と消費者分布 $\mathbf{n} \equiv [n_{ij}]$ の 2 種類の変数を持つポテンシャル最大化問題の解と一致する：

$$\max_{\mathbf{m} \geq 0, \mathbf{n} \geq 0} Z(\mathbf{m}, \mathbf{n}) = Z^F(\mathbf{m}) - Z^H(\mathbf{n}) \quad (20)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in \mathcal{K}} n_{ij} S^H + m_i S^F \leq \bar{S} \quad \forall i \in \mathcal{K} \quad (21)$$

$$Lm_j \leq \sum_{i \in \mathcal{K}} n_{ij} \quad \forall j \in \mathcal{K} \quad (22)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{K}} n_{ij} = N \quad (23)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{K}} m_i = M \quad (24)$$

目的関数の第 1 項および第 2 項は、以下のように定義される。

$$Z^F(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \sum_{i \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{K}} m_i \cdot D_{ij} \cdot m_j \quad (25)$$

$$Z^H(\mathbf{n}) = \sum_{i \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{K}} n_{ij} \cdot T_{ij} \quad (26)$$

このポテンシャル最大化問題の KKT 条件は FO モデルの均衡条件と一致する（証明は付録 I を参照のこと）。また、最適化問題のラグランジュ乗数として、均衡地代、均衡賃金が決定する。

(2) 短期・長期の問題への分解

式 (20)~(24) の最適化問題に Benders decomposition を適用する。すなわち、本問題は 2 つの最適化問題から成り立っていると解釈でき、短期・長期の問題へと分解が可能である。短期では、企業分布 \mathbf{m} を与件とし、消費者のみが居住地・勤務地選択を行う。短期の最適化問題は、

$$[\mathbf{P}] \quad \min_{\mathbf{n} \geq 0} \sum_{i \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{K}} n_{ij} \cdot T_{ij} \quad (27)$$

$$\text{s.t.} \quad \text{式 (21), 式 (22), 式 (23)}$$

である。[P] の双対問題は以下のように与えられる：

$$[\mathbf{D}] \quad \max_{z^*, \mathbf{R}, \mathbf{W}} Z^{H*}(z^*, \mathbf{R}, \mathbf{W} | \mathbf{m}) \\ \equiv z^* N + \sum_{i \in \mathcal{K}} (R_i \cdot S^F + W_i \cdot L) m_i - S \sum_{i \in \mathcal{K}} R_i \quad (28)$$

$$\text{s.t.} \quad z^* \geq W_j - S^H \cdot R_i - T_{ij} \quad \forall i, j \in \mathcal{K} \quad (29)$$

$$R_i \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{K} \quad (30)$$

$$W_j \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{K} \quad (31)$$

[P] と [D] の最適値関数は与件のパラメータ \mathbf{m} の関数であり、それぞれ $\hat{Z}^H(\mathbf{m})$, $\hat{Z}^{H*}(\mathbf{m})$ とする。強双対定理より、 $\hat{Z}^H(\mathbf{m}) = \hat{Z}^{H*}(\mathbf{m})$ が成立する。

次に長期の最適化問題を考える。長期では企業が立地点を選択することができる。短期の最適値関数を用いて、長期の問題は次のように定式化できる：

$$\max_{\mathbf{m} \geq 0} \hat{Z}^F(\mathbf{m}) \equiv \frac{1}{2} \sum_{i \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{K}} m_i D_{ij} m_j - \hat{Z}^{H*}(\mathbf{m}) \quad (32)$$

$$\text{s.t.} \quad \text{式 (24)}$$

以上より、式 (20)~(24) の最適化問題は企業分布 \mathbf{m} のみを変数とする最適化問題に帰着させることができる。ここで、

$$\frac{\partial \hat{Z}^F(\mathbf{m})}{\partial m_i} = \Pi_i \quad \forall i \in \mathcal{S} \quad (33)$$

となるので、 $\hat{Z}^F(\mathbf{m})$ は利潤関数 $\Pi(\mathbf{m})$ のポテンシャル関数である。したがって、FO モデルはポテンシャル関数 $\hat{Z}^F(\mathbf{m})$ を持つポテンシャルゲームである。

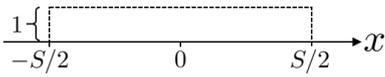


図-1 線分都市空間

5. 均衡解の列挙

本章では、ポテンシャル関数値の大小比較による大域的安定解特定のための準備を行う。まず、空間の連続近似について説明する。次に、どのような均衡解が存在するか整理する。

(1) 連続近似

離散空間の FO モデルでは、企業立地点と消費者立地点の境界が離散誤差により一意に決定しないため、計算が煩雑化する。本研究では、ポテンシャル評価にあたり、計算を簡単にするため、立地点数について極限をとり、都市は無数の立地点が並ぶ連続空間であると近似計算を行う。

