

観測リンク交通量を利用した 時間価値・時間信頼性価値推定

加藤 哲平¹・内田 賢悦²

¹学生会員 北海道大学大学院 工学院 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)
E-mail:ieppet@eng.hokudai.ac.jp

²正会員 北海道大学大学院 工学研究院 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)
E-mail:uchida@eng.hokudai.ac.jp

移動時間信頼性は交通施策による便益評価において重要な項目であることが認識されつつあり、その貨幣価値の設定が課題となっている。これに対し、時間価値推定モデルと同様に効用最大化問題の枠組みで、且つネットワーク構造を示した時間信頼性価値推定モデルが提案された。しかし、これらのモデルでは観測コストの高いO-D交通量及び経路交通量を必要としていた。本研究では、観測コストが比較的低いリンク交通量のみを用いたモデルの運用方法を提案する。

Key Words : *value of travel time, value of travel time reliability, maximum likelihood method*

1. はじめに

交通ネットワークは、天候や事故、利用者の行動等、様々な不確実性に晒されている。こうした不確実性は移動時間の確率的変動をもたらす。一般的なドライバーは遅刻・早着を避けるため、このような移動時間の不確実性を嫌う。したがって、交通施策によって移動時間の不確実性が軽減（移動時間信頼性が向上）すると、便益が発生すると考えられる。移動時間信頼性向上便益を評価する上で、その金銭的価格である時間信頼性価値の設定が非常に重要になる。

Becker¹⁾に端を発する交通の時間価値に関する理論研究と同様に、時間信頼性価値の理論研究もドライバーの効用最大化が基本的な枠組みである。Small et al.²⁾は遅着・早着時間を考慮した効用最大化問題で出発時間選択問題を定式化し、遅着・早着に対する選好を推計した。このモデルの最大の特徴は、移動時間に対する利用者の不効用が時間に依存する点である。このモデルは確定的な移動時間が仮定されていたが、Fosgerau & Karlström³⁾によって、確率的な移動時間を考慮可能な枠組みに拡張された。このモデルを用いれば期待効用最大化問題の中で時間信頼性価値が推定可能である。

上記のようなモデルを用いて、RP/SPデータを利用した時間信頼性価値の推定が行われている。ただし、これらの研究では特定の選択肢（経路）とその移動時間分布

をインプットとして価値推定が行われる。つまり、O-D、経路、リンクといったネットワークの構造は表現されない。利用者の選択肢、およびその移動時間分布を網羅的に観測、設定することは容易ではない。このため、時間信頼性価値推定の事例を増やすためには、ネットワーク上の観測データ（交通量など）といった観測可能性の高いデータを用いた分析を行う事が求められる。

ネットワーク上の観測データを用いた時間信頼性分析のために、時間信頼性を考慮した均衡配分モデルが提案された。移動時間の不確実性をもたらす主な要因は、需要と供給に関する不確実性に分類される。こういった要因を特定し、その影響を考慮した均衡配分モデルも多く提案されている。Lo & Tung⁴⁾ や Lo et al.⁵⁾は一様分布に従う交通容量を考慮した均衡配分モデルを提案した。Clark & Watling⁶⁾は確率的な経路選択による交通量の確率変動を考慮した均衡配分モデルを提案し、Clark & Watling⁷⁾によってポワソン分布に従うO-D交通量を想定したモデルへ拡張された。Lam et al.⁸⁾は交通需要の確率の変動と、天候による交通容量の変動を考慮した均衡配分モデルを提案した。

しかし、上記のモデルは時間信頼性価値推定モデルと同様の効用最大化の枠組みが考慮されていなかった。これに対し、Uchida⁹⁾は移動時間の不確実性を嫌うドライバーの経路選択行動を内生化した枠組みで時間価値・時間信頼性価値を推計可能なモデルを提案した。Kato et

al.¹⁰)はUchida⁹)の提案したモデルを、ドライバーの選好の異質性を考慮可能なモデルに拡張した。これらのモデルは、制約条件付き効用最大化問題に基づいて定式化されており、需要変動型利用者均衡問題と等価な構造を持った問題に帰着することが示された。したがって、時間信頼性価値推定モデルの枠組みを保持したまま、ネットワークの構造を表現可能なモデルとなっている。

本研究では、Kato et al.¹⁰)の示したモデルの実適用を念頭に置いた分析方法の提案を行う。先述の通り、便益評価に用いる時間信頼性価値を設定するためには、多くの事例で価値推定を行うことが求められる。しかしながら、Kato et al.¹⁰)の示したモデルでは、ネットワーク中のO-D、経路、リンク交通量がすべて観測可能であるという仮定を設けていた。O-Dおよび経路交通量を観測するためにはアンケート調査等が必要であり、観測のためのコストが高い。これに対し、リンク交通量はトラフィックカウンターなどによる観測で比較的成本が安く入手可能である。そこで、本研究では取得可能性の高いリンク交通量のみを用いた分析手法を提案する。

本稿の構成は以下の通りである。第2章では、本稿で用いるネットワーク上の変数を定義する。第3章、Kato et al.¹⁰)で提案されたモデルを示す。第4章では、最尤推定法に基づくモデルの運用方法を示す。第5章では、数値実験を示す。第6章で本研究のまとめを行う。

2. ネットワーク上の変数

(1) 記号

本節以降で用いる主な記号は以下に示す通りである。

A	ネットワーク上のリンク集合
$I(I)$	O-Dペアの集合(O-Dペア数)
$J_i(J_i)$	O-Dペア <i>i</i> 間の経路集合(O-Dペア <i>i</i> 間の経路数)
δ_{aj}	リンク <i>a</i> が経路 <i>j</i> の一部であれば1、それ以外は0をとる変数
Q_i	O-Dペア <i>i</i> 間の確率的交通需要
F_{ij}	O-Dペア <i>i</i> 間の経路 <i>j</i> の確率的交通量
V_a	リンク <i>a</i> の確率的交通量
V_{ab}	リンク <i>a</i> , <i>b</i> 両方を通過する確率的交通量
$\bar{t}_a(\cdot)$	リンク <i>a</i> の移動時間関数
$\bar{\rho}_a(\cdot)$	リンク <i>a</i> の移動費用関数
$\bar{\sigma}_{ab}^2(\cdot)$	リンク <i>a</i> と <i>b</i> の移動時間の共分散 (リンク <i>a</i> の移動時間の分散 if $a = b$)

(2) 交通量と交通容量の定義

確率的O-D交通量 Q_i は、平均が $E[Q_i]=q_i$ 、分散が $\text{var}[Q_i]=(cv_i \cdot q_i)^2$ の、互いに独立な正規分布に従うも

のとする(例えばShao et al.¹¹)。ここで、 cv_i はO-Dペア*i*間を通るO-D交通量の変動係数である。また、O-Dペア*i*間のすべての道路利用者が他の経路と独立な経路選択確率 p_{ij} に従って、経路選択を行うと仮定する(Shao et al.¹²; Lam et al.⁸; Nakayama & Watling¹³)。この時、経路*j* ∈ J_i 上の交通量は、 $F_{ij} = p_{ij} \cdot Q_i$ で表される。また、経路交通量の平均および分散・共分散はそれぞれ、 $f_{ij} = p_{ij} \cdot q_i$ 、 $\text{cov}[F_{ij}, F_{ik}] = p_{ij} \cdot p_{ik} \cdot \text{var}[V_i]$ ($\text{var}[F_{ij}] = \text{cov}[F_{ij}, F_{ik}]$ (if $j = k$))で表される。

