リンク間相関のある確率的移動時間を考慮した最短経路探索アルゴリズム

河向 隆志[1]・内田 賢悦[2]

[1]学生会員　東北大学　大学院情報科学研究科　(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-3-09)

E-mail: kawamukai.takashi.p2@dc.tohoku.ac.jp

[2]正会員　北海道大学　工学研究院　(〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

E-mail: uchida@eng.hokudai.ac.jp

本研究では，経路を構成するリンク間の確率的移動時間が相関を有するネットワークを対象としたヒューリスティックな最短経路探索アルゴリズムを提案する．提案するアルゴリズムでは，移動時間の平均とバラツキ指標から構成される一般化移動時間を扱う．まず，一般化移動時間を目的関数とするような最適化問題を定義する．この問題は，移動時間においてリンク間相関がある場合には，すべての利用可能な経路を列挙しない限り解くことができない．提案するアルゴリズムは，リンク間相関を表現可能な拡張ネットワークを構築することによって，実用に耐え得るような最短経路を探索するものである．

Key Words：*Reliable path finding algorithm, stochastic travel time*

1. はじめに

都市交通が抱える問題の一つに，交通混雑が挙げられる．交通混雑は移動時間の長期化，輸送コストの増加などを引き起こし，社会に大きな損失をもたらしている．交通混雑を解消する手段の一例としては，混雑料金の徴収，公共交通機関の利用などのいわゆる交通需要マネジメント(TDM)が挙げられるが，常に有効な手段となる訳ではない．

将来も加味した正確な交通量予測を実現するためには，精度の高い交通量配分手法が欠かせない．そして，交通量配分問題を解く際に不可欠な変数が移動時間である．

道路ネットワークはさまざまな不確実性に曝されているため，移動時間を確率変数として捉えるのが妥当である．なぜなら，そうした不確実な交通状況の中でドライバーは，移動時間の平均だけではなくそのバラツキも考慮して経路選択を行うと考えられるからである．そのため，交通量配分においては，移動時間の不確実性を考慮した最短経路探索問題が要求される．

だが，既往研究の多くは，移動時間を定数とした問題を扱っている．確率変数として扱う研究もいくつか存在するが，リンク間の相関関係はそもそも考慮していないか(Khani and Boyles[1)])，限られた範囲でしか考慮していない(Shahabi et al[2)])．

以上より，本研究では，不確実性の指標に分散を用いて，ネットワーク内の確率的移動時間の平均と分散から構成される一般化移動時間を定義する．そして，一般化移動時間が最小となるような経路を近似的に得るような問題を提案する．

2. 仮定と記号

(1) 仮定

- ネットワーク上のリンク移動時間は, 確率分布に従い, 経路を構成するあらゆるリンク間で相関関係を有する．

・ リンク間の移動時間の相関は非負である．

(2) 記号

A： オリジナルネットワークにおけるリンク集合
I： オリジナルネットワークにおける OD ペア集合
$A|_O^n$： 起点ノードOからノードnに至る最短経路を構成する実リンクの集合
A^r： 拡張ネットワークにおける実リンク集合
A^d： 拡張ネットワークにおけるダミーリンク集合
$a_{b,c}$： 隣接する実リンクb,cの間を結ぶダミーリンク．ただし，起点から実リンクb,cをたどって終点に至る最短経路を考えるとき，リンクcはリンクbよりも先に通過する．
μ_a： リンク$a \in A$の確率的移動時間の平均
σ_a^2： リンク$a \in A$の確率的移動時間の分散
$\sigma_{a,b}$： リンクa,bの移動時間の共分散．ただし，起点から任意の実リンクa,bをたどって終点へ至る最短経路を考えるとき，リンクbはリンクaよりも先に通過する．
δ_a^i： リンク$a \in A$が最短経路を構成するリンクであれば 1，そうでなければ 0 をとる変数
$r(a)$：リンク$a \in A$の起点ノード
$s(a)$：リンク$a \in A$の終点ノード
B_n： 始点がノードnであるリンクの集合
F_n： 終点がノードnであるリンクの集合
m_n： 拡張ネットワークにて，ある起点ノードからの暫定的な最短経路上のノードnまでに要する移動時間の平均
v_n： 拡張ネットワークにて，ある起点ノードからの暫定的な最短経路上のノードnまでに要する移動時間の分散
g_n： ある起点ノードから暫定的な最短経路上のノードnまでに要する一般化移動時間
c_a^g： リンク$a \in A$を通過する際に発生する，機会移動時間