空間は図-1 に示す連続的な線分都市 S を仮定する。立地点は $x \in [-S/2, S/2]$ によって表示される。この仮定に伴い、都市全体の土地面積が離散空間と等しくなるようにするために、各立地点 $x \in S$ の土地面積は 1 となる。さらに、企業と消費者の立地パターン m, n は連続関数 $m(x), n(x, y)$ により表される。そのほか、効用、利潤、地代、賃金を $z_{ij}, \Pi_i(m), R_i, W_j$ に代わり、それぞれ $z(x, y), \Pi(x), R(x), W(x)$ と表す。このとき、企業間交流便益 $A_i(m)$ は、

$$A[m(x)] = \int_S D(x, y)m(y)dy \quad \forall x \in S \quad (34)$$

と書き換えられる。ここに、 $D(x, y)$ は距離減衰効果を表し、

$$D(x, y) \equiv \exp[-\tau|x - y|] \quad (35)$$

と定義される。 $|x - y|$ は 2 立地点 x, y 間の距離を表し、離散空間における i, j 間の距離 $|i - j|$ と対応する。さらに、通勤費用は、

$$T(x, y) \equiv t|x - y| \quad (36)$$

と定義される。

ポテンシャル関数は、以下のように与えられる：

$$Z(m(x), n(x, y)) = Z^F(m(x)) - Z^H(n(x, y)) \quad (37)$$

$$Z^F(m(x)) = \frac{1}{2} \iint_{S \times S} D(x, y)m(x)m(y)dxdy \quad (38)$$

$$Z^H(n(x, y)) = \iint_{S \times S} T(x, y)n(x, y)dxdy \quad (39)$$

ここで、 $Z^F(m(x)), Z^H(n(x, y))$ は式 (20) の第 1 項、第 2 項にそれぞれ対応する。最適化問題の制約条件の式

(21), (22) は、

$$S^H \int_S n(x, y)dy + S^F \cdot m(x) \leq 1 \quad \forall x \in S \quad (40)$$

$$\int_S n(x, y)dx \geq L \cdot m(y) \quad \forall y \in S \quad (41)$$

と書き表せる。

式 (40), (41) は空間全体で積分すると、次の式を導出できる：

$$S^H \cdot N + S^F \cdot M \leq S \quad (42)$$

$$N \geq LM \quad (43)$$

空間全体で考えると、閉じた都市を考えているので、次の 2 つの仮定が成り立つ。まず 1 つ目は、均衡状態では労働市場の清算条件から、企業が求める労働者数と消費者数は一致する ($N = LM$)。2 つ目に、都市には企業も消費者も立地しない土地が無いと仮定できる ($S^H \cdot N + S^F \cdot M = S$)。なぜなら、企業は他の企業との近接を好み、消費者は通勤距離が短いことを好むので、空き地がある立地パターンは均衡として存在し得ないためである。

(2) 均衡立地パターン

線分都市の均衡立地パターンの例を図-2 に示す。均衡立地パターンとは均衡解として存在しうる立地パターンである。均衡立地パターンは 3 種類の“区域”から構成される。すなわち、図中の濃灰色は企業のみが立地する業務区域 (以下, BA), 白は消費者のみが立地する居住区域 (以下, RA), 薄灰色は企業と消費者が一樣に混合して立地する統合区域 (以下, IA) である。

ここで、確率安定解特定は、ポテンシャルを最大化する企業分布関数 $m(x)$ を求める問題である。 $m(x)$ の関数形は一般に BA, RA, IA の境界 (以下, BA/RA 境界) の座標 (e.g., 図-2 の b_0, b_1, b_2) によって決定される。しかし、線分都市では均衡立地パターンの BA/RA 境界が必ずしも解析的には求められない。これが、線分都市における解析が困難となる大きな理由である。

BA と RA のみで構成される立地パターンは、空間の対称性から、図-2 に示したパターンほか、BA の数が 4 以上のものも均衡解として存在すると考えられる。以降では、 N 個の BA を持つ立地パターンを N 極分布パターンと呼ぶ。

