世帯内相互作用と行動モデリングに関する一考察

松島格也 [1]

[1]正会員　京都大学准教授 大学院工学研究科都市社会工学専攻（〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂）
E-mail: matsushima.kakuya.7u@kyoto-u.ac.jp

家族の形態や世帯構成を取り巻く環境は変化しており，現代においては多様な家族形態や世帯構成のあり方が存在する．家族の形態や世帯構成が変化したことにより，世帯内の個人が行う行動にも変化が生じている．同一世帯内の個人間の相互作用は，同じ世帯において長い共同生活を通じて形成されたものであり，同一世帯内の各個人の相互作用には，相関関係がある．本研究では多様な世帯における複数人が行う同一の行動をモデル化する方法論について考察する．

Key Words : *joint activity model, interaction, collective action*

1. はじめに

家族の形態や世帯構成を取り巻く環境は変化しており，現代においては多様な家族形態や世帯構成のあり方が存在する．家族の形態や世帯構成が変化したことにより，世帯内の個人が行う行動にも変化が生じている．同一世帯内の個人間の相互作用は，同じ世帯において長い共同生活を通じて形成されたものであり，同一世帯内の各個人の相互作用には，相関関係がある．本研究では多様な世帯における複数人が行う同一の行動をモデル化する方法論について考察する．

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 個人の意思決定間の相互作用

家族内の構成員による同時活動が実現するためには，それに関わる構成員の双方がサービス活動の同時生産・同時消費に同意することが前提となる．家族構成員が，サービス活動を同時生産するためには，それぞれの個人が自分の時間や財を余分に投資しなければならない．家族構成員が共同活動に合意するためには，それぞれが個別に活動を行うより，２人が一緒に活動を行うことによるメリットが存在しないといけない．小林等 [15] は，家族構成員が共同活動に同意する動機として，１）経済的動機 (economic motives)，２）利他的動機 (altruistic motives)，３）父権的動機 (paternalistic motives) を指摘している．経済的動機とは，たとえば交通費用の節約など，個別に行動する場合よりも，家族構成員が行動を一緒にすることにより，経済性を向上させることができることを意味する．第２に，利他的動機とは，家族構成員の間における思いやりや愛情という心理的外部性を意味する．このような心理的外部性が正の効果を持つ場合，家族構成員はたとえ自分自身の個人的資源（時間等）を余分に消費しても共同活動を実施する意思を持つ可能性がある．このような利他的動機に基づく共同活動をモデル化するためには，心理的外部経済性という個人の効用間の相互作用を明示的にモデル化することが必要となる．最後に，たとえば子供の教育のように，家族構成員の一部が，自分の価値判断に基づいて他の家族構成員の行動を決定する場合がある．たとえば，親（プリンシパル）が子供（エイジェント）の行動結果に対して選好を持ち，その選好に基づいた選択をエイジェントに強制する場合などが該当する．プリンシパルがこのような父権的選好に基づいエイジェントとの共同活動を実施する場合，エイジェントの行動はプリンシパルの選択によって決定されることになる．

経済的動機，利他的動機，父権的動機に基づいた同時活動においては，いずれも個人の行動特性や意思決定の間に相互作用が存在する．経済的動機，利他的動機に基づいた同時活動では，それに参加する家族構成員が互いに対等の立場にたっており，両者の間に合意が形成されてはじめて同時活動が実現する．一方，父権的動機に基づく場合には，エイジェントがプリンシパルの行動選択に強制力を発揮し，そこには両者の間での合意の形成という問題は存在しない．したがって，上述の動機をすべて同時に考慮したようなモデルを定式化することは極めて困難であると言わざるを得ない．本研究では，家族構成員の経済的動機，利他的動機を考慮したような共同活動の形成メカニズムに着目する．

(2) 自発的な同伴行動の形成

家族との同伴行動は，第三者による強制力に基づき半強制的に参加する義務を負う会議や集会とは異なり，当事者間によって自発的に形成されるものである．家族の中の個人は自分の意思に従って自由に同伴行動の開催を提案することができ，その行動目的や時間，場所などの具体的な条件の調整を行う．そして，調整された条件に参加者全員が合意してはじめて，同伴行動が実現する．そのため，同伴行動の開催は自由に提案できるが，条件によっては参加者が合意せず，同伴行動が実現しない場合もありうる．また，実現される同伴行動の時間も提案者が自由に決定できるわけではなく，参加者全員の同意に基づく時間が採用される．家族の中の個人はそれぞれ異なる状況のもとで生活をしており，各個人が持つ同伴行動へのインセンティブはその個人の属性や家族における立場などに依存して異なると考えられる．そのため，個人が同伴行動に希望する時間は一般的に異なると考えられる．例えば，夫婦と子供が一緒に買い物に行くことを考えよう．このとき，夫は次の日に朝早くから仕事があるため，早めに帰る必要があると仮定する．その場合，妻や子供は夫よりも希望する同伴行動の時間が長い可能性が高いが，実際は夫の都合に合わせて妻・子供の希望する時間よりも短い夫の希望する時間が採用される場合が多いと考えられる．このように，同伴行動が開催されるためには参加者全員の同意が必要となるため，実現される同伴行動の時間は最も短い時間，つまり同伴行動に対するインセンティブの最も低い者の意思によって決定されると考えられる．

