# 不確実性下における複数主体の サプライチェーンネットワークの多期間最適化

大谷　篤嗣[1]・山田　忠史[2]

[1]学生会員　京都大学大学院修士課程　工学研究科都市社会工学専攻
（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）

E-mail: otani.atsushi.87m@st.kyoto-u.ac.jp

[2]正会員　京都大学准教授　経営管理大学院（同上）

E-mail: yamada.tadashi.2x@kyoto-u.ac.jp

本研究では，自然災害などを想定した不確実性下でのサプライチェーンネットワーク(SCN)に注目し，被災や復興など，動的な状態変化の確率過程を考慮した，SCN全体の多期間最適化モデルを提案する．製造業者，卸売業者，小売業者，消費市場，物流業者の分権的な意思決定や行動の相互作用を考慮した既存の記述型モデルを多期間モデルへと拡張し，状態遷移に関する不確実性をマルコフ連鎖を用いて確率的に考慮し，期待残差最小化(ERM)法を解法として用いることで，不確実性に対して最も頑健な多期間SCNを導出する．多期間最適化モデルと記述型モデルから得られる結果を比較することにより，多期間最適化モデルの基本的性能の妥当性を確認するとともに，費用のばらつきに関する数値計算を通じて，不確実性下での多期間 SCNの最適状態について基礎的考察を行う．

***Key Words :*** *multi-period supply chain network, uncertainty, optimization, expected residual minimization method, Markov chain*

## 1.　はじめに

サプライチェーンは，原材料の調達から，生産，消費に至るまでの，商品およびそれに関わる活動主体からなるネットワーク状の連鎖である．近年，サプライチェーンネットワーク(supply chain network: SCN)の効率的な形成や，災害などによるSCNへの影響を低減させることが，企業の重要な戦略となっている．それゆえ，SCN 上で生じる現象全体を記述的に表現すること，すなわち，商品の流動や活動主体の行動などをSCN全体を見渡して俯瞰的に把握することが，行政側の物資流動発生メカニズムの把握や物流施策の効果の計量ならびに予測，および，企業側の施策理解につながる．SCN 上の複数主体の階層的で分権的な意思決定や，主体間の行動の相互作用を考慮して，SCN 上で生じる現象を「記述」する方法論に，サプライチェーンネットワーク均衡(supply chain network equilibrium: SCNE)モデル（例えば，文献 1)）がある．SCN 上には，輸送時間，原材料調達，商品需要など，多数の不確実な要因が存在する．不確実性を考慮した SCNE モデルについては，商品需要の不確実性を考慮したモデルなどが開発されている [2)-5)].

一方，青島・山田 [6)]は，SCNE を基にして，不確実性下における複数企業からなるSCN全体を「最適化」するモデルを提案している．このモデルは，既存の不確実性下でのSCN最適化の研究（例えば，文献7),8)）のような，個々の企業や企業体のSCNに関する研究と異なり，不確実性下での複数企業（もしくは，複数の企業体）からなるSCN全体を最適化している．不確実性に対して最も頑健な SCN が，期待残差最小化法 [9)](ERM法：expected residual minimization method)を用いて求解されている．しかし，このモデルでは，不確実性に対する状態変化が，一つの確率分布で考慮されている．それゆえ，例えば，地震における「平常→被災→復興」のような，将来的にSCN上の各主体が置かれている状況が変化するような，不確実で動的な状態変化を明示的に考慮することはできない．

地震などの自然災害は，輸送時間や原材料調達などを大きく変動させる可能性がある．東日本大震災に関する調査 [10)]からも，震災によって，原材料調達が困難

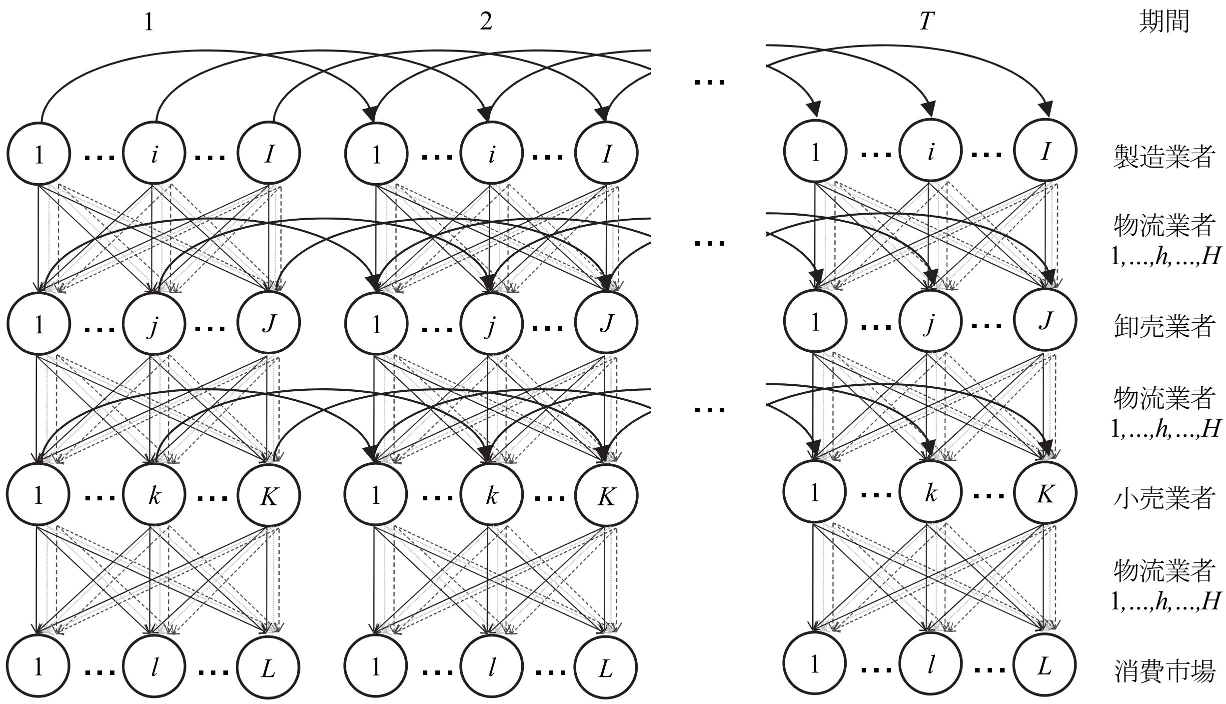


**図-1**　モデル化の対象とする SCN

になり，SCN 全体の機能が低下することが判明しており，SCN 全体を頑健に設計することが求められている．

そこで，本研究では，青島・山田 [6]のモデルを多期間モデルへと，さらには，自然災害など，不確実で動的な状態変化を考慮できるよう拡張する．その際，多期間SCNEモデル（例えば，文献11））を援用するが，既存の多期間 SCNE モデルは，最適化モデルではなく記述モデルであり，不確実性も捨象されている．また，本研究では，自然災害のような，将来的で動的な状態遷移に関する不確実性を，マルコフ連鎖 [12]を用いて，確率的に表現する．すなわち，本研究では，不確実で動的な状態変化がもたらす各種費用のばらつきに対して，SCN 全体が最も頑健であるような最適状態を算定するモデル，すなわち，不確実性下での SCN の多期間最適化モデルを提案する．SCN 全体の最も頑健な状態を把握することは，安定的な商品供給や，堅牢な SCN 形成に寄与する輸送基盤整備などを検討する際の一助となるものと考えられる．

構築した最適化モデルと，記述型の既存の確定論的な SCNE モデル（以下，従来モデルと称する）を，不確実性に対する頑健性の観点から比較することにより，構築したモデルの基本性能を確認するとともに，生産費用のばらつきに対する数値計算を通じて，不確実性下での SCN の最適状態について基礎的考察を行う．

## 2.　不確実性下での多期間SCNE

**図-1** のように，寡占的で単一の流通段階を有する多期間 SCN を仮定し，5 主体（製造業者，卸売業者，小売業者，消費市場，物流業者）の意思決定を，既存の SCNE モデル [13]に基づいて記述する．このとき，SCN 上には $I$ 個の製造業者，$J$ 個の卸売業者，$K$ 個の小売業者，$L$ 個の消費市場および $H$ 個の物流業者が存在すると仮定する．本研究では，SCN の動的な状態変化を取り扱う．各主体は，各離散期間 $t$ の状態を考慮して，計画期間全体，すなわち，期間 $T$ に渡って意思決定を行うとする．このことは，山田ら [13]のモデルを多期間化することで表現できる．また，各主体は，各期間ごとに $M$ 種類の離散的な状態（例えば，平常，被災，復興）のうちいずれか 1 つの状態下に置かれるとする．計画期間内において，ある期間から次の期間に移行する際，状態の遷移は確定的ではなく，確率的であると仮定する．本研究では，状態が遷移する確率をマルコフ連鎖で表現する．状態が不確実であるので，各主体の費用も確定的には定まらない．

