

固有値解析による固有ベクトルを利用した 緊急輸送道路ネットワークの連結性評価

中南 孝晶¹・中山 晶一朗²・小林 俊一³・山口 裕通⁴

¹学生会員 金沢大学大学院 自然科学研究科 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)
taka-arino@stu.kanazawa-u.ac.jp

²正会員 金沢大学大学院教授 自然科学研究科 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)
nakayama@staff.kanazawa-u.ac.jp

²正会員 金沢大学大学院准教授 自然科学研究科 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)
koba@se.kanazawa-u.ac.jp

²正会員 金沢大学大学院特任助教 自然科学研究科 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)
hyamaguchi@se.kanazawa-u.ac.jp

我が国は、大規模な地震や台風、局地的な大雨などの自然災害が多数発生している。非常時に生じる緊急輸送を円滑に行うため、緊急輸送道路が指定されており、これらが災害時においても通行可能な状態で連結しているかどうかという「連結性」が重要となる。脆弱な部分への補強など、連結性の評価は災害対策を考えるうえで重要な指針の一つとなる。

本稿では、連結性を評価するために、ネットワークをグラフ化し、そのラプラシアン行列の固有値解析によって得られる固有ベクトルの成分に着目する手法を紹介する。この手法で評価できる連結性とは、対象ネットワークが全体として機能するための各リンクの相対的な重要度である。北陸・東海地方を中心に様々な範囲の実緊急輸送道路ネットワークに適用し、分析を行う。

Key Words : *Connectively reliability, Road network, Eigenvalue analysis, eigenvector element*

1. はじめに

日本は、東日本大震災などの大規模な地震や津波、台風や局地的な大雨などによる洪水や土砂崩れなど多くの自然災害に見舞われてきた。このような災害時には、迅速な避難、救援物資の輸送など道路が担うべき役割は非常に大きい。災害によって道路が通行不能になると、緊急輸送を行うこともできなければ、通常輸送も行うことができず、社会に与える影響は被災地のみに留まらない。災害時に生じる緊急輸送を円滑に行うため、高速道路や国道などが緊急輸送道路として指定されており、官公庁や病院などの重要な拠点を結んでいる。この緊急輸送道路が災害時においても通行可能な状態で連結しているかどうかという「連結性」が重要となる。脆弱な部分には補強を、連結性が高い部分には重要な拠点づくりを行うなど、連結性の評価は災害対策を考えるうえで重要な指針の一つとなる。

連結性を評価する手法は数多く存在するが、本稿では、連結性を評価するために、ネットワークをグラフ化し、そのラプラシアン行列の固有値解析によって得られる固

有ベクトルの成分に着目する手法を紹介する。これらの手法で評価できる連結性とは、対象ネットワークが全体として機能するための各リンクの相対的な重要度である。

まず、固有値解析に用いるラプラシアン行列を含めた、この手法での連結性評価の手順について説明する。次に、北陸地方や東海地方を中心に、さまざまな範囲の実緊急輸送道路ネットワークを用いて、連結性評価を行う。

2. 固有ベクトルを利用する評価手法

(1) ラプラシアン行列

まず、はじめにラプラシアン行列の性質について説明する^{1,2)}。道路ネットワークにおけるリンク・ノードの関係を隣接行列で記述する。隣接行列 \mathbf{A} の成分 a_{ij} は、ネットワークのノード i とノード j がリンクで接続していると1に、非接続だと0になる。各ノードから出ているリンクの数は次数と呼ばれ、その次数を対角成分とした行列を次数行列 \mathbf{D} とする。本稿では、隣接行列の成分をリンク長さの逆数にすることでリンク長さを考慮する。つまり、リンク長さが長いほど切断するリスクが大きいこと

を表現できる。この隣接行列 \mathbf{A} と次数行列 \mathbf{D} を用いると、ラプラシアン行列 \mathbf{L} は $\mathbf{D}-\mathbf{A}$ である。このラプラシアン行列は半正定値行列となり、固有値は必ず非負である。さらに、第二最小固有値は代数的連結度、それに対応する固有ベクトルはフィードバックベクトルと呼ばれ、ネットワーク連結性を表す指標の一つである。代数的連結度はネットワークが分断されやすい構造だと値が小さくなる。