このような家族による自発的な同伴行動の時間に関する意思決定過程を，参加者間の意思の競合として捉えることが出来る．つまり，同伴行動の時間を決定する際に，各個人の希望する時間が競合し，最終的にインセンティブの最も低い者の意思が選択され，残りの者の希望する同伴時間は却下されることとなる．

(3) コミュニティ活動とネットワーク外部性

地域活動には，ネットワーク外部性が働いている．ネットワーク外部性は，外部性の一つであり，技術的外部性とも呼ぶ．一般に外部性は，技術的外部性と金銭的外部性と大きく 2 種類に分類される [1)]．外部性は,「ある人の行動が他者の行動に影響を与える」という戦 略的補完性の概念を含むが，技術的外部性は，他者の技術的状況や好みを変化させる行動によりおこる外部性と呼ばれる一方で，金銭的外部性は関連した市場の商品やサービスの値段に影響を与える行動によりおこる外部性と呼ばれる．

本節では，地域活動におけるネットワーク外部性の働きについて論じる．ネットワーク外部性とは,「同じ財・サービスを消費する個人の数が多 ければ多いほど，その財・サービスの消費から得られる効用が高まる効果」をさす．[2)]　地域活動も同様に，ある地域活 動に参加することによって得られる効用は，その活動を一緒に消費する他人の存在に依る．他者の人数にもよるが，他者との相関関係に大きく依存 する．つまり，地域活動は一種のネットワーク依存型サービスであり，自給自足できないものである．ネットワークチェインの力は，人々が輸送機 関やインターネットといったネットワークサービスを使えば使うほどより多くの人が市場に加わろうとする，密集した市場メカニズムの正のフィー ドバックに由来する．このように人々が地域活動に携われば携わるほど，その活動は資源を交換するために必要な個人のコストと努力が少なくなる ことやその活動の新たな価値を生むことでより楽しくより費用効果があるものになるだろう．同様に，少ない人数が携わる地域活動はより価値が下がり，参加者にとってより楽しくなくなり，より費用効果のないものになる．このようなネットワーク外部性の正/負のフィードバックは参加者と非参加者の間の行動の相互作用から得られる．

他者の数だけでなく，他者の属性や好みも一つの大きな影響要因である．Dasgupata[3)] は，近所の住民の属性や好みがある世帯の選択に影響 を与えることを指摘し，出産や居住地の選択の例を挙げた．もしその家計が大家族に対して好意的であるような地 域に住んでいたら，似た人々がその地域に住もうとするだろう．なぜなら，出産に対する好みが内生的に自分自身を分類しているからである．出産 に対する好みが似た隣人はコミュニティの育児をサポートする活動にいい影響を与えるだろう．もしより多くの育児活動が増えれば，出産の好みが より高い人たちがそのコミュニティに住みたがるようになる．とくに中山間地域の住民は面と向かった近所関係や同種の近所関係のために，近隣住 民の選択の影響をより受けやすい．多くの社会科学者や経済学者は，近隣の間でのネットワーク外部性を模倣行動（imitation behavior）とも説明してきた [4)]，[5)]，[6)]，[7)]．

(4) 既存の研究概要

家族経済学 [8)] の分野において，世帯内の各個人の意思決定の相互依存性に関する研究が蓄積されてきた [9)]．中でも，Chiappori[10)], Browning *et al.*[11)] 等は，家族が個人の集合体であるという立場から，家族構成員の交渉の結果（あるいは，家族内独裁者の意思決定の結果）として，家族全体の意思決定行動を分析する Collective model を提案した．これらの研究では構成員間の相対

交渉力を各構成員の効用の重みづけで表現した家族厚生関数を定義するが，そこでは交渉力により世帯内における個人の行動が決定されることが想定されている．Collective model を用いた時間配分行動を分析した事例は多い．中でも，個人の交通行動に関しては，張ら [12] は交通計画の分野で世帯として 1 日の時間配分を行う際に，家族の構成員間の相互作用を明示的に考慮した時間配分モデルを構築し，福田ら [13] はこれに費用制約を考慮した時間配分モデルを提案している．これらのモデルでは，単独で行動する場合には個人の効用に基づいて，共同行動する場合には構成員間の相互作用により家族全体として意思決定されるように表現されている．さらに，世帯内意思決定ルールに関する異質性を考慮するため張ら [14] は等弾力性社会厚生関数を用いた世帯時間配分モデルを提案している．

Collective model では，家族内における共同行動の対象となる活動をプールし，それらの活動全体に対して集合的に共同行動のパターンが決定されるメカニズムになっている．Collective model は，家族全体を通じた個別目的への時間配分パターンを分析するために有効な方法である．しかし，家族構成員による個別のサービス活動の共同生産・共同消費活動の形成メカニズムといったミクロな行動分析には必ずしも有効ではない．たとえば，夫婦による日常品の買い物，外食，交際，ボランティアに関する共同活動は，必ずしも家族全員による意思決定により具体的な活動パターンが決定されているわけではない．むしろ，サービス活動を共同生産・共同消費する家族構成員の，その時々の時間制約やスケジュールの濃度といった局所的な条件や構成員の間に機能する思いやりや愛情などの心理的外部性が重要な役割を果たしている．このようなミクロなレベルにおける家族構成員の共同活動の形成メカニズムを分析するためには，家族構成員の相互作用を明示的に考慮にいれた個人行動モデルによるアプローチが有効である．

