

# 列挙索引化技法を組み込んだ構造化処理による 公共交通の逐次再編手法

吉野 大介<sup>1</sup>・羽藤 英二<sup>2</sup>・柳沼 秀樹<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 復建調査設計株式会社 総合計画部 (〒 101-0032 東京都千代田区岩本町 3-8-15)

E-mail: d-yoshino@fukken.co.jp

<sup>2</sup>正会員 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤学専攻 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

E-mail: hato@bin.t.u-tokyo.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 東京理科大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 (〒 278-8510 千葉県野田市山崎 2641)

E-mail: yaginuma@rs.tus.ac.jp

公共交通のサービス設計を行うに当たっては、供給と需要のどちらか一方を固定して検討するのではなく、両方の視点からその検討を行うことが重要である。その点において、公共交通における施策決定を政策決定者が乗客行動を勘案しながら自身の目的を最大限達成する施策を上位問題で設定し、乗客は上位問題のもとで自身の目的を最大限満たすような行動を下位問題で設定することにより、二段階最適化問題の枠組みで定式化することが可能である。

本研究では、最適化問題の解法アルゴリズムである Cross-Entropy (CE) 法と索引化列挙手法であるゼロサプレス型二分決定グラフ (ZDD) を活用し、両手法を組み合わせた新たな構造化処理による最適化問題の解法アルゴリズムを提案する。併せて、提案手法を東日本大震災の被災地の実規模ネットワークに適用し、震災・復興に伴う需要変動に対する公共交通網の逐次再編のための手法を提案する。

**Key Words:** transit network design, optimization, meta-heuristic, cross-entropy, ZDD

## 1. はじめに

超高齢社会を迎える日本においては、各地域において離散的に存在する集落がそれぞれ縮退する傾向にあり、このような中、いかに生活の基盤を維持していくかという視点は今後全国的に重視されることになる。既に都市の縮退に伴う需要の縮小と財政面での制約等により、住民の生活を維持するためのサービスについても縮小せざるを得ないという判断を下す自治体は全国でも数多く見られる。一方で、人々が健康で文化的な生活を営むためには、買い物・医療等、様々なサービスの享受が必要である。持続可能な都市構造を構築し、生活の利便性を確保する環境を整えることは、社会基盤の言わば使命であり、その中で、地方や過疎地域における地域公共交通サービスは、人々の最低限の生活を保護するためのひとつの政策手段として位置づけられる。需要の規模と分布に即し、かつ関係者全員にとって持続可能な地域公共交通を適切に構築することは、都市を健やかな状態で維持させることと同意であると言える。

本研究では需要が疎な地域における主要な地域公共交通サービスであるバス交通に着眼する。バス路線の維持確保の検討に当たり、サービス提供者である交通事業者・行政はそれぞれ課題を抱えている。まず交通

事業者は、経営状況が厳しい中、より効率的な公共交通サービスの模索が求められるが、その一方で利用者の利便性も確保維持すべき重要な要因であり、両者のバランスに配慮する必要がある。また、行政については、近年では公共交通の計画者としての役割が求められる傾向にあるが、ノウハウの蓄積が十分でなく、適切な輸送計画策定が難しいことが多い。

バスに限らず地域公共交通に関する取り組みは、本来事業ごとに局所最適を図るのではなく、ネットワーク全体から俯瞰的に考えることが望ましい。しかしながら、その方法論については未だ明確な手法が確立されておらず、多くの地域において行政や交通事業者の経験と勘の中で多くの意思決定がなされている。これらの経験や勘は計画検討において強力なツールであることに間違いはないが、完全に依存してしまうと、サービスの評価がアドホックになってしまう懸念がある。このような問題意識を踏まえ、本研究では、地域のバス路線ネットワークを1つのシステムとして捉え、全体最適の考え方に基つき、ネットワークの設計手法を提案する。

なお、本研究は上述の経験や勘を否定するものではなく、経験や勘を最大限活かすための理論的なバックグラウンドを提供するためのツールという位置づけとして考えている。

## 2. 問題の定式化

需要が疎な地域におけるバス路線のサービス設計を行う際には、交通事業者の意思決定を上位問題に、交通需要者の意思決定を下位問題に設定した二段階最適化問題により定式化することができる。需要が疎な地域の共通課題である、運行経費の確保、人員・車両の確保の重要性を踏まえ、サービス設計のためのルーティング・運行便数決定問題を以下の通り定式化する。定式化においては、Szeto and Jiang(2014)<sup>1)</sup>が提案した二段階最適化問題（以下、既存モデルと呼ぶ）を参考にする。

### (1) 上位問題の定式化

上位問題では、ネットワーク全体でのバス事業者の損失額の最小化が図られるような各路線の便数と路線を決定する。なお、制約条件により、同時に停留所の位置も決定することになる。取り扱うネットワークはノード（停留所及びセントロイド）とリンク（道路ネットワーク）によるグラフで形成される。

上位問題の定式化は式の通りである。なお、設定した交通需要については、発地セントロイド  $m$  から目的地セントロイド  $e$  への交通需要  $d_m^e$  としてインプットされることになる。

#### a) ネットワーク形状の記述

制約条件内のネットワーク形状の記述は以下の通りである。まず、全ての路線  $r \in R$  は起点停留所ノードセット  $U$  から出発し、終点停留所ノードセット  $V$  に到着する制約について、接続状態を示唆する 0-1 ダミー変数  $X_{ijr}$  を用いて設定する。ここで、 $i, j$  はノード番号を示す。なお、既存モデルではスタディエリアを設定の上、スタディエリア内の起点ノードセットとスタディエリア外の終点ノードセットを明確に区分しているが、本研究では両者の重複を許容する定式化を行う。

$$\sum_{j \in U \cup \{0\}} X_{0jr} = 1 \quad \text{for } r = 1 \text{ to } R_{\max} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in V \cup \{0\}} X_{i0r} = 1 \quad \text{for } r = 1 \text{ to } R_{\max} \quad (2)$$

また、起終点以外の停留所ノードについては必ず前後ノードを設置する。ここで、 $Z_U$  は全ノードセットを示す。

$$\sum_{i \in Z_U \cup \{0\}, i \neq j} X_{ijr} - \sum_{i \in Z_U \cup \{0\}, i \neq j} X_{jir} = 0 \quad \text{for } j \in Z_U, r = 1 \text{ to } R_{\max} \quad (3)$$

目的地ノード  $e \in G_d$  は終点停留所ノード  $\hat{e} \in H_e$  と接続する。なお、 $\delta_r^e$  は路線  $r$  がセントロイド  $e$  に繋がる

ターミナルと接続している場合 1、そうでない場合 0 を取るダミー変数である。

$$\delta_r^e = \sum_{i \in Z_U \cup V} \sum_{e' \in H_e} X_{ie'r} \quad \text{for } e \in G_d \quad (4)$$

セントロイドノード  $m \in G_s$  については、式 (5) により、必ずどこか 1 つの停留所ノードに接続される設定を置く。

$$\sum_{r=1}^{R_{\max}} \sum_{i \in H_m} \sum_{j \in Z_U \cup \{0\}} X_{ijr} \geq 1 \quad \text{for } m \in G_s \quad (5)$$

部分巡回路（全ての停留所ノードを通らず停留所ノードの部分集合を巡回する閉路）を除くための制約を式 (6) の通り設定する。 $q_{ir}$  は部分巡回路排除のための路線  $r$  ノード  $i$  におけるポテンシャル指標、 $p$  は巨大数である。

$$q_{ir} - q_{jr} + pX_{ijr} \leq p - 1 \quad \text{for } i, j \in Z_U, i \neq j, r = 1 \text{ to } R_{\max} \quad (6)$$

#### b) 所要時間の定義

路線  $r$  の所要時間  $T_r$  は、停留所における平均停車時間  $s_t$  とリンクの最短乗車時間  $c_{ij}$  の和により式 (7) の通り表現される。

$$T_r = \sum_{i \in Z_U} \sum_{j \in Z_U, j \neq i} X_{ijr} (c_{ij} + s_t) - s_t \quad \text{for } r = 1 \text{ to } R_{\max} \quad (7)$$