(2) 固有ベクトルによる評価手法

固有値解析を行うことで、第二最小固有値に対応するノードごとの固有ベクトルの成分を求めることができる。ノード間の固有ベクトルの成分の差に着目し、評価を行う。ノード o とノード d を結ぶリンク i の連結性を評価するための評価値は式(1)ようになる。ただし、 x_o, x_d はノード o およびノード d における固有ベクトルの成分で、 x_{max} は各ノードの固有ベクトルの成分の絶対値をとったものの最大値である。

$$\text{Evaluated value} = (|x_o - x_d|)/x_{max} \quad (1)$$

この評価値は、ノード間の固有ベクトル成分の差を、対象ネットワーク上における固有ベクトルの絶対値をとった最大値での割合で表現したものである。この評価値が大きいほど、そのリンクの切断によってネットワークが分断される可能性が高まると考えられる。

固有ベクトルの成分の差については、以下に示すような二つの特性がある。まず、固有ベクトルの成分の差はリンク長さに依存して変化する。つまり、距離が長いリンクほど評価値が大きくなりやすい傾向にある。もう一つは、ネットワークの中心に近いリンクほど固有ベクトルの成分の差が大きくなることである。ここで示すネットワークの中心とは、固有ベクトルの成分が0である部分である。つまり、ネットワーク上のノードは、固有ベクトルの成分の正負によって二つのグループに分けられており、その境目がネットワークを二つに分ける中心線となり、評価値が大きく示される傾向にある。リンクの切断によって、ネットワークが均等に二分される可能性が高いほど、連結性への影響が大きいという評価を示す。なお、この線はノードやリンクの数を単純に二分するわけではなく、同じ道路ネットワークでもノードの配置を変えることによって位置が変わる。本稿では、この境目を「ネットワーク中心線」とする。

3. 実緊急輸送道路ネットワークに適用

(1) 石川県の緊急輸送道路ネットワーク

まず、石川県の緊急輸送道路ネットワークについて分析を行う(612リンク, 413ノード)。石川県は道路網が密な南部(加賀地方)と山間部が多い北部(能登地方)に大き

く分かれており、能登地方と金沢市内を結ぶ河北潟の北の道路は海岸線のごくわずかしかなかく、ここがネットワークが分断せれる危険性が高い部分であることは直感的に理解できる。