以下に，各主体の行動を定式化する．式中の“＊”は均衡解を意味する．

### (1) 各主体の行動の定式化

#### a)製造業者の行動

製造業者の行動は，計画期間全体での利潤最大化を目的関数として，以下のように表される．

$$\underset{Q^1,\widetilde{Q}^1,O^1}{\mathrm{Max}} \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}\rho_{tij}^{1*}\sum_{h=1}^{H}q_{thij} - \sum_{t=1}^{T} f_{ti}(\widetilde{Q}_t^1,\omega_t^{f_{ti}})$$
$$-\sum_{t=1}^{T} g_{ti}(\widetilde{Q}_t^1,O_{t-1}^1,\omega_t^{g_{ti}}) - \sum_{t=1}^{T} s_{ti}(O_t^1,\omega_t^{s_{ti}})$$

$$
-\sum_{t=1}^{T} g_{ti}(\widetilde{Q}_t^1, O_{t-1}^1, \omega_t^{g_{ti}}) - \sum_{t=1}^{T} s_{ti}(O_t^1, \omega_t^{s_{ti}})
$$
$$
-\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J} c_{tij}(Q_t^1, \omega_t^{c_{tij}}) - \sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} \rho_{thij}^{5*} q_{thij} \tag{1}
$$

subject to
$$
o_{(t-1)i} + \widetilde{q}_{ti} \ge \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} q_{thij} + o_{ti} \ \forall t \tag{2}
$$
$$
0 \le \widetilde{q}_{ti} \le \pi_{ti} \ \forall t \tag{3}
$$
$$
q_{thij} \ge 0 \quad \forall t, h, j,\ \ o_{ti} \ge 0 \ \forall t \tag{4}
$$

ここに，

$\rho_{tij}^1$ ：期間 $t$ での製造業者 $i$ から卸売業者 $j$ への販売価格

$q_{thij}$ ：期間 $t$ での $ij$ 間における物流業者 $h$ の輸送量

$\widetilde{q}_{ti}$ ：期間 $t$ での製造業者 $i$ の生産量

$o_{ti}$ ：期間 $t$ から期間 $t+1$ に製造業者 $i$ が持ち越す在庫量

$Q_t^1$ ：$q_{thij}$ を要素とする $HIJ$ 次元ベクトル

$Q^1$ ：$Q_t^1$ を要素とする $THIJ$ 次元ベクトル

$\widetilde{Q}_t^1$ ：$\widetilde{q}_{ti}$ を要素とする $I$ 次元ベクトル

$\widetilde{Q}^1$ ：$\widetilde{Q}_t^1$ を要素とする $TI$ 次元ベクトル

$O_t^1$ ：$o_{ti}$ を要素とする $I$ 次元ベクトル

$O^1$ ：$O_t^1$ を要素とする $TI$ 次元ベクトル

$\omega_t^{f_{ti}}$ ：生産費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{g_{ti}}$ ：施設費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{c_{tij}}$ ：取引費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{s_{ti}}$ ：在庫費用のばらつきを表す離散確率変数

$f_{ti}(\bullet)$ ：期間 $t$ での製造業者 $i$ の生産費用関数

$g_{ti}(\bullet)$ ：期間 $t$ での製造業者 $i$ の施設費用関数

$s_{ti}(\bullet)$ ：期間 $t$ での製造業者 $i$ の在庫費用関数

$c_{tij}(\bullet)$ ：期間 $t$ での製造業者 $i$ と卸売業者 $j$ の取引費用関数

$\rho_{thij}^5$ ：期間 $t$ での $ij$ 間の輸送における物流業者 $h$ の運賃

$\pi_{ti}$ ：期間 $t$ での製造業者 $i$ の生産容量

生産費用には材料の調達や設備費等が含まれる．取引費用には運賃以外の取引に関する費用が，施設費用には土地代や維持管理費が，それぞれ含まれる．在庫費用については，保管費用を含み，保管を開始する期間において費用が計上されるものとする．

式(2)は，任意の期間 $t$ における生産，在庫，取引の関係を表したもので，直前の期間から引き継いだ在庫量と当該期間の生産量の和は，当該期間の取引量と次期間に持ち越す在庫量の和よりも大きいことを表している．式(3)は，どの期間においても，生産量が生産容量を超過しないことを表現している．

生産費用関数，施設費用関数，取引費用関数，在庫費用関数が連続かつ凸であり，すべての製造業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $(Q^{1*}, O^{1*}, \widetilde{Q}^{1*}, \lambda^*, \mu^*) \in R_+^{THIJ+4TI}$ を求める問題と等価である．

$$
\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial c_{tij}(Q_t^{1*}, \omega^{c_{tij}})}{\partial q_{thij}} + \rho_{thij}^{5*} - \rho_{tij}^{1*} + \lambda_{ti}^*\right] \\
&\times\left[q_{thij} - q_{thij}^*\right] + \sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{I}\left[\frac{\partial g_{(t+1)i}(\widetilde{Q}_{t+1}^{1*}, O_t^{1*}, \omega^{g_{(t+1)i}})}{\partial o_{ti}}\right. \\
&\left. + \frac{\partial s_{ti}(O_t^{1*}, \omega^{s_{ti}})}{\partial o_{ti}} + \lambda_{ti}^* - \lambda_{(t+1)i}^*\right] \times \left[o_{ti} - o_{ti}^*\right] \\
&+ \sum_{i=1}^{I}\left[\frac{\partial s_{Ti}(O_T^{1*}, \omega^{s_{ti}})}{\partial o_{Ti}} + \lambda_{Ti}^*\right] \times \left[o_{Ti} - o_{Ti}^*\right] \\
&+ \sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{I}\left[\frac{\partial f_{ti}(\widetilde{Q}_t^{1*}, \omega^{f_{ti}})}{\partial \widetilde{q}_{ti}} + \frac{\partial g_{ti}(\widetilde{Q}_t^{1*}, O_{t-1}^{1*}, \omega^{g_{ti}})}{\partial \widetilde{q}_{ti}}\right. \\
&\left. + \mu_{ti}^* - \lambda_{ti}^*\right] \times \left[\widetilde{q}_{ti} - \widetilde{q}_{ti}^*\right] + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\left[o_{(t-1)i}^* + \widetilde{q}_{ti}^*\right. \\
&\left. - \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} q_{thij}^* - o_{ti}^*\right] \times \left[\lambda_{ti} - \lambda_{ti}^*\right] \\
&+ \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\left[\pi_{ti} - \widetilde{q}_{ti}^*\right] \times \left[\mu_{ti} - \mu_{ti}^*\right] \ge 0
\end{aligned} \tag{5}
$$
$$
\forall (Q^1, O^1, \widetilde{Q}^1, \lambda, \mu) \in R_+^{THIJ+4TI}
$$

式(5)中の $\lambda_{ti}$ は式(2)のラグランジェ乗数であり，$\lambda$ は $\lambda_{ti}$ を要素とする $TI$ 次元ベクトルである，また，$\mu_{ti}$ は式(3)のラグランジェ乗数であり，$\mu$ は $\mu_{ti}$ を要素とする $TI$ 次元ベクトルである．さらに，$\lambda_t, \mu_t$ をいずれも $I$ 次元ベクトルとし，$\lambda_t$ は $\lambda_{ti}$ を要素とし，$\mu_t$ は $\mu_{ti}$ を要素としているとする．

式(5)の左辺第 1 項の乗算記号前の角括弧内の関数を $F_{thij}^1$，第 2 項と第 3 項の乗算記号前の角括弧内の関数を $F_{ti}^1$，第4項から第6項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ $F_{ti}^{1'}, F_{ti}^{1''}, F_{ti}^{1'''}$ と表し，ベクトル値関数 $F_t^1 = (F_{thij}^1, F_{ti}^1, F_{ti}^{1'}, F_{ti}^{1''}, F_{ti}^{1'''})_{h=1\cdots H, i=1\cdots I, j=1\cdots J}$ を定義する．また，$X_t^1 = (Q_t^1, O_t^1, \widetilde{Q}_t^1, \lambda_t, \mu_t)$, $\omega_t^1 = (\omega_t^{f_{ti}}, \omega_t^{g_{ti}}, \omega_t^{c_{tij}}, \omega_t^{s_{ti}})$, $X^1 = (X_1^1, \ldots, X_t^1, \ldots, X_T^1)$ とする．このとき，式(5)は，以下の空間，

$$
K^1 \equiv \left\{ (Q^1, O^1, \widetilde{Q}^1, \lambda, \mu) \middle| (Q^1, O^1, \widetilde{Q}^1, \lambda, \mu) \in R_+^{THIJ+4TI} \right\} \tag{6}
$$

において，

$$
\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^1(X_t^{1*}, \omega_t^1) \times [X_t^1 - X_t^{1*}]\right) \ge 0, \quad \forall X^1 \in K^1 \tag{7}
$$

を満たすような点 $X^{1*} \in K^1$ を求める問題となる．

**b)卸売業者の行動**

卸売業者 $j$ の行動も，計画期間全体での利潤最大化を目的関数として，以下のように定式化できる．

$$
\underset{Q^1, Q^2, O^2}{\text{Max}} \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K} \rho_{tjk}^{2*} \sum_{h=1}^{H} q_{thjk} - \sum_{t=1}^{T} c_{tj}(Q_t^1, \omega_t^{c_{tj}})
$$
$$
-\sum_{t=1}^{T} g_{tj}(Q_t^1, O_{t-1}^2, \omega_t^{g_{tj}}) - \sum_{t=1}^{T} s_{tj}(O_t^2, \omega_t^{s_{tj}})
$$
$$
-\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K} c_{tjk}(Q_t^2, \omega_t^{c_{tjk}}) - \sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} \rho_{thjk}^{6*} q_{thjk}
$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\rho_{tij}^{1*}\sum_{h=1}^{H}q_{thij} \tag{8}$$

$$\text{subject to}\quad o_{(t-1)j}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}q_{thij}\ge\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thjk}+o_{tj}\ \forall t \tag{9}$$

$$q_{thij}\ge 0\ \forall t,h,i\quad q_{thjk}\ge 0\ \forall t,h,k\quad o_{tj}\ge 0\ \forall t \tag{10}$$