#### c) サービス提供に係る制約

ネットワーク全体での運用車両台数  $W$ 、路線延長の上限  $S_{\max}$ 、下限  $S_{\min}$ 、移動時間  $T_r < T_{\max}$  に係る制約は以下式 (8)-(11) の通りである。ここで、 $l_{ij}$  はノード  $i, j$  間の最短距離である。

なお、既存モデルでは制約条件の中で運行頻度の上限值を設定している。バス交通の経路選択行動に関しては、頻度ベースサービスを対象としたモデルと時刻表ベースサービスを対象としたモデルに分けられる。赤星ら (2012)<sup>2)</sup> が指摘するように、需要が疎な地方部の公共交通においては、停留所での待ち時間が非常に長くなる場合があり、平均待ち時間では適切な評価ができない可能性が高く、頻度ベースサービスによる分析ではなく、時刻表ベースサービスに基づく分析が求められる。とりわけ中山間地域のように需要が極めて疎な地域では、単一もしくは複数路線を組み合わせた形で、1 台の車両でのワン・オペレーションが行われていることを鑑み<sup>3)</sup>、本研究においては運行頻度を直接設定するのではなく、車両運用台数により表現した。

$$\sum_{r=1}^{R_{\max}} 2f_r T_r (1 - X_{00r}) \leq W \quad (8)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C, j \neq i} X_{ijr} c_{ij} / l_{ij} \geq S_{\min} \text{ for } r = 1 \text{ to } R_{\max} \quad (9)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C, j \neq i} X_{ijr} c_{ij} / l_{ij} \leq S_{\max} \text{ for } r = 1 \text{ to } R_{\max} \quad (10)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C, j \neq i} X_{ijr} (c_{ij} + s_t) - s_t \leq T_{\max} \quad (11)$$

for  $r = 1$  to  $R_{\max}$

また、ノード  $m$  から目的地  $e$  への需要  $d_m^e$  は、所与の車両容量（定員） $k_{cap}$  以内で輸送する制約を式 (12) の通り加える。

$$\sum_{r=1}^{R_{\max}} k_{cap} \delta_r^e \geq \sum_{m \in G_s} d_m^e \text{ for } e \in G_d \quad (12)$$

#### d) 目的関数

目的関数については、単位時間当たりの需要処理数の最小化を表現するため、選択した路線を通行する際の総所要時間を輸送される需要量で除した値を最小にすることを目的に定式化する。

$$\text{minimize } z_1 = \frac{\sum_{r=1}^{R_{\max}} T_r (1 - X_{00r})}{\sum_{e \in G_d} v_a^e} \quad (13)$$

## (2) 下位問題の定式化

下位問題は上位問題によって決定した路線に基づき、以下の定式化により乗客の配分を行う。配分にあたっては、期待乗車時間を最小化する路線を最短経路探索により選択する。

$$\text{minimize } z_2 = \sum_{a \in A} \sum_{e \in G_d} c_a v_a^e \quad (14)$$

ここで、 $a \in A$ 、 $i \in Z_L$  は下位問題のリンク及びノードである。

リンクフロー保存及び容量  $k_{cap}$  に関する制約を式 (15)-(16) により設定する。ここで、 $A_i^+$  はノード  $i$  から出発するリンク集合、 $A_i^-$  はノード  $i$  に侵入するリンク集合を意味する。

$$\sum_{a \in A_i^+} v_a^e = \sum_{a \in A_i^-} v_a^e + d_i^e \quad \text{for } i \in Z_L, e \in G_d \quad (15)$$

$$\sum_{e \in G_d} v_a^e \leq W k_{kap} \quad \text{for } a \in A \quad (16)$$

なお、乗客数  $v_a^e$  については以下の通り非負制約を課す。

## (3) 上位問題と下位問題の接続

下位問題で取り扱う乗客は、上位問題で設定したバス路線の利用可否を選択する。下式の交通機関選択モデルを導入し、各 OD ペアについてバスを利用するかどうかの二項選択を表現する。なお、ここでは簡単のために線形確率モデルを導入しているが、他のモデル式についても同様に導入可能である。算出されたバス利用 OD については下位問題における乗客配分の対象とし、バス非利用 OD については他の交通機関に転換したものとみなす。

$$E(y|\mathbf{X}) = Pr(y = 1|\mathbf{X}) = \beta' \mathbf{X} \quad (17)$$

上式は条件付期待値  $E(y|\mathbf{X})$  を線形にモデル化したものであり、 $\mathbf{X}$  は条件付期待値に影響を及ぼす要因であり、本研究においては OD 間の所要時間として設定した。

$$v_a^e \leq 0 \text{ for } a \in A, e \in G_d \quad (18)$$

## 3. 解法アルゴリズムの設計

本研究で設定した下位問題は各 OD ペアごとに割り当てられた路線に対し需要の配分を行うことから、上位問題の解を固定し、最短経路探索により計算が可能である。一方、上位問題については、全停留所ノードの中からどのノードを選択して路線を構成するかという組み合わせ最適化問題となり、膨大な組み合わせがあり全ての解を列挙することはできないため、通常は何らかのヒューリスティクス手法を用いて求解する必要がある。Ibarra-Rojas et al.(2015)<sup>4)</sup> のレビューによると、路線最適化問題については、数ノードで構成されるサンプルネットワークであれば厳密解法で解くことができるが、実ネットワーク等の複雑なネットワークに適用する場合にはヒューリスティクス手法が用いられており、遺伝的アルゴリズムや、蟻コロニー最適化、人工蜂コロニーアルゴリズム等が一般的に用いられている。一方で、これらのヒューリスティクス手法は問題に応じた解の改訂ルールや設計、近傍の設定、パラメータチューニング等に対して労力がかかる点が課題であり、本研究ではこれらの負担を必要とせず、アルゴリズム設計において任意性がほとんど介入しない Cross-entropy 法 (CE 法) を用いて求解する。

CE 法は Rubinstein(1999)<sup>5)</sup> が稀少事象確率を推定するための手法である分散減少法を更に拡張したものであり、ある確率分布に従って解候補を生成し、優れた解ほど高い確率で生成されるように確率分布を更新する手法である。計算手順は簡潔かつ実装にあたり任意性の介入がほとんどない。そのため、上記のヒューリスティクス手法が抱える課題を解決することが可能であ

り、なおかつネットワーク問題に対してはノードあるいはリンクに確率分布を付与することによって、CE 法の自然な導入が可能である<sup>6)</sup>。

### (1) CE 法の概要

前項にて構築した概念的な定式化について、経路集合  $\mathcal{Z}$  を変数とした最適化問題として表現すると以下の通りとなる。

$$S(\mathbf{z}^*) = \gamma^* = \max_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} S(\mathbf{z}) \quad (S(\mathbf{z}) = -z_1(\mathbf{z})) \quad (19)$$

この問題の最適解を  $\mathbf{z}^*$ 、目的関数の最小値を  $\gamma^* = D(\mathbf{z}^*)$  とする。CE 法では、経路生成パターン  $\mathbf{z}$  は確率変数として表現され、ある確率密度パラメータ  $\mathbf{P} \in \mathcal{P}$  に基づく確率密度関数  $f(\cdot; \mathbf{P})$  に従って生成される。この時、最適解  $\mathbf{z}^*$  が生成される確率は、以下の通り表される。

$$l(\gamma^*, \mathbf{P}) = \sum_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} I_{[D(\mathbf{z}) \leq \gamma^*]} f(\mathbf{z}; \mathbf{P}) \quad (20)$$

