

# マルコフ連鎖配分に基づく 経路交通量推定モデルの構築

近藤 篤史<sup>1</sup>・嶋本 寛<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 日本工営株式会社 インフラマネジメント事業部 都市・交通計画部  
(〒102-8539 東京都千代田区九段北1-14-6)  
E-mail:a8370@n-koei.co.jp

<sup>2</sup>正会員 宮崎大学准教授 工学部社会環境システム工学科 (〒889-2192 宮崎市学園木花台西1-1)  
E-mail:shimamoto@cc.miyazaki-u.ac.jp

近年、全国的に道路構造物の老朽化は深刻であり、更新に伴う長期間にわたるリンク途絶が増加すると予想される。そのため、地域住民への影響を最小限に抑えるために、ネットワーク解析手法を用いてリンク途絶に対する利用者の対応行動を把握することが求められるが、既往の経路交通量推定モデル(PFE)では既存OD表が必要であることや、考慮される経路が限定的であるなどの問題がある。そこで本研究では、リンク途絶の影響把握を念頭に、全経路パターンを考慮可能な、観測リンク交通量に基づくPFEを構築した。その結果、既往研究よりも推定精度が向上していることが確認され、リンク交通量は十分な再現性がある一方、OD交通量は再現性が低いことが確認された。また、観測誤差が5%以下であればリンク交通量の推定精度にほとんど影響を及ぼさないことを確認した。

**Key Words :** *Path flow estimator, Stochastic user equilibrium, Markov chain assignment, Link disruption, Traffic counts*

## 1. はじめに

2013年11月、宮崎県宮崎市の中心市街地に位置する小戸の橋が、老朽化による架け替え工事に伴って通行止めになった。通行止め前後では交通ネットワークの変化による混乱が見受けられた。このような道路構造物の更新による長期間にわたるリンク途絶は、宮崎に限らず、今後全国で増加することが予想され、このようなリンク途絶の影響評価や利用者の対応行動を把握し、地域住民の生活への影響を最小限に留めるための方策を検討する必要がある。

近年情報通信技術の進展により、従来個別の調査で得ていた交通データを、一括で精度良く収集することが可能となった。その一つがプローブカーデータであり、各車両の位置や速度、時刻などが記録されており、交通データの中でも特に経路を辿ることが期待できる。嶋本・八尋<sup>1)</sup>は、プローブカーデータを用いたデータ分析によって、小戸の橋通行止めによる旅行時間及び信頼性の変化を分析している。しかしながら、リンク途絶による交通流への影響評価はなされているものの、非集計データの入手が困難であり、利用者の対応行動については考察

が不十分である。

また、経路対応行動を分析する手段として、経路交通量推定(PFE: Path Flow Estimator)が挙げられる。一般に、経路交通量はOD交通量に経路利用率を乗じて得られるため、PFEにおいてOD交通量を精度良く推定するための研究が多くなされてきた。OD交通量推定では、既存OD表を現在の観測リンク交通量と整合するように修正し、現在のOD交通量を得る。修正方法によって、例えばZuylen and Willumsen<sup>2)</sup>はエントロピー最大化モデルを提案し、Iida and Takayama<sup>3)</sup>は残差平方和最小化モデルを提案している。しかし、これらのモデルは、入力データとして既存OD表があることを前提としているが、既存OD表が入手できるケースは限定的で、またOD調査実施の間隔が長く、適切な既存OD表を入手することは困難である。一方、既存OD表がない場合には、Holm et al.<sup>4)</sup>や井上<sup>5)</sup>が、重力モデルをODパターンの基本とする最尤法モデルを提案しているが、都市間または都市圏全体など広域的なネットワークでは有用である一方、都市内などの局所的なネットワークには適さない。

さらに、上記OD交通量推定モデルは、経路利用率は交通混雑に依らず一定と仮定しているため、局所的なネ

ネットワークにおける、リンク途絶による交通への影響分析や経路選択行動の変化の分析には不適切である。Bell and Shield<sup>6)</sup>は経路利用率を確率的利用者均衡配分(SUE :Stochastic User Equilibrium)によって内生的に求めるPFEモデルを提案している。さらに、Chen et al.<sup>7)</sup>はこれを車両探知機の観測誤差を考慮したモデルへと発展させている。しかしながら、この二つのモデルは列生成法によって経路を限定しており、全経路集合を考慮しているものではなく、経路選択行動を分析する上では不十分である。

一方、SUE配分における確率的配分手法に関して、列生成法のように経路を限定することなく、全経路パターンを考慮できるマルコフ連鎖配分(MCA :Markov Chain Assignment)が提案されている。この考え方は、佐佐木<sup>8)</sup>によって提案されたもので、その後、Akamatsu<sup>9)</sup>によってMCAはロジットモデルと等価になることが示されており、鈴木ら<sup>10)</sup>はMCAを用いてOD推定を行っている。さらに、赤松・松野<sup>11)</sup>によって、MCAで問題となるサイクリックフローは、ネットワーク情報として幾何学的情報を加えることで削除しうることが示されている。

以上を踏まえ、本研究ではリンク途絶の影響評価に用いることを念頭に置き、MCAを組み合わせることにより経路集合を限定しないPFEの構築を目的とする。このモデルの特徴は、既存OD表を必要とせず観測リンク交通量のみを入力データとする点、観測誤差を考慮できる点、経路を列挙することなく全経路集合を考慮できる点にある。また、経路集合を限定しないため、MCAから得られる終点別リンク利用率を用いることで、任意の経路交通量を入手できる点も本モデルの特徴である。

本論文の構成は以下の通りである。まず第1章では研究の背景と目的と述べるとともに、関連する既往研究を整理した。第2章において本研究で提案するモデルの定式化を行ったのち、第3章において解法を説明する。その後、第4章、第5章において提案するモデルを簡易ネットワーク、実規模ネットワークにそれぞれ適用し、性能検証を行う。最後に、第6章において本研究で得られた成果を整理し、今後の課題をまとめる。

## 2. モデルの定式化

### (1) 記号表記

本研究で用いる記号表記とその意味を以下に示す。

- $R$  : 出発地ノードの集合
- $S$  : 目的地ノードの集合
- $K_{rs}$  : ODペア $rs$ 間の経路集合
- $A$  : 全てのリンクの集合

- $M$  : 交通量が観測されているリンクの集合
- $U$  : 交通量が観測されていないリンクの集合
- $N$  : 全ノードの集合
- $Out(i)$  : ノード $i$ から流出するリンクの集合
- $In(i)$  : ノード $i$ に流入するリンクの集合
- $f_k^{rs}$  : ODペア $rs$ 間の経路のうち、 $k$ 番目の経路の交通量
- $q_{rs}$  : ODペア $rs$ 間交通量
- $v_a$  : 観測リンク交通量
- $x_a$  : 推定リンク交通量
- $t_a$  : リンクコスト関数
- $\psi_a$  : 仮想交通量 (リンク交通量の観測値と推定値の差)
- $t_a^f$  : リンク $a$ の自由流旅行時間
- $\rho_a$  : リンク $a$ に負荷するペナルティコスト
- $\delta_{k,a}^{rs}$  : ODペア $rs$ 間の経路のうち、 $k$ 番目の経路がリンク $a$ を通過していれば1、通過していなければ0をとるダミー変数
- $p(j|i)$  : ノード $i$ からノード $j$ に推移する確率
- $W$  : MCAのリンクの重み行列
- $p_{ij}^{rs}$  : OD別リンク選択確率
- $\theta$  : 分散パラメータ