本研究では、起こりうる均衡解を 5 つパターン (以下の a)~e)) に分類した。多極パターンについては偶数極と奇数極で場合分けを行った。

a) 完全統合パターン

完全統合パターンは、図-2 (a) に示すように都市全体にわたって企業と消費者が混在して立地するパターンであり、BA/RA 境界は存在しない。消費者は居住地

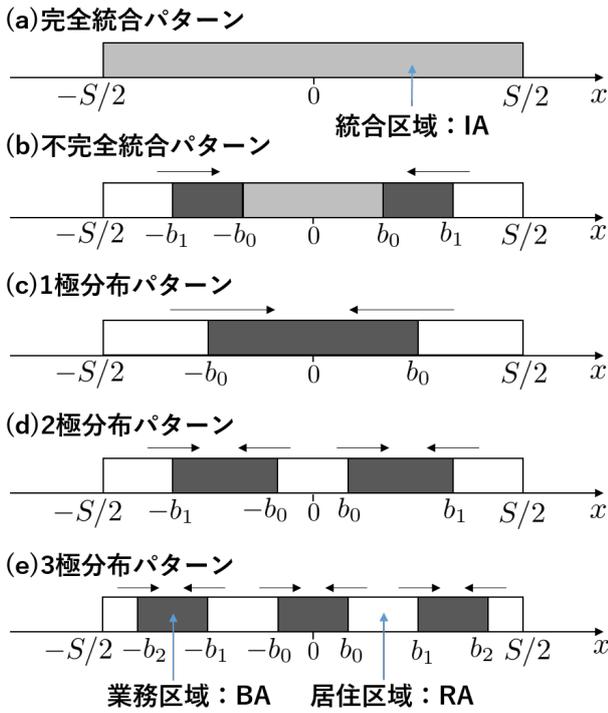


図-2 均衡立地パターンの例

と同じ地点に立地する企業へ通勤する。このパターンのポテンシャル関数値を Z_c^* とする。

b) 不完全統合パターン

図-2 (b) に示す不完全統合パターンは、都市の中央が IA、その外側には BA、都市の両端は RA となる立地パターンである。IA に居住する消費者は居住地と同じ場所に立地する企業へ通勤し、RA の消費者は隣接する BA に立地する企業へ通勤する。BA/RA 境界は解析的に求められず、 $\mathbf{b}_{(1)} \equiv [b_0, b_1]^T$ は未知変数となる。このパターンのポテンシャル関数値を $Z_{(1)}$ とする。

c) 1 極分布パターン

図-2 (c) に示す 1 極分布パターンは、都市の中央 $x \in [-b_0, b_0]$ に企業が集中して立地し、消費者は中央の BA へと通勤する。この立地パターンでは、企業の総数と必要土地面積の関係から、BA/RA 境界を $b_0 = \frac{MS^F}{2}$ と求めることができる。このパターンのポテンシャル関数値を Z_m^* とする。

d) 偶数極分布パターン

本項では、2 以上の偶数個の BA を持つ立地パターンを考える。2J 極分布パターン ($J \in \mathbb{N}$) を図-3 に示す。これは、 $x \geq 0$ の区間を拡大して一部を図示したものである。偶数極の場合、都市の中央 $x = 0$ は RA となる。消費者は RA から図上部の矢印に示される向きの隣接する BA へと通勤する。BA/RA 境界は解析的に求められず、 $\mathbf{b}_{(2J)} \equiv [b_0, b_1, \dots, b_{2J-1}]^T$ は未知変数となる。このパターンのポテンシャル関数値を $Z_{(2J)}$ とする。

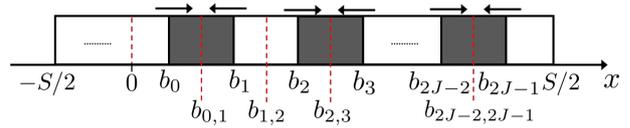


図-3 偶数極分布パターン

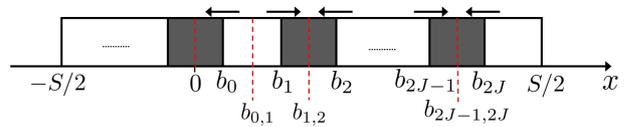


図-4 奇数極分布パターン

e) 奇数極分布パターン

本項では 3 以上の奇数個の BA を持つパターンのポテンシャル関数値を考える。2J+1 極分布パターン ($J \in \mathbb{N}$) を図-4 に示す。これは、 $x \geq 0$ の区間を拡大して一部を図示したものである。奇数極分布の場合には都市の中央 $x = 0$ は BA となる。図上部の矢印は消費者の通勤パターンを表しており、消費者は RA から矢印に示される向きの隣接する BA へと通勤する。前項と同様に、BA/RA 境界は解析的には求められず、 $\mathbf{b}_{(2J+1)} \equiv [b_0, b_1, \dots, b_{2J}]^T$ は未知変数となる。このパターンのポテンシャル関数値を $Z_{(2J+1)}$ とする。

6. 確率安定解の特定方法

確率安定解特定のため、ポテンシャル関数を用いて 2 段階の数値解析を行う。前章で、BA/RA 境界が未知となる均衡立地パターンが存在することを示した。第 1 段階では、未知変数を持つ立地パターンに対して BA/RA 境界を決定する、すなわち均衡解を求める。第 2 段階として、複数の均衡解の中から尤もらしい解の選択を行う。定理 1 を利用すれば大域的安定解の特定が可能である。