3. 最適化問題の定式化

(1) 最適化問題

OD ペア$i \in I$の一般化移動時間c_iが最小となるような経路を探索する問題は，以下の最適化問題として定式化される．

$$c_i = \sum_{a \in A} \mu_a \cdot \delta_a^i + \gamma \left(\sum_{a \in A} \sigma_a^2 \cdot \delta_a^i + 2 \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \sigma_{a,b} \cdot \delta_a^i \cdot \delta_b^i \right) \quad \forall i \in I,\ \forall a,b \in A \tag{1}$$

$$w.r.t\ \delta_a^i \quad \forall a \in A \tag{2}$$

$$s.t.\ \sum_{c \in B_{s(a)}} \delta_c^i - \sum_{d \in F_{r(a)}} \delta_d^i = \begin{cases} 1;\ r(a) = O \\ -1;\ s(a) = D \\ 0;\ Otherwise \end{cases}$$

ここに，Oは OD ペアの起点ノード，Dは OD ペアの終点ノード，γは非負のパラメータである．

(2) 最適化問題の特性

Khani and Boyles (2015)[1)]は，リンク移動時間が互いに独立な確率分布に従っている場合に限り，上記の最適化問題を解析的に解くことができることを証明した．

以下では，リンク間の移動時間の共分散を表現するための拡張ネットワークを考える．その後，拡張ネットワークに基づいた最短経路探索アルゴリズムを示す．

4. 最短経路探索アルゴリズム

(1) 拡張ネットワークの設定

例として図-1 に示すネットワークを考える．このような，現実の地点及び道路をそのままノード及びリンクとして描写したネットワークをオリジナルネットワークと定義する．オリジナルネットワーク中にあるノード及びリンクを，実ノード及び実リンクと定義する．

平均，分散，共分散の情報を一括して，1 本の実リンクに割り当てると，加法性は成立しない．そのため，ダミーノード及びダミーリンクを導入して，オリジナルネットワークを図-2 に示すネットワークに変換する．このネットワークを拡張ネットワークと定義する．

次ページの図-1, 図-2 において，実線が実リンク，破線がダミーリンク，円が実ノード，四角形がダミーノードである．なお，図-2 における実ノードn_a及びn_bは，オリジナルネットワークにおける実ノードnを再定義したものである．拡張ネットワークでは，終点ノードDを除き，オリジナルネットワーク上の実ノードを，複数の異なる実ノードとして再定義する．再定義された実ノードの個数は，オリジナルネットワーク上で，その実ノードを終点に持つような

実リンクの本数に一致する．

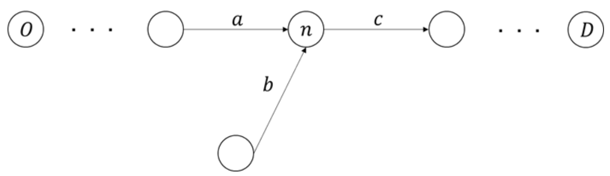

図-1 オリジナルネットワーク

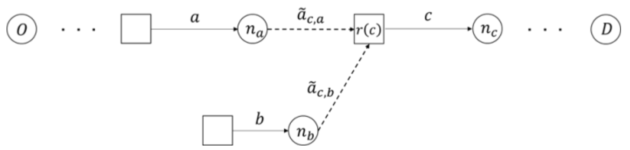

図-2 拡張ネットワーク

(2) 共分散の表現

以下では，ネットワークの各実リンクにおける一般化移動時間の平均，分散の値が既知であるものと仮定する．その上で，図-1 及び図-2 を元に，2 通りの場合に分けて議論を進めることにする．

A) オリジナルネットワーク上の実ノード n を終点とする実リンクが，1 本である場合

これは，言い換えると全ての経路が任意のノードで合流することなく，終点ノードに到着する場合である．この場合には，経路ごとに平均，分散，共分散の値を足し合わせて一般化移動時間を算出し，その値を比較することによって，最短経路を探索することができる．

B) オリジナルネットワーク上の実ノード n を終点とする実リンクが，複数存在する場合

拡張ネットワークにおいて，起点ノード O から実ノード n_a に至る最短経路及び起点ノード O から実ノード n_b に至る最短経路が既知であるとする．2 本の経路に関してそれぞれ一般化移動時間を算出し，その値を比較することによって，2 本の経路のうちの一方を起点ノード O から実ノード n に至る最短経路として決定することができる．今回は，実リンク a を含む経路を最短経路として議論を進める．