経路交通量とO-D交通量の間には、以下に示すような平均および分散・共分散に関する保存則が成立する。

$$q_i = \sum_{j \in J_i} f_{ij} = \sum_{j \in J_i} p_{ij} \cdot q_i = q_i \cdot \sum_{j \in J_i} p_{ij} = q_i \quad \forall i \in I \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{var}[Q_i] &= \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in J_i} \text{cov}[F_{ij}, F_{ik}] \\ &= \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in J_i} p_{ij} \cdot p_{ik} \cdot (cv_i \cdot q_i)^2 \\ &= (cv_i)^2 \cdot \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in J_i} f_{ij} \cdot f_{ik} \\ &= (cv_i \cdot q_i)^2 \quad \forall i \in I \end{aligned} \quad (2)$$

また、この時リンク*a* ∈ A 上の交通量は、 $V_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} F_{ij} \cdot \delta_{aj}$ で表され、多変量正規分布に従う。

その平均と分散・共分散はそれぞれ以下で与えられる。

$$E[V_a] = v_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot f_{ij} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot p_{ij} \cdot q_i \quad \forall a \in A \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}[V_a, V_b] &= \text{var} \left[\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot F_{ij} \right] \\ &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in J_i} (\delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot \delta_{ak} \cdot \delta_{bk} \cdot \text{cov}[F_{ij}, F_{ik}]) \\ &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in J_i} \{ \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot \delta_{ak} \cdot \delta_{bk} \cdot f_{ij} \cdot f_{ik} \cdot (cv_i)^2 \} \\ &= \sum_{i \in I} (cv_i)^2 \cdot \left\{ \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot f_{ij} \right\}^2 \quad \forall a, b \in A \\ &(\text{cov}[V_a, V_b] = \text{var}[V_a] \text{ , if } a = b) \end{aligned} \quad (4)$$

リンク交通量の分散・共分散は、以下で示されるリンク交通量の変動係数 cv_a と相関係数 r_{ab} を用いることでも表現できる。

$$cv_a = \frac{\sqrt{\text{var}[V_a]}}{v_a} \quad \forall a \in A \quad (5)$$

$$r_{ab} = \frac{\text{cov}[V_a, V_b]}{\sqrt{\text{var}[V_a]} \cdot \sqrt{\text{var}[V_b]}} \quad \forall a, b \in A \quad (6)$$

この時、リンク交通量の分散・共分散は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{cov}[V_a, V_b] &= r_{ab} \cdot cv_a \cdot cv_b \cdot v_a \cdot v_b \quad \forall a, b \in A \\ (\text{cov}[V_a, V_b] &= \text{var}[V_a] \text{ , if } a = b) \end{aligned} \quad (7)$$

確率的リンク交通容量 ρ_a ($\forall a \in A$)は、交通量と独立な確率分布に従うものと仮定する(Shao et al.¹²; Sumalee & Xu¹⁴)。

(3) 移動時間の定義

本研究では、リンク移動時間は確率的リンク交通容量を所与とした確率的リンク交通量の関数として $t_a(V_a; C_a)$ と表現されると仮定する。また、確率的リンク移動時間は再生性を有するものと仮定する(Clark & Watling⁷⁾。したがって、経路 $j \in J_i$ の移動時間は、 $\Xi_{ij} = \sum_{a \in A} t_a(V_a; C_a) \cdot \delta_{aj}$ で表される。その平均と分散はそれぞれ以下のように表される。

$$E[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in A} E[t_a(V_a; C_a)] \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (8)$$

$$\text{var}[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \text{cov}[t_a(V_a; C_a), t_b(V_b; C_b)] \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (9)$$

Clark & Watling⁷⁾ と Uchida & Munehiro¹⁵⁾ に示された手法を用いると、リンク移動時間の平均および分散・共分散が確率的リンク交通量のモーメントの関数で表現できる。ここで、交通容量は所与のパラメータであり、変数ではない点に注意されたい。リンク交通量の変動係数・相関係数が与えられると、これらのモーメントの値はリンク交通量の平均値を用いて表現できる。このことから、リンク移動時間の平均および分散・共分散はリンク交通量の平均値を用いて以下のように表現できる。(詳細については Uchida⁹⁾, Appendix A を参照頂きたい。)

$$E[t_a(V_a; C_a)] = \bar{t}_a(v_a) \quad \forall a \in A \quad (10)$$

$$\text{cov}[t_a(V_a; C_a), t_b(V_b; C_b)] = \bar{\sigma}_{ab}(v_a, v_b) \quad \forall a, b \in A$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{cov}[t_a(V_a; C_a), t_b(V_b; C_b)] = \text{var}[t_a(V_a; C_a)] \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad = \bar{\sigma}_a(v_a), \text{ if } a=b \end{array} \right) \quad (11)$$

ここで簡単のために、パラメータである交通容量を省略している。また、(10)-(11)で示された関数はそれぞれ v_a および v_a と v_b で微分可能であると仮定する。

(4) 移動費用の定義

本研究では、リンクごとに所与のリンク移動費用 $\bar{p}_a (\forall a \in A)$ を仮定する。また、経路移動費用 $\Gamma_{ij} (\forall i \in I, \forall j \in J_i)$ はリンク移動費用の和で表現されるものとする。したがって経路移動費用は以下で表される。

$$\Gamma_{ij} = \sum_{a \in A} \bar{p}_a \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (12)$$

また、一般性を失うことなくリンク移動費用が確率的交通容量を所与とした確率的リンク交通量の関数で表される場合にも対応できる。

3. 時間価値・時間信頼性価値推定モデル

本章で示すモデルは Kato et al.¹⁰⁾ に示されたものとほとんど同一である。

(1) 移動時間のリンク間相関と、ドライバーの異質性を考慮しない場合

本節では、はじめにネットワーク中の全てのドライバーが同一の選好を持ち、移動時間のリンク間相関がない場合を定式化する。次節で、ドライバーの異質性とリン

ク間相関が存在する場合のモデルを示す。

定式化に際し、以下の仮定を設ける。

A1. ネットワーク中のドライバーは平均移動時間、移動費用および時間信頼性に関する予算制約下で効用最大化行動を行う。

私的限界費用に基づく経路選択行動を表現するため、以下で示される平均移動費用、移動費用および時間信頼性に関する仮想変数を導入する。

$$\tilde{t}_a(v_a) = \begin{cases} \frac{\int_0^{v_a} \bar{t}_a(w) \cdot dw}{v_a} & \text{if } v_a > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

$$\tilde{p}_a(v_a) = \begin{cases} \bar{p}_a & \text{if } v_a > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

$$\tilde{\sigma}_a^2(v_a) = \begin{cases} \frac{\int_0^{v_a} \bar{\sigma}_a(w) \cdot dw}{v_a} & \text{if } v_a > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

次に、以下に示す効用最大化問題を考える。

$$v = \max u(\mathbf{q}) = \sum_{i \in I} \int_0^{q_i} \frac{\alpha_i}{w+1} \cdot dw \quad (16)$$

s.t.

$$\sum_{i \in I} t_i \cdot q_i \leq \sum_{i \in I} \phi_i = \phi \quad (17)$$

$$\sum_{i \in I} \rho_i \cdot q_i \leq \sum_{i \in I} \pi_i = \pi \quad (18)$$

$$\sum_{i \in I} \sigma_i^2 \cdot q_i \leq \sum_{i \in I} \theta_i = \theta \quad (19)$$

$$q_i + e_i = \bar{q}_i \quad \forall i \in I \quad (20)$$

and (1) and (3), where

$$t_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} p_{ij} \cdot \tilde{t}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \frac{f_{ij}}{q_i} \cdot \tilde{t}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I \quad (21)$$

$$\rho_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} p_{ij} \cdot \tilde{p}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \frac{f_{ij}}{q_i} \cdot \tilde{p}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} p_{ij} \cdot \tilde{\sigma}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \\ &= \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \frac{f_{ij}}{q_i} \cdot \tilde{\sigma}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I \end{aligned} \quad (23)$$