(1) 均衡解の特定

不完全統合パターンと多極分布パターンでは BA/RA 境界 $\mathbf{b}_{(i)}$ が未知である。ポテンシャル関数値は BA/RA 境界によって変化し、 $Z_{(i)}(\mathbf{b}_{(i)})$ と表せる。そこで、ポテンシャル関数を利用して、これらの均衡立地パターンに対応する均衡解を求める。均衡条件を満たすある均衡立地パターン i について、均衡解はポテンシャルを最大化する BA/RA 境界 $\mathbf{b}_{(i)}^*$ をもつ。BA/RA 境界が決定されれば、均衡解のポテンシャル関数値 $Z_{(i)}^*$ を求めることができる：

$$Z_{(i)}^* = \max_{\mathbf{b}_{(i)}} Z_{(i)}(\mathbf{b}_{(i)}) \quad \forall i \quad (44)$$

(2) 確率安定解特定アルゴリズム

定理 1 より, すべての均衡解のポテンシャル関数値を計算し, ポテンシャル関数値を最大化する均衡解を選択することで, 大域的安定解の特定が可能である. したがって, 次のようなアルゴリズムで確率安定解を特定可能である.

- Step 1 パラメータ τ, t, M, L, S^F, S^H を入力.
- Step 2 均衡解を特定: $Z_{(i)}^* := \max_{b_{(i)}} Z_{(i)}(b_{(i)}) (\forall i)$
- Step 3 均衡解のポテンシャル $Z_c^*, Z_m^*, Z_{(i)}^* (\forall i)$ を計算.
- Step 4 各均衡解のポテンシャルを大小比較: $\max\{Z_c^*, Z_m^*, \max_i\{Z_{(i)}^*\}\}$.
- Step 5 ポテンシャルが最大となる均衡解を記憶し, 終了.

7. 数値計算による確率安定解の評価

本章では, 数値計算によって, 交通技術水準に関する 2 つのパラメータ τ, t の組み合わせに対して, 大域的安定となる均衡解を示す. そして, τ, t の変化による都心形成パターンの推移について述べる. さらに, 線分都市と円周都市の計算結果を比較する.

本稿では多極分布パターンは 33 極パターンまでのポテンシャル計算を行った. 外生変数は $(M, L, S^F, S^H) = (100, 1, 1, 1)$ を与えた.

(1) 線分都市の計算結果

線分都市の場合に各均衡パターンが大域的安定となる領域を図-5 の (τ, t) 平面上に示す. まず, t 軸方向に注目する. 通勤費用が高い状態では, 完全統合パターンが安定である. 通勤費用が減少すると, 不完全統合パターンが安定となり, さらに通勤費用が減少すると, 企業と消費者は完全に分離して立地するようになる. この結果から消費者の通勤行動が企業立地に対して“分散力”として作用していることが確認できる. すなわち, t が大きければ通勤による分散効果が強く働くので企業集積は起こらず, t が小さくなると, 企業間交流による“集積力”が卓越するので, 企業集積が生じる. また, 不完全統合パターンと完全統合パターン, 多極パターンと不完全統合パターンの安定領域の境界を見ると, それぞれ閾値 t_1^*, t_2^* が存在するように見えることは特筆すべき点である.

次に, 企業集積が生じる $t < t_2^*$ の領域 (e.g., $t = 0.05$, 図-5 の青破線) で, τ の変化による企業立地の変化を図-6 に示す. 例えば $t = 0.05, \tau = 0.2$ では 3 極分布パターンが安定となる. そこから, τ の減少に伴い集積が