小林等 [15] は，同一家族における送迎・相乗り行動を対象として，個人間の心理的相互作用を考慮にいれた離散選択モデルを提案している．具体的には，個人の効用関数の中に，相手の効用に対する配慮の程度を利他的選好パラメータによる加重和として組み入れたような加法的効用関数を定式化している．しかし、利他的選好パラメータは，異なる家族を通じて一定値をとると仮定していた．家族構成員間の利他的選好は，家族による共同生活を通じて内生的に形成されたものであり，家族をとりまく環境や家族固有の観測できない特性の影響を受け，家族間で多様に異なる可能性がある．

3. 共同活動モデル

(1) モデル化の前提条件

同一家族内において，共同活動を行う 2 名の個人をそれぞれパートナー a，パートナー b と呼ぶ．ただし，パートナー a，パートナー b は，たとえば a が妻，b が夫のように，家族内で同一のカテゴリーに属する個人を表す．パートナーのペアは，ペアが行う活動目的 $k(k=1,\cdots,K)$ のそれぞれに対して共同活動するかどうかを決定する．パートナー a とパートナー b の間に共同活動をとることに対する合意が形成されてはじめて，2 名のパートナー a とパートナー b は共同活動をとることが可能となる．活動目的 k に対して，パートナー a の選択肢としては,「パートナー b と共同活動を行う ($S_a^{1,k}$)」,「行わない ($S_a^{0,k}$)」という選択肢がある．パートナー b に関しても,「パートナー a と共同活動を行う ($S_b^{1,k}$)」,「行わない ($S_b^{0,k}$)」という選択肢がある．パートナー a とパートナー b の双方がそれぞれ $S_a^{1,k}$，$S_b^{1,k}$ を選択した場合にのみ，活動目的 k の共同活動が実現する．パートナー a，b のうち，少なくとも一方が相手との共同活動を行わない選択をした場合，両者は共同活動を行わず，それぞれ別々に行動する．ここで，パートナー a とパートナー b のペアを，それぞれ $l(l=1,\cdots,L)$ と表す．当面の間，ある特定の活動目的 k に関する特定のパートナーのペア l の共同活動をモデル化することとし，議論の見通しをよくするために添え字 k と l を無視して議論を進める．

(2) 確率効用モデル

ある特定のペアの共同活動に着目する．パートナー $d(d=a,b)$ の選択肢 S_d^i $(d=a,b;i=0,1)$ に対する構造型確率効用モデルを

$$U_a^1 = \boldsymbol{\beta}_a \boldsymbol{x}'_a + \eta_a U_b^1 + \varepsilon_a \tag{1a}$$

$$U_b^1 = \boldsymbol{\beta}_b \boldsymbol{x}'_b + \eta_b U_a^1 + \varepsilon_b \tag{1b}$$

$$U_a^0 = 0, \tag{1c}$$

$$U_b^0 = 0 \tag{1d}$$

と表す．ここで，$\boldsymbol{x}_d=(x_{1,d},\cdots,x_{J,d})$ $(d=a,b)$ は，パートナー d $(d=a,b)$ の選好に影響を及ぼす説明変数の行ベクトルであり，家族構成や年収などの個人属性によって説明される．記号「$'$」は転置を表す．$\boldsymbol{\beta}_d=(\beta_{1,d},\cdots,\beta_{J,d})$ は，説明変数に関わる未知パラメータの行ベクトルである．利他的パラメータ η_d は，パートナー d のもう一方のパートナーに対する利他的選好の程度を表す確率変数であり，$0\leq\eta_d<1$ が成立する．U_d^i は，パートナー $d(d=a,b)$ の選択肢 S_d^i に対する効用である．ε_d は，確率誤差項であり，観測者が観測できないパートナー d に固有の特性を表す．利他的パラメー

タ η_d の値が大きくなるほど，利他的効用項が大きくなるため，相手への配慮が大きくなる．利他的効用が存在しない場合，$\eta_d = 0$ が成立する．選択肢 S_d^0 $(d = a, b)$ を選択した場合の効用を 0 に基準化している。

式 (1a),(1b) に示す構造型確率効用モデルは，効用関数の中に相手の効用関数を明示的に含んでおり，このままでは選択肢の選択確率を導出するのが困難である．そこで，パラメータの推計に適した誘導型確率効用モデルを導出する．式 (1a),(1b) を U_a^1，U_b^1 について明示的に解くと，次式を得る．

$$U_a^1 = \boldsymbol{\zeta}_a \boldsymbol{x}_a' + \eta_a \boldsymbol{\zeta}_b \boldsymbol{x}_b' + \eta_a \varphi_b + \varphi_a \tag{2a}$$

$$U_b^1 = \eta_b \boldsymbol{\zeta}_a \boldsymbol{x}_a' + \boldsymbol{\zeta}_b \boldsymbol{x}_b' + \eta_b \varphi_a + \varphi_b \tag{2b}$$