平均 O-D 交通量 q_i を財の消費量と考えると、式(16)で示される目的関数は直接効用関数を表す。また、本稿では Stone-Gearly 型¹⁶⁾の効用関数を仮定している。式(16)の α_i は、式(17)-(19)の第二項にある ϕ_i, π_i, θ_i を用いて表現可能である。(詳細については Kato & Uchida¹⁷⁾を参照頂きたい) 式(17)-(20)は、それぞれ平均移動時間、移動費用、時間信頼性および O-D 交通量に関する制約条件を表し、その上限値は $\phi, \pi, \theta, \bar{q}_i$ で与えられる。また、ここで t_i, ρ_i, σ_i^2 はそれぞれ平均移動時間、移動費用および時間信頼性の仮想的な価格とみなしている。したがって、PP の目的関数である効用関数は、O-D 交通量が増えるほど高まるが、制約条件のために適当に増やし続けることが出来ない。ここで、前章より

$f_{ij} = p_{ij} \cdot q_i (\forall i \in I, \forall j \in J_i)$ であるので、式(17)-(19)は以下のように変形することが出来る。

$$\sum_{i \in I} t_i \cdot q_i = \sum_{i \in I} \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \quad (24)$$

$$\sum_{i \in I} \rho_i \cdot q_i = \sum_{i \in I} \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \tilde{\rho}_a \cdot v_a = \sum_{a \in A} \tilde{\rho}_a \cdot v_a \quad (25)$$

$$\sum_{i \in I} \sigma_i^2 \cdot q_i = \sum_{i \in I} \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{\sigma}_a(w) \cdot dw = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \tilde{\sigma}_a(w) \cdot dw \quad (26)$$

where

$$\mu_a^i = \frac{\sum_{j \in J_i, a \in A} f_{ij} \cdot \delta_{aj}}{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i, a \in A} f_{ij} \cdot \delta_{aj}} = \frac{v_a^i}{v_a} \quad \forall i \in I \quad (27)$$

式(27)の μ_a^i は、リンク a の交通量に占める O-D ペア i に属する交通量の割合を示している。式(20)の e_i は超過需要(Gartner¹⁸)を表し、ネットワーク中に顕在化しない交通量を意味する。 \tilde{q}_i は O-D ペアごとに与えられ、最大交通需要よりも大きな値を取る。

PP に部分双対化を行い、定数項を除くと、以下のような等価な最小化問題が導出される。(詳細については Uchida⁹; Kato et al.¹⁰を参照頂きたい。)

$$\min \tilde{L} = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \chi_a(w) \cdot dw - \sum_{i \in I} \int_0^{e_i} d_i(w) \cdot dw \quad (28)$$

s.t. (1) and (3), where

$$\chi_a(w) = \lambda^* \cdot \tilde{t}_a(w) + \omega^* \cdot \tilde{\rho}_a + \gamma^* \cdot \tilde{\sigma}_a^2(w) \quad \forall a \in A \quad (29)$$

$$d_i(e_i) = \frac{\alpha_i}{\tilde{q}_i - e_i + 1} \quad \forall i \in I \quad (30)$$

式(29)の λ^* , ω^* , γ^* は制約条件(17)-(19)のそれぞれに対する最適なラグランジュ乗数を表す。ここで、 $\partial E[v_a] / \partial E[F_{ij}] = \delta_{aj}$ となることに注意すると、以下の関係が得られる。

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial w} = \begin{cases} c_{ij}(\mathbf{F}) & \text{if } w = E[F_{ij}] \\ d_i(e_i) & \text{if } w = e_i \end{cases} \quad (31)$$

where

$$c_{ij}(\mathbf{F}) = \lambda^* \cdot E[\Xi_{ij}] + \omega^* \cdot \Gamma_{ij} + \gamma^* \cdot \text{var}[\Xi_{ij}] \quad (32)$$

式(31)の $c_{ij}(\mathbf{F})$ は経路 $j \in J_i$ の利用に対する一般化費用を表す。 $d_i(e_i)$ は、O-D ペア i に関する逆需要関数であるとみなすことができ、O-D ペア i 間の最小経路一般化費用と O-D 交通量の関係を表す。また、 $d_i(e_i)$ は制約条件(20)に対するシャドウプライスと解釈できる。このことから、PP は以下の非線形相補性問題と等価である。
[SU-NCP: Single User-Nonlinear Complementary Problem]:

$$\text{find } \mathbf{z} = (\mathbf{F}^* \quad \mathbf{p}^* \quad \mathbf{e}^*)^T \quad (33)$$

$$\text{such that } \hat{\mathbf{z}} \geq \mathbf{0}, \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) \geq \mathbf{0}, \hat{\mathbf{z}}^T \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) = 0$$

where

$$\mathbf{p} = (\lambda \quad \omega \quad \gamma)^T \quad (34)$$

$$\mathbf{e} = (e_1 \quad \dots \quad e_{|I|})^T \quad (35)$$

$$\hat{\mathbf{z}} = (E[\mathbf{F}] \quad \mathbf{p} \quad \mathbf{d}(\mathbf{e}))^T \quad (36)$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{e}) = (d_1(e_1) \quad \dots \quad d_{|I|}(e_{|I|}))^T \quad (37)$$

$$\mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) = (\mathbf{g} \quad \mathbf{x} \quad \mathbf{q})^T \quad (38)$$

$$\mathbf{g} = (c_{11}(\mathbf{F}) - d_1(e_1) \quad \dots \quad c_{|I||I|}(\mathbf{F}) - d_{|I|}(e_{|I|}) \quad \dots \quad c_{|I||}(\mathbf{F}) - d_{|I|}(e_{|I|}) \quad \dots \quad c_{|I||J_{|I|}}(\mathbf{F}) - d_{|I|}(e_{|I|}))^T \quad (39)$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \phi - \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \\ \pi - \sum_{a \in A} \tilde{\rho}_a \cdot v_a \\ \theta - \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \tilde{\sigma}_a^2(w) \cdot dw \end{pmatrix} \quad (40)$$

$$\mathbf{q} = \left(\sum_{j \in J_i} E[F_{1j}] + e_1 - \tilde{q}_1 \quad \dots \quad \sum_{j \in J_{|I|}} E[F_{|I|j}] + e_{|I|} - \tilde{q}_{|I|} \right)^T \quad (41)$$

(2) 移動時間のリンク間相関と、ドライバーの異質性を考慮した場合

本稿では、あるユーザークラスに属するドライバーは、そのユーザークラス特有の時間価値および時間信頼性価値を持つものと仮定する。起点と終点が同じで、あるユーザークラスに属するドライバーをまとめた O-D 交通量を考える。その場合、ネットワーク表現を工夫することにより、O-D ペア i とユーザークラスを対応させることが可能となり、ある起終点間を移動するドライバーはその起終点に特有の時間価値・時間信頼性価値に基づいて経路選択を行うと考えることができる。

移動時間のリンク間相関と、上記のようなユーザークラスを考慮した場合、もはや前節で示したような制約条件下の数理最適化問題として時間価値・時間信頼性価値推定モデルを定式化することはできない。そのため、ここでは SU-NCP をマルチユーザークラス問題へ拡張することを考える。

まず、移動時間のリンク間相関について考える。前節では確定的交通需要とリンク間で独立な交通容量を想定していた。本節では、前章で定義された互いに独立な正規分布に従う O-D 交通量と、リンク間に相関を持つ交通容量を仮定する。この時、式(7)で示されたように、リンク a と b の移動時間の共分散はそれぞれのリンクを通る交通量 v_a と v_b の関数として与えられる。このことから、まず式(15)に示された変数を以下の式に置換する。

$$\tilde{\sigma}_{ab}(v_1, v_2) = \begin{cases} \frac{\int_0^{v_1} \int_0^{v_2} \tilde{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2}{v_{ab}} & \text{if } v_{ab} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (42)$$

where

$$v_{ab} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot f_{ij} \quad (43)$$