### (2) 観測誤差を考慮したPFEモデル

本研究で提案するモデルを構築するにあたり、Chen et al.<sup>7)</sup>が考案したPFEモデルを説明する。Chen et al.<sup>7)</sup>が構築したPFEモデルは、Bell and Shield<sup>6)</sup>が提案したPFEモデルの目的関数にノルムにより定量化した観測誤差を加えたものであり、以下ではPFE-Normと表記する。PFE-Normの定式化は以下の通りである。

[PFE-Norm]

$$\min_{(f,\psi)} Z_{Norm} = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w) dw + \frac{1}{\theta} \sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k (\ln f_{rs}^k - 1) + \frac{1}{\theta} \sum_{a \in M} \psi_a \ln(\psi_a - 1) + \sum_{a \in M} \rho_a \psi_a \quad (1)$$

subject to

$$x_{ij} = \sum_{rs \in RS} \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} \delta_{ka}^{rs}, \quad \forall a \in A \quad (2)$$

$$q_{rs} = \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs}, \quad \forall rs \in RS \quad (3)$$

$$f_k^{rs} \geq 0, \quad \forall k \in K_{rs}, \quad \forall rs \in RS \quad (4)$$

$$x_a \geq v_a - \psi_a, \quad \forall a \in M \quad (5)$$

$$x_a \leq v_a + \psi_a, \quad \forall a \in M \quad (6)$$

$$\psi_a \geq 0, \quad \forall a \in M \quad (7)$$

$$x_a \leq C_a, \quad \forall a \in U \quad (8)$$

式(1)に示した目的関数のうち、第1項のリンクコスト関数と第2項のエントロピー関数はSUE配分の定式化と等価であり、これに第3項と第4項を加えることで、観測誤差を考慮している。すなわち、観測リンク交通量と推定リンク交通量の差分 $\psi_a$ を仮想的な交通量として配分することで、観測誤差を考慮している。なお、式(1)は観測誤差を $L_1$ ノルムにより定量化したモデルであり、Chen et al.<sup>7)</sup>は $L_2$ ノルム、 $L_\infty$ ノルムにより観測誤差を定量化したモデルも構築しているが、数値計算において $L_2$ ノルムに基づいたモデルは悪条件 (ill-conditioned) に陥る場合があることを確認している。したがって、本研究では $L_1$ ノルムに基づいたモデルをベースに拡張を行う。

### (3) 本研究で構築するPFEモデル

本研究構築するPFEモデルは、MCAを組み合わせることにより経路を列挙することなく全ての経路集合を考慮するものである。式(1)に示すPFE-Normの目的関数の第2項のエントロピー関数は経路交通量 $f_k^{rs}$ により定義されているが、本研究では経路交通量を明示的に計算することはできない。したがって、まずエントロピー関数を赤松<sup>12)</sup>によって提案されている起点別リンク交通量 $x_{ij}^r$ による定義に置き換える。すなわち、エントロピー関数を式(1)の第2項から式(9)の第2項に置き換え、これにともない、制約条件の式(2)を式(10)及び式(11)に置き換える。したがって、本研究で提案するモデル（以降、PFE-MCAと呼ぶ）は、以下に示すように式(9)に示す目的関数と式(10)、式(11)および式(3)から式(8)に示す制約条件として定式化できる。

[PFE-MCA]

$$\begin{aligned} & \min_{(x, \Psi)} Z_{MCA} \\ & = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w) dw \\ & + \frac{1}{\theta} \sum_{r \in R} \left\{ \sum_{j \in N} \sum_{a \in IN(j)} (x_a^r) \ln \left( \sum_{a \in IN(j)} x_a^r \right) \right. \\ & \left. - \sum_{a \in A} x_a^r \ln x_a^r \right\} + \frac{1}{\theta} \sum_{a \in M} \psi_a \ln(\psi_a - 1) \\ & + \sum_{a \in M} \rho_a \psi_a \end{aligned} \quad (9)$$

Subject to

$$\sum_{a \in IN(k)} x_a^r - \sum_{a \in OUT(j)} x_a^r + q_{rs} \delta_{rk} - \sum_{s \in S} q_{rs} \delta_{sk} = 0, \quad \forall k \in N, \forall r \in R \quad (10)$$

$$x_a = \sum_{r \in R} x_a^r, \quad \forall a \in A \quad (11)$$

$$x_{ij}^r \geq 0, \quad \forall (ij) \in A, \quad \forall r \in R \quad (12)$$

式(3)から式(8)

なお、PFE-Normは経路交通量と仮想交通量を未知変数としているが、PFE-MCAは経路交通量を明示的に計算できないため、OD交通量と仮想交通量を未知変数としている。ただし、PFE-MCAにおいてもMCAによるリンク推移確率を用いることにより、事後的に任意の経路交通量を推定可能である。したがって、PFE-MCAはPFE-Normよりも少ない未知変数から任意の経路交通量を推定可能であるといえる。

### (4) マルコフ連鎖配分の重み行列Wの定義

本研究では、利用者の行動規範と仮定している確率的利用者均衡配分を、Akamatsu<sup>9)</sup>によって提案されているMCAを用いて解く。MCAにおける推移確率は、観測交通量等から推計されることを前提としているが、式(13)に示す式で推移確率 $p(j|i)$ を与えることで、ロジット型確率配分モデルと等価になることが示されている<sup>9)</sup>。

$$p(j|i) = \exp(-\theta t_{ij}) \frac{V_{js}}{V_{is}} \quad (13)$$

ここに、

$$V_{is} = \sum_{k=1}^{\infty} \exp(-\theta c_k^{rs})$$

また、MCAは、推移確率行列を導入することで、式(14)から式(16)に示す簡単な行列演算によって解を求めることができることが特徴である。

$$w_{ij} = \begin{cases} \exp(-\theta t_{ij}) \cdots \forall w_{ij} \in A \\ 0 \cdots \text{else} \end{cases} \quad (14)$$

$$\mathbf{V} = (\mathbf{E} - \mathbf{W})^{-1} - \mathbf{E} \quad (15)$$

$$p_{ij}^{rs} = \frac{V_{ri} w_{ij} V_{js}}{V_{rs}} \quad (16)$$

また、このMCAは、列生成法のように経路を列挙する必要がなく、柔軟な経路選択行動を表現することが可能である。さらに、終点別リンク利用率または起点別リンク利用率をOD交通量に乗じることで、任意の経路交通量を事後的に求めることができる。ただし、循環経路が経路集合に含まれていることに注意する必要がある。