ここで、 $I_{[D(\mathbf{z}) \leq \gamma^*]}$  は、ある経路パターン  $\mathbf{z}$  が  $D(\mathbf{z}) \leq \gamma^*$  を満たせば 1、それ以外なら 0 をとる許容領域  $\mathcal{Z}$  上の標示関数である。許容領域を満たす経路パターンが膨大である場合、最適解が生成される確率  $l$  は極めて小さくなる（稀少確率となる）。そこで、CE 法では確率  $l$  が大きくなるように、重点サンプリングが用いられる。これは、許容領域  $\mathcal{Z}$  上の特定の領域から重点的にサンプリングする手法であり、 $I_{[D(\mathbf{z}) \leq \gamma^*]}$  が稀少事象とならないように確率密度  $f(\mathbf{z}; \mathbf{P})$  を修正し効率よくサンプルを生成していくことになる。

理想的な重点サンプリング密度（つまり、標的事象  $I_{[D(\mathbf{z}) \leq \gamma^*]}$  が確率 1 で生成されるような密度）を  $g(\mathbf{z})$  は次のように定義される。

$$g(\mathbf{z}) = \frac{I_{[D(\mathbf{z}) \leq \gamma^*]} f(\mathbf{z}; \mathbf{P})}{l(\gamma^*, \mathbf{P})} \quad (21)$$

そして、確率密度  $f(\mathbf{z}; \mathbf{P})$  と  $g(\mathbf{z})$  の距離を示す指標として、以下に示す Kullback-Leibler 距離（または Cross-entropy と呼ぶ）を導入する。

$$\mathbf{E} \left[ \ln \frac{g(\mathbf{z})}{f(\mathbf{z}; \mathbf{P})} \right] = \sum_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} g(\mathbf{z}) \ln g(\mathbf{z}) - \sum_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} g(\mathbf{z}) \ln f(\mathbf{z}; \mathbf{P}) \quad (22)$$

最も  $g(\mathbf{z})$  に近い確率密度  $f(\mathbf{z}; \mathbf{P})$  を得るには、この Kullback-Leibler 距離を最小化するようなパラメータ  $\mathbf{P}^*$  を求める必要がある。 $\mathbf{P}^*$  は式 (22) に対して式 (21) を代入することによって、以下の通り求められる。

$$\mathbf{P}^* = \arg \max_{\mathbf{P}} \sum_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} I_{[S(\mathbf{z}) \leq \gamma^*]} f(\mathbf{z}; \mathbf{P}) \ln f(\mathbf{z}; \mathbf{P}) \quad (23)$$

しかし、全ての  $\mathbf{z}$  を数え上げるのは不可能であるので、ある確率分布  $f(\cdot; \mathbf{P})$  に従って生成されたサンプル  $Z_1, \dots, Z_k, Z_N$  を用いて許容水準  $\gamma (\geq \gamma^*)$  を適当な方法で定めるとともに、 $\mathbf{P}^*$  を推定する。

$$\hat{\mathbf{P}}^* = \arg \max_{\mathbf{P}} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_{[S(\mathbf{Z}_k) \leq \gamma]} \ln f(\mathbf{Z}_k; \mathbf{P}) \quad (24)$$

この  $\hat{\mathbf{P}}^*$  で確率パラメータ  $\mathbf{P}$  を更新し、その確率密度関数に従って新たな経路パターンを生成していくことで、より最適解に近い解が高い確率で得られるようになる。

### (2) CE 法の適用方法

#### a) 確率分布の設定方法

対象とする経路生成問題へと CE 法を適用する具体的な方法を示す。CE 法を適用する際には、まず確率密度  $f$  のモデル化及び更新方法の設定が必要になる。CE 法のネットワーク問題への実装に当たっては、武井・長江 (2015)<sup>7),8)</sup>、今泉・羽藤 (2015)<sup>9)</sup> が設定しているように、ノードあるいはリンクに確率分布を設定する手法が採られることが多い（図-1 内 (1)）。

しかし、経路最適化問題を扱うのであれば、わざわざネットワークをノードとリンクに分割した上で確率分布を設定しなくても、起点から終点に向かう経路自体を 1 つのサンプルとして、経路ごとに直接的に確率分布を設定する方が効率的であるという考え方もある。その点については、Wang et al. (2007)<sup>10)</sup> や和田ら (2015)<sup>11)</sup> が CE 法によるネットワーク上での最適経路の求解の際に、ネットワーク上のマルコフ連鎖の推移確率行列に確率分布を設定している（図-1 内 (2)）。同手法は起点から確率推移行列に従って終点に到着するパターンを 1 つのサンプルとするため、経路最適化の際の制約条件となるフロー保存則を満たしつつ、効率的にサンプルを生成することが可能である。

一方で、生成される経路が全て列挙されている状態であれば、推移確率行列を設定することなく、図-1 内 (3) に示すように、列挙されたパス自体に確率分布を設定することが可能であり、その場合、経路を確率的に設定するのではなく確定的に取り扱うことが可能となる。列挙された経路を選択するパススペースでの CE 法の導入については、これまでは経路の列挙数が膨大となった場合に、計算技術の問題から実装が難しかったが、Minato (1993)<sup>12)</sup> が提案した列挙索引化技法である ZDD (Zero-Suppressed Binary Decision Diagram: ゼロサプレス型二分決定グラフ) を用いることにより、制約条件を満たす経路セットを高速に列挙することが可能となる。また、このような最適化の解法アルゴリズムと列挙索引化手法の融合による解法アルゴリズムを用いることで、目的関数に需要の不確実性を表す指標（例

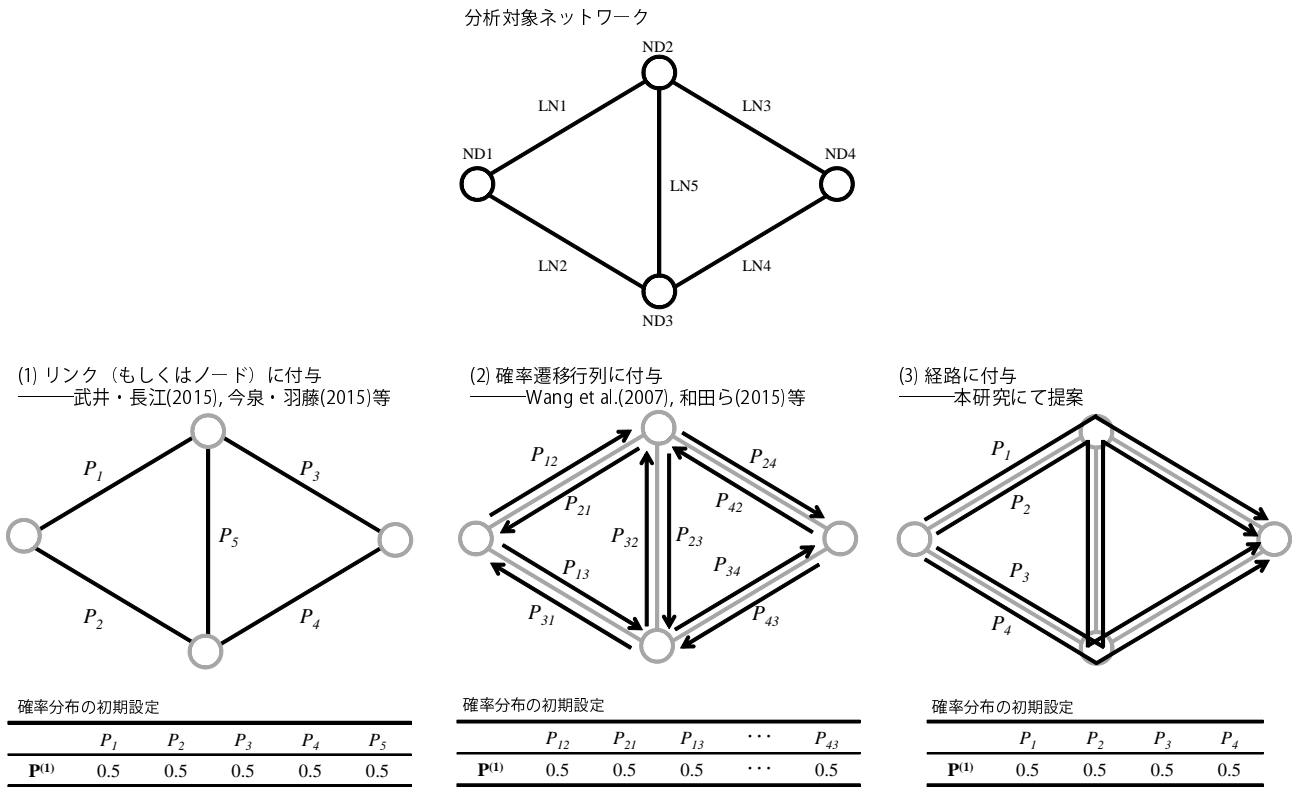


図-1 CE法における確率分布の設定方法

えば期待遅れ時間最小化問題等)を取り扱う際に、列挙解をもとに統計的に不確実性指標の算出が可能になるというメリットも考えられる。

なお、提案手法については、最短経路情報についても選定した経路を通過可能である OD ペア毎に ZDD に格納しておくことが可能であり、換言すると経路が選択されると経路上の OD の最短経路も同時に列挙されることになるため、上位問題と下位問題を同時に解くことが結果的に可能になる。このような実用化のメリットを鑑み、列挙手法と CE 法を組み合わせた構造化処理手法を開発するとともに、その有用性を以降で確認する。