ここで、式(43)の v_{ab} はリンク a と b 両方を通る交通量を表す。この置換に伴って、式(23)、(26)はそれぞれ以下のように置換する。

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} p_{ij} \cdot \tilde{\sigma}_{ab}(v_1, v_2) \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \\ &= \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \frac{f_{ij}}{q_i} \cdot \tilde{\sigma}_{ab}(v_1, v_2) \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \quad \forall i \in I \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i \in I} \sigma_i^2 \cdot q_i &= \sum_{i \in I} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \\ &= \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \end{aligned} \quad (45)$$

where

$$\mu_{ab}^i = \frac{\sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} f_{ij} \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj}}{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} f_{ij} \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj}} = \frac{v_{ab}^i}{v_{ab}} \quad \forall i \in I \quad (46)$$

ここで、 μ_{ab}^i はリンク a と b 両方を通る交通量に占める O-D ペア i に属する交通量の割合を示している。

次にマルチユーザークラスについて考える。SU-NCP では、平均移動時間、移動費用および移動時間信頼性に関する予算制約条件のシャドウプライスが経路一般化費用のパラメータとなっていた。このことを踏まえ、マルチユーザークラスに対応した時間価値・時間信頼性価値推計モデルでは、O-D ペア毎に平均移動時間、平均移動費用および移動時間信頼性の 3 つの予算制約条件を設定し、それらのシャドウプライスがその O-D ペアに関する経路一般化費用のパラメータになっている必要がある。そこで、式(17)-(19)に示した予算制約を式(47)-(49)で置換し、さらにそれらのシャドウプライスを λ_i^* , ω_i^* , γ_i^* とした新たな非線形相補性問題は、以下に示す MU-NCP として定式化可能である。

$$t_i \cdot q_i = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \bar{t}_a(w) \cdot dw \leq \phi_i \quad \forall i \in I \quad (47)$$

$$\rho_i \cdot q_i = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \bar{\rho}_a \cdot v_a \leq \pi_i \quad \forall i \in I \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 \cdot q_i \\ = \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \leq \theta_i \quad \forall i \in I \end{aligned} \quad (49)$$

[MU-NCP: Multiple User-NCP]:

$$\text{find } \mathbf{z}_m = (\mathbf{F}^* \quad \mathbf{p}_m^* \quad \mathbf{e}^*)^T \quad (50)$$

$$\text{such that } \hat{\mathbf{z}}_m \geq \mathbf{0}, \mathbf{h}_m(\hat{\mathbf{z}}_m) \geq \mathbf{0}, \hat{\mathbf{z}}_m^T \mathbf{h}_m(\hat{\mathbf{z}}_m) = 0$$

where

$$\mathbf{p}_m = (\lambda_1 \quad \omega_1 \quad \gamma_1 \quad \dots \quad \lambda_{|I|} \quad \omega_{|I|} \quad \gamma_{|I|})^T \quad (51)$$

$$\mathbf{e} = (e_1 \quad \dots \quad e_{|I|})^T \quad (52)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_m = (E[\mathbf{F}] \quad \mathbf{p}_m \quad \mathbf{d}(\mathbf{e}))^T \quad (53)$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{e}) = (d_1(e_1) \quad \dots \quad d_{|I|}(e_{|I|}))^T \quad (54)$$

$$\mathbf{h}_m(\hat{\mathbf{z}}_m) = (\mathbf{g} \quad \mathbf{x}_m \quad \mathbf{q})^T \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= (c_{11}^m(\mathbf{F}) - d_1(e_1) \quad \dots \quad c_{1|I|}^m(\mathbf{F}) - d_1(e_1) \quad \dots \\ &\quad c_{|I|1}^m(\mathbf{F}) - d_{|I|}(e_{|I|}) \quad \dots \quad c_{|I||I|}^m(\mathbf{F}) - d_{|I|}(e_{|I|}))^T \end{aligned} \quad (56)$$

$$\mathbf{x}_m = \begin{pmatrix} \phi_1 - \sum_{a \in A} \mu_a^1 \cdot \int_0^{v_a} \bar{t}_a(w) \cdot dw \\ \pi_1 - \sum_{a \in A} \mu_a^1 \cdot \bar{\rho}_a \cdot v_a \\ \theta_1 - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^1 \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \\ \vdots \\ \phi_{|I|} - \sum_{a \in A} \mu_a^{|I|} \cdot \int_0^{v_a} \bar{t}_a(w) \cdot dw \\ \pi_{|I|} - \sum_{a \in A} \mu_a^{|I|} \cdot \bar{\rho}_a \cdot v_a \\ \theta_{|I|} - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^{|I|} \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \end{pmatrix} \quad (57)$$

$$\mathbf{q} = \left(\sum_{j \in J_i} E[F_{1j}] + e_1 - \bar{q}_1 \quad \dots \quad \sum_{j \in J_{|I|}} E[F_{|I|j}] + e_{|I|} - \bar{q}_{|I|} \right)^T \quad (58)$$

where

$$c_{ij}^m(\mathbf{F}) = \lambda_i^* \cdot E[\Xi_{ij}] + \omega_i^* \cdot \Gamma_{ij} + \gamma_i^* \cdot \text{var}[\Xi_{ij}] \quad (59)$$

MU-NCP は、すべての O-D ペアに関する以下に示す 5 つの相補性条件を表しており、それらはリスク回避的なドライバーの経路選択に関する均衡条件と平均移動時間、平均移動費用、時間信頼性に関する制約条件および O-D 交通量と経路交通量の保存則となっていることがわかる。

$$f_{ij} \cdot (c_{ij}^m(\mathbf{F}) - d_i(e_i)) = 0, f_{ij} \geq 0, c_{ij}^m(\mathbf{F}) - d_i(e_i) \geq 0 \quad (60)$$

$$\lambda_i \cdot \left(\phi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \bar{t}_a(w) \cdot dw \right) = 0, \quad (61)$$

$$\lambda_i \geq 0, \phi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \bar{t}_a(w) \cdot dw \geq 0$$

$$\omega_i \cdot \left(\pi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \bar{\rho}_a \cdot v_a \right) = 0, \quad (62)$$

$$\omega_i \geq 0, \pi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \bar{\rho}_a \cdot v_a \geq 0$$

$$\begin{aligned} \gamma_i \cdot \left(\theta_i - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \right) &= 0, \\ \gamma_i \geq 0, \theta_i - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} &\geq 0 \end{aligned} \quad (63)$$

$$d_i(e_i) \cdot \left(\sum_{j \in J_i} f_{ij} + e_i - \bar{q}_i \right) = 0, \quad (64)$$

$$d_i(e_i) \geq 0, \sum_{j \in J_i} f_{ij} + e_i - \bar{q}_i \geq 0$$

ここで、O-D ペア i 間のドライバーの時間価値・時間信頼性価値は、その O-D ペアに関する平均移動時間、移動費用および時間信頼性の制約条件に関するシャドウプライス λ_i^* , ω_i^* , γ_i^* を用いて、以下で与えられる。

$$\tau_i = \frac{\partial v / \partial \phi_i}{\partial v / \partial \pi_i} = \frac{\lambda_i^*}{\omega_i^*} \quad (65)$$

$$v_i = \frac{\partial v / \partial \theta_i}{\partial v / \partial \pi_i} = \frac{\gamma_i^*}{\omega_i^*} \quad (66)$$