ここで、本研究で提案するPFE-MCAのLagrange関数に対するKuhn-Tucker条件から、経路交通量 $f_k^{rs}$ と仮想交通量 $\psi_a$ は、式(17)と式(18)のように解析的に導出可能である。（導出過程は付録に記す。）

$$f_k^{rs} = \frac{\exp(\theta C_k)}{\sum_{k' \in K_{rs}} \exp(\theta C_{k'})} q_{rs}, \quad \forall rs \in \Omega, \forall k \in K_{rs} \quad (17)$$

$$\psi_a = \exp\{\theta(-\rho_a + l_a - u_a)\}, \forall a \in M \quad (18)$$

ここに,

$$C_k = - \sum_{a \in A} t_a(x_a) \delta_{k,a}^{rs} + \sum_{a \in M} (l_a + u_a) \delta_{k,a}^{rs} + \sum_{a \in U} d_a \delta_{k,a}^{rs} \quad (19)$$

$$C_{k'} = - \sum_{a \in A} t_a(x_a) \delta_{k',a}^{rs} + \sum_{a \in M} (l_a + u_a) \delta_{k',a}^{rs} + \sum_{a \in U} d_a \delta_{k',a}^{rs} \quad (20)$$

ここで、式(19)と式(20)のLagrange係数 $l_a$ 、 $u_a$ 、 $d_a$ に着目すると、 $l_a$ と $u_a$ は観測リンク集合 $M$ に関して、 $d_a$ は非観測リンク集合 $U$ に関して足し合わせていることがわかる。したがって、本研究で用いるMCAの重み行列の要素 $w_{ij}$ は、 $ij$ 間のリンクの種類に応じて式(21)に示すように3通りとして定義すればよい。

$$w_{ij} = \begin{cases} \exp(-\theta t_{ij} + \theta l_{ij} + \theta u_{ij}) & \dots \forall (ij) \in M \\ \exp(-\theta t_{ij} + \theta d_{ij}) & \dots \forall (ij) \in U \\ 0 & \dots else \end{cases} \quad (21)$$

### 3. 解法アルゴリズム

本章では、PFE-MCAの解法を示す。PFE-MCAの未知変数はOD交通量と仮想リンク交通量である。このうち、OD交通量が所与のときに目的関数値を計算できれば、市販の最適化ツールにより目的関数を最適化するOD交通量を求めることができる。(本研究では、matlabの“fmincon”関数に内蔵されている内点法により最適化した。)したがって、本章ではOD交通量の値が所与のもと、目的関数の計算アルゴリズムを示す。

#### (1) 目的関数の計算

PFE-MCAの目的関数値は、下記に示すような部分線形化法により解くことができる。

##### Step 1 : 初期化

$n = 0$ ,  $x_a^n = l_a^n = u_a^n = d_a^n = 0, \forall a \in A$ とする。リンク旅行時間を $\tilde{t}_a^n = t_a(0)$ として、 $n = n + 1$ とする。(nは繰り返し計算の回数である。)

##### Step 2 : 部分線形化問題の計算

式(9)における第1項のリンク旅行時間をリンク交通量に関して線形近似した部分線形化問題を解く。なお、部分線形化問題の解法は次節で示す。

##### Step 3 : 収束判定

リンク交通量 $\mathbf{x}^n$ および仮想リンク交通量 $\Psi^n$ がそれぞれ $\mathbf{x}^{n-1}$ 、 $\Psi^{n-1}$ に十分近ければ計算終了、そうでなければ以下の式によりリンク旅行時間を更新し、 $n = n + 1$ としてStep 2に戻る。

$$\tilde{t}_a^n = t_a(x_a^{n-1}) - l_a^{n-1} - u_a^{n-1} - d_a^{n-1}, \forall a \in A$$

#### (2) Iterative balance法

前節のStep 2における部分線形化問題は、以下に示すiterative balance法<sup>9)</sup>により解くことができる。ただし、本節における記号表記では目的関数値の計算における繰り返し計算回数を表す $n$ を省略している。

##### Step 2-1 : 初期化

$m = 1$ とし、 $u_a^m = d_a^m = 0$ ,  $l_a^m = \eta_0$ とする。ただし、 $\eta_0$ は計算終了条件の閾値であり、例えば $\eta_0 = -10^{-6}$ と設定する。 $m = m + 1$ とする。(mはStep 2における繰り返し計算の回数である。)

##### Step 2-2 : 交通量の計算

次節に示すマルコフ連鎖配分により、リンク交通量 $\mathbf{x}^m$ を計算する。さらに、以下の式により仮想リンク交通量を算出する。

$$\psi_a^m = |v_a - x_a^m|, \forall a \in M \quad (22)$$

##### Step 2-3 : Lagrange係数の更新

以下の式にしたがって、Lagrange係数を更新する。

$$\begin{aligned} d_a^m &= \text{Min}\{0, d_a^m + \lambda_a\} \\ l_a^m &= \text{Max}\{0, l_a^m + \beta_a\} \\ u_a^m &= \text{Min}\{0, u_a^m + \pi_a\} \end{aligned}$$

ただし、上記の式中の $\lambda_a$ 及び $\beta_a$ 、 $\pi_a$ は、以下の式で表される<sup>9)</sup>。

$$\lambda_a = \frac{1}{\theta} \ln \left( \frac{C_a}{x_a} \right), \quad \forall a \in U$$

$$\beta_a = \frac{1}{\theta} \ln \left( \frac{v_a}{x_a + \psi_a} \right), \quad \forall a \in M$$

$$\pi_a = \frac{1}{\theta} \ln \left( \frac{v_a + \sqrt{v_a^2 + 4x_a\psi_a}}{2x_a} \right), \quad \forall a \in M$$

##### Step 2-4 : 収束判定

$\eta_0 < \zeta < \eta$ であれば、Step 3へ進み、そうでなければ $m = m + 1$ としてStep 2-2へ戻る。ただし、 $\zeta$ は以下の式で与えられる。

$$\zeta = \text{Max}_{\forall a} \{ |l_a^m - l_a^{m-1}|, |u_a^m - u_a^{m-1}|, |d_a^m - d_a^{m-1}| \}$$

ただし、 $\eta$ は許容誤差の上限値であり、例えば $\eta = 10^6$ と設定する。

なお、Step2-2における仮想リンク交通量の計算において、本研究ではChen et al.<sup>7)</sup>は式(18)にしたがって計算している。理論的には、最適解において式(18)と式(22)で計算される仮想リンク交通量は一致するはずである。しかし、仮想リンク交通量を式(18)にしたがって計算したとき、大規模なネットワークでは $l_a^m$ が大きすぎる値となる、あるいは $u_a^m$ が(負の)小さすぎる値となるため仮想リンク交通量が大きすぎる値となり、計算を続行できなくなることがあったため、式(22)のように置き換えた。

(3) マルコフ連鎖配分

前節のStep2-2に記したMCA<sup>9)</sup>の計算フローは以下の通りである。

Step 2-2-1 重み行列の定義

以下の場合分けによって、重み行列 $\mathbf{W}$ の算出する。なお、導出過程は2章4節で述べた通りである。

$$w_{ij}^m = \begin{cases} \exp(-\theta t_{ij}^m + \theta l_{ij}^m + \theta u_{ij}^m) \cdots \forall (ij) \in M \\ \exp(-\theta t_{ij}^m + \theta d_{ij}^m) \cdots \forall (ij) \in U \\ 0 \cdots else \end{cases}$$