**b) ZDD の概要**

ZDD は, Minato(1993)<sup>12)</sup>によって表現されたグラフ構造による論理関数の表現である。  $F(a,b,c) = \bar{a}bc \vee a\bar{b}c$  を表現した例を図-2 に示す。なお、同図における実線を 1-枝と呼び、そのリンクがグラフとして選択されることを示す。点線は 0-枝であり、そのリンクがグラフとして選択されないことを示す。また、終端はそれぞれ 0 及び 1 のラベルを保有し、0-終端はグラフが形成されないことを、1-終端はグラフが形成されることをそれぞれ示す。

図-2 に示すように、論理関数の値を全ての変数について場合分けした結果を二分決定木で表し、これを縮約することにより ZDD が得られる。このとき、場合分けする変数の順序を固定し、「冗長節点の削除：1-枝が

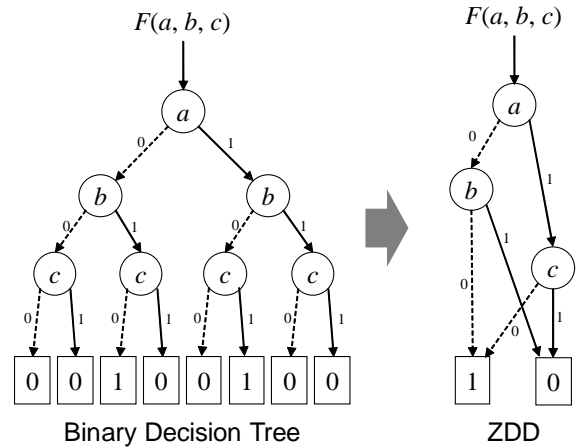


図-2 ZDD の簡約化規則

0-終端節点を直接指している場合に、当該節点を取り除く」と「等価節点の共有：共通の行き先を持つ分岐節点が 2 個以上あれば 1 個にまとめて他を削除」という 2 つの縮約処理を可能な限り行うことにより、論理関数をコンパクトかつ一意に表すことができる。更に、複数の論理関数を表す ZDD の間においても、変数順序を固定すれば互いにサブグラフを共有することが可能であり、1 つのメモリ空間の中で多数の論理関数データをコンパクトに圧縮して索引化することができる。

ZDD にて膨大な組み合わせを持つ問題を扱う際に現実的な時間内で計算を行うためには、Kawahara et al. (2014)<sup>13)</sup> が提案した列挙アルゴリズムである FBS (Frontier-based search) の適用が効果的である。同アルゴリズムは、深さ優先で探索を行う中で、0-枝または 1-枝の先の節点を作成する際に、想定するグラフ構造が完成する見込みがあるかどうかを判定し、完成の見通しが立たなくなった時点でその節点を 0-終端に直結させるとともに、途中で節点の共有ができそうであれば共有する処理を施す点の特徴である。経路の列挙と節点の共有を同時並行で進めるため、途中段階で作成される節点の数が少なくなり、高速に ZDD を構築することができる点が大きなメリットと言える。その時点で見込みがない場合は枝の先を直接 0-終端に接続し、それ以上の子節点を作成しないという処理を行うことになる。

ここで言う「完成の見込み」の有無については、グラフ内のノード  $v$  に次数  $deg[v]$  と連結成分  $comp[v]$  の情報を持たせ、グラフ構造を示す二分木の節点  $n$  が持つ配列を  $n.deg$  と  $n.comp$  で表し、それぞれの値を節点に記憶することで効率よく判定することが可能になる。ここで、次数とはグラフにおいて各ノードに接続しているリンクの本数を意味している。また「グラフ  $G = (V, E)$  が連結である」とは、任意の 2 ノード  $v, w \in V$  に対して、 $w$  から  $v$  に至る部分グラフが存在していることを意味しており、連結成分の値は、ノード  $v$  と  $w$  が部分グラフの同一の連結成分に含まれている場合は  $comp[v] = comp[w]$  を取り、含まれていない場合は  $comp[v] \neq comp[w]$  を取る 1 から  $n$  までの自然数とする。なお、初期値として  $comp[v_i]$  は  $i$  に設定する。

#### c) ペナルティ法の導入

ネットワーク問題は、ネットワーク形状以外にも容量制約等の様々な制約条件が付与された最適化問題であるため、これらの制約への対応として、Kroese et al.(2006)<sup>14)</sup> を参考に、ペナルティ法を用いた目的関数を設定し、制約条件の表現を試みる。ペナルティ関数のアイデアは、制約付きの問題に対して、制約を破ることを表す項を目的関数に重みを付けて加えることにより、本来の問題を制約のない問題に変形することである。具体的には、目的関数を式 (25) の通り修正する。

$$\hat{S}(\mathbf{z}) = S(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^k H_i \max\{G_i(\mathbf{z}), 0\} \quad (25)$$

ここで、 $H_i < 0$  は、 $i$  番目のペナルティの重要性を評価するものである。なお、制約を考慮せずに生成し、採択・棄却を決定する方法もあるが、実行可能なサンプルが見つかるまでに多数のサンプルが棄却される可能性が高く、効率的ではないため、ペナルティ法を採用

表-1 FBS による ZDD 構築アルゴリズム

```

1  1 段目に根ノードを作成
2  for i = 1 to m
3      for 作成済みの i 段目各ノード n で do
4          for x = 0,1 do // 0-枝, 1 枝の処理
5              収束条件の判定 (a)
6              新しいノード n' を作成
7              n' の情報を更新 (b)
8              if n' と等価なノード n" が存在 (c)
9                  then n' ← n"
10             else n の x- 枝の先を n' とする
11             end for
12         end for
13     end for

```

することが望ましいと考えた。

#### d) 構造化処理手法における計算手順

提案した構造化処理の実装当たっては、目的関数のレベル  $\gamma$  と経路生成確率  $\nu$  を更新していく多段階アルゴリズムを用いた。手順は以下の通りまとめられる。

**初期準備** バス路線の生成確率の適当な初期値  $\mathbf{P}^{(1)}$ 、生成サンプル数  $N$ 、エリート戦略抽出率  $\rho$ 、収束条件  $\kappa$ 、制約条件（車両台数、輸送容量、路線延長の上限・下限）を与え、繰り返し回数  $n = 1$  として開始する。

**Step 1 (サンプルの生成)** 設定したネットワークのもとで想定されるすべての OD ペアの移動を可能にするバス路線網について、当該 OD ペアを形成するノードを全て含む全域木により表現し、ZDD により圧縮保存する。なお、全域木 ZDD の作成については表-1 に示す FBS のアルゴリズム内の (a)-(c) の判定について、(i)  $G'$  はサイクルを持たない、(ii)  $G'$  の連結成分はちょうど 1 つの根を含むという 2 つの条件のもとで決定する。