4. 最尤推定法の適用

Uchida (2015)や Kato et al. (2013)では、一組の O-D・経路・リンク交通量が観測された場合の定式化を行っていた。本章ではデータの取得可能性を考慮して、リンク交通量のみが観測された場合における推定手法を提案する。提案する手法は、MU-NCP を制約条件に持つ尤度最大化問題として定義される。

時間価値・時間信頼性価値は対数正規分布に従うと仮定する。また、時間価値・時間信頼性価値は、MU-NCP を制約条件に持つ尤度最大化問題を解くことにより推定された λ_i^* , ω_i^* , γ_i^* を用いて式(65)-(66)から与えられる。

このため、最適なラグランジュ乗数も対数正規分布に従うものとする。また、それらの対数正規分布の中央値を推定するパラメータとする。この時、 λ_i^* , ω_i^* , γ_i^* は 0 より大きい値を取るため、式(61)-(63)に示される相補性条件が成立する。したがって、均衡状態（推定結果）では以下の関係が成り立つ。

$$\phi_i = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \quad \forall i \in I \quad (67)$$

$$\pi_i = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \bar{p}_a \cdot v_a \quad \forall i \in I \quad (68)$$

$$\theta_i = \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \tilde{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \quad \forall i \in I \quad (69)$$

このことから、予算制約を表す ϕ_i , π_i , θ_i は事前に与えなくとも自動的に求められることがわかる。これらの値は Uchida⁹⁾, Kato et al.¹⁰⁾では観測交通量を用いて計算されていたのに対し、本研究では最尤推定法に基づいて推定されるパラメータであることに注意したい。

MU-NCP では経路交通量を変数としているため、経路交通量を推定するとリンク交通量も同時に推定される。また、第 2 章で定義したようにリンク交通量は多変量正規分布に従う。本研究では、リンク交通量は K 回観測されたものとし、 k 回目に観測されたリンク交通量のベクトルを $\hat{\mathbf{v}}_k$ と表す。また、既存の O-D 交通量推定モデル(Shao et al.^{19,20)}と同様に、リンク交通量の観測誤差が 0 である仮定する。この時、観測リンク交通量は確率分布に従う交通需要からランダムサンプリングされたものと考えられる。したがって、推定されるリンク交通量の平均値ベクトルを \mathbf{v} 、分散・共分散行列を Σ とおくと、以下の対数尤度関数が定義できる。

$$\ln L = -\frac{K \cdot |A|}{2} \cdot \ln(2\pi) - \frac{K}{2} \cdot \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in K} \{(\mathbf{v}_k - \hat{\mathbf{v}})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{v}_k - \hat{\mathbf{v}})\} \quad (70)$$

ネットワークの構造によっては、リンク交通量の分散・共分散行列が非正則になることが考えられる。この時、 Σ^{-1} は存在しないため、対数尤度関数が定義できない。こういった場合には、 $\hat{\Sigma}^- = \Sigma \Sigma^+ \Sigma$ を満たすような一般化逆行列 $\hat{\Sigma}^-$ を用いて対数尤度関数を定義する(Srivastava & von Rosen²¹⁾)。一般化逆行列の一種である Moore-Penrose 逆行列を用いる場合、 $\hat{\Sigma}^-$ は以下のように与えられる。

$$\hat{\Sigma}^- = \Psi \Lambda^{-1} \Psi \quad (71)$$

ここで Ψ は、rank が r の分散・共分散行列 Σ の固有ベクトルである。 Λ は非ゼロの固有値を対角成分に持つ対角行列である。この時、対数尤度関数は以下で与えられる。

$$\ln L = -\frac{K \cdot |r|}{2} \cdot \ln(2\pi) - \frac{K}{2} \cdot \log|\Lambda| - \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in K} \{(\mathbf{v}_k - \hat{\mathbf{v}})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{v}_k - \hat{\mathbf{v}})\} \quad (72)$$

本研究では、O-D 交通量の変動係数を所与としている。したがって、ある一組の経路交通量の平均値を与えるとリンク交通量の分散・共分散が求められる。このため、推定する変数はあくまで平均経路交通量と時間価値・時間信頼性価値のみである点に注意したい。また、尤度関数の漸近正規性から、推定される各種のパラメータの推定誤差は多変量正規分布に従い、その分散・共分散行列は対数尤度関数のヘシアン行列を用いて計算される(Nakayama et al.²²⁾)。ただし、推定される λ_i^* , ω_i^* , γ_i^* は多変量の対数正規分布に従う。

本章で定義される相補性問題を制約条件とした尤度最大化問題は、MPEC(Mathematical Problem with Equilibrium Constraints)と呼ばれる問題に分類される。MPEC は通常非線形最適化の枠組みで扱うことが難しいため、均衡制約を近似的に等価な非線形方程式に変換して解くことを考える。Lo & Chen²³⁾は Fischer-Burmeister function²⁴⁾を用いて相補性問題で定義された均衡配分条件を一つの方程式で表現した。しかし、Fischer-Burmeister function は変数がすべてゼロとなる場合に微分不可能となる性質があったため、微分情報を必要とする最適化アルゴリズムを適用することが難しい。そこで、以下に示す Smoothed Fischer-Burmeister function²⁴⁾を用いて相補性問題を微分可能な非線形方程式に変換する。

$$\varphi(a, b, \xi) \equiv a + b - \sqrt{a^2 + b^2 + \xi} \quad (73)$$

ここで、 ξ は非負のパラメータである。この関数は以下の性質を持つ。

$$\varphi(a, b, \xi) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, b \geq 0, a \cdot b = 0 & (\text{if } \xi = 0) \\ a > 0, b > 0, a \cdot b = \xi/2 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (74)$$

したがって、 $\varphi(\mathbf{z}_m, \mathbf{h}_m(\mathbf{z}_m), \xi)$ は ξ がゼロに近いほど近似的に MU-NCP と等価になる。

5. 数値実験

(1) 設定

本章では、小規模なテストネットワーク上で複数回リンク交通量が観測された場合の時間価値・時間信頼性価値推定を行う。

図-1は数値実験に用いるテストネットワーク(Nguyen-Dupuis network²⁵⁾)を示す。このテストネットワークは4つのO-Dペア(ノード番号1→2, 1→3, 4→2, 4→3)を持ち、総リンク数は19本、それぞれ図に示されるリンク番号が与えられている。各O-Dペア内の経路および経路を構成するリンクは表-1に示される。

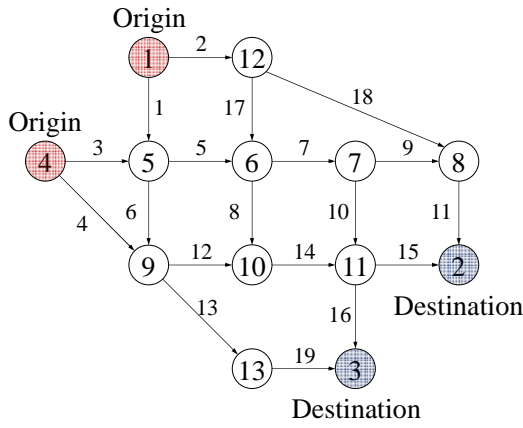


図-1. テストネットワーク

表-1. O-D, 経路の情報

O-D	経路	構成リンク	O-D	経路	構成リンク
1-2	1	2-18-11	1-3	14	1-6-13-19
	2	1-5-7-9-11		15	1-5-7-10-16
	3	1-5-7-10-15		16	1-5-8-14-16
	4	1-5-8-14-15		17	1-6-12-14-16
	5	1-6-12-14-15		18	2-17-7-10-16
	6	2-17-7-9-11		19	2-17-8-14-16
	7	2-17-7-10-15		20	4-13-19
	8	2-17-8-14-15		21	4-12-14-16
	9	4-12-14-15		22	3-6-13-19
	10	3-5-7-9-11		23	3-5-7-10-16
4-2	11	3-5-7-10-15	24	3-5-8-14-16	
	12	3-5-8-14-15	25	3-6-12-14-16	
	13	3-6-12-14-15			