各ノードの固有ベクトルの成分を正負で分けて示す(図-1)。成分が負のノードは赤色で示され、正のノード

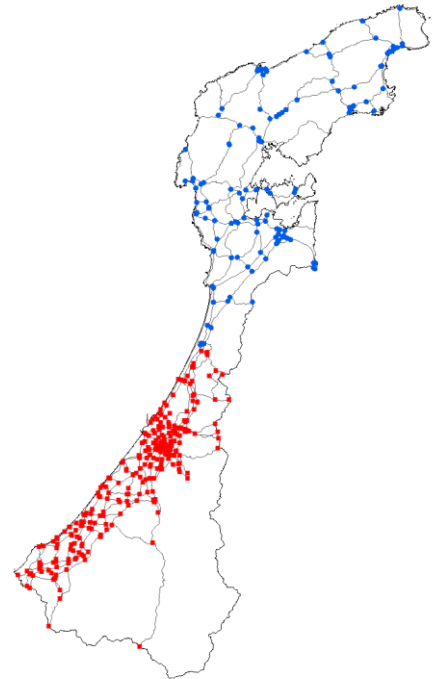


図-1 石川県の固有ベクトルの成分

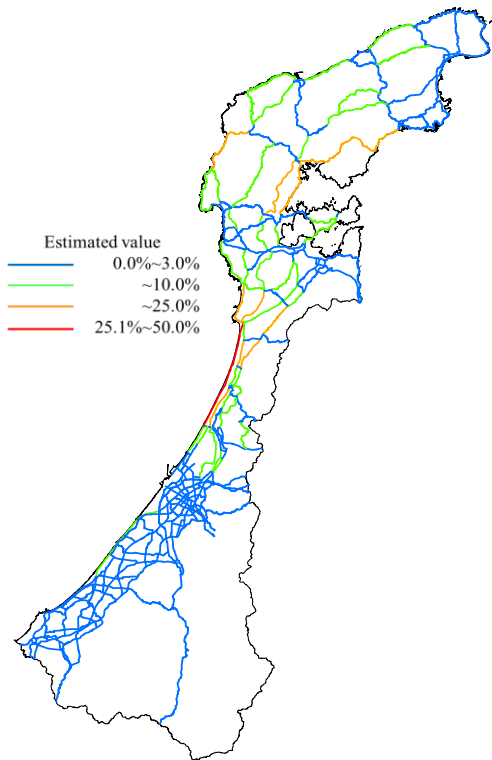


図-2 石川県の評価結果

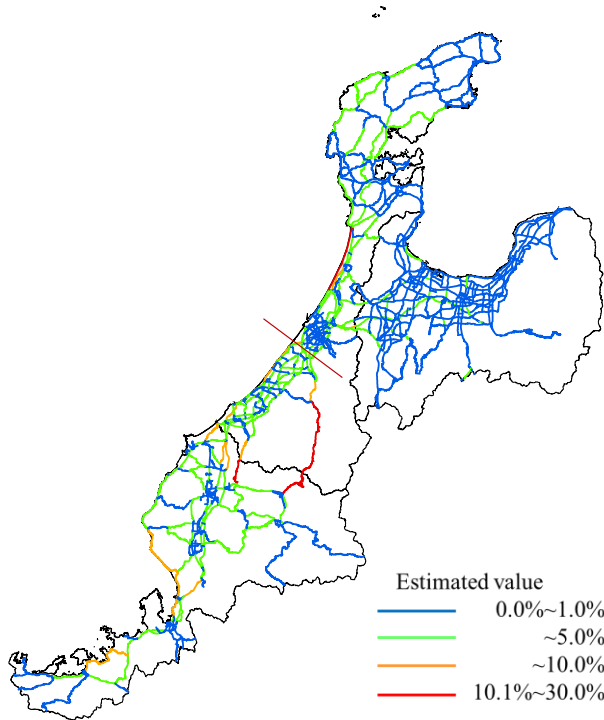


図-3 北陸地方の評価結果

は青色で示され、それぞれ、282個と131個のグループに分かれる。河北潟の北付近で色の境目があり、ここがネットワーク中心である。評価値の結果を図-2に示す。道路網が密な加賀地方は評価値が低い青色がほとんどで、道路網が疎な能登地方は緑色や橙色のリンクが存在する。河北潟の北のリンクは赤色で示され、評価値が最大となる。このように、そのネットワークが分断される危険性が高いと考えられる部分は評価値が高くなっており、この手法によって、連結性を維持するために重要となるリンクを推定できたといえる。

(2) 北陸地方の緊急輸送道路ネットワーク

福井県と富山県の道路網を追加して分析を行う(1620リンク、1160ノード)。ネットワーク中心線の位置と評価値の結果は図-3に示す。ネットワーク中心線は紫色で示した直線付近に相当し、石川県のみで分析した場合に比べ、南へ移動した。富山県は全体的に青いリンクが占めており、あるリンクが切断しても連結性は高く保たれる。福井県は道路網が疎であり、切断による影響が大きいと評価されるリンクが多い。石川県に着目すると、能登地方のリンクは青色になり、相対的に連結性に対する切断の影響が低くなった。能登地方は北陸地方全体で考えると飛び出した半島部分であり、能登地方のリンクが果たす役割は全体を結ぶという点では低くなることが考えられる。対して、加賀地方のリンクは緑色のリンクが増えて、相対的に影響が高まった。一方、加賀地方は