ここに,

$\rho_{tjk}^{2}$ ：期間 $t$ での卸売業者 $j$ から小売業者 $k$ への販売価格

$q_{thjk}$ ：期間 $t$ での $jk$ 間における物流業者 $h$ の輸送量

$o_{tj}$ ：期間 $t$ から期間 $t+1$ に卸売業者 $j$ が持ち越す在庫量

$Q_t^2$ ： $q_{thjk}$ を要素とする $HJK$ 次元ベクトル

$Q^2$ ： $Q_t^2$ を要素とする $THJK$ 次元ベクトル

$O_t^2$ ： $o_{tj}$ を要素とする $J$ 次元ベクトル

$O^2$ ： $O_t^2$ を要素とする $TJ$ 次元ベクトル

$\omega_t^{c_{tj}}$ ：保管費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{g_{tj}}$ ：施設費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{s_{tj}}$ ：在庫費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{c_{tjk}}$ ：取引費用のばらつきを表す離散確率変数

$c_{tj}(\bullet)$ ：期間 $t$ での卸売業者 $j$ の保管費用関数

$g_{tj}(\bullet)$ ：期間 $t$ での卸売業者 $j$ の施設費用関数

$s_{tj}(\bullet)$ ：期間 $t$ での卸売業者 $j$ の在庫費用関数

$c_{tjk}(\bullet)$ ：期間 $t$ での卸売業者 $j$ と小売業者 $k$ の取引費用関数

$\rho_{thjk}^{6}$ ：期間 $t$ での $jk$ 間の輸送における物流業者 $h$ の運賃

保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数，在庫費用関数が連続かつ凸であり，すべての卸売業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $(Q^{1*},Q^{2*},O^{2*},\gamma^*)\in R_+^{THIJ+THJK+2TJ}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial c_{tj}(Q_t^{1*},\omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thij}}+\frac{\partial g_{tj}(Q_t^{1*},O_{t-1}^{2*},\omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thij}}\right.\\
&\left.+\rho_{tij}^{1*}-\gamma_{tj}^{*}\right]\times\left[q_{thij}-q_{thij}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{\partial c_{tjk}(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tjk}})}{\partial q_{thjk}}+\rho_{thjk}^{6*}-\rho_{tjk}^{2*}+\gamma_{tj}^{*}\right]\\
&\times\left[q_{thjk}-q_{thjk}^{*}\right]+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial g_{(t+1)j}(Q_{t+1}^{1*},O_t^{2*},\omega_{t+1}^{g_{(t+1)j}})}{\partial o_{tj}}\right.\\
&\left.+\frac{\partial s_{tj}(O_t^{2*},\omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tj}}+\gamma_{tj}^{*}-\gamma_{(t+1)j}^{*}\right]\times\left[o_{tj}-o_{tj}^{*}\right]\\
&+\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial s_{Tj}(O_T^{2*},\omega_T^{s_{Tj}})}{\partial o_{Tj}}+\gamma_{Tj}^{*}\right]\times\left[o_{Tj}-o_{Tj}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}\left[o_{(t-1)j}^{*}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}q_{thij}^{*}-\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thjk}^{*}-o_{tj}^{*}\right]\\
&\times\left[\gamma_{tj}-\gamma_{tj}^{*}\right]\ge 0\qquad\forall(Q^1,Q^2,O^2,\gamma)\in R_+^{THIJ+THJK+2TJ}
\end{aligned} \tag{11}$$

式(11)中の $\gamma_{tj}$ は式(9)についてのラグランジェ乗数であり， $\gamma$ は $\gamma_{tj}$ を要素とする $TJ$ 次元ベクトルである．さらに， $\gamma_t$ を $\gamma_{tj}$ を要素とする $J$ 次元ベクトルとする．

式(11)の左辺第 1 項から第 2 項までのの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ $F_{thij}^2$ ， $F_{thjk}^2$ とし，第 3 項と第 4 項の乗算記号前の角括弧内の関数を $F_{tj}^2$ ，第 5 項の乗算記号前の角括弧内の関数を $F_{tj}^{2'}$ と表し， $F_t^2=(F_{thij}^2,F_{thjk}^2,F_{tj}^2,F_{tj}^{2'})_{h=1\cdots H,i=1\cdots I,j=1\cdots J,k=1\cdots K}$ と表されるベクトル値関数を定義する．また， $X_t^2=(Q_t^1,Q_t^2,O_t^2,\gamma_t),\ \omega_t^2=(\omega_t^{c_{tj}},\omega_t^{g_{tj}},\omega_t^{s_{tj}},\omega_t^{c_{tjk}}),\ X^2=(X_1^2,\ldots,X_t^2,\ldots,X_T^2)$ とする．このとき，式(11)は，以下の空間,

$$K^2\equiv\left\{(Q^1,Q^2,O^2,\gamma)\middle|(Q^1,Q^2,O^2,\gamma)\in R_+^{THIJ+THJK+2TJ}\right\} \tag{12}$$

において,

$$\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^{2}(X_t^{2*},\omega_t^2)\times[X_t^2-X_t^{2*}]\right)\ge 0,\quad\forall X^2\in K^2 \tag{13}$$

を満たすような点 $X^{2*}\in K^2$ を求める問題となる．

**c)小売業者の行動**

小売業者 $k$ の行動は，卸売業者と同様に，以下のように定式化できる．

$$\begin{aligned}
\max_{Q^2,Q^3,O^3}\ &\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\rho_{tkl}^{3*}\sum_{h=1}^{H}q_{thkl}-\sum_{t=1}^{T}c_{tk}\left(Q_t^2,\omega_t^{c_{tk}}\right)\\
&-\sum_{t=1}^{T}g_{tk}\left(Q_t^2,O_{t-1}^3,\omega_t^{g_{tk}}\right)-\sum_{t=1}^{T}s_{tk}\left(O_t^3,\omega_t^{s_{tk}}\right)\\
&-\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}c_{tkl}\left(Q_t^3,\omega_t^{c_{tkl}}\right)-\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}\rho_{thkl}^{7*}q_{thkl}\\
&-\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}\rho_{tjk}^{2*}\sum_{h=1}^{H}q_{thjk}
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\text{subject to}\quad o_{(t-1)k}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thjk}\ge\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}q_{thkl}+o_{tk}\ \forall t \tag{15}$$

$$q_{thjk}\ge 0\ \forall t,h,j\quad q_{thkl}\ge 0\ \forall t,h,l\quad o_{tk}\ge 0\ \forall t \tag{16}$$

ここに,

$\rho_{tkl}^{3}$ ：期間 $t$ での小売業者 $k$ から消費市場 $l$ への販売価格

$q_{thkl}$ ：期間 $t$ での $kl$ 間における物流業者 $h$ の輸送量

$o_{tk}$ ：期間 $t$ から期間 $t+1$ に小売市場 $k$ が持ち越す在庫量

$Q_t^3$ ： $q_{thkl}$ を要素とする $HKL$ 次元ベクトル

$Q^3$ ： $Q_t^3$ を要素とする $THKL$ 次元ベクトル

$O_t^3$ ： $o_{tj}$ を要素とする $J$ 次元ベクトル

$O^3$ ： $O_t^3$ を要素とする $TJ$ 次元ベクトル

$\omega_t^{c_{tk}}$ ：保管費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{g_{tk}}$ ：施設費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{s_{tk}}$ ：在庫費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{c_{tkl}}$ ：取引費用のばらつきを表す離散確率変数

$c_{tk}(\bullet)$ ：期間 $t$ での小売業者 $k$ の保管費用関数

$g_{tk}(\bullet)$ ：期間 $t$ での小売業者 $k$ の施設費用関数

$s_{tk}(\bullet)$ ：期間 $t$ での小売業者 $k$ の在庫費用関数

$c_{tkl}(\bullet)$ ：期間 $t$ での小売業者 $k$ と消費市場 $l$ の取引費用関数

$\rho^{7}_{thkl}$ ：期間 $t$ での $kl$ 間の輸送における物流事業者 $h$ の運賃

保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数，在庫費用関数が連続かつ凸であり，すべての小売業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $(Q^{2*},Q^{3*},O^{3*},\delta^{*})\in R_{+}^{THJK+THKL+2TK}$ を求める問題と等価である．

$$
\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{\partial c_{tk}(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thjk}}+\frac{\partial g_{tk}(Q_t^{2*},O_{t-1}^{3*},\omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thjk}}\right.\\
&\left.+\rho_{tjk}^{2*}-\delta_{tk}^{*}\right]\times\left[q_{thjk}-q_{thjk}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[\frac{\partial c_{tkl}(Q_t^{3},\omega_t^{c_{tkl}})}{\partial q_{thkl}}+\rho_{thjk}^{7*}-\rho_{tkl}^{3*}+\delta_{tk}^{*}\right]\\
&\times\left[q_{thkl}-q_{thkl}^{*}\right]+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{\partial g_{(t+1)k}(Q_{t+1}^{2*},O_t^{3*},\omega_{t+1}^{g_{(t+1)j}})}{\partial o_{tk}}\right.\\
&\left.+\frac{\partial s_{tk}(O_t^{3*},\omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tk}}+\delta_{tk}^{*}-\delta_{(t+1)k}^{*}\right]\times\left[o_{tk}-o_{tk}^{*}\right]\\
&+\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial s_{Tk}(O_T^{3*},\omega_T^{s_{Tk}})}{\partial o_{Tk}}+\delta_{Tk}^{*}\right]\times\left[o_{Tk}-o_{Tk}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\left[o_{(t-1)k}^{*}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thjk}^{*}-\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}q_{thkl}^{*}-o_{tk}^{*}\right]\\
&\times\left[\delta_{tk}-\delta_{tk}^{*}\right]\geq 0\;\forall(Q^{2},Q^{3},O^{3},\delta)\in R_{+}^{THJK+THKL+2TK}
\end{aligned}
\tag{17}
$$

$\delta_{tk}$は式(15)についてのラグランジェ乗数であり，$\delta$は$\delta_{tk}$を要素とする$TK$次元ベクトルである．さらに，$\delta_{t}$は$\delta_{tk}$を要素とする$K$次元ベクトルとする．