リンク移動時間の平均, 分散・共分散は式(75), (76)で与えられる.

$$\bar{t}_a(v_a) = \frac{l_a}{s_0} \cdot \left(1 + m \cdot \left(\frac{v_a}{c_a} \right)^n \right) \quad \forall a \in A \quad (75)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{ab}(v_a, v_b) \\ = \frac{m^2 \cdot n^2 \cdot l_a \cdot l_b}{(s_0)^2} \cdot \left(\frac{v_a \cdot v_b}{c_a \cdot c_b} \right)^n \cdot (g_1 + g_2 \cdot r_{ab} \cdot cv_a \cdot cv_b) \end{aligned} \quad (76)$$

where

$$g_1 = \left(1 + (cv_a^c)^2 \right)^{n-1} \cdot \left(1 + (cv_b^c)^2 \right)^{n-1} \cdot cv_a^c \cdot cv_b^c \cdot r_{ab}^c \quad (77)$$

$$g_2 = g_1 + \left(1 + (cv_a^c)^2 \right)^n \cdot \left(1 + (cv_b^c)^2 \right)^n \quad (78)$$

ここで, l_a はリンク a の延長 (リンク 4, 8, 11, 13, 18 がそれぞれ 25, 15, 15, 25, 40[km], それ以外は 10[km]), s_0 は自由走行速度 (全リンク 60[km/hr]), m, n は BPR 関数のパラメータ ($m=1, n=3$), 平均リンク交通容量 c_a は全リンク 2000 [pcu/h] とした. cv_a^c はリンク a の交通容量の変動係数を表し, 全リンク 0.1 とした. r_{ab}^c はリンク a と b の交通容量の相関係数であり, 全ての異なる二つのリンクに対して 0.1 とした. ただし, 次節で示される移動時間のリン

ク間相関を考慮しない場合には, r_{ab}^c は全ての異なる二つのリンクに対して 0 と設定している. cv_a, r_{ab} はそれぞれリンク交通量の変動係数と相関係数を表す. これらの値は, 経路交通量 f_{ij} と所与の O-D 交通量の変動係数 cv_i (全 O-D ペアで 0.1) を用いて計算可能である. したがって, 均衡制約で用いられる均衡配分条件(60)は経路交通量ベースの定式化となっている点に注意したい. これらの関数形は Uchida²⁶⁾ と同様に, BPR 型の移動時間関数にテーラー展開と Bras & Georgakakos²⁷⁾ の手法を組み合わせる事で導出される.

リンク移動費用は, リンク間距離に準じた移動費用 (Chen et al.²⁸⁾) を仮定する.

$$\bar{\rho}_a = \kappa_a \cdot l_a \quad \forall a \in A \quad (79)$$

式(77)における $\kappa_a \quad \forall a \in A$ はパラメータで, 今回の数値計算ではすべてのリンクで同一の値 10 [JPY/km] を用いた.

交通量の真値は, 所与の時間価値・時間信頼性価値と O-D 交通量を所与として均衡配分を行った結果を用いた. 所与とした時間価値・時間信頼性価値は 4 つの O-D ペアで同一の値で, それぞれ 40 [JPY/min], 20 [JPY/variance] とし, O-D 交通量も同一の値 1500 [pcu] とした. また, 前述の通り O-D 交通量の変動係数 cv_i は, すべての O-D ペアで同一の値としている. 提案したモデルは O-D ペアごとに異なる選好を持つドライバーに対応することができるが, ここでは簡単のために同一の値を用いた. ただし, モデルの枠組みは O-D ペアごとに異なる選好を考慮可能であるため, O-D ペアごとに時間価値・時間信頼性価値が推定可能である点に注意されたい. 真値からリンク交通量の平均および分散・共分散が計算される. その値を用いて観測交通量をランダムサンプリングした.

(2) リンク間相関を考慮しない場合

まず, リンク間相関を考慮しない場合で数値計算を行った. この時, 経路交通量の真値 (平均) は表-2 に示される. O-D 交通量の変動係数 cv_i はすべての O-D ペアで同一で, $cv_i = 0.1 (\forall i \in I)$ である. ここではリンク交通量の共分散を考慮していない点に注意されたい.

相関を考慮しない場合には, 観測回数が 30 回と 100 回の 2 つの場合で推定を行った. 経路交通量の推定結果は表-2 に示される. これらの値を用いるとリンク交通量の分散が計算される. リンク交通量の推定結果として, 推定されたリンク交通量の平均と標準偏差および KL-divergence を表-3 に示す. 推定精度の指標として, KL-divergence を用いたのは, O-D 交通量の変動係数が所与であり, リンク交通量の確率分布の真値・推定値が共にわかっているためである. 表-3 に示されたように, 観測回数が多い方が KL-divergence が小さくなる傾向にあり, 推定精度が上昇していることが分かる.

時間価値・時間信頼性価値の推定誤差の中央値、平均値、変動係数および相関係数は表4で示される。先述の通り、推定したパラメータは対数正規分布の中央値に相当している。時間価値と時間信頼性価値の（中央値の）比は、真値とほぼ同一であった。また、観測回数 100 回の方が真値に近い事が分かる。観測回数 30 回と 100 回

のどちらでも同一 O-D ペアにおける時間価値・時間信頼性価値の相関が大きい事が分かる。また、異なる O-D ペアにおける時間価値・時間信頼性価値の相関は異なっている部分があるが、これは観測されたデータセットの違いによるものと考えられる。

表-2. 平均経路交通量の真値と推定値（相関なし）

O-D	1-2								4-2				
経路	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
真値(平均)	860	75	115	174	39	172	13	52	657	100	24	71	507
観測回数=30													
推定値(平均)	856	143	55	118	10	188	200	6	428	169	129	214	329
観測回数=100													
推定値(平均)	854	134	56	105	46	198	128	50	425	210	81	207	312
O-D	1-3							4-3					
経路	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
真値(平均)	141	412	459	307	138	182	605	104	37	143	119	492	
観測回数=30													
推定値(平均)	163	367	381	256	172	259	494	280	391	170	56	172	
観測回数=100													
推定値(平均)	202	362	374	265	164	253	485	267	389	211	51	159	

表-3. リンク交通量の真値と推定結果（相関なし）

リンク	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
真値(平均)	1,255	1,745	1,879	1,121	1,655	1,479	1,891	648	706	1,185
真値(標準偏差)	94	127	135	82	102	92	106	33	52	71
観測回数=30										
推定値(平均)	1,267	1,742	1,857	1,141	1,649	1,474	1,892	644	713	1,179
推定値(標準偏差)	99	134	133	86	95	89	101	36	51	64
KL-divergence($\times 10^3$)	9.66	3.01	13.95	29.45	7.47	2.27	1.83	15.46	8.88	15.85
観測回数=100										
推定値(平均)	1,264	1,744	1,866	1,113	1,651	1,479	1,888	652	707	1,182
推定値(標準偏差)	98	133	133	83	94	88	100	37	50	65
KL-divergence($\times 10^3$)	5.84	2.03	4.77	4.59	7.38	2.52	4.08	13.03	1.78	9.29
リンク	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
真値(平均)	1,567	1,301	1,299	1,949	1,433	1,701	885	860	1,299	
真値(標準偏差)	120	85	92	108	111	120	69	86	92	
観測回数=30										
推定値(平均)	1,568	1,302	1,313	1,946	1,444	1,681	886	856	1,313	
推定値(標準偏差)	125	80	98	108	112	121	63	86	98	
KL-divergence($\times 10^3$)	1.59	3.24	14.24	0.40	4.47	13.19	8.94	1.50	14.24	
観測回数=100										
推定値(平均)	1,561	1,293	1,299	1,946	1,428	1,699	889	854	1,299	
推定値(標準偏差)	124	78	97	106	111	122	64	85	97	
KL-divergence($\times 10^3$)	2.30	11.95	3.03	1.28	1.08	0.38	9.86	2.50	3.03	