次に確率  $\mathbf{P}^{(1)}$  のもとで OD ペアの生成パターンを  $N$  セットずつ生成し、各セットにおいて生成される OD ペアを含むバス路線について ZDD による列挙解から該当する組み合わせを検索する。そして各セットのペナルティ項付き目的関数値を計算し、全てのサンプルの目的関数値を小さい順に並び替え、 $\rho N$  番目の値を許容水準  $\gamma^n$  とする。

**Step 2 (確率分布の更新)** 許容水準  $\gamma^{(n)} = \dots = \gamma^{(n-\kappa)}$  となれば  $\mathbf{P}^{(n)}$  を最適確率パラメータとして終了する。そうでなければ  $n = n + 1$  として Step 1 に戻る。

以上 Step 1-2 の手順により、確率パラメータ  $\mathbf{P}^{(n)}$  が最適解のみを極めて高い確率で生起させるようなパラメータ  $\mathbf{P}^*$  に収束することになる。

**(3) 制約条件の導入**

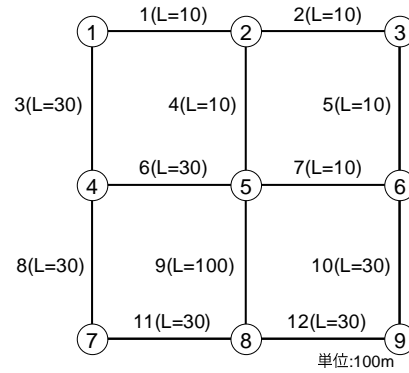
上記に加え、より現実的な制約を追加することによって基本的な解法の拡張を行う。具体的には、車両台数制約、車両容量制約及び路線延長制約である。

**a) 車両台数制約・OD 別容量制約**

車両台数制約とは単位期間における導入車両台数  $W$  の制約を意味し、OD 別容量制約とは、ある 1 路線に着目した際に OD ペアごとに輸送可能な需要の上限値  $k_{cap}$  を意味する。実装に当たっては、初期設定の OD データから車両容量分を差引くことで 1 便ごとの OD データを作成し、各 OD ペアごとに最適化計算を行うことで対応した。

**b) 路線延長制約**

路線延長制約については、路線の長大化や、極端に距離の短い路線の設置を回避すべく、各路線の路線長の上限  $S_{max}$  及び下限  $S_{min}$  を設定することを意味する。実装に当たっては、ZDD による列挙解の中から探索する際に、あらかじめ設定した路線長の範囲  $S_{min} \leq S_r \leq S_{max}$  の木しか探索されない制約を加えることにより対応した。以上の制約条件を考慮したアルゴリズムフローを図-3 に示す。



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	30	20	40	50	50	0	0
2	0	0	0	10	30	10	50	0	0
3	30	0	0	30	30	30	10	10	0
4	30	10	40	0	20	20	50	0	0
5	50	20	30	20	0	10	30	20	10
6	50	10	20	10	20	0	30	10	20
7	50	20	20	50	20	30	0	20	0
8	10	10	10	0	10	10	30	0	0
9	0	0	0	0	0	20	0	0	0

単位:トリップ/日

図-4 評価に用いるネットワーク及び交通需要

**4. 数値計算実験**

ここでは、グリッド型の簡易ネットワークを対象としてバス路線計画を検討する。前章までに構築した最適化・列挙索引化統融合手法を適用して数値計算を行った結果を示すとともに、結果の特徴及び有効性に関して考察を行う。具体的には、まず算出されたバス路線に関する考察を行うとともに、CE 法のパラメータの感度分析についても併せて行う。なお、最適化・列挙索引化統融合手法については Python によりコーディングされており、計算環境としては Intel Core i7-6700 CPU 3.40GHz、メモリ 16GB の計算機を使用している。なお、ZDD の構築にあたっては、Python 拡張モジュール Graphillion<sup>15)</sup> を使用した。

**(1) 評価に用いるネットワーク**

検証に用いる簡易ネットワーク図及びノード  $m$  から目的地  $e$  への需要  $d_m^e$  の条件を図-4 に示す。ネットワークは無向グラフにより表現し、各リンクには距離  $l_{ij}$  の情報が付与されている。なお、制約条件として車両台数  $W$  は 6 台、OD 別容量制約  $k_{cap}$  は 1OD ペアあたり 10trip、路線延長については上限  $S_{max} = 20\text{km}$ 、下限  $S_{min} = 8\text{km}$  として設定した。バスの旅行速度は一律  $20\text{km/h}$ 、停留所での平均停車時間は  $s_t = 30\text{sec}$  で設定している。なお、計算の簡略化のため、セントロイドノードと停留所ノードは同一としている。なお、CE 法

のサンプル数  $N = 300$ 、エリート戦略抽出率  $\rho = 0.2$  と設定して試算を行った。また、設定されたバス路線の選択割合  $Pr$  については、乗車時間  $t = 0\text{min}$  であれば  $Pr = 1$  とし、 $t \leq 30\text{min}$  においては所要時間に対して線形に減少 ( $Pr = 1 - t/30$ ) するものと仮定し、 $t \geq 30\text{min}$  の場合は  $Pr = 0$  として設定した。

**(2) 計算結果に関する考察**

簡易ネットワークにおける計算結果を図-5 に示す。リンク両端におけるノードに関連する OD 需要量  $d_m^e$  が大きく、かつリンク延長  $l_{ij}$  が短いことから、リンク 7 が 4 路線によって選ばれている一方で、リンク延長が極端に長いリンク 9 が選択されないなど、需要パターンとリンク条件に合致した路線選定が行われていることが確認されることとなった。また、下位問題については、上位問題で把握した各経路  $r$  上のノードを通過する OD ペアを対象に ZDD から最短経路を検索し重ね合わせることにより、各路線におけるリンク別需要量を計測することが可能である。

**(3) パラメータの感度分析**

CE 法における主な設計パラメータであるサンプル数  $N$  とエリート戦略抽出率  $\rho$  を対象に、目的関数値と計算時間の変化に着目した感度分析を行う。まず、サンプル数パラメータ  $N$  について 10 から 1000 まで変化させ