Step 2-2-2  $\mathbf{V}$ の算出

式(15)にしたがって、 $\mathbf{V}$ を算出する。

Step 2-2-3 OD別リンク利用率 $p_{ij}^{rs,m}$ の算出

式(16)にしたがって、OD別リンク利用率 $p_{ij}^{rs,m}$ を算出する。

Step 2-2-4 出発地別リンク交通量 $x_{ij}^{r,m}$ の算出

以下の式によって、出発地別リンク交通量 $x_{ij}^{r,m}$ を算出する。

$$x_{ij}^{r,m} = \sum_{s \in S} p_{ij}^{rs,m} q_{rs}^m$$

4. 簡易ネットワークでの性能評価

本章では、提案したPFE-MCAモデルの性能を評価するため、Chen et al.<sup>7)</sup>と同じ簡易ネットワークであるGridネットワークにPFE-MCAモデルを適用し、推定を行う。このネットワークは、図-1に示す通りであり、ノード数が9であり、リンク数が14である。このうちノード番号1, 2, 4は発地点、ノード番号6, 8, 9は着地点である。ネットワーク情報を表-1に示す。

モデルの検証にあたり、推定結果と比較する真値が必要であるが、経路交通量やリンク交通量の真値は存在しない。そこで、本研究ではChen et al.<sup>7)</sup>と同じ条件である

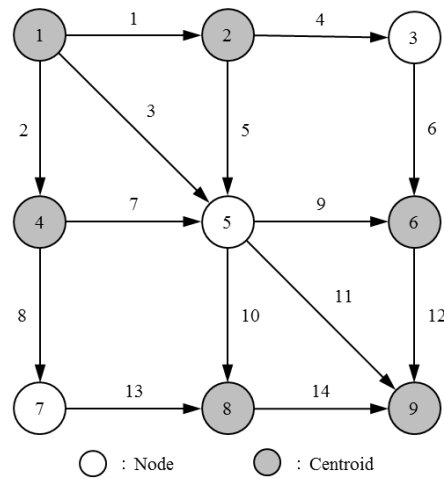


図-1 Gridネットワーク

表-1 ネットワーク情報

| リンク番号 | ノード番号 |    | リンク長 (m) | リンク容量 (台/h) | 自由流速度 (km/h) |
|-------|-------|----|----------|-------------|--------------|
|       | from  | to |          |             |              |
| 1     | 1     | 2  | 1333     | 280         | 40           |
| 2     | 1     | 4  | 1000     | 290         | 40           |
| 3     | 1     | 5  | 2000     | 280         | 40           |
| 4     | 2     | 3  | 667      | 280         | 40           |
| 5     | 2     | 5  | 667      | 600         | 40           |
| 6     | 3     | 6  | 1333     | 300         | 40           |
| 7     | 4     | 5  | 1333     | 500         | 40           |
| 8     | 4     | 7  | 667      | 400         | 40           |
| 9     | 5     | 6  | 1000     | 500         | 40           |
| 10    | 5     | 8  | 667      | 700         | 40           |
| 11    | 5     | 9  | 1333     | 250         | 40           |
| 12    | 6     | 9  | 667      | 300         | 40           |
| 13    | 7     | 8  | 667      | 350         | 40           |
| 14    | 8     | 9  | 667      | 220         | 40           |

表-2 各データセット

| リンク番号 | SUEリンク交通量 |           | 観測リンク交通量  |              | 誤差(%) |
|-------|-----------|-----------|-----------|--------------|-------|
|       | (データセット1) | (データセット2) | (データセット3) | 観測値          |       |
| 1     | 124       | -         | -         | -            | -     |
| 2     | 137       | -         | -         | -            | -     |
| 3     | 109       | 109       | 108.00    | 1.05         | -     |
| 4     | 77        | -         | -         | -            | -     |
| 5     | 467       | 467       | 495.00    | 6.11         | -     |
| 6     | 77        | 77        | 82.00     | 6.17         | -     |
| 7     | 212       | 212       | 236.00    | 11.40        | -     |
| 8     | 295       | -         | -         | -            | -     |
| 9     | 303       | 303       | 285.00    | 5.83         | -     |
| 10    | 400       | 400       | 390.00    | 2.49         | -     |
| 11    | 85        | 85        | 70.00     | 17.55        | -     |
| 12    | 50        | -         | -         | -            | -     |
| 13    | 295       | 295       | 296.00    | 0.25         | -     |
| 14    | 165       | -         | -         | -            | -     |
|       |           |           |           | 平均誤差(%)      | 6.4   |
|       |           |           |           | 観測リンクカバー率(%) | 57.1  |

表-3 OD交通量

| From/to | 6   | 8   | 9   |
|---------|-----|-----|-----|
| 1       | 120 | 150 | 100 |
| 2       | 130 | 200 | 90  |
| 4       | 80  | 180 | 110 |

表-2に示す3つのデータセットを準備する。表-2におけるデータセット1は、表-3に示すOD交通量をSUE配分して得られるリンク交通量であり、これを真値と仮定する。

なお、SUE配分における分散パラメータ $\theta$ はChen et al.<sup>7)</sup>と同じ条件にするため1.5とした。また、データセット2はデータセット1のうち一部のリンク交通量を抽出したものであり、さらにデータセット3はデータセット2のリンク交通量に観測誤差を与えたものである。ケース2、ケース3における観測リンクカバー率は57.1%であり、またケース3における平均観測誤差は6.4%である。

分析では、推定値と真値の乖離度合いを評価するため、以下で表される、平均二乗誤差(RMSEP :Root Mean Squared Error Percent)を用いる。

$$RMSEP = 100 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_a - x_a^*}{x_a^*} \right)^2} \quad (23)$$

本章では、第1節にて、全リンクで交通量が観測されており、観測誤差もない条件で推定を行い、提案したPFE-MCAモデルの再現性を検証する。次に、非観測リンクがある場合に、その情報の再現性について検証する。また、第2節にて、Chen et al.<sup>7)</sup>が行った検証と同じ設定、入力データをPFE-MCAモデルに適用し、推定精度の比較を行う。

### (1) 再現性の検証

想定するネットワークにおいて、データセット1を入力データとして提案したPFE-MCAモデルにて推定を行った。PFE-MCAモデルは、非観測リンクの交通量を、観測リンク交通量と整合するように補完した上で、経路交通量を推定するモデルである。よって、非観測リンクがないこのケースでは、リンク交通量の推定結果は真値と一致しなければならない。

図-2に、リンク交通量の推定値と真値の関係を示す。RMSRPが1.2%であり、ほぼ45度線上に分布していることから、観測リンク交通量に整合するように推定が行われていることが確認できた。

次に、OD交通量の真値と推定値の関係を図-3に示す。一般に、観測リンク交通量のみを入力データとしたPFEでは、推定値が真値との誤差が大きいが、または一致しないという特性がある<sup>7)</sup>。一方で、このようなPFEのOD交通量の推定結果も、SUE配分規範に従い、かつ観測リンク交通量と整合するOD交通量の解の1つである。本モデルにおいても、推定値は真値と一致していないが、RMSEPが21.5%であることから、真値との比較においても、比較的良好的な推定結果が得られていると考えられる。

また、経路交通量の推定値と真値の関係を図-4に示す。RMSEPは20.4%であり、分布もOD交通量の推定結果と傾向が似ていることから、経路交通量はOD交通量の推定結果に依存することが示唆される。これは、PFE-MCAモデルでは、経路交通量はOD交通量と推移確率を用い