式(17)の左辺第 1 項から第 2 項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ,$F^{3}_{thjk},F^{3}_{thkl}$ と表し，第 3 項から第 4 項までの乗算記号前の角括弧内の関数 $F^{3}_{tk}$，第 5 項の乗算記号前の角括弧内の関数を $F^{3'}_{tk}$ と表し，$F_t^{3}=(F^{3}_{thjk},F^{3}_{thkl},F^{3}_{tk},F^{3'}_{tk})_{h=1\cdots H,j=1\cdots J,k=1\cdots K,l=1\cdots L}$ と表されるベクトル値関数を定義する．また，$X_t^{3}=(Q_t^{2},Q_t^{3},O_t^{3},\delta_t)$，$\omega_t^{3}=(\omega_t^{c_{tk}},\omega_t^{g_{tk}},\omega_t^{c_{tkl}})$，$X^{3}=(X_1^{3},\ldots,X_t^{3},\ldots,X_T^{3})$ とする．このとき，式(17)は以下の空間,

$$K^{3}\equiv\left\{(Q^{2},Q^{3},O^{3},\delta)\middle|(Q^{2},Q^{3},O^{3},\delta)\in R_{+}^{THJK+THKL+2TK}\right\} \tag{18}$$

において,

$$\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^{3}(X_t^{3*},\omega_t^{3})\times[X_t^{3}-X_t^{3*}]\right)\geq 0,\quad\forall X^{3}\in K^{3} \tag{19}$$

を満たすような点 $X^{3*}\in K^{3}$ を求める問題となる．

### d)消費市場の均衡条件

需要関数が連続であるとし，消費市場 $l$ では以下の均衡条件が成立すると仮定する．

$$\rho_{tkl}^{3*}\begin{cases}=\rho_{tl}^{4*} & \text{if } q_{thkl}>0\\ \geq\rho_{tl}^{4*} & \text{if } q_{thkl}=0\end{cases} \tag{20}$$

$$d_{tl}\left(\rho^{4*},\omega_t^{d_{tl}}\right)\begin{cases}=\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^{*} & \text{if } \rho_{tl}^{4*}>0\\ \geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^{*} & \text{if } \rho_{tl}^{4*}=0\end{cases} \tag{21}$$

ここに,

$\rho^{4}_{tl}$ ：期間 $t$ での消費市場 $l$ での市場価格

$\rho^{4}_{t}$ ：$\rho^{4}_{tl}$ を要素とする $L$ 次元ベクトル

$\rho^{4}$ ：$\rho^{4}_{t}$ を要素とする $TL$ 次元ベクトル

$\omega_t^{d_{tl}}$ ：消費需要のばらつきを表す離散確率変数

$d_{tl}(\bullet)$ ：期間 $t$ での消費市場 $l$ の需要関数

均衡状態において，式(20)と式(21)は，全ての消費市場について満足される必要があり，これらの均衡条件は，以下の変分不等式を満たす $(Q^{3*},\rho^{4*})\in R_{+}^{THKL+TL}$ を求めることに等しい．

$$
\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[\rho_{tkl}^{3*}-\rho_{tl}^{4*}\right]\times\left[q_{thkl}-q_{thkl}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^{*}-d_{tl}\left(\rho^{4*},\omega_t^{d_{tl}}\right)\right]\\
&\times\left[\rho_{tl}^{4}-\rho_{tl}^{4*}\right]\geq 0\;\forall(Q^{3},\rho^{4})\in R_{+}^{THKL+TL}
\end{aligned}
\tag{22}
$$

式(22)の左辺第 1 項から第 2 項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ，$F^{4}_{thkl},F^{4}_{tl}$ と表し，$F_t^{4}=(F^{4}_{thkl},F^{4}_{tl})_{h=1\cdots H,k=1\cdots K,l=1\cdots L}$ と表されるベクトル値関数とする．また，$X_t^{4}=(Q_t^{3},\rho_t^{4})$, $\omega_t^{4}=\omega_t^{d_{tl}}$, $X^{4}=(X_1^{4},\ldots,X_t^{4},\ldots,X_T^{4})$ とする．このとき，式(22)は，以下の空間,

$$K^{4}\equiv\left\{(Q^{3},\rho^{4})\middle|(Q^{3},\rho^{4})\in R_{+}^{HKL+L}\right\} \tag{23}$$

において,

$$\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^{4}(X_t^{4*},\omega_t^{4})\times[X_t^{4}-X_t^{4*}]\right)\geq 0,\quad\forall X^{4}\in K^{4} \tag{24}$$

を満たすような点 $X^{4*}\in K^{4}$ を求める問題となる．

### e)物流業者の行動

物流業者 $h$ の行動は，計画期間全体での利潤最大化のもと，以下のように定式化できる．

$$
\begin{aligned}
\max_{Q^{1},Q^{2},Q^{3}}\;&\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\rho_{thij}^{5*}q_{thij}+\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\rho_{thjk}^{6*}q_{thjk}\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\rho_{thkl}^{7*}q_{thkl}-\sum_{t=1}^{T}g_{th}(Q_t^{1},Q_t^{2},Q_t^{3},\omega_t^{g_{th}})\\
&-\sum_{t=1}^{T}w_{th}(Q_t^{1},Q_t^{2},Q_t^{3},\omega_t^{w_{th}})
\end{aligned}
\tag{25}
$$

subject to

$$
\begin{aligned}
&q_{thij}\geq 0\;\forall t,i,j,\quad q_{thjk}\geq 0\;\forall t,j,k,\\
&q_{thkl}\geq 0\;\forall t,k,l
\end{aligned}
\tag{26}
$$

ここに,

$\omega_t^{g_{th}}$ ：施設費用のばらつきを表す離散確率変数

$\omega_t^{w_{th}}$　：運行費用のばらつきを表す離散確率変数
$g_{th}(\bullet)$ ：期間 $t$ での物流業者 $h$ の施設費用
$w_{th}(\bullet)$ ：期間 $t$ での物流業者 $h$ の運行費用

施設費用は，土地代や整備・維持管理などに要する費用である．運行費用は，輸送手段の運行に要する費用であり，輸送手段の固定費用も含まれる．

施設費用関数と運行費用関数が連続かつ凸であり，すべての物流業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}) \in R_+^{THIJ+THJK+THKL}$ を求める問題と等価である．

$$
\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thij}}\right.\\
&\left.+\frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thij}}-\rho_{thij}^{5*}\right]\times\left[q_{thij}-q_{thij}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thjk}}\right.\\
&\left.+\frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thjk}}-\rho_{thjk}^{6*}\right]\times\left[q_{thjk}-q_{thjk}^{*}\right] \qquad (27)\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thkl}}\right.\\
&\left.+\frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thkl}}-\rho_{thkl}^{7*}\right]\times\left[q_{thkl}-q_{thkl}^{*}\right]\\
&\geq 0 \qquad \forall(Q^1,Q^2,Q^3)\in R_+^{THIJ+THJK+THKL}
\end{aligned}
$$

式(27)の左辺第 1 項から第 3 項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ，$F_{thij}^5, F_{thjk}^5, F_{thkl}^5$ と表し，$F_t^5=(F_{thij}^5,F_{thjk}^5,F_{thkl}^5)_{h=1\cdots H, i=1\cdots I, j=1\cdots J, k=1\cdots K, l=1\cdots L}$ と表されるベクトル値関数を定義する．また $X_t^5 = (Q_t^1, Q_t^2, Q_t^3)$, $\omega_t^5=(\omega_t^{g_{th}},\omega_t^{w_{th}})$, $X^5=(X_1^5,\ldots,X_t^5,\ldots,X_T^5)$ とする．このとき，式(27)は以下の空間，

$$K^5 \equiv \left\{(Q^1,Q^2,Q^3)\,\middle|\,(Q^1,Q^2,Q^3)\in R_+^{THIJ+THJK+THKL}\right\} \qquad (28)$$

において，

$$\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^5(X_t^{5*},\omega_t^5)\times[X_t^5-X_t^{5*}]\right)\geq 0, \quad \forall X^5\in K^5 \qquad (29)$$