ただし，$\boldsymbol{\zeta}_a = (1 - \eta_a\eta_b)^{-1}\boldsymbol{\beta}_a$，$\boldsymbol{\zeta}_b = (1 - \eta_a\eta_b)^{-1}\ \boldsymbol{\beta}_b$，$\varphi_d = (1 - \eta_a\eta_b)^{-1}\varepsilon_d\ (d = a, b)$ である．誘導型効用関数が識別可能であるためには，$\eta_a\eta_b \neq 1$ が成立しなければならない．さらに，誘導型方程式のパラメータ $\boldsymbol{\zeta}_a, \boldsymbol{\zeta}_b$ が元の方程式のパラメータ $\boldsymbol{\beta}_a, \boldsymbol{\beta}_b$ と同符号になるためには，利他的パラメータは条件

$$0 \leq \eta_a\eta_b < 1 \tag{3}$$

を満足する必要がある。ここで，誘導型確率効用モデルを確定的効用項と確率的効用項に分離するために、

$$\bar{u}_a = \boldsymbol{\zeta}_a \boldsymbol{x}_a' + \eta_a \boldsymbol{\zeta}_b \boldsymbol{x}_b'$$

$$\bar{u}_b = \eta_b \boldsymbol{\zeta}_a \boldsymbol{x}_a' + \boldsymbol{\zeta}_b \boldsymbol{x}_b'$$

$$\xi_a = \eta_a \varphi_b + \varphi_a$$

$$\xi_b = \eta_b \varphi_a + \varphi_b$$

を導入する。この時，誘導型確率効用モデルは

$$U_a^1 = \bar{u}_a + \xi_a \tag{4a}$$

$$U_b^1 = \bar{u}_b + \xi_b \tag{4b}$$

$$U_a^0 = 0, \tag{4c}$$

$$U_b^0 = 0 \tag{4d}$$

と表すことができる．式 (4a),(4b) の右辺の第 1 項が確定的効用項，第 2 項が確率的効用項である．厳密には確定効用項にも確率変数で表される利他的パラメータ η_a, η_b が含まれているが，ここでは従来の確率効用モデルとの対応を明瞭にするため，便宜的にこのような表現を採用する．$\eta_a = 0$ かつ $\eta_b = 0$ の場合，式 (1a),(1b) の第 2 項が消滅するため，誘導型確率効用モデルは構造型確率効用モデルと一致する．一般的に，$\eta_a \neq \eta_b$ であり，これら 2 つの利他的パラメータは異質分散性を有する相関構造をもっている．

(3) 共同活動モデルの定式化

ある特定のパートナーのペアによる特定目的の共同活動を決定する場面に着目する．ひとまず利他的パラメータ η_a, η_b を与件と考える．共同活動が実現するか否かは，パートナー a とパートナー b の選好結果の組み合わせによって決定される．パートナー a とパートナー b が最も選好する選択肢の組み合わせに関して，以下の 4 つのケースが存在する．すなわち，1）パートナー a とパートナー b の双方が目的 k の共同活動に同意し，共同活動が実現する場合（ケース Ω_1）,2）パートナー a はパートナー b に共同活動に賛同するがパートナー b がそれを断り，結果として共同活動が成立しない場合（ケース Ω_2），3）パートナー b が同伴に合意するが，パートナー a がそれを断り，結果として共同活動が成立しない場合（ケース Ω_3）, 4）パートナー a とパートナー b の双方が共同活動に合意せず，共同活動が成立しない場合（ケース Ω_4）が存在する．

説明変数値ベクトル $\boldsymbol{x} = \{\boldsymbol{x}_a, \boldsymbol{x}_b\}$ とパラメータ値ベクトル $\boldsymbol{\theta} = \{\boldsymbol{\beta}_a, \boldsymbol{\beta}_b, \boldsymbol{\eta}\}, \boldsymbol{\eta} = \{\eta_a, \eta_b\}$ を与件とする．この時，それぞれのケースが生起する条件付き確率 $Pr(\Omega_i|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}), (i = 1, \cdots, 4)$ は

$$Pr(\Omega_1|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) = Pr(U_a^1 \geq U_a^0, U_b^1 \geq U_b^0|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) \tag{5a}$$

$$Pr(\Omega_2|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) = Pr(U_a^1 \geq U_a^0, U_b^1 < U_b^0|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) \tag{5b}$$

$$Pr(\Omega_3|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) = Pr(U_a^1 < U_a^0, U_b^1 \geq U_b^0|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) \tag{5c}$$

$$Pr(\Omega_4|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) = Pr(U_a^1 < U_a^0, U_b^1 < U_b^0|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) \tag{5d}$$

と定義される．以上の 4 つのケースの内，実際に共同活動が実現するケースは Ω_1 のみである．したがって，共同活動が実現する確率は $Pr(\Omega_1|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta})$ であり，共同活動が実現しない確率は $\sum_{n=2,3,4} Pr(\Omega_n|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta})$ と表わすことができる．ここで，確率効用項 $\varepsilon_d\ (d = a, b)$ は互いに独立であり，同一の正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従うと仮定する．この時，ケース Ω_1 が選択される確率 $Pr(\Omega_1|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta})$ は，以下のように定義される．

$$\begin{aligned} & Pr(\Omega_1|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ &= Pr(U_a^1 \geq 0, U_b^1 \geq 0|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ &= Pr(\xi_a \leq \bar{u}_a, \xi_b \leq \bar{u}_b|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ &= \int_{-\infty}^{0}\int_{-\infty}^{0} \phi_{ab}(\xi_a, \xi_b; \boldsymbol{\mu}_{ab}, \boldsymbol{\Sigma}_{ab}) d\xi_a d\xi_b \end{aligned} \tag{6}$$