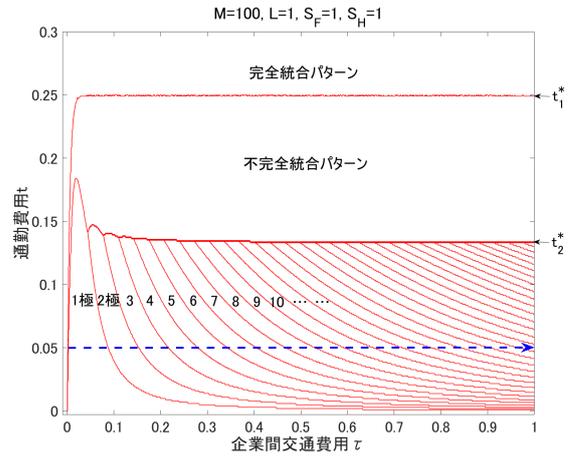


図-5 線分都市における均衡パターンの安定領域

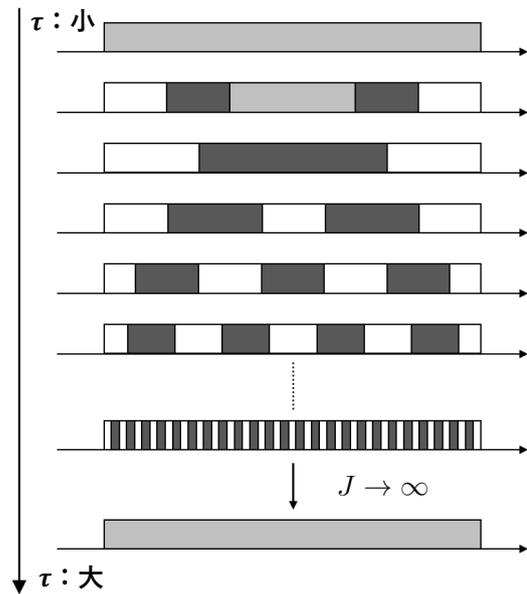


図-6 τ の変化による企業集積の進展

生じ, 極数を 1 つずつ減らしながら 1 極分布パターンへと向かう. さらに τ を減少させると, 集積が崩壊する“再分散現象”が生じ, 1 極分布パターンから不完全統合パターン², 完全統合パターンへと進展する. 一方で, 任意の多極パターンから τ を増加させると, 極数が 1 つ増えた立地パターンが出現する. すなわち, 企業は分散して立地するようになる. τ を増加させ続けられ, 無限に極数が増加していくと予想される. そのような無限に極を持つパターンは, 消費者の通勤距離が極めて短くなりゼロに近づくので, 完全統合パターンと近似的に等しい立地パターンであると考えられる.

このように, $t < t_2^*$ では, 企業間交通費用 τ の減少

² 図-5 からは読み取りにくいものの, 1 極分布パターンと完全統合パターンに, 不完全統合パターンが安定となる領域が存在する.

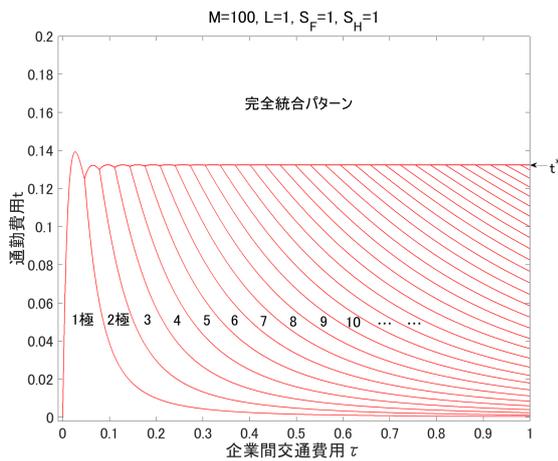


図-7 円周都市における均衡パターンの安定領域

に伴い，“完全統合パターン → 多極分布パターン → 1極分布パターン → 完全統合パターン”と立地パターンが推移する。この結果は、赤松ら⁶⁾の Core-Periphery モデル、高山・赤松⁷⁾の SISC モデル等の集積経済モデルの集積挙動と定性的に類似している。

(2) 円周都市との比較

円周都市における FO モデルの安定性解析の結果を図-7 に示す³⁾。t の減少により企業と消費者の立地が分離し、完全統合パターンと多極パターンの間には閾値 t^* が存在するように見える。また、 $t < t^*$ では τ の増加とともに極数が 1 つずつ増加していることが確認でき、本研究と結果は大筋で一致している。すなわち、1次元空間において都市形状を円周とするか線分とするかという空間境界条件の違いは、モデルの本質的な特性には影響を与えないことが明らかとなった。

両者の相違点としては、線分都市の方が大きい t に対して 1 極分布パターンが安定となっていることが挙げられる。これは、円周都市では都市の端部が存在しないのに対し、線分都市では、都市の境界が存在するので、立地点間の平等性がなく、中央の立地点が交通状況的に有利であり、より大きい企業交流便益を享受できることに起因していると考えられる。

8. おわりに

本研究では、FO モデルがポテンシャルゲームとして解釈可能であることを示し、線分都市で均衡解の安定性解析を行い、複数都心パターンが安定解として創発

³⁾ ポテンシャル評価方法は Osawa and Akamatsu³⁾ を参照のこと。図-7 では不完全統合パターンの数値計算はなされていない。円周都市では、任意の極数のポテンシャル関数を解析的に求めることができるものの、不完全統合パターンは BA/RA 境界を一意に決定することができず、計算が煩雑化するためである。

することを示した。さらに、1次元空間 FO モデルの立地パターンの特性は、空間境界条件によらず頑健性を持つことを、線分都市における解析を通して示した。

線分都市と円周都市は集積経済モデル分析の上で、よく用いられる空間設定である。ところが、両者の対応関係は明らかにされておらず、従来全く異なるものとして捉えられてきた。両者が類似した立地パターンの特性を示すことから、モデル内生的に生じる集積現象は、空間設定によらない一般性を持つものであると考えられる。