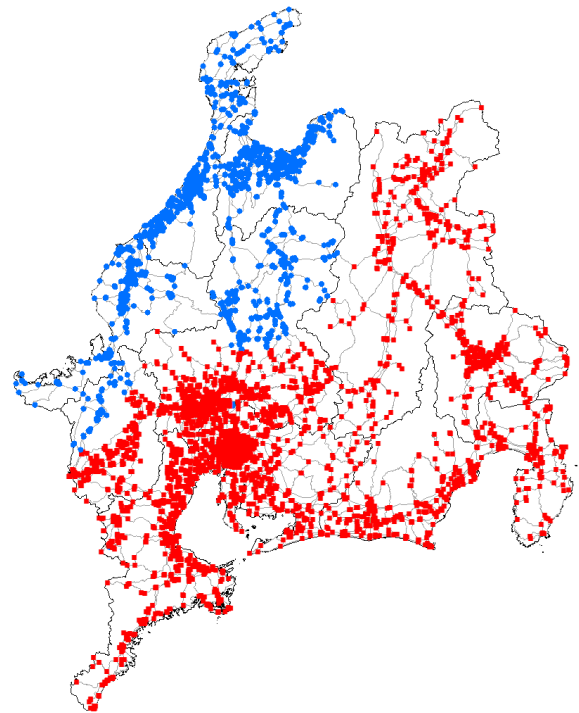


図-4 北陸・東海地方の固有ベクトルの成分

連結性が低い福井県のネットワークを結ぶ必要があり、石川県のみの方に比べてそのリンクが果たすべき役割が大幅に上昇することが考えられる。このようなリンクが全体を結ぶために果たすべき役割の変化が、そのまま評価の変化につながっていると考えられる。この役割というのは、ネットワーク中心線に近いリンクほど大きくなると理解することができる。

(3) 北陸・東海地方の緊急輸送道路ネットワーク

北陸・東海地方および滋賀県、長野県、山梨県などの周辺県を加えた大規模な緊急輸送道路ネットワークにおいて分析を行う(6864リンク、5134ノード)。このようなノード、リンクの数が膨大な大規模なネットワークにおいても、この手法は固有値解析一回のみで評価できるため、計算量が指数関数的に増大するという事はない。この点もこの手法の大きな利点であるといえる。

まず、固有ベクトルの成分の正負を図-4に示す。ネットワーク中心線は、琵琶湖の中心を通り、岐阜県の中腹付近を東西に横断し、岐阜県と長野県の県境、富山県と長野県の県境付近を通り日本海に抜け出るように描かれると考える。北陸地方は全てのノードが青色で示され、同じグループに属している。愛知県と岐阜県の境目に、青いノードが2つ紛れ込んでいるが、これは他の緊急輸送道路と接続していないリンクであり、分析するうえで問題はない。つまり、このネットワークでは二つの独立したネットワークを分析していることとなり、第二最小