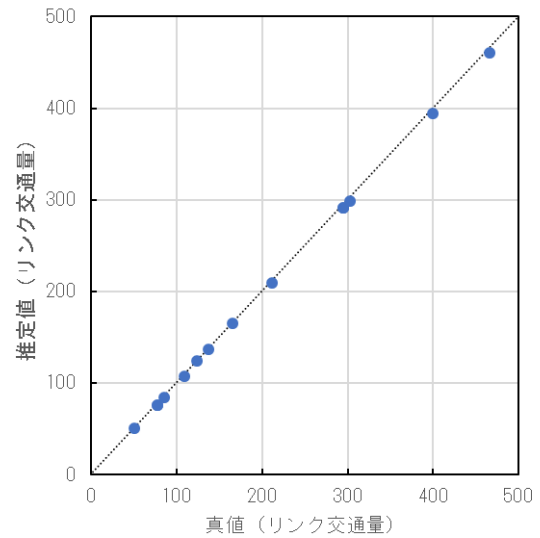


図-2 リンク交通量の分布 (Gridネットワーク)

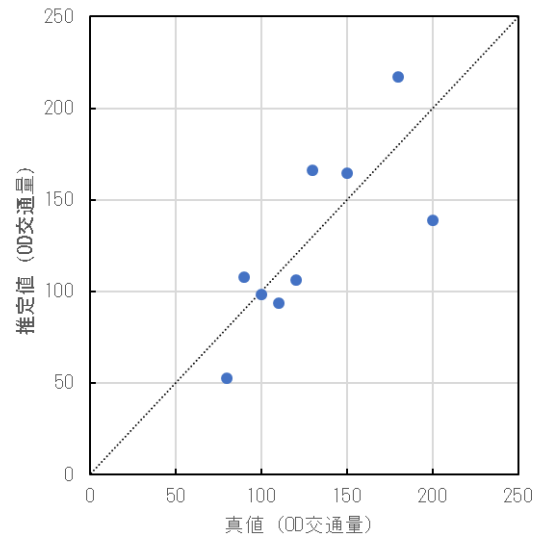


図-3 OD交通量の分布 (Gridネットワーク)

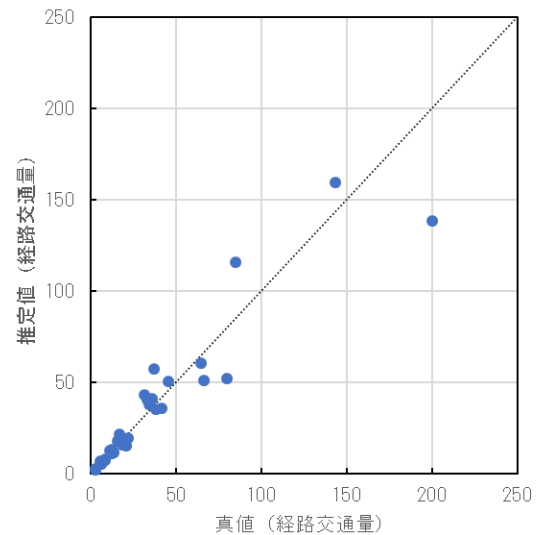


図-4 経路交通量の分布 (Gridネットワーク)

て算出するためと考えられる。

次に、データセット3を入力データとして、非観測リンクと観測誤差を有するときの再現性について検証する。PFE-MCAモデルでは、非観測リンクがある場合には、他地点の観測リンク交通量と整合するようなリンク交通量を推定し、補完する。

推定結果を図-5に示す。観測リンクのRMSEPが17.3%であるのに対し、非観測リンクのRMSEPは21.0%と3.7%誤差が大きい。いずれも45度線上に分布していることから、非観測リンクの交通量が適切に補完されていることが確認された。

(2) 既往研究との比較

次に、Chen et al.<sup>7)</sup>と同じ条件で推定を行い、推定精度の比較を行う。その結果を表-4に示す。ただし、表中における「観測誤差なし」のケースの入力データは、表-2に示すデータセット2であり、「観測誤差あり」のケースの入力データは表-2に示すデータセット3である。

PFE-NormモデルのRMSEPが50.8%であるのに対し、PFE-MCAモデルのRMSEPは31.8%と、PRE-Normのそれより19.0%小さくなっている。さらにこの結果はPFE-Normモデルの観測誤差がないケースのRMSEPよりも16.6%小さいことがわかる。このことから、提案したPFE-MCAの推定精度は、既往研究のPFE-Normよりも性能が向上していることが確認された。

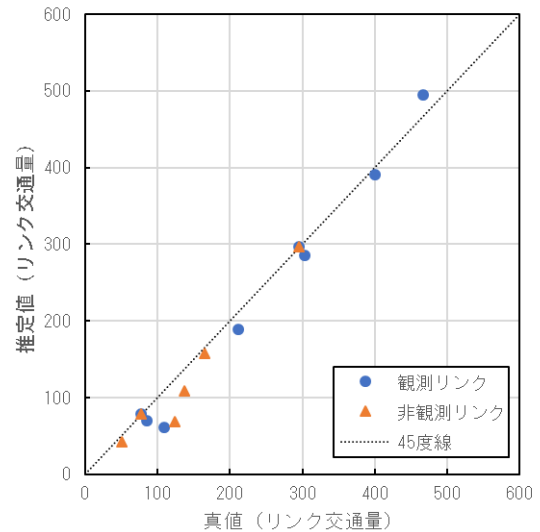


図-5 観測リンクと非観測リンクの分布

表 4 各条件、モデルでの推定結果

| 0-Dペア     | 真値      | 観測誤差なし   |        | 観測誤差あり   |        | PFE-MCA |        |
|-----------|---------|----------|--------|----------|--------|---------|--------|
|           |         | PFE-Norm |        | PFE-Norm |        | PFE-MCA |        |
|           |         | 推定値      | 誤差 (%) | 推定値      | 誤差 (%) | 推定値     | 誤差 (%) |
| (1, 6)    | 120.00  | 47.42    | 60.5   | 35.94    | 70.1   | 33.71   | 71.9   |
| (1, 8)    | 150.00  | 84.56    | 43.6   | 68.16    | 54.6   | 133.65  | 10.9   |
| (1, 9)    | 100.00  | 49.07    | 50.9   | 32.73    | 67.3   | 71.94   | 28.1   |
| (2, 6)    | 130.00  | 203.01   | 56.2   | 206.00   | 58.5   | 199.22  | 53.2   |
| (2, 8)    | 200.00  | 193.12   | 3.4    | 195.25   | 2.4    | 215.28  | 7.6    |
| (2, 9)    | 90.00   | 150.45   | 67.2   | 131.26   | 45.8   | 90.05   | 0.1    |
| (4, 6)    | 80.00   | 49.65    | 37.9   | 58.15    | 27.3   | 88.33   | 10.4   |
| (4, 8)    | 180.00  | 288.73   | 60.4   | 299.68   | 66.5   | 179.35  | 0.4    |
| (4, 9)    | 110.00  | 96.57    | 12.2   | 95.85    | 12.9   | 108.14  | 1.7    |
| 合計        | 1160.00 | 1162.58  | 0.2    | 1123.02  | 3.2    | 1119.68 | 3.5    |
| RMSEP (%) |         |          | 48.4   |          | 50.8   |         | 31.8   |