を満たすような点 $X^{5*}\in K^5$ を求める問題となる．

### (2) SCN 全体の均衡条件

均衡状態においては，各主体の最適性条件，および，消費市場の均衡条件が同時に満たされる．変分不等式における和と各成分との関係 [14),15)] を考慮すれば，SCN 全体の均衡条件は，最適性条件と均衡条件の和，つまり，式(5),(11),(17),(22),(27)の和で表され，以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial c_{tij}(Q_t^{1*},\omega_t^{c_{tij}})}{\partial q_{thij}}+\frac{\partial c_{tj}(Q_t^{1*},\omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thij}}\right.\\
&+\frac{\partial g_{tj}(Q_t^{1*},O_{t-1}^{2*},\omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thij}}+\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thij}}\\
&\left.+\frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thij}}+\lambda_{ti}^{*}-\gamma_{tj}^{*}\right]\times\left[q_{thij}-q_{thij}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{\partial c_{tjk}(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tjk}})}{\partial q_{thjk}}+\frac{\partial c_{tk}(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thjk}}\right.\\
&+\frac{\partial g_{tk}(Q_t^{2*},O_{t-1}^{3*},\omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thjk}}+\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thjk}}\\
&\left.+\frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thjk}}+\gamma_{tj}^{*}-\delta_{tk}^{*}\right]\times\left[q_{thjk}-q_{thjk}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[\frac{\partial c_{tkl}(Q_t^{3},\omega_t^{c_{tkl}})}{\partial q_{thkl}}\right.\\
&+\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thkl}}+\frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thkl}}\\
&\left.+\delta_{tk}^{*}-\rho_{tl}^{4*}\right]\times\left[q_{thkl}-q_{thkl}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{I}\left[\frac{\partial g_{(t+1)}(\widetilde{Q}_{t+1}^{1*},O_t^{1*},\omega_{t+1}^{g_{(t+1)i}})}{\partial o_{ti}}+\frac{\partial s_{ti}(O_t^{1*},\omega_t^{s_{ti}})}{\partial o_{ti}}\right.\\
&\left.+\lambda_{ti}^{*}-\lambda_{(t+1)i}^{*}\right]\times\left[o_{ti}-o_{ti}^{*}\right]\\
&+\sum_{i=1}^{I}\left[\frac{\partial s_{Ti}(O_T^{1*},\omega_t^{s_{Ti}})}{\partial o_{Ti}}+\lambda_{Ti}^{*}\right]\times\left[o_{Ti}-o_{Ti}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial g_{(t+1)j}(Q_{t+1}^{1*},O_t^{2*},\omega_{t+1}^{g_{(t+1)j}})}{\partial o_{tj}}+\frac{\partial s_{tj}(O_t^{2*},\omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tj}}\right.\\
&\left.+\gamma_{tj}^{*}-\gamma_{(t+1)j}^{*}\right]\times\left[o_{tj}-o_{tj}^{*}\right]\\
&+\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial s_{Tj}(O_T^{2*},\omega_T^{s_{Tj}})}{\partial o_{Tj}}+\gamma_{Tj}^{*}\right]\times\left[o_{Tj}-o_{Tj}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{\partial g_{(t+1)k}(Q_{t+1}^{2*},O_t^{3*},\omega_t^{g_{tj}})}{\partial o_{tk}}+\frac{\partial s_{tk}(O_t^{3*},\omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tk}}\right.\\
&\left.+\delta_{tk}^{*}-\delta_{(t+1)k}^{*}\right]\times\left[o_{tk}-o_{tk}^{*}\right]\\
&\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial s_{Tk}(O_T^{3*},\omega_T^{s_{Tk}})}{\partial o_{Tk}}+\delta_{Tk}^{*}\right]\times\left[o_{Tk}-o_{Tk}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{I}\left[\frac{\partial f_{ti}(\widetilde{Q}_t^{1*},\omega_t^{f_{ti}})}{\partial \widetilde{q}_{ti}}+\frac{\partial g_{ti}(\widetilde{Q}_t^{1*},O_{t-1}^{1*},\omega_t^{g_{ti}})}{\partial \widetilde{q}_{ti}}\right.\\
&\left.+\mu_{ti}^{*}-\lambda_{ti}^{*}\right]\times\left[\widetilde{q}_{ti}-\widetilde{q}_{ti}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\left[o_{(t-1)i}^{*}+\widetilde{q}_{ti}^{*}-\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thij}^{*}-o_{ti}^{*}\right]\times\left[\lambda_{ti}-\lambda_{ti}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\left[\pi_{ti}-\widetilde{q}_{ti}^{*}\right]\times\left[\mu_{ti}-\mu_{ti}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}\left[o_{(t-1)j}^{*}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}q_{thij}^{*}-\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thjk}^{*}-o_{tj}^{*}\right]\\
&\times\left[\gamma_{tj}-\gamma_{tj}^{*}\right]\\
&+\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\left[o_{(t-1)k}^{*}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thjk}^{*}-\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}q_{thkl}^{*}-o_{tk}^{*}\right]
\end{aligned}
$$

$$\times\left[\delta_{tk}-\delta_{tk}^{*}\right] + \sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^{*}-d_{tl}\left(\rho^{4*},\omega_t^{d_{tl}}\right)\right]\times\left[\rho_{tl}^{4}-\rho_{tl}^{4*}\right] \geq 0 \tag{30}$$

$$\forall(Q^1,Q^2,Q^3,O^1,O^2,O^3,\widetilde{Q}^1,\mu,\lambda,\gamma,\delta,\rho^4)\in R_{+}^{THIJ+THJK+THKL+4TI+2TJ+2TK+TL}$$

$F_t=(F_t^1,F_t^2,F_t^3,F_t^4,F_t^5)$， $\omega_t=(\omega_t^1,\omega_t^2,\omega_t^3,\omega_t^4,\omega_t^5)$， $X_t=(X_t^1,X_t^2,X_t^3,X_t^4,X_t^5)$， $X=(X_1,\ldots,X_t,\ldots,X_T)$， $K\equiv\{K^1,K^2,K^3,K^4,K^5\}$ と表すと，式(30)は，以下のように書ける．

$$\sum_{t=1}^{T}F_t(X_t^*,\omega_t)\times[X_t-X_t^*]\geq 0,\quad \forall X\in K \tag{31}$$

式(31)は， $X$ が非負であるので，

$$\sum_{t=1}^{T}F_t(X_t^*,\omega_t)\geq 0,\ X_t^*\geq 0,\ \sum_{t=1}^{T}F(X_t^*,\omega_t)X_t^{*tr}=0 \tag{32}$$

を満たす $X^*$ を求める問題，すなわち，確率的相補性問題に変換できる．この問題に対して，NCP 関数は，

$$\phi_{tn}(F_{tn}(X_t^*,\omega_t),X_{tn}^*)=0\Leftrightarrow F_{tn}(X_t^*,\omega_t)\geq 0, X_{tn}^*\geq 0, F_{tn}(X_t^*,\omega_t)X_{tn}^{*\,tr}=0 \tag{33}$$

であるから，

$$\phi_{tn}(F_{tn}(X_t^*,\omega_t),X_{tn}^*) = F_{tn}(X_t^*,\omega_t)+X_{tn}^*-\sqrt{F_{tn}(X_t^*,\omega_t)^2+X_{tn}^{*2}} \tag{34}$$

で与えられる FB(Fischer-Burmeister)関数 [16]を用いれば，確率的相補性問題を次の連立方程式にて等価に表すことができる．

$$\Phi_t(X_t^*,\omega_t):=\begin{pmatrix}\phi_{t1}(F_{t1}(X_t^*,\omega_t),X_{t1}^*)\\ \vdots \\ \phi_{tn}(F_{tn}(X_t^*,\omega_t),X_{tn}^*)\\ \vdots \\ \phi_{tN}(F_{tN}(X_t^*,\omega_t),X_{tN}^*)\end{pmatrix}=0\ \forall t \tag{35}$$

式(35)（あるいは，式(30)）を満たす解 $X^*$ ，すなわち，SCN 全体の均衡解が求まれば， $\rho_{thij}^5,\rho_{thjk}^6,\rho_{thkl}^7$ が式(27)から， $\rho_{tij}^1$ が式(5)から， $\rho_{tjk}^2$ が式(11)から， $\rho_{tkl}^3$ が式(17)から，それぞれ内生される．ただし，確定論的な SCNE である従来モデルとは異なり，不確実性下での SCN を扱う確率的相補性問題においては，全ての $\omega_t$ に対して（すなわち， $\omega_t$ がいかなる値を取ろうとも）式(35)が満たされるような解 $X_t^*$ から成る $X^*$，すなわち，SCN 全体の均衡解は，一般に存在しない．

## 3. 最適化モデル

### (1)ばらつきの表現方法

期間 $t$ で状態 $m\left(m=1,\ldots,M\right)$ のとき $\omega_t$ がとる値を $\omega_{tm}$ とし，これが生じる確率を $p_{tm}$ とする．また，$m$ を要素に持つ次元 $M$ の集合を $Y$ とする．本研究では， $p_{tm}$ をマルコフ連鎖を用いて導出する．チャップマン・コルモゴロフの等式 [12]より， $p_{tm}$ は以下のように表現できる．

$$p_{tm}=\sum_{m\in Y}r_{t'm'm}^{(t-t')}p_{t'm'}=\sum_{m\in Y}r_{1m'm}^{(t-1)}p_{1m'} \tag{36}$$

ここに，

$r_{t'm'm}^{(t-t')}$ ：ある期間 $t'$ から $(t-t')$ 期間後に，状態が $m'$ から $m$ に推移する確率

$p_{1m'}$ は，あらかじめ与えられる確率である．ここで，一期間での状態遷移確率を $r_{t'm'm}^{(1)}$ とし， $r_{t'm'm}^{(1)}$ を $m'$行 $m$ 列成分とする $M$ 次の正方行列を $R_{t'}$， $p_{tm}$ を要素とする $M$ 次元行ベクトルを $P_t$ とする． $P_t$ は，式(36)を用いて帰納的に，以下のように求まる．

$$P_t=P_1\prod_{t'=1}^{t-1}R_{t'} \tag{37}$$

### (2) ERM 法

確率的相補性問題の解法として，ERM 法が提案されている．ERM 法は式(35)の期待残差を最小にするような $X$ を求める解法であり，

$$\underset{X_t}{\text{Min}}\ E\left[\sum_{t=1}^{T}\left\|\Phi_t(X_t,\omega_t)\right\|^2\right] \tag{38}$$

$$\text{subject to}\quad X\in K \tag{39}$$

と表せる．式(38)の期待値計算は， $p_{tm}$ を用いて，以下のように表現できる．

$$\underset{X_t}{\text{Min}}\ \sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M}\left\|\Phi_t(X_t,\omega_{tm})\right\|^2 p_{tm} \tag{40}$$

$$\text{subject to}\quad X\in K \tag{41}$$

ERM 法は，均衡状態との残差を最小化するので，得られた解は，「確率変数のどの値が生起したとしても，均衡状態からの乖離が最小になる解」である．よって，ERM 法で求まる解は，式(30)が満足されるものではないので，本研究が対象とする複数主体の分権的な意思決定や主体間の行動の相互作用を考慮する問題においては，各主体の独立な意思決定の基で到達する解ではない．換言すれば，主体間の協力や何らかの外力がなければ，ERM 法による解が表す状態には到達しない．したがって，ERM 法を用いて求解することは，SCN 上で生じる現象を記述するのではなく，多期間 SCN の最適状態を示すものである．