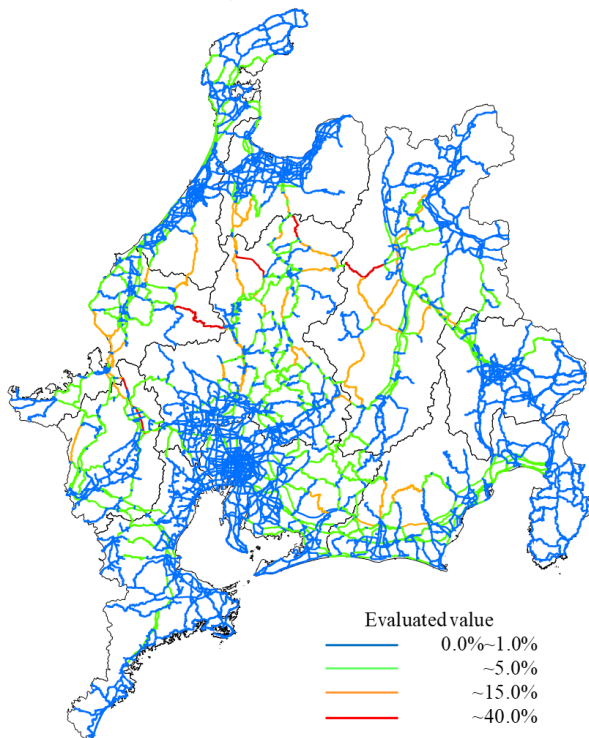


図-5 北陸・東海地方の評価結果

固有値ではなく、第三最小固有値に対する固有ベクトルに着目する必要がある。

評価値の結果は図-5に示す。評価値が高い赤色のリンクは、岐阜県の飛騨地方付近およびその県境付近に多く存在する。これらの道路はネットワーク中心線に近く、道路の果たす役割が大きいうえに、県境を跨ぐ道路であるから迂回路も少ない。このことから評価値が大きくなるのは妥当な結果といえる。また、滋賀県の米原付近から北に延びる北陸道も赤色で示されている。北陸道は周囲の一般道よりも距離が長く、同じ地域を通る一般道よりも評価値が高く表示されることが確認できる。なお、愛知県と岐阜県の境目にある他の緊急輸送道路から独立したリンクは青色で示されており、影響は小さいと評価できる。

4. まとめと今後の展望

ネットワークのラプラシアン行列に対する固有値解析から得られる固有ベクトルの成分によって連結性評価を行う手法を提案した。実緊急輸送道路ネットワークに適用し、ネットワーク全体が連結しているために重要となるリンクの相対的な評価を行うことができた。この評価は、道路網の密度、そのリンクが果たしている役割の大きさ、リンクの長さの三点が大きな要因となっている。

ネットワークの範囲を変えることで、そのリンクが果たすべき役割も変化し、連結性評価も異なることが分かった。つまり、より適切な評価を行うためには、防災拠点や接続しておく範囲を十分に考慮したうえで、より適切な分析範囲を決定することが重要である。

今後の展望としては、まず、評価要素の一つであるネットワーク中心線はどのように位置が決定されるのかということを解明する。同時に、各リンクの担う役割は中心に近い方が大きいということが現実に即しているということも考える必要があるだろう。これらの解明によって、特定の地域または拠点の重みづけにつなげていきたい。並行して、さらに大規模なネットワークでの検討や、第二最小固有値以外に対応する固有ベクトルにも着目するなど、この手法をさらに発展させていく。

謝辞：本研究の一部は国土交通省新道路技術会議において採択され、国土交通省国土技術政策総合研究所の委託研究により実施したものである。ここに記して感謝いたします。

参考文献

- 1) 仁平政一・西尾義典：グラフ理論序説改訂版，プレアデス出版，安曇野，2001。
- 2) 小林俊一・中山晶一郎・松井千里・若林桂汰：道路ネットワークのラプラシアン行列による脆弱性解析，土木計画学研究・講演集，Vol.55，CD-ROM、2017。

(2017.7.31受付)

EVALUATING CONNECTIVITY RELIABILITY OF EMERGENCY TRANSPORT ROAD NETWORKS WITH EIGENVECTOR ELEMENTS

Takaaki NAKAMINAMI, Shoichiro NAKAYAMA, Shun-ichi KOBAYASHI and Hiromichi YAMAGUCHI

Japan has occurred many national disasters, such as large earthquakes, tsunamis, floods and landslides that were triggered by heavy rains. Roles of roads for quick evacuation and transportation of relief were important. If roads don't take cars by disasters, we will not transport relief or ordinary everyday objects, so influence of society will not be only in disaster areas. In Japan, expressways and many national roads are designated as emergency transport roads which connect important bases, such as public offices and hospitals. Connectivity reliability whether passable emergency transport roads connect important bases or not in disaster is very important. The evaluation of connectivity reliability is one of the guide to prevent disasters.

In this paper, we propose the method with an eigenvalue analysis of the Laplasian matrix to estimate connectivity reliability. This method focuses on eigenvector elements corresponding to the 2nd minimum eigenvalue. Connectivity reliability evaluated by this method is considered relative importance of each link to function the whole of the road network.

Firstly, we show process of this method including making the Laplasoan matrix. Secondly, we discuss a characteristic of them through some calculations about a real emergency transport road network in the Hokuriku and Tokai region and its environs.