5. 実規模ネットワークでの挙動確認

本章では、PFE-MCAを図-6に示すSioux Fallsネットワークに適用し、実規模ネットワークでの挙動を確認する。公開されているOD交通量<sup>13)</sup>のうち、図-6に示すセントロイドを起終点とするODペアの交通量のみを抽出し、これをOD交通量の真値とした。さらに設定したOD交通量を $\theta = 1.5$ としてSUE配分したものを、リンク交通量の真値と設定した。

第1節では、全リンクにおいて正確に交通量が計測できた場合の再現性の確認を行う。また、第2節にて観測誤差による推定精度への影響を、第3節にて観測リンクのカバー率による推定精度への影響を分析する。

(1) 再現性の検証

第4章と同様に、観測リンクカバー率100%、観測誤差0%の条件で、リンク交通量とOD交通量を推定した。

リンク交通量の真値と推定値の関係を図-7に示す。なお、このグラフの軸のみ、対数軸で表記している。全体のRMSEPは20.0%と推定精度が良好ではないが、このうちリンク長が8以上の4つのリンク(リンク番号21, 24, 30,

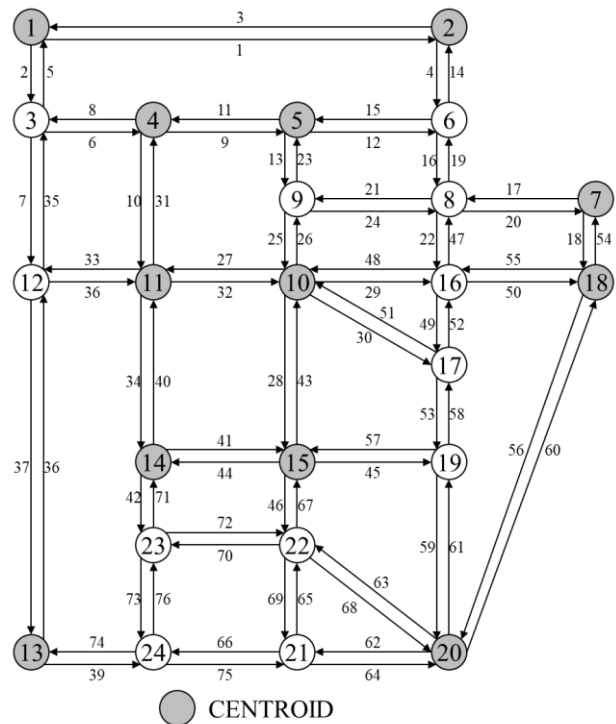


図-6 Sioux Fallsネットワーク

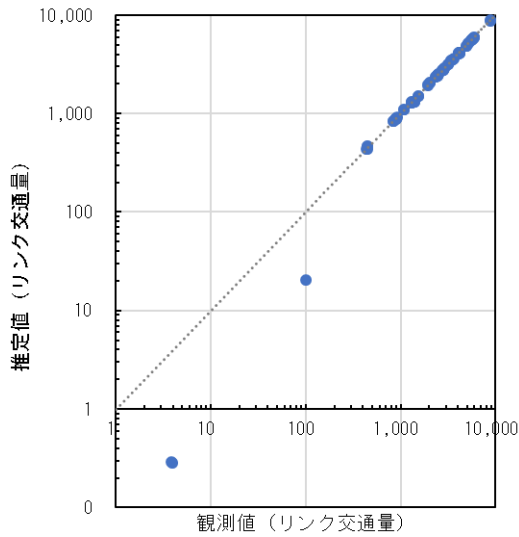


図-7 リンク交通量の分布 (Sioux Fallsネットワーク)

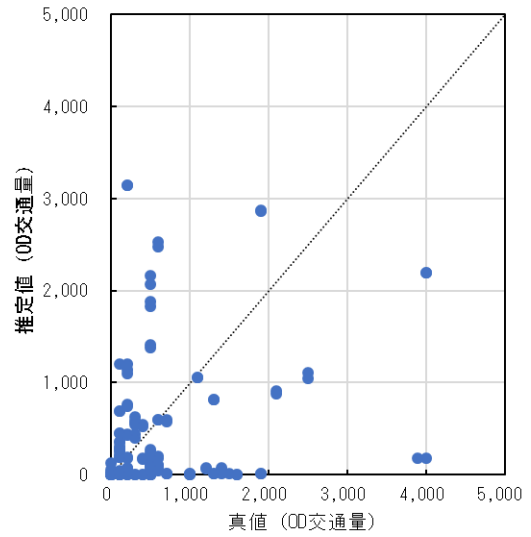


図-8 OD交通量の分布 (Sioux Fallsネットワーク)

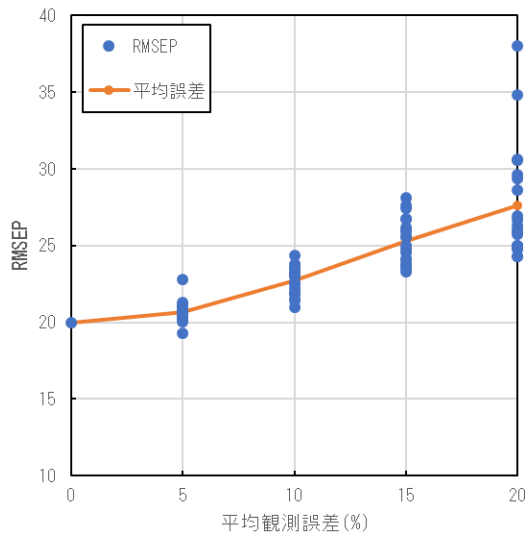


図-9 観測誤差とリンク交通量の推定誤差の関係

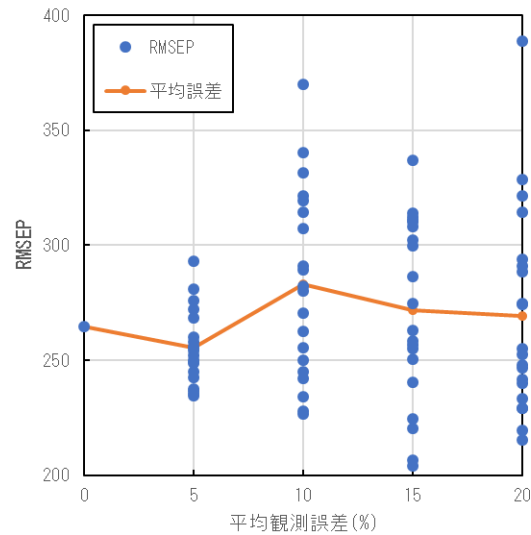


図-10 観測誤差とOD交通量の推定誤差の関係

51) の真値と推定値はそれぞれ, (3.97, 0.29), (3.85, 0.29), (100.95, 20.31), (105.37, 20.03) であり, この4本のリンクのRMSEPは86.8%と非常に大きい。これに対し, それ以外のリンクのRMSEPは1.32%であり, 図-7より45度線上に分布していることがわかる。このことから, 実規模ネットワークにおいても, ごく一部のリンクを除き再現性が確保できているといえるが, リンク長が8以上のリンクについては, 推定精度が著しく悪化することがわかった。