ここに，$\phi_{ab}(\xi_a, \xi_b; \boldsymbol{\mu}_{ab}, \boldsymbol{\Sigma}_{ab})$ は期待値ベクトル $\boldsymbol{\mu}_{ab}$, 分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}_{ab}$ によって定義される正規確率密度関数である．ただし，$\boldsymbol{\mu}_{ab}, \boldsymbol{\Sigma}_{ab}$ はそれぞれ,

$$\boldsymbol{\mu}_{ab} = (-\bar{u}_a, -\bar{u}_b) \tag{7a}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ab} = \frac{2\sigma^2}{(1 - \eta_a\eta_b)^2} \left\{ \begin{array}{cc} 1 + (\eta_a)^2 & \eta_a + \eta_b \\ \eta_a + \eta_b & 1 + (\eta_b)^2 \end{array} \right\} \tag{7b}$$

で表される．分散共分散行列の逆行列 $\{\boldsymbol{\Sigma}_{ab}\}^{-1}$ は

$$\{\boldsymbol{\Sigma}_{ab}\}^{-1} = \frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \begin{array}{cc} 1 + (\eta_b)^2 & -\eta_a - \eta_b \\ -\eta_a - \eta_b & 1 + (\eta_a)^2 \end{array} \right\} \tag{8}$$

となる．ここで，未知分散項 σ と未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}$ の

一意性を確保するために，以下の規格化条件を設ける．

$$|\{\boldsymbol{\Sigma}_{ab}\}^{-1}| = \frac{(1-\eta_a\eta_b)^2}{4\sigma^4} = 1 \tag{9}$$

このとき，共同活動が実現する確率 $Pr(\Omega_1|\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta})$ は，

$$\begin{aligned} &Pr(\Omega_1|\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta}) \\ &= \int_{-\infty}^{0}\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{2\pi}\exp\left(-\frac{\boldsymbol{y}\{\boldsymbol{\Sigma}_{ab}\}^{-1}\boldsymbol{y}'}{2}\right)d\xi_a d\xi_b \end{aligned} \tag{10}$$

となる．ただし，$\boldsymbol{y} = (\xi_a + \bar{u}_a, \xi_b + \bar{u}_b)$ である．

(4) コピュラ構造

以上では，利他的パラメータ η_a, η_b を与件と考え共同活動確率を導出した．利他的パラメータは，家族によって多様に変動する．共同活動に対する利他的パラメータは，同一家族内のパートナーにより長期的に形成されたものであり，利他的パラメータの確率分布には相関構造が存在する．また，利他的パラメータ η_a, η_b の値は共同活動の活動目的 $k(k=1,\cdots,K)$ によっても多様に異なると考えられる．いま，ある活動目的に着目し，当該目的に関する利他的パラメータの家族間の確率分布構造をコピュラ [16] を用いて表現する．再び，記載の簡略化のために，添え字 k を省略する．

利他的パラメータ $\eta_d(d=a,b)$ の同時確率分布を 2 次元コピュラ C を用いて表す．利他的パラメータ $\eta_d(d=a,b)$ の周辺分布関数を $F_d(\eta_d)$ と表す．さらに，確率変数 $\eta_d(d=a,b)$ の連続な同時分布関数を $F(\eta_a,\eta_b)$ と表せば，スクラーの定理 [17] より，

$$F(\eta_a,\eta_b) = C(F_a(\eta_a), F_b(\eta_b)) \tag{11}$$

を満たすコピュラ C が一意に存在する．コピュラー C に周辺分布 F_a, F_b を適用することにより生成される $C(F_a(\eta_a),F_b(\eta_b))$ は，区間 $[0,1]^2$ を定義域とする同時分布関数である．また，

- 任意の $u_d = F_d(\eta_d) \in [0,1]$ $(d=a,b)$ について，$C(0,u_b)=0,\ C(u_a,0)=0$
- 任意の $u_d = F_d(\eta_d) \in [0,1]$ $(d=a,b)$ について，$C(1,u_d)=u_b, C(u_d,1)=u_a$
- $u_d^1 \leq u_d^2$ を満たす全ての (u_a^1,u_b^1)，$(u_a^2,u_b^2) \in [0,1]^2$ に対して，
$$\sum_{i_a=1}^{2}\sum_{i_b=1}^{2}(-1)^{\sum_{d=a,b} i_d} C(u_a^{i_a} u_b^{i_b}) \geq 0$$

の 3 つの性質を全て満たすような関数 C がコピュラとして定義される．このとき，利他的パラメータベクトル $\boldsymbol{\eta} = (\eta_a,\eta_b)$ の同時確率密度関数 $f(\boldsymbol{\eta})$ は，コピュラの分布関数 $C(F_a(\eta_a),F_b(\eta_b))$ あるいは確率密度関数 $c(F_a(\eta_a),F_b(\eta_b))$ を用いて，

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{\partial^2 C(F_a(\eta_a),F_b(\eta_b))}{\partial F_a(\eta_a)\partial F_b(\eta_b)}\prod_{d=a,b} f_d(\eta_d) \\ &= c(F_a(\eta_a),F_b(\eta_b))\prod_{d=a,b} f_d(\eta_d) \end{aligned} \tag{12}$$