また、FO モデルで見られる集積・分散現象は、NEG モデル等の集積挙動と共通性が見られることが明らかとなった。本稿では、集積・分散現象が生じる原因を定性的に述べた。今後は、FO モデルの集積・分散メカニズムの理論的解明が必要である。

本研究では、線分都市という 1次元の仮想的な都市形状を想定した。より現実的な空間設定、具体的には 2次元空間での FO モデルの解析は今後の課題である。

そして、階層的な集積現象を説明する上で、本研究の成果は大きな意義がある。FO モデルは都市内の集積現象を説明するモデルである。都市間スケールを対象とした集積経済モデルと FO モデルを適切に組み合わせることによって、都市間・都市内という異なる空間スケールでの階層的集積メカニズムを説明することが可能であると予想され、今後の研究課題である。

付録 I 命題 1 の証明

4.(1) に示した最適化問題の KKT 条件が 2.(4) の均衡条件の相補性条件と等価であることを示す。式 (20) ~ (24) の最適化問題のラグランジュ関数を以下の様に定義する：

$$\begin{aligned}
 & L(\mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{R}, \mathbf{W}, z^*) \\
 & = -Z(\mathbf{m}, \mathbf{n}) + \sum_i R_i (S^H \cdot \sum_j n_{ij} + S^F \cdot m_i - \bar{S}) \\
 & \quad + \sum_j W_j (L \cdot m_j - \sum_i n_{ij}) + z^* (\sum_i \sum_j n_{ij} - N)
 \end{aligned} \tag{I.1}$$

$$\text{s.t. } n_{ij}, m_i, R_i, W_j, z^* \geq 0$$

ただし、 R_i, W_j, z^* はラグランジュ乗数である。このラグランジュ関数の 1 階条件は、

$$\begin{cases} n_{ij} \frac{\partial L}{\partial n_{ij}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial n_{ij}} \geq 0, n_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad \forall i, j \tag{I.2}$$

$$\begin{cases} m_i \frac{\partial L}{\partial m_i} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial m_i} \geq 0, m_i \geq 0 \end{cases} \quad \forall i \tag{I.3}$$

$$\begin{cases} R_i \cdot \left(\bar{S} - S^H \sum_j n_{ij} - S^F \cdot m_i \right) = 0 \\ \bar{S} - S^H \sum_j n_{ij} - S^F \cdot m_i \geq 0, R_i \geq 0 \end{cases} \quad \forall i \quad (\text{I.4})$$

$$\begin{cases} W_j \cdot \left(\sum_i n_{ij} - Lm_j \right) = 0 \\ \sum_i n_{ij} - Lm_j \geq 0, W_j \geq 0 \end{cases} \quad \forall j \quad (\text{I.5})$$

$$N - \sum_i \sum_j n_{ij} = 0 \quad (\text{I.6})$$

である。式 (I.4) は土地市場の均衡条件 (10), 式 (I.5) は労働市場の均衡条件 (11), 式 (I.6) は消費者の数量保存則 (13) と等価である。さらに,

$$\frac{\partial L}{\partial n_{ij}} = T_{ij} + R_i S^H - W_j + z^* \quad \forall i, j \quad (\text{I.7})$$

となるのである。式 (I.2) は, 消費者の立地選択の空間均衡条件 (8) と一致。次に,

$$\frac{\partial L}{\partial m_i} = - \sum_j D_{ij} m_j + R_i S^F - L W_i \quad \forall i, i \quad (\text{I.8})$$

である。長期均衡では $\Pi^* = 0$ となるので, 式 (I.3) は企業の立地選択の空間均衡条件 (9) と一致する。

付録 II 各均衡パターンに対応するポテンシャル関数

ポテンシャル式 (38),(39) は BA/RA 境界を用いて計算しやすい形に書き直せる。以下では, 企業のアクセシビリティに関する項 $Z^F(\tau)$ と消費者の総通勤費用 $Z^H(t)$ をそれぞれ求める。各均衡パターンのポテンシャル関数は $Z(\tau, t) = Z^F(\tau) - Z^H(t)$ で与えられることとなる。

すべての立地パターンに共通して, 企業・消費者分布関数は以下のように表される:

$$m(x) = \begin{cases} m_b = 1/S^F & x \in \mathcal{B} \\ m_r = 0 & x \in \mathcal{R} \\ m_m = 1/(S^F + LS^H) & x \in \mathcal{I} \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

$$n(x) = \begin{cases} n_b = 0 & x \in \mathcal{B} \\ n_r = 1/S^H & x \in \mathcal{R} \\ n_m = L/(S^F + LS^H) & x \in \mathcal{I} \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

ただし, $\int_S n(x, y) dy \equiv n(x)$ であり, $\mathcal{B}, \mathcal{R}, \mathcal{I}$ はそれぞれ BA, RA, IA となる立地点 x の集合である。この企業・消費者分布関数を用いれば, 式 (38),(39) を直接的に計算することにより, 各均衡解に対応するポテンシャル関数値を評価することが可能である。