表4. 推定された時間価値・時間信頼性価値の中央値, 平均値, 変動係数および相関係数 (相関なし)

観測回数=30								
	VOT(1-2)	VOR(1-2)	VOT(4-2)	VOR(4-2)	VOT(1-3)	VOR(1-3)	VOT(4-3)	VOR(4-3)
中央値	31.05	17.12	63.04	34.74	62.65	34.60	63.03	34.74
平均値	27.33	23.81	36.15	28.40	42.64	45.13	49.48	35.76
変動係数($\times 10^2$)	19.03	33.88	9.25	17.02	8.78	14.63	8.17	15.99
相関係数($\times 10^2$)	VOT(1-2)	VOR(1-2)	VOT(4-2)	VOR(4-2)	VOT(1-3)	VOR(1-3)	VOT(4-3)	VOR(4-3)
VOT(O-D: 1-2)	100.00	98.08	-3.72	-8.28	6.52	16.29	-7.79	-16.51
VOR(O-D: 1-2)	98.08	100.00	-1.31	-2.53	7.40	18.57	-6.66	-14.04
VOT(O-D: 4-2)	-3.72	-1.31	100.00	98.10	-13.81	-5.28	16.66	5.59
VOR(O-D: 4-2)	-8.28	-2.53	98.10	100.00	-15.15	-5.75	13.94	5.00
VOT(O-D: 1-3)	6.52	7.40	-13.81	-15.15	100.00	98.85	-28.83	-29.69
VOR(O-D: 1-3)	16.29	18.57	-5.28	-5.75	98.85	100.00	-26.44	-27.21
VOT(O-D: 4-3)	-7.79	-6.66	16.66	13.94	-28.83	-26.44	100.00	98.55
VOR(O-D: 4-3)	-16.51	-14.04	5.59	5.00	-29.69	-27.21	98.55	100.00
観測回数=100								
	VOT(1-2)	VOR(1-2)	VOT(4-2)	VOR(4-2)	VOT(1-3)	VOR(1-3)	VOT(4-3)	VOR(4-3)
中央値	39.02	19.64	43.14	21.72	43.14	21.72	43.11	21.71
平均値	31.26	23.83	29.39	22.78	33.76	27.71	33.91	24.89
変動係数($\times 10^2$)	14.96	29.85	13.81	27.39	13.37	26.37	13.36	27.00
相関係数($\times 10^2$)	VOT(1-2)	VOR(1-2)	VOT(4-2)	VOR(4-2)	VOT(1-3)	VOR(1-3)	VOT(4-3)	VOR(4-3)
VOT(O-D: 1-2)	100.00	99.83	2.11	2.49	-18.25	-17.41	21.98	18.24
VOR(O-D: 1-2)	99.83	100.00	0.81	1.54	-18.93	-17.80	21.79	18.22
VOT(O-D: 4-2)	2.11	0.81	100.00	99.80	3.77	5.06	2.94	-0.98
VOR(O-D: 4-2)	2.49	1.54	99.80	100.00	4.02	5.65	3.47	-0.31
VOT(O-D: 1-3)	-18.25	-18.93	3.77	4.02	100.00	99.84	-20.99	-23.66
VOR(O-D: 1-3)	-17.41	-17.80	5.06	5.65	99.84	100.00	-20.95	-23.50
VOT(O-D: 4-3)	21.98	21.79	2.94	3.47	-20.99	-20.95	100.00	99.89
VOR(O-D: 4-3)	18.24	18.22	-0.98	-0.31	-23.66	-23.50	99.89	100.00

表5. 平均経路交通量の真値と推定値 (相関あり)

O-D	1-2								4-2				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
経路	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
真値(平均)	866	185	53	63	0	0	318	15	256	226	205	244	406
観測回数=100													
推定値(平均)	860	319	55	102	9	19	330	2	228	127	142	268	381
O-D	1-3							4-3					
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
経路	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
真値(平均)	162	379	517	110	230	264	547	225	516	44	26	141	
観測回数=100													
推定値(平均)	179	623	367	96	160	58	535	3	566	168	120	292	

(3) リンク間相関を考慮した場合

リンク交通量の共分散を考慮した最尤推定を行った。また、前節と異なり、交通容量もリンク間相関を考慮している。したがって、移動時間がリンク間相関を持つことになる。リンク間相関を考慮した場合には、観測回数が 30 回では有効な解を得ることができなかったため、観測回数が 100 回の場合のみ推定を行った。

経路交通量の推定結果は表-5 に示される。これらの値を用いてリンク交通量の分散・共分散が計算される。リンク交通量の推定結果は表-6 に示されている。前節で行

った推定と比較して、KL-divergence が若干大きい傾向が見られ、推定精度が少し低下している。また、リンク交通量は多変量正規分布で表現されるが、表-4 で示した KL-divergence は各リンク交通量の平均・分散のみを用いた情報量である。リンク交通量の共分散も考慮した場合、リンク交通量の分散・共分散行列が非正則であるため KL-divergence が求められない。このため、各リンク交通量の平均・分散のみによる KL-divergence を求めた。時間価値・時間信頼性価値の推定誤差の中央値、平均値、変動係数および相関係数は表-7 で示される。示されたよう

に、O-D ペア 1-3 の時間価値・時間信頼性価値の値が大きく推定された。しかし、時間価値・時間信頼性価値の比率はどの O-D ペアにおいても真値とほぼ同一である。

表-6. リンク交通量の真値と推定結果（相関あり）

リンク	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
真値(平均)	1,232	1,768	1,848	1,152	1,658	1,422	1,860	701	702	1,158
真値(標準偏差)	98	133	134	86	101	87	105	44	55	74
観測回数=100										
推定値(平均)	1,250	1,771	1,826	1,160	1,655	1,421	1,862	704	705	1,157
推定値(標準偏差)	91	133	133	82	88	99	101	39	50	67
KL-divergence($\times 10^3$)	27.17	0.19	13.84	7.36	21.69	16.70	1.71	18.44	11.70	12.92
リンク	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
真値(平均)	1,568	1,254	1,320	1,955	1,432	1,680	902	866	1,320	
真値(標準偏差)	117	78	109	114	108	132	66	87	109	
観測回数=100										
推定値(平均)	1,565	1,252	1,329	1,956	1,434	1,679	910	860	1,329	
推定値(標準偏差)	125	79	112	111	106	124	66	86	112	
KL-divergence($\times 10^3$)	4.59	0.42	4.32	0.61	0.52	3.84	7.33	2.11	4.32	