と定義される．ここで，f_d は周辺分布関数 F_d の確率密度関数である．いま，利他的パラメータ η_d が区間 $0 \leq \eta_d < 1$ において定義されるベータ分布 $\mathcal{B}(p_d,q_d)$ に従って分布すると仮定すれば，周辺確率密度関数 $f_d(\eta_d)$ は次式で表現される．

$$f_d(\eta_d) = \frac{(\eta_d)^{p_d-1}(1-\eta_d)^{q_d-1}}{\mathcal{B}(p_d,q_d)} \tag{13}$$

なお，p_d, q_d は分布の形状を支配するパラメータ，$\mathcal{B}(p_d,q_d)$ はベータ関数である．各分布の形状を支配するパラメータベクトルを $\boldsymbol{\psi} = (p_a,q_a,p_b,q_b)$ と表記する．

4. コミュニティ活動参加モデル

(1) 定式化

対象とする地域に N 個の異なるタイプの家計が居住する．タイプ n に属する家計 i $(i=1,\cdots,M_n)$ が、あるコミュニティ活動に参加することにより得られる確率効用を u_{in}^1 と表す．また，活動に参加しない場合に得られる確率効用を u_{in}^0 と表す．タイプ n の家計 i の参加行動は観測可能であり，参加の有無を 0-1 変数 y_{in} を用いて

$$y_{in} = \begin{cases} 1 & \text{タイプ } n \text{ の家計 } i \text{ が活動に参加する} \\ 0 & \text{活動に参加しない} \end{cases} \tag{14}$$

と表す．家計は効用最大化行動をすると仮定すると，タイプ n の家計 i が活動に参加する確率は

$$P_r(y_{in}=1) = P_r(u_{in}^1 > u_{in}^0) = P_r(z_{in} > 0) \tag{15}$$

と表せる．ここに，潜在変数 $z_{in} = u_{in}^1 - u_{in}^0$ は観測できない変数であり，y_{in} が観測可能である．式 (14) を z_i^n を用いて書き表せば

$$y_{in} = \begin{cases} 1 & if \quad z_{in} > 0 \\ 0 & if \quad z_{in} \leq 0 \end{cases} \tag{16}$$

となる．潜在変数 z_{in} は，当該家計の観測可能な個人属性行ベクトル $\boldsymbol{x}_{in} = (x_{in}^1,\cdots,x_{in}^K)$，当該活動に対する家計の社会的関係性を表す θ_n（以下，社会的相関項と呼ぶ）と観測不可能なランダム項 ε_{in} を用いて

$$z_{in} = \boldsymbol{x}_{in}\boldsymbol{\beta} + \theta_n + \varepsilon_{in} \tag{17}$$

で構成されると考える．ただし，$\boldsymbol{\beta} = (\beta^1,\cdots,\beta^K)'$ はパラメータベクトルである．ランダム項 ε_{in} は，それぞれ平均 0，分散 1 の独立な標準正規分布に従うと仮定する．社会的相関項は同一のタイプの家計に特有な当該活動に対する「思い入れ」の程度を表す変数であり,「思い入れの強さ」は他の家計との関係で形成されると考える．このため，タイプ n の家計の社会的相関項 θ_n $(n=1,\cdots,N)$ に空間自己回帰構造を導入し

$$\theta_n = \rho\sum_{j=1}^{N} w_{nj}\theta_j + u_n \tag{18}$$

と表す．ただし，θ_n は，タイプ n の家計の「思い入れ」の程度を表す社会的相関パラメータであり，$\theta_n > 0$ とする．ρ は対象地域の人的ネットワークやソーシャルキャピタルが，家計の自発的集合行為へ及ぼす影響の程度を示している．また，u_n は観測不可能なランダム項であり，平均値 0，分散 σ^2 の独立な正規分布に従うと仮定する．記述の便宜を図るために潜在変数モデル (17) を行列表記する．潜在変数列ベクトル $\boldsymbol{z} = (z_{11}, \cdots, z_{M_1 1}, \cdots, z_{in}, \cdots, z_{M_N N})'$，社会的相関項行ベクトル $\boldsymbol{\theta} = (\theta_n : n = 1 \cdots, N)$，ランダム項列ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_{11}, \cdots, \varepsilon_{in}, \cdots, \varepsilon_{M_N N})'$ を定義する．また，個人属性行列 $\boldsymbol{X}$ を $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_N)'$ と定義する．ただし，$\boldsymbol{x}_n = (x_n^1, \cdots, x_n^K)$ である．この時，潜在変数モデルは

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{E\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{19a}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \rho \boldsymbol{W\theta} + \boldsymbol{u} \tag{19b}$$

と表すことができる．ただし，$\boldsymbol{W}$ は社会的相関を表す $(n \times n)$ 次元の重み行列，$\boldsymbol{E}$ は

$$\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_1 & \cdots & \mathbf{0}_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_N & \cdots & \mathbf{1}_N \end{pmatrix} \tag{20}$$

と定義される．なお，$\mathbf{1}_n$ は M_n 次元のベクトルであり $\mathbf{1}_n = (1, \cdots, 1)'$ と定義される．