### (3) 総余剰最大化

SCN 上の総余剰は，生産者余剰（製造業者，卸売業者，小売業者，および，物流業者の利潤）と消費者余剰の和である．消費者余剰は以下の式から求まる．

$$\sum_{t=1}^{T}\int_0^{\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}}(d_{tl}^{-1}(x,\omega_t^{d_{tl}})-\rho_{tl}^4)dx \tag{42}$$

$d_{tl}^{-1}$ ：需要関数の逆関数

ここで，SCN 全体の総余剰最大化問題を定式化すると，次のようになる．

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Max}\ \sum_{t=1}^{T}\Bigg\{ & \sum_{i=1}^{I}\Big(-f_{ti}\left(\tilde{Q}_t^1,\omega_t^{f_{ti}}\right)-g_{ti}\left(\tilde{Q}_t^1,O_{t-1}^1,\omega_t^{g_{ti}}\right) \\
& -s_{ti}\left(O_t^1,\omega_t^{s_{ti}}\right)-\sum_{j=1}^{J}c_{tij}\left(Q_t^1,\omega_t^{c_{tij}}\right)\Big)+\sum_{j=1}^{J}\Big(-c_{tj}\left(Q_t^1,\omega_t^{c_{tj}}\right) \\
& g_{tj}\left(Q_t^1,O_{t-1}^2,\omega_t^{g_{tj}}\right)-s_{tj}(O_t^2,\omega_t^{s_{tj}})-\sum_{k=1}^{K}c_{tjk}\left(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tjk}}\right)\Big) \\
& +\sum_{k=1}^{K}\Bigg(\sum_{l=1}^{L}\rho_{tkl}^{3*}\sum_{h=1}^{H}q_{thkl}-c_{tk}\left(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tj}}\right)-g_{tk}\left(Q_t^{2*},O_{t-1}^{3*},\omega_t^{g_{tj}}\right) \\
& -s_{tk}(O_t^3,\omega_t^{s_{tk}})-\sum_{l=1}^{L}c_{tkl}(Q_t^3,\omega_t^{c_{tkl}})\Bigg) \\
& +\sum_{h=1}^{H}\Big(-g_{th}(Q_t^1,Q_t^2,Q_t^3,\omega_t^{g_{th}})-w_{th}(Q_t^1,Q_t^2,Q_t^3,\omega_t^{w_{th}})\Big) \\
& +\sum_{l=1}^{L}\left(\int_0^{\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}}(d_{tl}^{-1}(x,\omega_t^{d_{tl}})-\rho_{tl}^4)dx\right)\Bigg\}
\end{aligned}
\tag{43}
$$

subject to
$$o_{(t-1)i}+\tilde{q}_{ti}\geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thij}+o_{ti}\ \forall t,i \tag{44}$$

$$o_{(t-1)j}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}q_{thij}\geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thjk}+o_{tj}\ \forall t,j \tag{45}$$

$$o_{(t-1)k}+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thjk}\geq\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}q_{thkl}+o_{tk}\ \forall t,k \tag{46}$$

$$0\leq\tilde{q}_{ti}\leq\pi_{ti}\ \forall t,i \tag{47}$$

$$q_{thij}\geq0\forall t,h,i,j,\quad o_{ti}\geq0\forall t,i \tag{48}$$

$$q_{thjk}\geq0\forall t,h,j,k,\quad o_{tj}\geq0\forall t,j \tag{49}$$

$$q_{thkl}\geq0\forall t,h,k,l,\quad o_{tk}\geq0\forall t,k \tag{50}$$

生産費用関数，保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数，運行費用関数が連続かつ凸であれば，この問題は，次式の問題と等価である．

$$
\begin{aligned}
& \sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\Bigg[\frac{\partial c_{tij}(Q_t^{1*},\omega_t^{c_{tij}})}{\partial q_{thij}}+\frac{\partial c_{tj}(Q_t^{1*},\omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thij}} \\
& +\frac{\partial g_{tj}(Q_t^{1*},O_{t-1}^{2*},\omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thij}}+\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thij}} \\
& +\frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thij}}+\lambda_{ti}^*-\gamma_{tj}^*\Bigg]\times\left[q_{thij}-q_{thij}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\Bigg[\frac{\partial c_{tjk}(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tjk}})}{\partial q_{thjk}}+\frac{\partial c_{tk}(Q_t^{2*},\omega_t^{c_{tj}})}{\partial q_{thjk}} \\
& +\frac{\partial g_{tk}(Q_t^{2*},O_{t-1}^{3*},\omega_t^{g_{tj}})}{\partial q_{thjk}}+\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thjk}} \\
& +\frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thjk}}+\gamma_{tj}^*-\delta_{tk}^*\Bigg]\times\left[q_{thjk}-q_{thjk}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T}\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\Bigg[\frac{\partial c_{tkl}(Q_t^3,\omega_t^{c_{tkl}})}{\partial q_{thkl}} \\
& +\frac{\partial g_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{g_{th}})}{\partial q_{thkl}}+\frac{\partial w_{th}(Q_t^{1*},Q_t^{2*},Q_t^{3*},\omega_t^{w_{th}})}{\partial q_{thkl}} \\
& +\delta_{tk}^*-d_{tl}^{-1}(\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^*,\omega_t^{d_{tl}})\Bigg]\times\left[q_{thkl}-q_{thkl}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{I}\Bigg[\frac{\partial g_{(t+1)}(\tilde{Q}_{t+1}^{1*},O_t^{1*},\omega_{t+1}^{g_{(t+1)i}})}{\partial o_{ti}}+\frac{\partial s_{ti}(O_t^{1*},\omega_t^{s_{ti}})}{\partial o_{ti}} \\
& +\lambda_{ti}^*-\lambda_{(t+1)i}^*\Bigg]\times\left[o_{ti}-o_{ti}^*\right] \\
& +\sum_{i=1}^{I}\Bigg[\frac{\partial s_{Ti}(O_T^{1*},\omega_T^{s_{Ti}})}{\partial o_{Ti}}+\lambda_{Ti}^*\Bigg]\times\left[o_{Ti}-o_{Ti}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{j=1}^{J}\Bigg[\frac{\partial g_{(t+1)j}(Q_{t+1}^{1*},O_t^{2*},\omega_{t+1}^{g_{(t+1)j}})}{\partial o_{tj}}+\frac{\partial s_{tj}(O_t^{2*},\omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tj}} \\
& +\gamma_{tj}^*-\gamma_{(t+1)j}^*\Bigg]\times\left[o_{tj}-o_{tj}^*\right]+\sum_{j=1}^{J}\Bigg[\frac{\partial s_{Tj}(O_T^{2*},\omega_T^{s_{Tj}})}{\partial o_{Tj}}+\gamma_{Tj}^*\Bigg] \\
& \times\left[o_{Tj}-o_{Tj}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{k=1}^{K}\Bigg[\frac{\partial g_{(t+1)k}(Q_{t+1}^{2*},O_t^{3*},\omega_{t+1}^{g_{(t+1)j}})}{\partial o_{tk}}+\frac{\partial s_{tk}(O_t^{3*},\omega_t^{s_{tj}})}{\partial o_{tk}} \\
& +\delta_{tk}^*-\delta_{(t+1)k}^*\Bigg]\times\left[o_{tk}-o_{tk}^*\right] \\
& +\sum_{j=1}^{J}\Bigg[\frac{\partial s_{Tk}(O_T^{3*},\omega_T^{s_{Tk}})}{\partial o_{Tk}}+\delta_{Tk}^*\Bigg]\times\left[o_{Tk}-o_{Tk}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T-1}\sum_{i=1}^{I}\Bigg[\frac{\partial f_{ti}(\tilde{Q}_t^{1*},\omega_t^{f_{ti}})}{\partial\tilde{q}_{ti}}+\frac{\partial g_{ti}(\tilde{Q}_t^{1*},O_{t-1}^{1*},\omega_t^{g_{ti}})}{\partial\tilde{q}_{ti}} \\
& +\mu_{ti}^*-\lambda_{ti}^*\Bigg]\times\left[\tilde{q}_{ti}-\tilde{q}_{ti}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\Bigg[o_{(t-1)i}^*+\tilde{q}_{ti}^*-\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thij}^*-o_{ti}^*\Bigg]\times\left[\lambda_{ti}-\lambda_{ti}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I}\left[\pi_{ti}-\tilde{q}_{ti}^*\right]\times\left[\mu_{ti}-\mu_{ti}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{J}\Bigg[o_{(t-1)j}^*+\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}q_{thij}^*-\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thjk}^*-o_{tj}^*\Bigg] \\
& \times\left[\gamma_{tj}-\gamma_{tj}^*\right] \\
& +\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\Bigg[o_{(t-1)k}^*+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{thjk}^*-\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}q_{thkl}^*-o_{tk}^*\Bigg] \\
& \times\left[\delta_{tk}-\delta_{tk}^*\right] \\
& \geq0\quad\forall(Q^1,Q^2,Q^3,O^1,O^2,O^3,\tilde{Q}^1,\mu,\lambda,\gamma,\delta,\rho^4) \\
& \in R_+^{THIJ+THJK+THKL+4TI+2TJ+2TK+TL}
\end{aligned}
\tag{51}
$$

ここで，式(30)の左辺の項の一つである，下記の変分不等式に着目する．

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^*-d_{tl}\left(\rho^{4*},\omega_t^{d_{tl}}\right)\right]\times\left[\rho_{tl}^4-\rho_{tl}^{4*}\right]\geq0 \tag{52}$$