一方で, OD交通量の分布図を図-8に示すが, RMSEPは264.5%であり, 分布も45度線上にはないことから, OD交通量の再現性は低いといえる。第4章でのGridネットワークでは比較的良好にOD交通量が再現出来たことを考慮すると, 実規模ネットワークではサイクリックフローが多く, 経路パターンが無限にあることが原因として考えられる。

## (2) 観測誤差による影響

本節では, 観測誤差が推定精度に与える影響を分析する。観測リンクのカバー率を100%に固定し, 観測誤差を0%から20%まで5%ずつ変化させ, それぞれの誤差水準の観測値を正規乱数によって30ケースずつ作成し, 推定を行った。

各誤差水準におけるリンク交通量の推定結果を図-9に示す。観測誤差0%のときのRMSEPが20.0%であるのに対し, 観測誤差5%のときは平均RMSEPは20.7%であり, 観測誤差がない場合の推定精度と同程度である。一方で, 観測誤差が5%を超えるとRMSEPの増加率が観測誤差と比例して増すことがわかる。よって, 観測誤差は5%以下であれば, 観測誤差によるリンク交通量の推定精度への影響は比較的小さいことが確認され, 交通感知器の要求精度が5%であることを考えると実用的には問題ないと考えられる。

一方で, OD交通量の推定結果を図-10に示すが, OD



交通量のRMSEPは平均にして250%から300%周辺を推移しており非常に推定精度が悪く、さらに推定精度は観測誤差に比例していない。前述の通り、Sioux Fallsネットワークでは完全な情報を入力データとした場合でもOD交通量の再現性が低く、これが原因であると考えられる。

### (3) 観測リンクのカバー率による影響

本節では、観測リンクのカバー率が推定精度に与える影響を分析する。観測誤差を0%に固定し、観測リンクのカバー率を10%から100%まで10%ずつ変化させ、それぞれのカバー率になるように非観測リンクをランダムに発生させて30ケースずつ観測値を作成し、推定を行った。ただし、カバー率100%のケースは、1ケースのみ推定を行った。

各カバー率におけるリンク交通量の推定結果を図-11に示す。カバー率が大きくなるにしたがいRMSEPが小さくなり、推定精度が良くなっていることが分かる。よって、観測リンクのカバー率は、リンク交通量の推定精度に及ぼす影響が大きいことがわかった。

一方で、OD交通量の推定結果を図-12に示すが、OD交通量のRMSEPは平均にして200%から300%付近を推移しており非常に推定精度が悪く、さらに推定精度は観測誤差に比例していない。カバー率10%から40%にかけては、カバー率が増加しているにもかかわらず、むしろRMSEPが増加している。これは、前節と同様に、OD交通量の再現性が低いことが原因と考えられる。

## 6. まとめ

本研究では、リンク途絶の影響評価を念頭に、Chen et al.<sup>7)</sup>が提案した観測誤差を考慮したPFEをもとに、確率的配分手法を列生成法からマルコフ連鎖配分に変更し、全経路パターンを考慮可能なPFE-MCAモデルの提案を行った。そして、簡易的なGidネットワークにモデルを適用し、再現性の検証を行った。その結果、リンク交通量については、観測リンク、非観測リンクともに十分な再現性があることが確認され、またOD交通量と経路交通量についても、比較的良好な再現性があることが確認された。さらに、既往研究のPFE-Normモデルと比較して、PFE-MCAモデルは、OD交通量の推定精度がRMSEPにして16.6%向上していることが確認された。

次に、Sioux FallsネットワークにPFE-MCAモデルを適用し、実規模ネットワークでの挙動確認を行った。その結果、リンク交通量については、十分な再現性が確保されていることが確認されたが、リンク長が8以上のリンクについては、推定精度が著しく低下することが分かった。また、OD交通量については、推定精度が悪く、十

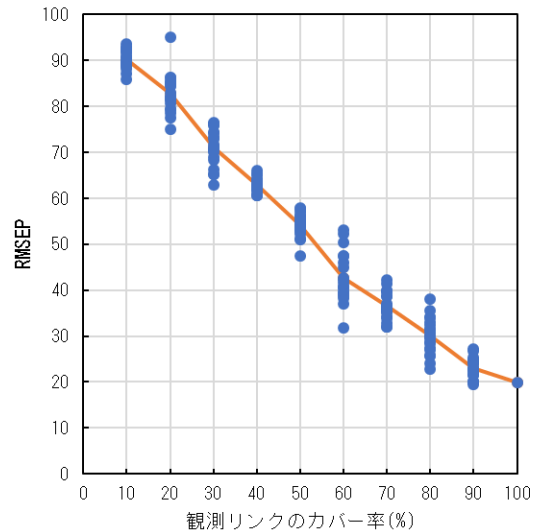


図-11 観測リンクカバー率とリンク交通量の推定誤差の関係

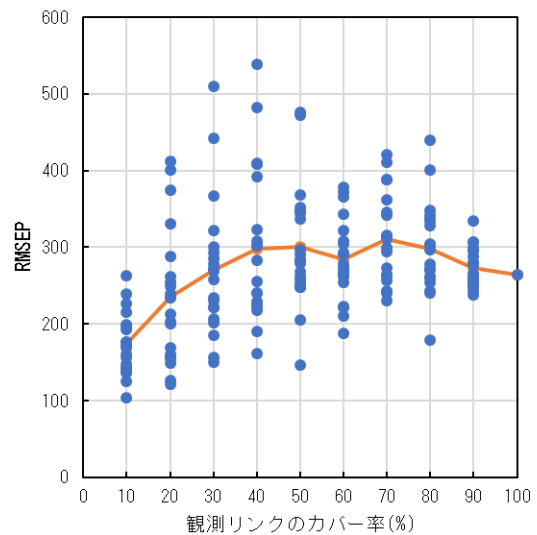


図-12 観測リンクカバー率とOD交通量の推定誤差の関係

分な再現性を得られなかった。これは、サイクリックフローがあり、経路パターンが無限に存在することが原因として考えられる。また、観測誤差が誤差5%以下であればリンク交通量の推定精度にほとんど影響を及ぼさず、観測リンクカバー率が大きくなるにつれ、リンク交通量の推定精度が向上することを確認した。ただし、OD交通量の推定結果に関しては、完全な情報を入力データとした場合でも再現性が低いことから、観測誤差および観測リンクカバー率との間に関連性が見られなかった。

今後の課題として、プローブカーデータやETC2.0データなどのさらに詳細なデータ利用を前提としたモデル拡張が挙げられる。本モデルはOD交通量に関する事前情報を与えていないが、このようなデータを入手し、経路パターンやOD交通量に関する事前情報を補完すること

で、OD交通量の推定精度が大幅に改善されると考えられる。また、より実務的な分析を行うため、時間帯別配分への拡張も今後の課題としたい。

### 付録 $f_k^{rs}$ 及び $\psi_a$ の導出

式(3)から式(8)及び式(9)から式(12)に示した最適化問題のLagrange関数は、式(a)の通りである。

$$L = Z + \sum_{a \in M} l_a \left( v_a - \sum_{rs \in RS} \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} \delta_{ka}^{rs} - \psi_0 \right) + \sum_{a \in M} u_a \left( v_a - \sum_{rs \in RS} \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} \delta_{ka}^{rs} + \psi_0 \right) + \sum_{a \in U} d_a \left( C_a - \sum_{rs \in RS} \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} \delta_{ka}^{rs} \right) + \sum_{rs \in RS} \eta_{rs} \left( q_{rs} - \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} \right) \quad (a)$$