(1) 完全統合パターン

企業間交流に関するポテンシャル:

$$Z^F(\tau) = \frac{m_m^2}{(\tau)^2} [\exp(-\tau S) + \tau S - 1]$$

消費者に関するポテンシャル項は, すべての消費者の通勤距離がゼロであるため $Z^H(t) = 0$ である。

(2) 不完全統合パターン

境界点の 1 つである b_0 を変数として b_1 を表現できる:

$$b_1 = \frac{L}{1+L} b_0 + \frac{M}{2m_b}$$

企業間交流に関するポテンシャル:

$$\begin{aligned} Z^F(\tau) &= \frac{2m_m^2}{(\tau)^2} \{ \tau b_0 - \exp[-\tau b_0] \sinh[\tau b_0] \} \\ &+ \frac{2m_b^2}{(\tau)^2} \{ \tau(b_1 - b_0) - \exp[-\tau b_1] (\sinh[\tau b_1] - \sinh[\tau b_0]) \} \\ &+ \frac{2m_b}{(\tau)^2} \{ (m_b - 2m_m) \sinh[\tau b_0] (\exp[-\tau b_1] - \exp[-\tau b_0]) \} \end{aligned}$$

消費者の勤務地 y を居住地 x の関数として表すと,

$$y(x) = \begin{cases} x & x \in (-b_1, b_1) \\ \frac{b_1 - b_0}{S/2 - b_1} (x - b_1) + b_0 & x \in [b_1, S/2] \\ \frac{b_1 - b_0}{S/2 - b_1} (x + b_1) - b_0 & x \in [-S/2, -b_1] \end{cases}$$

である。消費者に関するポテンシャル項は,

$$Z^H(t) = n_r (S/2 - b_1) (S/2 - b_0) t$$

となる。

(3) 1 極分布パターン

企業間交流に関するポテンシャル:

$$Z^F(\tau) = \frac{m_b^2}{(\tau)^2} [\exp(-b_0 \tau) + b_0 \tau - 1]$$

消費者の勤務地 y を居住地 x の関数として表すと,

$$y(x) = \begin{cases} \frac{b_0}{S/2 - b_0} (x - b_0) & x \in [b_0, S/2] \\ \frac{b_0}{S/2 - b_0} (x + b_0) & x \in [-S/2, -b_0] \\ x & \text{otherwise} \end{cases}$$

となる。消費者に関するポテンシャル項は,

$$Z^H(t) = n_r S/2 (S/2 - b_0) t$$

となる。

(4) 2J 極パターン

$J \in \mathbb{N}$ とする. 企業間交流に関するポテンシャル:

$$Z^F(\tau) = \frac{2m_b^2}{(\tau)^2} \left[\sum_{i=0}^{J-1} \left\{ \tau(b_{2i+1} - b_{2i}) + \sinh[\tau b_{2i}](\exp[-\tau b_{2i+1}] - \exp[-\tau b_{2i}]) - \exp[-\tau b_{2i+1}](\sinh[\tau b_{2i+1}] - \sinh[\tau b_{2i}]) \right\} - \sum_{i=1}^{J-1} \left\{ 2(\exp[-\tau b_{2i+1}] - \exp[-\tau b_{2i}]) \cdot \sum_{j=0}^{i-1} (\sinh[\tau b_{2j+1}] - \sinh[\tau b_{2j}]) \right\} \right] \quad (\text{II.3})$$

ただし, 2 極分布パターンのときには, 式 (II.3) から 4,5 行目の項を取り除いた関数となる. また,

$$\begin{cases} b_{2k,2k+1} = \frac{n_r}{Lm_b}(b_{2k} - b_{2k-1,2k}) + b_{2k} \\ b_{2k+1,2k+2} = \frac{Lm_b}{n_r}(b_{2k+1} - b_{2k,2k+1}) + b_{2k+1} \end{cases} \text{ where } k = 0, 1, \dots, J-1$$

とすると, 消費者の勤務地は以下のように与えられる:

$$y(x) = \begin{cases} \frac{b_{2k,2k+1} - b_{2k}}{b_{2k} - b_{2k-1,2k}}(x - b_{2k-1,2k}) + b_{2k} & x \in [b_{2k-1,2k}, b_{2k}] \\ \frac{b_{2k+1} - b_{2k,2k+1}}{b_{2k+1,2k+2} - b_{2k+1}}(x - b_{2k+1}) + b_{2k,2k+1} & x \in [b_{2k+1}, b_{2k+1,2k+2}] \end{cases} \text{ where } k = 0, 1, \dots, J-1$$

消費者の通勤行動に関するポテンシャルは,

$$Z^H(t) = tn_r \sum_{k=0}^{J-1} [(b_{2k} - b_{2k-1,2k})(b_{2k,2k+1} - b_{2k-1,2k}) + (b_{2k+1,2k+2} - b_{2k+1})(b_{2k+1,2k+2} - b_{2k,2k+1})]$$

と導出できる.