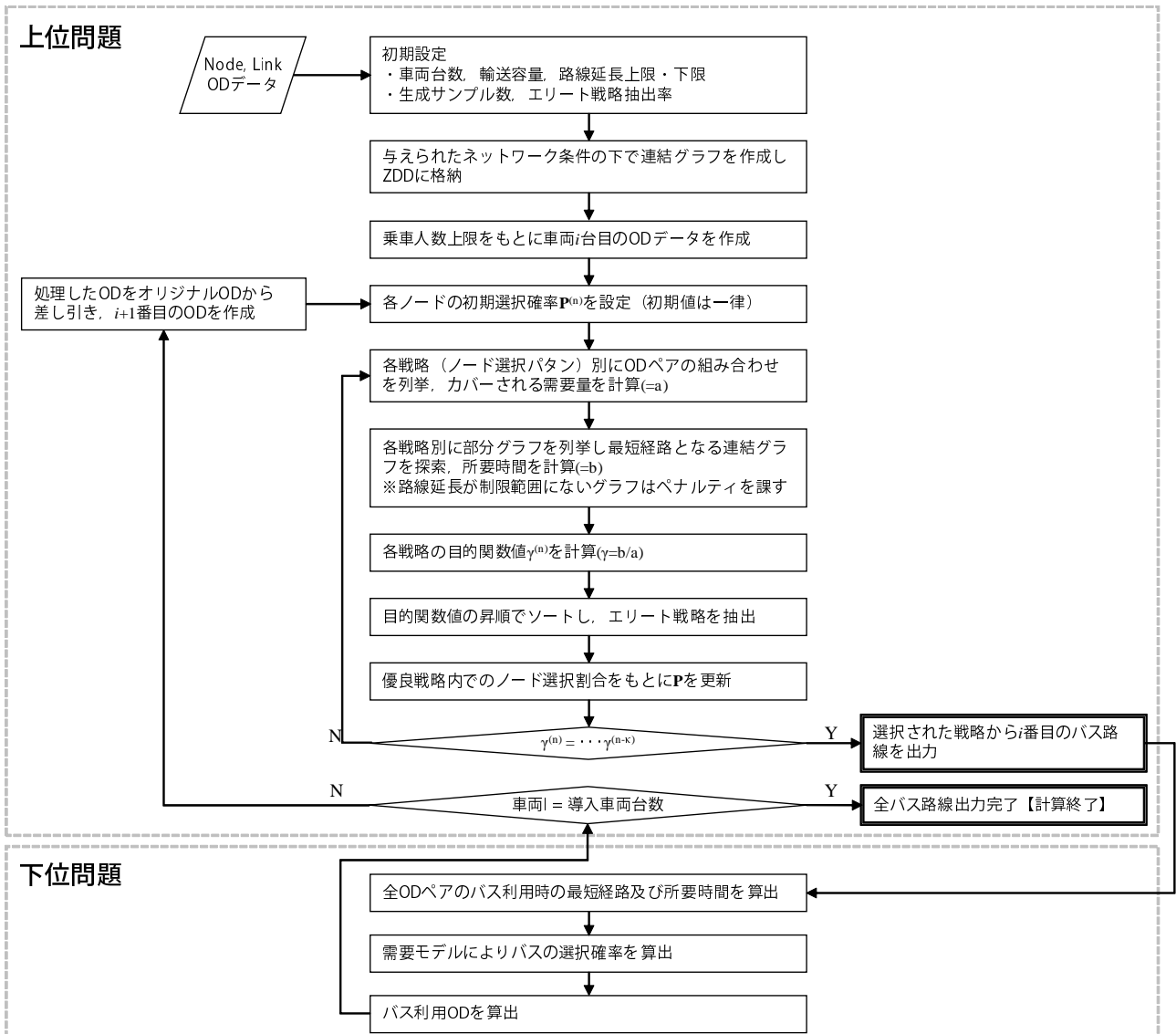


図-3 構築したアルゴリズムフロー

実際の目的関数及び計算時間の変化を図-6に示す。結果より、サンプル数の増加は目的関数の改善に寄与するが、今回の計算で用いた簡易ネットワーク程度であれば、100サンプル程度あれば目的関数は収束することが確認された。また、計算時間はサンプル数に対して高々線形にしか増加しないことが確認できることから、ネットワークの複雑性が高まる場合においては、基本的にはサンプル数の増加は解の精度を向上させる上で有効であるといえる。

続いて、サンプル数を300に固定して抽出率パラメータ  $\rho$  について0.01から0.99まで変化させた結果を同じく図-6に示す。抽出率を大きくすると質の悪い解を抽出する可能性が高くなり、確率分布が改善されないため、 $\rho = 0.7$ を超えると最適解に到達できないケースが存在している。一方、計算時間についてはサンプル数と同様に線形に増加している。これは、抽出率を上げる

に従って確率分布の変化が穏やかになることと、ZDDによる経路探索に時間を要するためである。以上より、抽出率の増加は解の精度を向上させるには至らず、むしろ計算時間を加味するとある程度低い抽出率を設定する必要があることが示唆される。

### 5. 需要変動下におけるバスネットワーク検討-陸前高田市への適用

構築した構造化処理手法を陸前高田市におけるバス路線計画に適用する。陸前高田市は、2011年の東日本大震災に伴う大津波により公共交通ネットワークが壊滅したが、翌年には路線バスや乗合タクシーによる生活の足の復旧が図られ、以降、復興事業の進捗に合わせて路線・ダイヤの見直しを行っている。ここでは同市における震災前～震災後～将来にわたっての需要分布



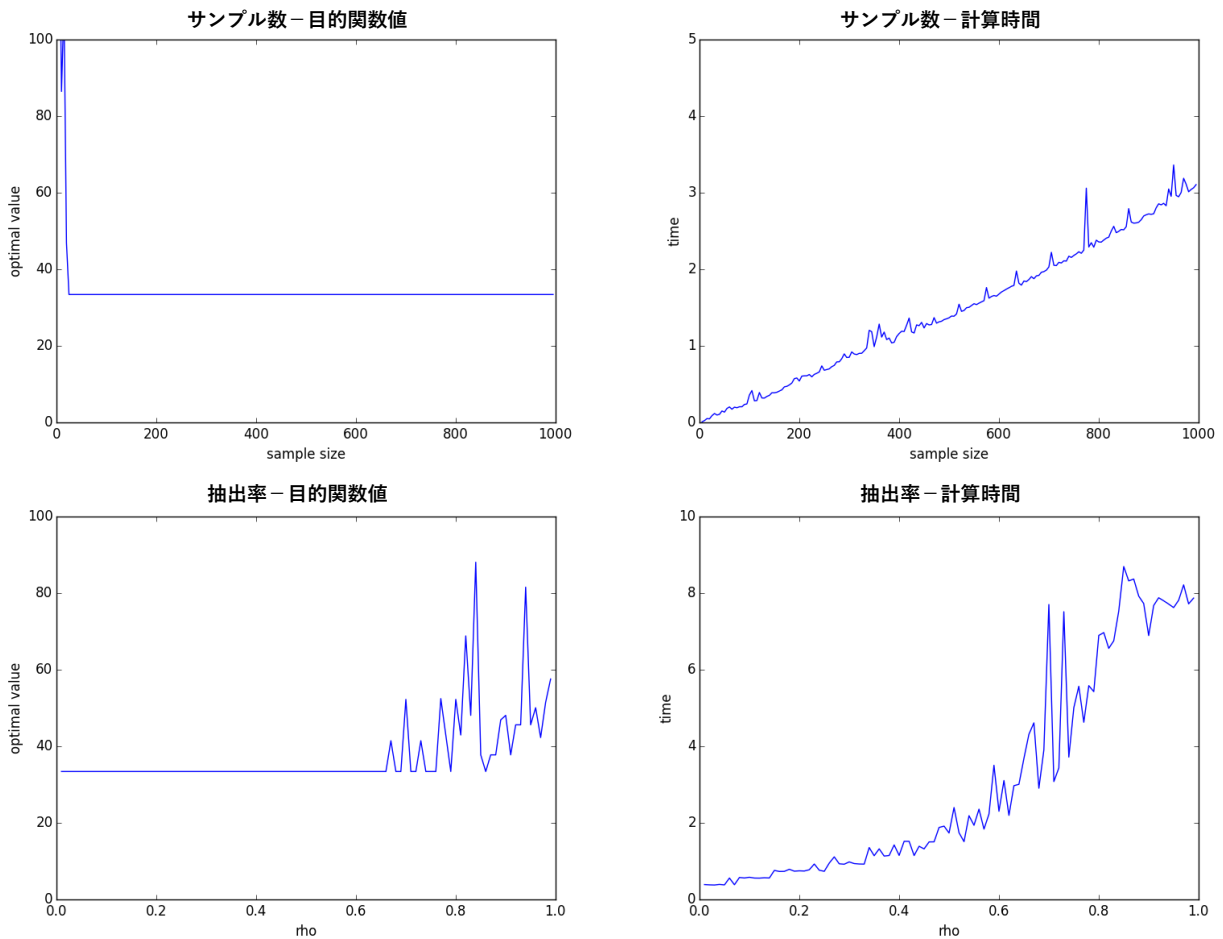


図-6 感度分析結果

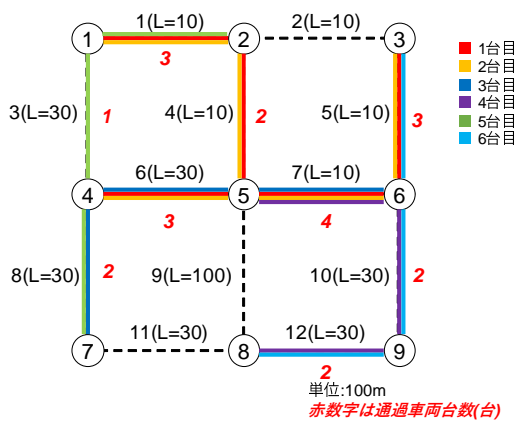


図-5 簡易ネットワークにおけるバス路線最適化結果

と道路ネットワークの変遷をインプット要件とし、需要変動下における各段階において適切なバス路線形態を検討するために開発手法を適用する。

### (1) 分析ケースの設定

分析ケースは、震災前（平成 17(2005)年時点）、震災後（平成 24(2012)年時点）、将来（H42(2030)年時点）の 3 ケースとし、それぞれのネットワーク・需要条件のもとでの最適なバス路線計画の検討を行う。