同様に、制約条件より、このLagrange関数が満たすべき条件は、Kuhn-Tucker条件よ式(b)、式(c)のように与えられる。

$$\frac{\partial L}{\partial f_k^{rs}} = \frac{1}{\theta} \ln f_k^{rs} + \sum_{a \in A} t_a(x_a) \delta_{ka}^{rs} - \sum_{a \in M} l_a \delta_{ka}^{rs} - \sum_{a \in M} u_a \delta_{ka}^{rs} - \sum_{a \in U} d_a \delta_{ka}^{rs} - \eta_{rs} = 0 \quad (b)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \psi_0} = \frac{1}{\theta} \ln \psi_0 + \rho_0 - \sum_{a \in M} l_a + \sum_{a \in M} u_a = 0 \quad (c)$$

よって、式(b)と式(c)に示したKuhn-Tucker条件より、経路交通量  $f_k^{rs}$  と仮想交通量  $\psi_a$  は解析的に式(d)と式(e)のように導出可能である。

$$f_k^{rs} = \exp \left[ \theta \left( - \sum_{a \in A} t_a(x_a) \delta_{ka}^{rs} + \sum_{a \in M} (l_a + u_a) \delta_{ka}^{rs} + \sum_{a \in U} d_a \delta_{ka}^{rs} + \eta_{rs} \right) \right] \quad (d)$$

$$\psi_a = \exp \{ \theta (-\rho_a + l_a - u_a) \}, \quad \forall a \in M \quad (e)$$

式(d)を式(3)に代入して、 $q_{rs}$  を表現すると、

$$q_{rs} = \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} = \sum_{k \in K_{rs}} \exp \left\{ \theta \left( - \sum_{a \in A} t_a(x_a) \delta_{ka}^{rs} + \sum_{a \in M} (l_a + u_a) \delta_{ka}^{rs} + \sum_{a \in U} d_a \delta_{ka}^{rs} + \eta_{rs} \right) \right\} \quad (f)$$

ここで、式(f)を式変形すると、 $\exp(\theta \eta_{rs})$  は式(g)のように示せる。

$$\exp(\theta \eta_{rs}) = \frac{q_{rs}}{A} \quad (g)$$

ここに、

$$A = \sum_{k \in K_{rs}} \exp \left\{ \theta \left( - \sum_{a \in A} t_a(x_a) \delta_{ka}^{rs} + \sum_{a \in M} (l_a + u_a) \delta_{ka}^{rs} + \sum_{a \in U} d_a \delta_{ka}^{rs} + \eta_{rs} \right) \right\}$$

式(g)を式(d)に代入し、 $\eta_{rs}$  を消去すると、 $f_k^{rs}$  は式(h)のように示せる。

$$f_k^{rs} = \frac{\exp(\theta C_k)}{\sum_{k' \in K_{rs}} \exp(\theta C_{k'})} q_{rs} \quad (h)$$

ここに、

$$C_k = - \sum_{a \in A} t_a(x_a) \delta_{ka}^{rs} + \sum_{a \in M} (l_a + u_a) \delta_{ka}^{rs} + \sum_{a \in U} d_a \delta_{ka}^{rs}$$

$$C_{k'} = - \sum_{a \in A} t_a(x_a) \delta_{k'a}^{rs} + \sum_{a \in M} (l_a + u_a) \delta_{k'a}^{rs} + \sum_{a \in U} d_a \delta_{k'a}^{rs}$$

### 参考文献

- 1) 嶋本寛, 八尋久志: プローブカーデータを用いたリンク途絶が交通ネットワークに及ぼす影響の経時的分析, 第 53 回土木計画学研究発表会, 2016.
- 2) Zuynen, V.H.J. and Willumsen, L.G.: The Most Likely Trip Matrix Estimated from Traffic Counts, Transportation Research, 16B(3), pp.281-293.
- 3) Iida, Y. and Takayama, J.: Comparative Study of Model Formulations on OD Matrix Estimation from Observed Link Flows, Proceeding of 4th World Conference on Transportation Reserch.2, pp.1570-1581.
- 4) Holm, J., Jensen, T., Nielsen, S.K., Christensen, A., Johnsen, B. and Ronby, G.: Calibrating Traffic Models on Traffic Census Results Only, Transportation Research, Vol.2, pp.1570-1581.
- 5) 井上博司: 交通量調査資料を用いた OD 交通量の統計的推計法, 土木学会論文報告集, 第 332 号, pp.85-94.
- 6) Bell, M.G.H., and Shield, C.M.: A Stochastic User Equilibrium Path Flow Estimator, Transportation Research, Vol.5, No.3/4, pp.197-210, 1997.
- 7) Chen, A., Chootinan, P., Recker, W.: Norm approximation method for handling traffic count inconsistencies in path flow estimator, Transportation Research, Vol.43, pp.852-872, 2009.
- 8) 佐佐木綱: 吸収マルコフ過程による交通量配分理論, 土木学会論文集, No.121, pp.28-32, 1965.
- 9) Akamatsu, T.: Cyclic Flows, Markov Process and Stochastic Traffic Assignment, Transportation Research, Vol.30, No.3, pp.369-386, 1996.
- 10) 鈴木哲矢, 高山純一, 中山晶一郎, 赤松隆: LOGIT

- 型配分による吸収マルコフ連鎖を用いた OD 交通量推計に関する研究, 土木計画学研究発表会, 2006
- 11) 赤松隆, 牧野幸雄: 複素数空間で経路の幾何学要因を考慮した確率的交通配分, 土木計画学研究・講演集, No.19(1) pp.553-556, 1996.
- 12) 赤松隆: 需要変動を考慮した交通ネットワーク確率的利用者均衡モデルとその解法, 土木学会論文集 401, No.401, pp.109-118, 1989.
- 13) Transportation Network Test Problems: <http://www.bgu.ac.il/~bargera/tntp/> (2017年7月28日最終アクセス)
- (2017. 7. 31 受付)

## DEVELOPMENT OF MARKOVIAN PATH FLOW ESTIMATOR

Atsushi KONDO and Hiroshi SHIMAMOTO

In recent year, because a deterioration of road structures is a serious problem nationwide, it is concerned that the number of a link disruptions which takes a long period of time will increase due to reconstruction of these structures. Hence, it is required to grasp the user's corresponding behavior against such link disruptions using a network analyze methodology in order to minimize the influence on local residents. However, previous Path Flow Estimator(PFE) has following problems to analyze users' path choice behavior; the model requires an existing O-D matrix and not all the paths are considered in the model. Therefore, this paper proposes a PFE which can explicitly consider all the path patterns in order to grasping the influence of link interruption. As a result, it was confirmed that estimation accuracy was improved compared with previous PFE Model. While the reproducibility of link volume is high sufficiently, reproducibility of the O-D Volume is low. And the observation error of traffic counts does not affect the estimation accuracy of link volume if the error is less than 5%.