以下では，実リンク c が起点ノード O から終点ノード D に至る最短経路上に存在すると仮定した上で，2 段階で最短経路探索を行うことを考える．

Step1: 起点ノード O から，ダミーノード $r(c)$ までの探索

実ノード n_a 及び n_b からダミーノード $r(c)$ へ向かう際には，それぞれダミーノード $\tilde{a}_{c,a}$ 及び $\tilde{a}_{c,b}$ のみを通過する．また前述のとおり，それぞれのダミーノードに割り当てられる共分散の総和は，起点ノード O からノード n_a 及び n_b への最短経路が決定していることから一意に求められる．具体的には，起点ノード O からノード n_a 及び n_b までの最短経路を構成する実リンクの集合を $A\big|_O^{n_a}$ 及び $A\big|_O^{n_b}$ と定義すると，ダミーノード $\tilde{a}_{c,a}$ 及び $\tilde{a}_{c,b}$ に割り当てられる共分散の総和はそれぞれ以下の形で表される．

$$\sum_{\hat{a}\in A|_O^{n_a}} \sigma_{\hat{a},c},\ \sum_{\hat{a}\in A|_O^{n_b}} \sigma_{\hat{a},c}$$

したがって，ダミーノード $r(c)$ までの最短経路は，記録しておいたノード n_a 及び n_b までの各最短経路の一般化移動時間に，それぞれが通過するダミーノードの一般化移動時間の値を加えた値を比較することによって判定することができる．

Step2: ダミーノード $r(c)$ から，実ノード n_c までの探索

ダミーノード $r(c)$ からノード n_c に至るために通過するリンクは，実リンク c しか存在しない．Step2 で一般化移動時間に加えられるのはリンク移動時間の平均と分散であり，経路に依存しない．したがって，Step1 で決定したダミーノード $r(c)$ までの最短経路が，実ノード n_c までの最短経路の部分集合となることがわかる．

以上の議論から，共分散をダミーリンクに割り当てることによって，実リンク a の平均，分散，そして共分散を，加法性を満たすように一般化移動時間に加えられることが可能になる．また，最短経路を構成するリンク集合の部分集が変更される可能性があるのは Step1 のみである．ゆえに，この問題は簡単な最短経路探索問題に帰着することが示された．

ただし，厳密な意味での最短経路を探索することはできない．この場合としては，Step1 において，一

部の共分散の総和が他と比べて過大になる場合が考えられる．だが，それに近い，実用上問題のない経路が探索されることが期待される．

5. 数値実験

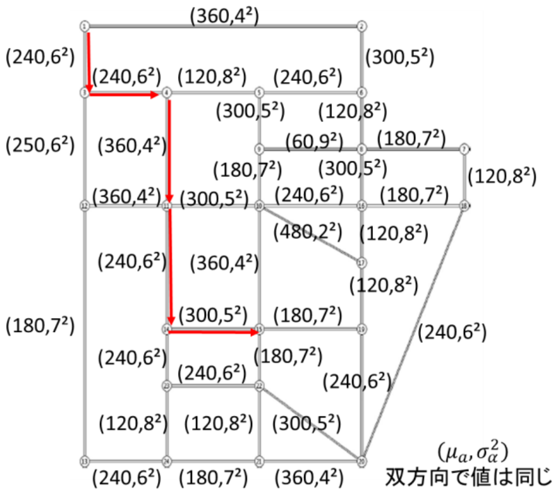

図-3 テストネットワーク

この節では，図-3 に示すテストネットワークに対して，3，4 章で示した最適化問題を解いた結果を示す．ただし，$\gamma=1.0$ とし，任意の経路を構成するすべてのリンク間で相関係数を 0.2 と設定した．この数値計算の結果，最短経路は赤色の矢印でたどった経路であることが示された．

6. おわりに

本研究では，まず一般化移動時間を目的関数とした，最適化問題を示した．その後，オリジナルネットワークを拡張ネットワークに変換し，移動時間の共分散を表現することを試みた．また，拡張ネットワークを対象とした最短経路探索アルゴリズムを提案するとともに，テストネットワークを用いた計算例を示した．

しかし，提案したアルゴリズムの精度に関しては，十分な検証はできていない．これは今後の課題としたい．

参考文献

1） Alireza Khani, Stephen D. Boyles, 2015. An exact algorithm for the mean-standard deviation shortest path problem. Transportation Research Part B 81, 252-266

2） Shahabi, M., Unnikrishman, A., Boyles, S.D., 2013. An outer approximation algorithm for the robust shortest path problem. Transportation Research Part E 58, 52-66

（2017. 7. 31 受付）