式(52)が最適性条件となるような最適化問題を定式

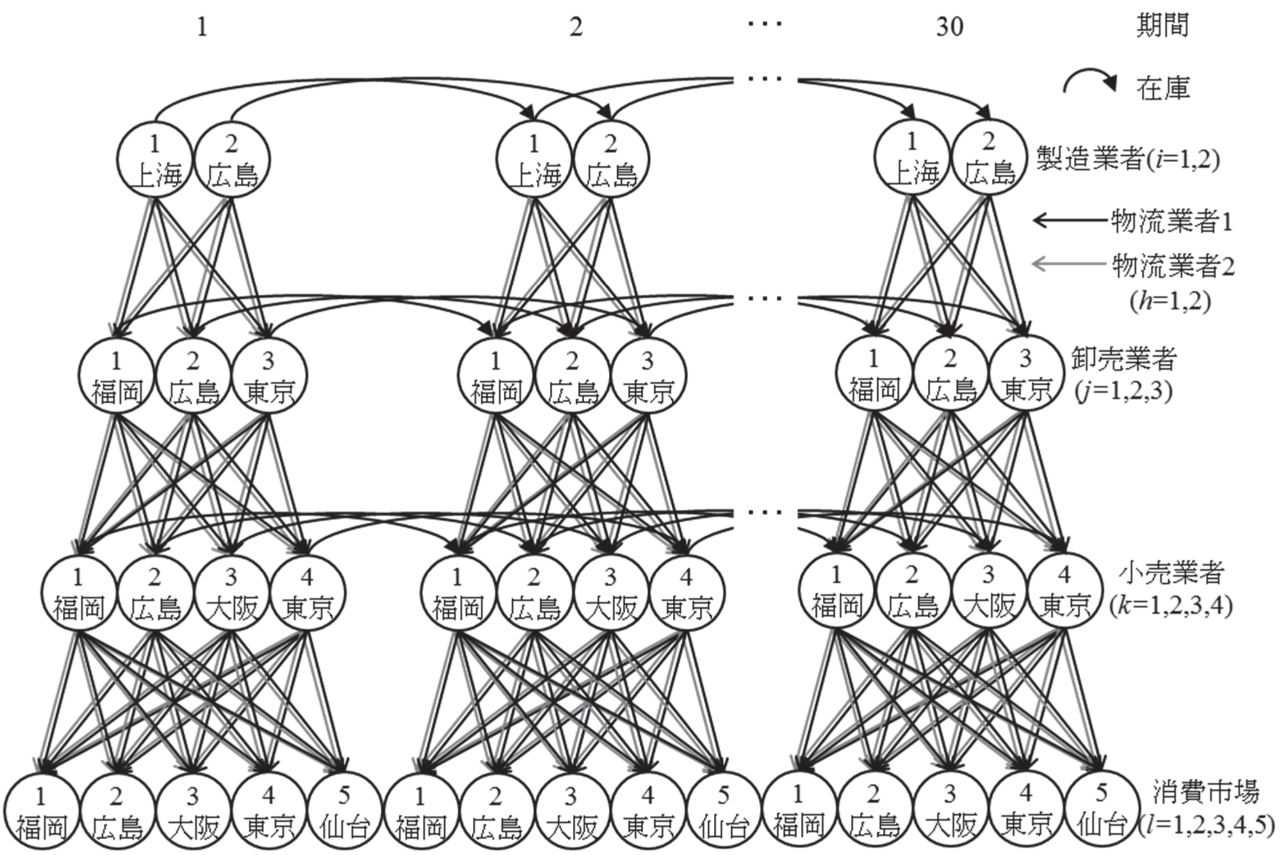


**図-2** 計算の対象とする SCN

化すると，

$$\underset{\rho_{tl}^4}{\text{Min}} \quad \sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\left(\rho_{tl}^4\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{thkl}^{*}-\int_{\rho_{tl}^{40}}^{\rho_{tl}^{4}}d_{tl}(x,\omega_t^{d_{tl}})dx\right) \tag{53}$$

となり，式(30)は式(51)に変形できる [6]．つまり，SCN 全体の均衡条件式は，総余剰最大化問題の最適性条件と同じである．よって，均衡状態において総余剰が最大となるため，均衡状態からの乖離が最小であれば，総余剰最大の状態からの乖離が最小ということになる．ERM 法により得られた解は，「確率変数のどの値が生起したとしても，総余剰最大の状態からの乖離が最小」であり，「総余剰の観点から不確実性に対して最も頑健な多期間 SCN」であると解釈できる．

## 4．数値計算

### (1) 問題設定

上記の最適化モデルを用いて，**図-2**に示すような仮想的な多期間SCNを対象にして，基礎的な数値計算を行う．計算に際して，関数形とパラメータ値を決めておく必要がある．これらに関しては，既存研究 [1),3),13)] で使用されている関数形を参考にするとともに，国内企業の物流費用調査 [17)] の結果と整合するようにパラメータ値を調整した．調整の際には，記述モデルの使用が適切であることから，在庫を考慮せず，計画期間が 1 で，状態数が 1 だけで確定的であると仮定した従来モデル [13)] を使用した．なお，2 章で定式化したモデルから確率変数 $\omega$ と在庫に関する項を消去し，計画期間を 1 とすれば，従来モデル [13)] と等価となる．

本研究で使用する各関数は下記の通りである．なお，製造業者の原材料調達にのみ不確実性（原材料調達リスク）があると仮定する．

$$f_{t1}=0.14\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{th1j}\right)^2+100\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{th1j}\right) \tag{54}$$

$$f_{t2}=0.21\omega_{tm}^{f_{t2}}\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{th2j}\right)^2+105\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{th2j}\right) \tag{55}$$

$$\forall m\in Y$$

$$c_{tj}=0.015\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{i=1}^{2}q_{thij}\right)^2,\ c_{tk}=0.01\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{thjk}\right)^2 \tag{56}$$

$$g_{ti=t1}=0.0375\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{th1j}\right)^2, g_{ti=t2}=0.05\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{th2j}\right)^2 \tag{57}$$

$$g_{tj}=0.05\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{i=1}^{2}q_{thij}\right)^2,\ g_{tk}=0.05\left(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{thjk}\right)^2 \tag{58}$$

$$c_{tij}=5\left(\sum_{h=1}^{2}q_{thij}\right),\ c_{tjk}=5\left(\sum_{h=1}^{2}q_{thjk}\right),\ c_{tkl}=5\left(\sum_{h=1}^{2}q_{thkl}\right) \tag{59}$$

$$g_{th}=0.5\left(\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{thij}+\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}q_{thjk}+\sum_{k=1}^{4}\sum_{l=1}^{5}q_{thkl}\right) \tag{60}$$

**表-1**　$\alpha_{thij},\alpha_{thjk},\alpha_{thkl}$ の設定値（$h$=1,2 共通，$t$ 共通）

| $i$ \ $j$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 4.5 | 6 |
| 2 | 2 | 1 | 5.5 |

| $j$ \ $k$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 4.5 | 7.5 |
| 2 | 2 | 1 | 2.5 | 5.5 |
| 3 | 7.5 | 5.5 | 3.5 | 1 |

| $k$ \ $l$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 4.5 | 7.5 | 9.5 |
| 2 | 2 | 1 | 2.5 | 5.5 | 7.5 |
| 3 | 4.5 | 2.5 | 1 | 3.5 | 6 |
| 4 | 7.5 | 5.5 | 3.5 | 1 | 2.5 |

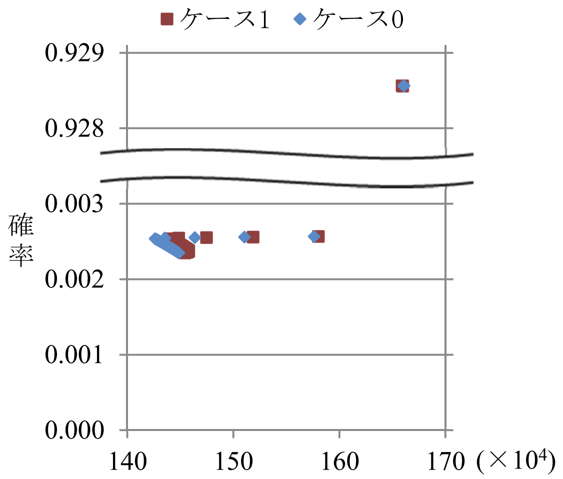


**図-3**　総余剰分布の比較

$$w_{th}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\left(\beta_{thij}q_{thij}^{2}+\alpha_{thij}q_{thij}\right)+\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}\left(\beta_{thjk}q_{thjk}^{2}+\alpha_{thjk}q_{thjk}\right)+\sum_{k=1}^{4}\sum_{l=1}^{5}\left(\beta_{thkl}q_{thkl}^{2}+\alpha_{thkl}q_{thkl}\right) \tag{61}$$

$$\begin{cases} d_{tl}=950-3.0\rho_{tl}^{4}\ (l=1,3,5) \\ d_{t3}=1000-3.0\rho_{t3}^{4} \\ d_{t4}=1100-3.0\rho_{t4}^{4} \end{cases} \tag{62}$$

$$s_{ti}=0.01o_{ti}^{2},\ s_{tj}=0.01o_{tj}^{2},\ s_{tk}=0.02o_{tk}^{2} \tag{63}$$

$$\pi_{ti}=2000 \tag{64}$$

なお，式(54)～(62)の各項の意味や設定については，文献 3),13) を参照されたい．$\alpha_{thij},\alpha_{thjk},\alpha_{thkl}$ や $\beta_{thij},\beta_{thjk},\beta_{thkl}$ の設定についても，既存研究 1),3), 6),13) を参照した．$\beta_{thij},\beta_{thjk},\beta_{thkl}$ については，同一都市間，および，小売業者と消費市場間を 0.12 に設定し，それ以外は 0.1 とした．$\alpha_{thij},\alpha_{thjk},\alpha_{thkl}$ は，平均輸送時間や陸海の実勢運賃の相違を考慮し，都市間が同一都市内よりも大きくなるように設定した．$\alpha_{hij},\alpha_{hjk},\alpha_{hkl}$ の設定を**表-1** に示す．以降，従来モデルを用いた計算ケースをケース 0 とする．