(2) 尤度関数の定式化

コミュニティ活動参加モデルにおいて，各家計のコミュニティ活動参加状況ベクトル $\boldsymbol{z}$，個人属性ベクトル $\boldsymbol{X}$ および社会的関係性行列 $\boldsymbol{W}$ は，観測可能な外生パラメータである．外生変数 $\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{W}$ を与件として，従属変数 $\boldsymbol{z}$ が観測される条件付き確率 (尤度) を導出する．式 (19a) を変形すれば

$$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{I}_N - \rho \boldsymbol{W})^{-1} \boldsymbol{u} = \boldsymbol{S}^{-1} \boldsymbol{u} \tag{21}$$

を得る．ただし，$\boldsymbol{I}_N$ は N 次元単位行列であり，$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{I}_N - \rho \boldsymbol{W}$ と定義する．この時，ρ と $\boldsymbol{u}$ を与件とした $\boldsymbol{\theta}$ の条件付き確率は

$$\boldsymbol{\theta} | (\rho, \sigma^2) \sim \mathcal{N}_N[\mathbf{0}_N, \sigma^2(\boldsymbol{S}'\boldsymbol{S}^{-1})] \tag{22}$$

と表される．ただし，$\mathcal{N}_N[\mathbf{0}_N, \sigma^2(\boldsymbol{S}'\boldsymbol{S}^{-1})]$ は平均値ベクトル $\mathbf{0}_N$，分散・共分散行列 $\sigma^2(\boldsymbol{S}'\boldsymbol{S}^{-1})$ の N 次元正規分布を表している．さらに，各 $\boldsymbol{\varepsilon}$ が H 次元の標準正規分布 $\mathcal{N}_H(\mathbf{0}_H, \boldsymbol{I}_H)$ に従うと仮定する．ただし，$H = \sum_{n=1}^N M_n$ である．この時，$\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}$ を与件とした z の条件付き分布は

$$\boldsymbol{z} | (\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}) \sim \mathcal{N}_H(\boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{E\theta}, \boldsymbol{I}_H) \tag{23}$$

と表される．このとき，タイプ n の家計 i が着目しているコミュニティ活動に参加する確率は

$$P_r(y_{in} = 1) = P_r(z_{in} > 0) = \Phi(\boldsymbol{x}_{in}\boldsymbol{\beta} + \theta_n) \tag{24}$$

で与えられる．同様に，地域活動に参加しない確率は

$$P_r(y_{in} = 0) = P_r(z_{in} \leq 0) = 1 - \Phi(\boldsymbol{x}_{in}\boldsymbol{\beta} + \theta_n) \tag{25}$$

と表せる．この時，尤度関数は以下のように定義できる．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}) = \prod_{n=1}^{N} \prod_{i=1}^{I_n} \Phi(\boldsymbol{x}_{in}\boldsymbol{\beta} + \theta_n)^{y_{in}} \{1 - \Phi(\boldsymbol{x}_{in}\boldsymbol{\beta} + \theta_n)\}^{1-y_{in}} \tag{26}$$

ただし，$\boldsymbol{y} = (y_{11}, \cdots, y_{in}, \cdots, y_{I_N N})'$ である．

5. 同伴行動の生存時間分析

(1) 前提条件

本研究では，同一世帯内の複数の個人によって形成される同伴行動を対象とする．家族の中の各個人は，自身の効用を最大化することのできる同伴行動の希望時間をそれぞれ持っていると仮定する．同伴行動が形成された場合，その同伴行動は参加者の中で最も同伴行動へのインセンティブの低い個人の意思に基づいて終了され，その他の個人は同伴行動に参加する限り，自分の意思に関わらずその時点で同伴行動を終了しなければならないと考える．そのため，実際に観測される同伴行動の時間は，その同伴行動へのインセンティブが最も低い個人の意思に基づいた時間が代表値として観測されるのであり，その他の個人が希望する同伴行動時間は観測されずに打ち切られたと考える．本研究では，誰の意思に基づいて同伴行動が終了したのかに応じて競合リスク事象をそれぞれ定義する．競合するリスク事象は対象とする同伴行動の参加者の数だけ存在し，それらのリスク事象が競合した結果，その中の 1 つの事象が発生すると考える．ある 1 つのリスク事象が観測されると，その他のリスク事象は観測されずに打ち切りデータとなる．その上で，同伴行動時間に関して生存時間分析を行い，ある個人の属性が希望する同伴行動の時間に与える影響を評価する．

このように考える上で，2 つの点に留意する必要がある．1 つは，打ち切りの取り扱いである．連続時間を仮定するモデルにおいては，競合する各リスク事象が独立に起こるという条件が成立する場合，競合するイベントを右センサリングとして扱うことが出来る [18)]．本研究では，各個人は他の個人の意思に関係なく希望する同伴行動時間を決めるものとする．実際には合意形成過程において自身の意思を譲歩する場合なども考えられるが，モデルの単純化のために，これらの影響は無視することとする．

もう 1 つは実際に発生した競合リスク事象の特定についてである．本研究の実証分析において用いる社会生活基本調査のデータからは，家族の中の誰の意思が採用されたのかという，同伴行動の終了原因に関する

情報は得ることが出来ない．そこで本研究では，潜在変数を用いて参加者のうちどの個人の意思によって同伴行動が終了されたのかを表し，パラメータ，及び潜在変数を同時に推計することとする．