### (2) ゾーニング・インプットデータの設定

分析におけるゾーニングの設定については、国勢調査の小地域分類におけるゾーニングを基本に適宜集約を行い、市内を 25 ゾーンに分割した。

インプットする需要データについては、各時点におけるゾーン間バス OD データを作成した。データについては平成 17 年度道路交通センサスを基本に作成しており、詳細な作成方法についてはここでは割愛する。また、道路ネットワークデータについては、陸前高田市内の道路ネットワークをもとに、各ゾーンにおけるセントロイド間の接続状況が把握できる程度にまで簡略化したスパイダーウェブネットワークにより各時点のネットワークを表現した。

**(3) 推計結果**

作成したバス OD 表及び道路ネットワークデータをインプットとして、構造化処理手法を適用することにより、震災前～震災後～将来の各時点における陸前高田市内の最適なバス路線を推計した。なお、CE 法のサンプル数  $N = 1000$ ，エリート戦略抽出率  $\rho = 0.2$  と設定し、制約条件として、車両台数は 6 台、OD 別容量制約は 1OD 当たり 5trip，路線延長の上限は 30km，下限は 5km とした。なお、バスの旅行速度は一律 30km/h，停留所での平均停車時間は一律 60sec で設定した。また、設定されたバス路線の選択割合  $Pr$  については、乗車時間  $t = 0min$  であれば  $Pr = 1$  とし、 $t \leq 60min$  においては所要時間に対して線形に減少 ( $Pr = 1 - t/60$ ) するものと仮定し、 $t \geq 60min$  の場合は  $Pr = 0$  として設定した。

各ケースにおいて導出されたバス路線ネットワーク図については、それぞれ以下に詳細を整理する。

**a) 震災前**

震災前の数値計算結果を図-7に示す。震災前の都市機能はノード 12 及びノード 15 周辺（高田町中心部）に集中していたため、同ノード周辺の路線網が密になっていることが確認できる。路線網については、各方面からノード 12 関連の OD 需要を輸送できるように路線が整備されている。

**b) 震災後**

震災後の数値計算結果を図-8に示す。震災による津波被害に伴い、ノード 9 とノード 12 を接続するリンク（姉齒橋）が寸断されたことから、その北部のノード 5 とノード 8 を接続するリンク（廻館橋）が多くの路線によって用いられるようになってきていることが確認される。なお、この現象は震災後の現地においても実際に生じており、廻館橋は気仙川の右岸と左岸を連絡する貴重なリンクとして、自動車交通・公共交通ともに活発に利用された。また、ノード 13 からノード 19 にかけては、入居戸数が比較的大きい応急仮設住宅が複数建設されたことから、一時的に交通需要が集中し、同ノード周辺の路線網が密になっている。なお、震災前と比較して需要分布の重心は全体的に沿岸から山際に移っている傾向がみられるが、ノード 12 は震災後についても都市機能が集中したことから、路線網については震災前と同様に、各方面からの移動需要の多いノード 12 を連絡する形で整備されていることが分かる。

**c) 将来**

将来の数値計算結果を図-9に示す。先の 2 ケースでは需要がノード 12 に集中する傾向にあったが、将来ケースは中心部の中で需要が分散することになるため、中心部の路線の重なりが若干少なくなっていることがわかる。

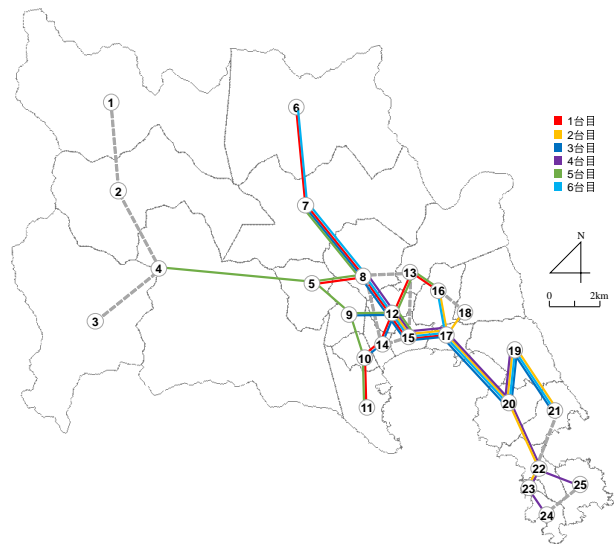


図-7 震災前（2005 年）路線図

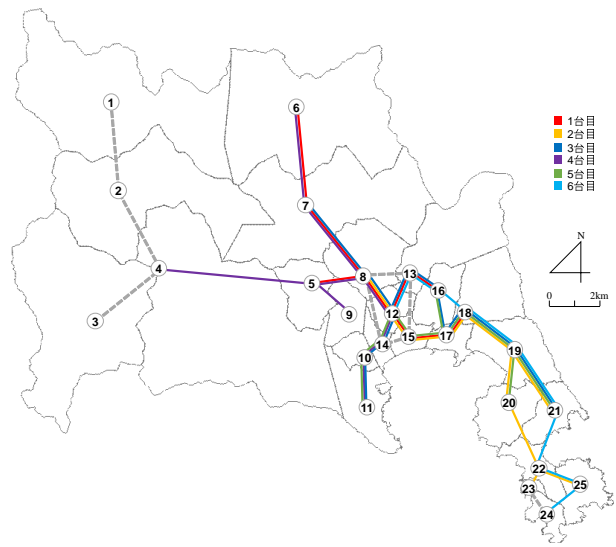


図-8 震災後（2012 年）路線図

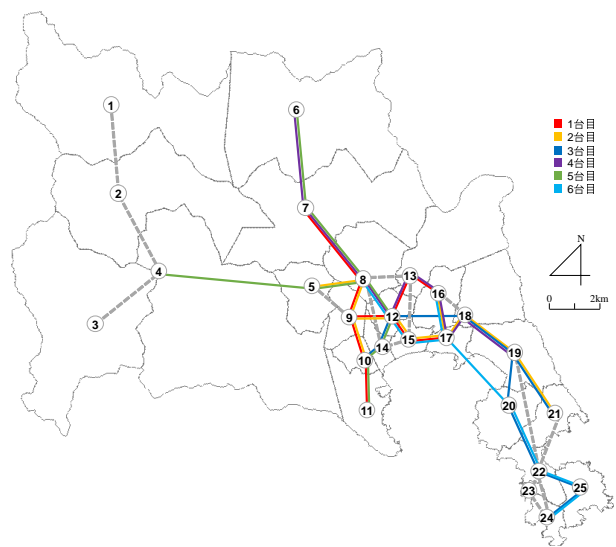


図-9 将来（2030 年）路線図

## 6. まとめ

### (1) 研究の成果

本研究では、既往の二段階最適化問題の定式化をベースとしてバス路線の最適化問題をネットワーク問題に落とし込み、最適化問題の解法アルゴリズムである CE 法と列挙索引化技法である ZDD を活用し、両手法を組み合わせた新たな最適化問題の解法アルゴリズムを提案した。同手法は既往のネットワーク問題における CE 法の適用例では実現されていなかったパススペースでの確率分布の設定を ZDD を用いた高速列挙と組み合わせることによって可能にした点が最も大きな成果であり、併せて、バス路線（ルーティング）の列挙と OD 間の最短経路列挙を同時に ZDD に格納することによって二段階最適化問題の上位問題・下位問題を同時に解くことが可能になるという利点がある。