### (2) 最適化モデルの性能の基礎的検討

地震によって，SCN の状態が将来的に変動しうると仮定して，その際の最適な多期間 SCN（期間全体での最適化，および，そのときの各期間の SCN の状態）を導出する．地震の影響は，**図-2** の広島の製造業者のみに及ぶと仮定して，その原材料調達にリスクが発生すると想定する．生産費用の式(55)の第一項の係数値が，以下のように分布すると仮定する．

$$\begin{cases} 0.21\times1.0\ (m=1:\ \text{平常状態}) \\ 0.21\times10\ \ (m=2:\ \text{被災時}) \\ 0.21\times8.0\ (m=3:\ \text{復興第1期}) \\ 0.21\times6.0\ (m=4:\ \text{復興第2期}) \\ 0.21\times4.0\ (m=5:\ \text{復興第3期}) \\ 0.21\times2.0\ (m=6:\ \text{復興第4期}) \\ 0.21\times0.9\ (m=7:\ \text{復興完了後}) \end{cases} \tag{65}$$

計画期間において，地震は高々1 回発生し，発生後は，4 段階の復興過程を順番に経て復興が完了し，その後は常に復興完了後の状態であると仮定し，期間 $t_0$ における遷移行列 $R_{t_0}$ を以下のように定める．

$$R_{t'}=\begin{bmatrix} p_{t'11} & p_{t'12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{66}$$

$$p_{t'11}+p_{t'12}=1\quad \forall t' \tag{67}$$

本研究では，被災時の影響を考慮に入れるため，1 期間の長さを 2 か月とし，計画期間を 30 期間，すなわち，5 年と想定する．

広島市役所では，30 年以内に震度 5 弱以上の地震が発生する確率 86.2%を，30 年以内に被災する確率として扱っている [18]．すなわち，$1-p_{111}^{(180)}=0.862$ である．さらに，文献 18),19)を参考にして，南海地震の発生確率が時間依存するとし，その他の地震は発生確率が時間依存しないと区分したうえで，斉時性をもたない遷移行列 $R_{t'}$ を作成した．この行列を基にして，5 年以内に地震が一度も発生しない確率を計算すると，92.86%となる．

ケース 0 は，従来モデルを用いて計算した結果であり，すべての主体が災害発生確率を考慮しない場合である．一方，ケース 1 は，最適化モデルを用いた結果である．ケース 0 とケース 1 の総余剰分布を比較した結果が**図-3** であり，$\omega_{ts}^{f_{ti}}$ が変動する場合に，両モデル

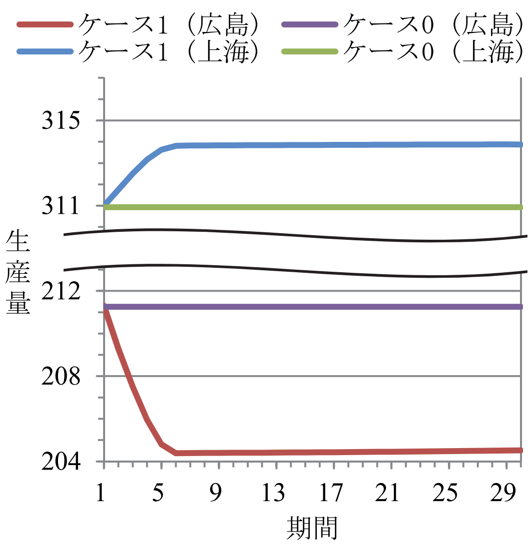


**図-4**　生産量の変動

から得られる総余剰を比較している．総余剰の値域は，ケース 0 では $1.43\times10^6$～$1.66\times10^6$，ケース 1 では $1.44\times10^6$～$1.66\times10^6$ であった．最適化モデルの方が，従来モデルよりも総余剰の変動が小さく，ばらつきに対して頑健である．ばらつく費用の項目が増大すれば，値域の差は，さらに大きくなるものと考えられる．

両ケースの相違は，生産量に一因がある．不確実性を有する製造業者の生産量が大きいと，生産費用のばらつきの影響を受けやすいからである．**図-4** で示すように，上海の製造業者は，ケース 0 の生産量が期間によらず 310.9 なのに対し，ケース 1 では 310.9～313.9 と上昇した．一方，**図-4** で示すように，広島の製造業者は，ケース 0 の生産量は期間によらず 211.2 であり，ケース 1 では 204.3～211.3 と減少した．ケース 1 が，最適な状態を示す結果であること，換言すれば，各主体の自由な意思決定の基で生じる結果ではないことを考慮すると，ケース 0 からケース 1 の結果に近づけるためには，被災リスクの小さい企業における生産を促すことが有効であると考えられる．ケース 1 においては，各主体の在庫量は極めて小さく，最大でも 4.92 であった．今回の問題設定においては，原材料調達に関する不確実性は，生産量の調整によって対応しているものと推察される．

## 5．おわりに

本研究は，自然災害のような，SCN 上の動的な不確実性を考慮する，多期間 SCN 最適化モデルを提案するものである．不確実性下における SCN 全体を最適化する既存モデルを，多期間モデルへと拡張した．その際，SCN の状態変化に関する動的な不確実性を，マルコフ連鎖を用いて確率的に表現した．定式化したモデルを ERM 法を用いて解くことにより，「どの期間においても確率変数のどの値が生起したとしても，総余剰最大の状態からの乖離が最小な」，すなわち，「総余剰の観点から不確実性に対して最も頑健な」多期間 SCN を算定した．

不確実性がもたらす費用のばらつきによって，総余剰が変動することに注目し，本研究で構築した最適化モデルから得られる結果と，既存の記述型 SCNE モデルを用いた場合の結果を比較することにより，総余剰の頑健性という観点から，最適化モデルの妥当性を確認した．さらに，地震に伴う原材料調達の不確実性を想定して基礎的な数値計算を行うことにより，被災リスクの小さな企業が生産量を増やすことが，頑健性の観点からは有効であることなどを確認した．

**謝辞**：本研究の一部はJSPS科研費15K06251の助成を受けたものである．

## 参考文献

1) 山田忠史，里内俊介，谷口栄一：多階層の原材料の調達過程を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡モデル，土木学会論文集 D3（土木計画学），Vol.71，No.2，pp.57-69, 2015.

2) Dong, J., Zhang, D. and Nagurney, A.: A supply chain network equilibrium model with random demands, *European Journal of Operational Research*, Vol.156，pp.194-212，2004.

3) 山田忠史，繁田健，今井康治，谷口栄一：在庫費用を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡モデル：消費需要の不確実性に伴う物資流動量とネットワーク効率性の変化，土木学会論文集D，Vol.66，No.3，pp359-368，2010.

4) Qiang, Q., Ke, K., Anderson, T. and Dong, J.: The closed-loop supply chain network with competition, distribution channel investment, and uncertainties, *Omega*, Vol.41, pp.186-194, 2013.

5) Liu, Z. and Nagurney, A.: Supply chain networks with global outsourcing and quick-response production under demand and cost uncertainty, *Annals of Operations Research*, Vol.208, pp.251-289, 2013.

6) 青島一政，山田忠史：不確実性下における複数主体からなるサプライチェーンネットワークの最適化，第 54 回土木計画学研究・講演集，CD-ROM，2016

7) 久保幹雄，松川弘明（編）：サプライチェーンリスク管理と人道支援ロジスティクス，近代科学社，2015.

8) Lemmens, S., Decouttere, C., Vandaele, N. and Bernuzzi, M.: A review of integrated supply chain network design models: Key issues for vaccine supply chains, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol.109, pp. 366-384, 2016.

9) Chen, X. and Fukushima, M. : Expected residual minimization

method for stochastic linear complementarity problems, *Mathematics of Operations Research,* Vol.30, No.4, pp.1022-1038, 2005.

10) 浜口伸明：「東日本大震災による企業の被災に関する調査」の結果と考察，REITI Policy Discussion Paper Series 13-p-001, 2012

11) Liu, Z. and Nagurney, A.: Multiperiod competitive supply chain networks with inventorying and a transportation network equilibrium reformulation, *Optimization and Engineering*, Vol. 13, pp.471-503, 2012

12) Brémaud, P.: Markov Chains, Springer New York, 1999

13) 山田忠史，今井康治，谷口栄一：物流事業者の行動を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡分析，土木学会論文集D，Vol.65，No.2，pp163-174，2009.

14) Nagurney, A.: *Network Economics: A Variational Inequality Approach*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1999.

15) Konnov, I. V.: *Equilibrium Models and Variational Inequalities*, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 2006.

16) Fischer, A.: A special Newton-type optimization method, Optimization, Vol.24, pp.269-284, 1992.

17) 公益社団法人日本ロジスティクスシステム協会：2015年度 物流コスト調査報告書【概要版】，http://www.logistics.or.jp/jils_news/概要版：2015 コスト調査報告書 rev.pdf （2017 年 7 月現在）

18) 地震調査研究推進本部：地震ハザードカルテ 2017 年版，http://www.j-shis.bosai.go.jp/labs/karte/html?epoch=Y2017&lon=132.43615654649&lat=34.37876253718 (2017 年 7 月現在)

19) 国立研究開発法人，防災科学技術研究所：東日本大震災を踏まえた地震動ハザード評価の改良，防災科学技術研究所研究資料，Vol.399，2015