(5) 2J + 1 極パターン

$J \in \mathbb{N}$ とする. 企業間交流に関するポテンシャル:

$$Z^F(\tau) = \frac{2m_b^2}{(\tau)^2} \left[\sum_{i=1}^J \left\{ \tau(b_{2i} - b_{2i-1}) + (\sinh[\tau b_{2i-1}] - \sinh[\tau b_0])(\exp[-\tau b_{2i}] - \exp[-\tau b_{2i-1}]) - \exp[-\tau b_{2i}](\sinh[\tau b_{2i}] - \sinh[\tau b_{2i-1}]) - \sinh[\tau b_0](\exp[-\tau b_{2i}] - \exp[-\tau b_{2i-1}]) \right\} - \sum_{i=2}^J \left\{ 2[(\exp[-\tau b_{2i}] - \exp[-\tau b_{2i-1}]) \cdot \sum_{j=1}^{i-1} (\sinh[\tau b_{2j}] - \sinh[\tau b_{2j-1}])] \right\} + \tau b_0 - \exp[-\tau b_0] \sinh[\tau b_0] \right] \quad (\text{II.4})$$

ただし, 3 極分布パターンのときには, 式 (II.4) から 5,6 行目の項を取り除いた関数となる. また,

$$\begin{cases} b_{2k,2k+1} = \frac{Lm_b}{n_r}(b_{2k} - b_{2k-1,2k}) + b_{2k} \\ b_{2k+1,2k+2} = \frac{n_r}{Lm_b}(b_{2k+1} - b_{2k,2k+1}) + b_{2k+1} \end{cases} \text{ where } k = 0, 1, \dots, J-1$$

とすると, 消費者の勤務地は以下のように与えられる:

$$y(x) = \begin{cases} \frac{b_0}{b_{0,1} - b_0}(x - b_0) & x \in [b_0, b_{0,1}] \\ \frac{b_{2k-1,2k} - b_{2k-1}}{b_{2k-1} - b_{2k-2,2k-1}}(x - b_{2k-2,2k-1}) + b_{2k-1} & x \in [b_{2k-2,2k-1}, b_{2k-1}] \\ \frac{b_{2k} - b_{2k-1,2k}}{b_{2k,2k+1} - b_{2k}}(x - b_{2k}) + b_{2k-1,2k} & x \in [b_{2k}, b_{2k+1}] \end{cases} \text{ where } k = 1, 2, \dots, J$$

消費者の通勤行動に関するポテンシャルは,

$$Z^H(t) = tn_r [b_{0,1}(b_{0,1} - b_0) + \sum_{k=1}^J \{(b_{2k-1} - b_{2k-2,2k-1})(b_{2k-1,2k} - b_{2k-2,2k-1}) + (b_{2k,2k+1} - b_{2k})(b_{2k,2k+1} - b_{2k-1,2k})\}]$$

と導出できる.

参考文献

- 1) Fujita, M., Ogawa, H.: Multiple equilibria and structural transition of non-monocentric urban configurations, *Regional science and urban economics*, Vol. 12, No.2, pp. 161-196, 1982.
- 2) Fujita, M. and Thisse, J.-F., *Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Globalization (2nd Edition)*, Cambridge University Press, 2013.
- 3) Osawa, M., Akamatsu, T.: Stochastically stability analysis of a model of endogenous urban subcenter formation, 土木計画学研究・講演集 (CD-ROM), Vol.54, 2016.
- 4) Sandholm, W. H.: *Population games and evolutionary dynamics*, MIT press, 2010.
- 5) 池田清宏, 赤松隆, 河野達仁, 高山雄貴, 坂本賢二, Reza Sobhaninejad: 線分都市経済の人口集積メカニズムの分析, 土木学会論文集 D3(土木計画学), Vol.69, No.1, pp.53-63, 2013.
- 6) 赤松隆, 高山雄貴, 池田清宏, 菅澤晶子, 佐藤慎太郎: 1 次元多都市システムにおける人口集積パターンの創発メカニズム, 土木学会論文集 D, Vol. 66, No. 4, pp.442-460, 2010.
- 7) 高山雄貴, 赤松隆: 空間競争を考慮した Social Interaction モデルによる複数都心の創発, 土木学会論文集 D3(土木計画学), Vol.67, No.1, pp.1-20, 2011.

(2018. 4. 27 受付)

STOCHASTIC STABILITY ANALYSIS OF A MODEL OF POLYCENTRIC
URBAN CONFIGURATIONS: LINEAR CITY VS. CIRCULAR CITY

Shuhei YAMAGUCHI and Takashi AKAMATSU