表-7. 推定された時間価値・時間信頼性価値の中央値、平均値、変動係数および相関係数（相関あり）

観測回数=100								
	VOT(1-2)	VOR(1-2)	VOT(4-2)	VOR(4-2)	VOT(1-3)	VOR(1-3)	VOT(4-3)	VOR(4-3)
中央値	35.67	17.80	56.12	28.62	159.06	81.15	49.39	25.75
平均値	33.84	27.73	36.81	30.81	5,673.71	5,530.33	124.56	122.96
変動係数($\times 10^2$)	15.89	31.60	10.24	19.94	0.00	0.00	5.11	9.41
相関係数($\times 10^2$)	VOT(1-2)	VOR(1-2)	VOT(4-2)	VOR(4-2)	VOT(1-3)	VOR(1-3)	VOT(4-3)	VOR(4-3)
VOT(O-D: 1-2)	100.00	99.93	12.76	13.74	-40.61	-35.49	27.84	31.02
VOR(O-D: 1-2)	99.93	100.00	13.73	14.85	-48.77	-42.61	26.42	29.51
VOT(O-D: 4-2)	12.76	13.73	100.00	99.91	-29.31	-26.17	22.93	25.65
VOR(O-D: 4-2)	13.74	14.85	99.91	100.00	-35.93	-32.05	22.17	24.88
VOT(O-D: 1-3)	-40.61	-48.77	-29.31	-35.93	100.00	100.00	-70.27	-91.30
VOR(O-D: 1-3)	-35.49	-42.61	-26.17	-32.05	100.00	100.00	-55.25	-71.77
VOT(O-D: 4-3)	27.84	26.42	22.93	22.17	-70.27	-55.25	100.00	99.96
VOR(O-D: 4-3)	31.02	29.51	25.65	24.88	-91.30	-71.77	99.96	100.00

6. まとめ

本研究では、Uchida⁹⁾とKato et al.¹⁰⁾で提案された時間価値・時間信頼性価値推定モデルを観測可能性の高いデータを用いた分析に適用する手法を提案した。時間価値・時間信頼性価値の基準値を設定するために多くの事例で価値推定を行う事を考えると、観測コストの低いデータを用いた分析を行える事が望ましい。O-D および経路交通量は、リンク交通量に比べて観測に要するコストが大きいので、リンク交通量のみを用いた分析手法を提案した。提案した手法は、均衡制約付きの尤度最大化問題として定式化されている。また、これまでのモデルでは精々真値との平均二乗誤差でしか推定精度を評価できなかったが、提案した手法では他の指標を用いることも可能である。

今後の課題として、効率的なアルゴリズムの開発が挙

げられる。マルチユーザークラスとリンク間相関を考慮した場合、均衡配分の解が複数存在するため、MPEC は局所解に陥ってしまう事が考えられる。大域的な解を効率的に求められるアルゴリズムの開発が望ましい。

参考文献

- 1) Becker, G.S., 1965. A theory of the allocation of time. *The Economic Journal*, Vol. 75, No.299, pp.493-517.
- 2) Small, K. a., Small & Kenneth, 1982. The Scheduling of Consumer Activities: Work Trips. *American Economic Review*, Vol. 72, No.3, pp.467-479.
- 3) Fosgerau, M. & Karlström, A., 2010. The value of reliability. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 44, pp.38-49.
- 4) Lo, H.K. & Tung, Y.K., 2003. Network with degradable links: Capacity analysis and design. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 37, No.4, pp.345-363.
- 5) Lo, H.K., Luo, X.W. & Siu, B.W.Y., 2006. Degradable transport network: Travel time budget of travelers with heterogeneous risk

- aversion. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 40, pp.792–806.
- 6) Clark, S.D. & Watling, D.P., 2002. Sensitivity analysis of the probit-based stochastic user equilibrium assignment model. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 36, pp.617–635.
 - 7) Clark, S. & Watling, D., 2005. Modelling network travel time reliability under stochastic demand. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 39, No.2, pp.119–140.
 - 8) Lam, W.H.K., Shao, H. & Sumalee, A., 2008. Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainties in demand and supply. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 42, pp.890–910.
 - 9) Uchida, K., 2014a. Estimating the value of travel time and of travel time reliability in road networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 66, pp.129–147.
 - 10) Kato, T., Uchida, K. & Tamura, T., 2013. Estimation of value of travel time and travel time reliability for heterogeneous drivers in road network. *The 18th International Conference of Hong Kong Society for Transportation Studies*, pp.123–130.
 - 11) Shao, H., Lam, W.H.K. & Tam, M.L., 2006. A reliability-based stochastic traffic assignment model for network with multiple user classes under uncertainty in demand. *Networks and Spatial Economics*, Vol. 6, pp.173–204.
 - 12) Shao, H., Lam, W.H.K., Tam, M.L., et al., 2008. Modelling rain effects on risk-taking behaviours of multi-user classes in road networks with uncertainty. *Journal of Advanced Transportation*, Vol. 42, No.3, pp.265–290.
 - 13) Nakayama, S. & Watling, D., 2014. Consistent formulation of network equilibrium with stochastic flows. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 66, pp.50–69.
 - 14) Sumalee, A. & Xu, W., 2011. First-best marginal cost toll for a traffic network with stochastic demand. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 45, No.1, pp.41–59.
 - 15) Uchida, K. & Munehiro, K., 2010. Impact of stochastic traffic capacity on travel time in road network. *The 89th Annual Meeting of the Transportation Research Board*.
 - 16) Stone, R., 1954. Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand. *The Economic Journal*, Vol. 64, No.255, pp.511–527.
 - 17) Kato, T. & Uchida, K., 2017. A study on benefit estimation that considers the values of travel time and travel time reliability in road networks. *Transportmetrica A: Transport Science*.
 - 18) Gartner N.H., 1980. Optimal traffic assignment with elastic demands. *Transportation Science*, Vol. 14, No.2, pp.174–191.
 - 19) Shao, H., Lam, W.H.K., Sumalee, A., et al., 2014. Estimation of mean and covariance of peak hour origin-destination demands from day-to-day traffic counts. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 68, pp.52–75.
 - 20) Shao, H., Lam, W.H.K., et al., 2015. Estimation of Mean and Covariance of Stochastic Multi-class OD Demands from Classified Traffic Counts. *Transportation Research Procedia*, Vol. 7, No. August, pp.192–211.
 - 21) Srivastava, M.S. & von Rosen, D., 2002. Regression models with unknown singular covariance matrix. *Linear Algebra and its Applications*, Vol. 354, No.1–3, pp.255–273.
 - 22) Nakayama, S., Connors, R. & Watling, D., 2009. Estimation of parameters of network equilibrium models: a maximum likelihood method and statistical properties of network flow. *Transportation and Traffic Theory 2009: Golden Jubilee*, Springer, New York, pp.39–56.
 - 23) Lo, H.K. & Chen, A., 2000. Traffic equilibrium problem with route-specific costs: Formulation and algorithms. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 34, pp.493–513.
 - 24) Fukushima, M., Luo, Z.-Q. & Pang, J.-S., 1998. A globally convergent sequential quadratic programming algorithm for mathematical programs with linear complementarity constraints. *Computational Optimization and Applications*, Vol. 10, pp.5–34.
 - 25) Nguyen, S. & Dupuis, C., 1984. An efficient method for computing traffic equilibria in networks with asymmetric transportation costs. *Transportation Science*, Vol. 18, pp.185–202.
 - 26) Uchida, K., 2015b. Travel Time Reliability Estimation Model Using Observed Link Flows in a Road Network. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 30, No.6, pp.449–463.
 - 27) Bras, R.L. & Georgakakos, K.P., 1980. Real time nonlinear filtering techniques in streamflow forecasting: a statistical linearization approach. *Proceedings of the Third International Symposium on Stochastic Hydraulics*, pp.95–105.
 - 28) Chen, X.M. et al., 2016. Time-of-day vehicle mileage fees for congestion mitigation and revenue generation: A simulation-based optimization method and its real-world application. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 63, pp.71–95.

(?)

Estimation of the Value of Travel Time and of Travel Time Reliability by Using Observed Link Flow

Teppei KATO and Kenetsu Uchida

Travel time reliability has been recognized as an important factor among the cost benefit analysis in transportation networks. To estimate the benefit and cost of travel time reliability, network models which estimate both monetary values of travel time and of travel time reliability based on the driver's route choice behaviour have been proposed. However, these models need high-cost data input, O-D flow and route flow. In this study, we propose a value estimation method which only needs link flow data.