提案手法については、まずはグリッド型の簡易ネットワークを対象としたバス路線計画に適用し、解の特徴を検証するとともに、CE 法のパラメータ分析についても合わせて行った。計算結果については設定した OD 需要とネットワーク条件から見て妥当であることが確認され、また一般的な計算機のもとでも現実的な時間内に計算が可能であるということを確認した。併せて、CE 法における主要な設計パラメータであるサンプル数及びエリート戦略抽出率をそれぞれ変動させ、目的関数の値と計算時間に関する感度分析を行った。

また、構築した構造化処理手法を陸前高田市の実規模ネットワークに適用し、同手法の適用可能性を検証した今回開発したアルゴリズムは、陸前高田市の復興まちづくりを支援する公共交通体系の検討だけでなく、例えば今後災害が発生する可能性がある地域における災害発生後の公共交通ネットワークの事前復興の検討や、人口減少により消滅する可能性がある集落を含むエリアの地域公共交通の網形成計画等の検討に耐えうる計算結果を導いており、地域全体を俯瞰した公共交通ネットワークの最適化を検討する上で有益な示唆を与える手法と考えられる。

### (2) 今後の展開～利用者均衡配分への発展性

最後に、本研究の今後の展開の方向性のひとつとして、利用者均衡配分への適用可能性について整理する。確率的利用者均衡モデルは理論的に優れたモデルであるが、経路選択モデルに関する実適用上の問題として、原・赤松 (2014)<sup>17)</sup> は (i) 経路選択枝間の類似性の表現法、(ii) 経路選択枝集合の決定法の 2 つを挙げている。

(i) に関して、重複経路におけるロジットモデルの IIA (Independence from Irrelevant Alternatives) 特性による問題は古くから指摘されており、古くから提案され

ている IIA 特性を緩和する手法として、経路選択モデルとして Probit モデルを適用する方法がある。しかしながら、計算量が膨大になることなどから現時点ではあまり適用が進んでいない。GEV 型の経路選択モデルを用いるアプローチとして Cross Nested Logit モデルを用いた手法<sup>18),19)</sup> や、Generalized Nested Logit 型利用者均衡配分モデルとして定式化する例<sup>20)</sup> もあるが、これらの手法は経路列挙が必要となり、大規模ネットワークでの適用可能性が難しいと言われている。

(ii) に関して、Dial のアルゴリズム<sup>21)</sup> は経路列挙を必要とせず、ロジットモデルに対応する交通量を配分することが可能である。しかし、経路選択枝集合を有効経路に暗黙的に限定しているため、不自然・非現実的なフローパターンを生成する問題がある。一方で佐佐木のマルコフ連鎖配分<sup>22)</sup> を応用したロジットモデルと整合的なマルコフ連鎖配分はサイクリックな経路を含むすべての経路選択枝集合を扱うことができる。しかし、この方法も過大なサイクリック経路フローの生成可能性や IIA 問題の増幅の可能性が指摘されている。また、(i) で挙げた重複経路の IIA 特性を緩和するモデルは、既存の方法論では経路を明示的に列挙する必要があり、上記のアプローチが適用できないという問題が存在している。一方で、今回提案した構造化処理による解法アルゴリズムは、ZDD により当該 OD 間のすべての経路列挙が可能であり、経路列挙が困難であることに伴う経路選択モデルに関する実適用上の問題が解消されることになる。特に、有効経路の限定が難しい場合、例えば災害直後などの有効経路のランダム性が高まる場合に有効であると考えられる。

### 参考文献

- 1) Szeto, W.Y., Jiang, Y.: Transit route and frequency design: Bi-level modeling and hybrid artificial bee colony algorithm approach, *Transportation Research Part B*, Vol. 67, pp. 235-263, 2014.
- 2) 赤星健太郎, 高松瑞代, 田口東, 石井儀光, 小坂和義: 低頻度な公共交通網を有する地域の移動利便性の評価手法に関する研究, *都市計画論文集*, Vol. 47, No. 3, pp. 847-852, 2012.
- 3) 陸前高田市: 平成 26 年度市内公共交通運行方針, 2013a.
- 4) Ibarra-Rojas, O.J., Delgado, F., Giesen, R. and Munoz, J.C.: Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review, *Transportation Research Part B*, Vol. 77, pp. 38-75, 2015.
- 5) Rubinstein, R. Y.: The cross-entropy method for combinatorial and continuous optimization, *Methodology and Computing in Applied Probability*, Vol.1, pp.127-190, 1999.
- 6) De Boer, P. -T., Kroese, D. P., Mannor, S. and Rubinstein, R. Y.: A tutorial on the cross-entropy method, *Annals of Operations Research*, Vol. 134, No. 1, pp. 19-67, 2005.
- 7) 武井伸生, 長江剛志: 道路ネットワーク強靱化のための耐震化戦略: Gibbs cloner and cross-entropy アプローチ, *土木計画学研究・講演集*, Vol.52, CD-ROM, 2015a.
- 8) 武井伸生, 長江剛志: 乱択アルゴリズムによる道路ネッ

- トワーク耐震化問題の解法, 第 29 回人工知能学会全国大会, CD-ROM, 2015b.
- 9) 今泉孝章, 羽藤英二: 経路選択に着目した地点制御による道路維持管理手法と首都圏ネットワーク評価, 土木計画学研究・講演集, Vol. 51, CD-ROM, 2015.
  - 10) Wang, J., Gao, X., Shi, J. and Li, Z.: Double unmanned aerial vehicle's path planning for scout via cross-entropy method, *Eighth ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking, and Parallel/Distributed Computing*, pp. 632-635, 2007.
  - 11) 和田健太郎, 白井健人, 柳沼秀樹: Cross-Entropy 法に基づく待ち行列の延伸を考慮した交通信号群の最適化, 土木計画学研究・論文集, Vol. 71, No. 5, pp. 1055-1064, 2015.
  - 12) Minato, S.: Zero-suppressed BDDs for set manipulation in combinatorial problems, *Proceedings of 30th ACM/IEEE Design Automation Conference*, pp. 272-277, 1993.
  - 13) Kawahara, J., Inoue, T., Iwashita, H. and Minato, S.: Frontier-based search for enumerating all constrained subgraphs with compressed representation, *TCS Technical Report Series A*, TCS-TR-A-14-76, 2014.
  - 14) Kroese, D.P., Porotsky, S. and Rubinstein, R.Y.: The cross-entropy method for continuous multi-extremal optimization, *Methodology and Computing in Applied Probability*, Vol. 8, pp. 383-407, 2006.
  - 15) Inoue, A., Iwashita, H., Kawahara, J. and Minato, S.: Graphillion: Software library designed for very large sets of labeled graphs, *International Journal on Software Tools for Technology Transfer*, Springer, 2014.
  - 16) 国土交通省都市局: 大規模開発地区関連交通計画マニュアル 改訂版, 2014.
  - 17) 原祐輔, 赤松隆: Network GEV 型経路選択モデルを用いた確率的利用者均衡配分, 土木学会論文集 D3, Vol. 70, No. 5, pp. 611-620, 2014.
  - 18) Vovaha, P. and Bekhor, S.: The link-nested logit model of route choice: overcoming the route overlapping problem, *Transportation Research Record*, Vol. 1645, pp. 133-148, 1998.
  - 19) Prashker, J.N. and Bekhor, S.: Investigation of stochastic network loading procedures, *Transportation Research Record*, Vol. 1645, pp. 94-102, 1998.
  - 20) Bekhor, S. and Prashker, J.: Stochastic user equilibrium formulation for the generalized nested logit model, *Transportation Research Record*, Vol. 1752, pp. 84-90, 2001.
  - 21) Dial, R. B.: A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration, *Transportation Research*, Vol. 5, pp. 83-111, 1971.
  - 22) 佐佐木綱: 吸収マルコフ過程による交通流配分理論, 土木学会論文集, No. 121, pp. 94-102, 1965.

(???? ?? ?? 受付)

SEQUENTIAL RESTRUCTURING FOR PUBLIC TRANSPORT NETWORK BASED  
ON THE STRUCTURED PROCESSING USING THE METHOD FOR  
ENUMERATION AND INDEXING

Daisuke YOSHINO, Eiji HATO and Hideki YAGINUMA