(2) 個人の同伴行動希望時間のハザードモデル

いま，家族 $i(i = 1, \cdots, n)$ による，ある行動目的 $k(k = 1, \cdots, K)$ の同伴行動の時間を考える．この家族 i は L_i 人で構成されており，家族内の各個人を $l_i(l_i = 1, \cdots, L_i)$ として表現する．

まず，家族 i における個人 l_i のみに着目し，個人 l_i が希望する同伴行動時間に関するハザードモデルを定式化する．個人 l_i の意思による行動目的 k の同伴行動に対する希望時間の寿命を確率変数 $\zeta^k_{l_i}$ と表す．$\zeta^k_{l_i}$ は確率密度関数 $f^k_{l_i}(\zeta^k_{l_i})$，分布関数 $F^k_{l_i}(\zeta^k_{l_i})$ に従うと仮定する．同伴行動開始から時間 t^k_i が経過し，次の瞬間に同伴行動を終了する確率密度をハザード関数 $\lambda^k_{l_i}(t^k_i)$ を用いて表現する．この時，ハザード関数は，同伴行動が時間 t^k_i まで継続する生存確率 $S^k_{l_i}(t^k_i)$ を用いて，

$$\lambda^k_{l_i}(t^k_i)\Delta t^k_i = \frac{f^k_{l_i}(t^k_i)\Delta t^k_i}{S^k_{l_i}(t^k_i)} \tag{27}$$

と表される．すなわち，ハザード関数 $\lambda^k_{l_i}(t^k_i)$ は，同伴行動が開始されてから時間 t^k_i が経過するまで個人 l_i の意思によって同伴行動が終了されなかったという条件下で，微小時間 $[t^k_i, t^k_i + \Delta t^k_i)$ 中に個人 l_i の意思で同伴行動を終了する，という条件付確率である．希望する同伴行動時間の長さは，個人の生活の状況や環境により異なる．このことは，個人 l_i の希望同伴行動時間のハザード関数が個人属性によって変化することを意味する．ハザード関数が個人 l_i の属性 $\boldsymbol{x}_{l_i}$ に依存することを表現するため，

$$\lambda^k_{l_i}(t^k_i : \boldsymbol{x}_{l_i}) = \lambda^k_{0l_i}(t^k_i)\exp(\boldsymbol{\beta}^k_{r_{l_i}}\boldsymbol{x}_{l_i}{}') \tag{28}$$

という比例ハザードモデルを採用する [19]．$r_{l_i}(r_{l_i} \in (1, \cdots, R))$ は，個人 l_i の続き柄を表す．本研究では，続き柄の分類として父，母，子供の計 3 種類を考える．このとき，$R = 3$ となる．$\lambda^k_{0r_{l_i}}(t)$ は個人属性 $\boldsymbol{x}_{l_i}$ が 0 ベクトルとなる場合の，続き柄 r_{l_i} の個人が持つハザードであり，基準ハザード関数と呼ばれる．基準ハザード関数の推定については **(3)** 節において詳しく述べる．$\boldsymbol{\beta}^k_{r_{l_i}}$ は，続柄 r_{l_i} である個人の属性 $\boldsymbol{x}_{l_i}$ が行動目的 k の同伴行動希望時間のハザードに及ぼす影響を支配する未知パラメータベクトルである．例えば，個人属性ベクトルが P 個の要素 $\boldsymbol{x}_{l_i} = (x_{1l_i}, \cdots, x_{Pl_i})$ で表される場合，パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}^k_{r_{l_i}}$ は，$\boldsymbol{\beta}^k = (\beta^k_1, \cdots, \beta^k_P)$ と表される．また，$'$ は転置を表す．式（27）より，

$$\begin{aligned}\lambda_{l_i}(t_i : \boldsymbol{x}_{l_i}) &= \frac{f_{l_i}(t_i : \boldsymbol{x}_{l_i})}{S_{l_i}(t_i : \boldsymbol{x}_{l_i})} \\ &= -\frac{\frac{dS_{l_i}(t_i:\boldsymbol{x}_{l_i})}{dt_i}}{S_{l_i}(t_i : \boldsymbol{x}_{l_i})} = \frac{d}{dt_i}\{-\ln S_{l_i}(t_i : \boldsymbol{x}_{l_i})\}\end{aligned} \tag{29}$$

と変形できる．なお，式 (29) においては添え字 k を省略しており，議論の見通しをよくするために今後も省略する．$S^k_{l_i}(0 : \boldsymbol{x}_{l_i}) = 1$ を考慮し，式（29）を積分すれば，

$$\int_0^{t_i} \lambda_{l_i}(\tau : \boldsymbol{x}_{l_i})d\tau = -\ln S_{l_i}(t_i : \boldsymbol{x}_{l_i}) \tag{30}$$

を得る．以上より，個人 l_i の同伴行動希望時間が t_i 以上となる確率 $S_{l_i}(t_i : \boldsymbol{x}_{l_i})$ は，

$$\begin{aligned}S_{l_i}(t_i : \boldsymbol{x}_{l_i}) &= \exp\{-\int_0^{t_i} \lambda_{l_i}(\tau : \boldsymbol{x}_{l_i})d\tau\} \\ &= \exp\{-\int_0^{t_i} \lambda_{0l_i}(\tau)\exp(\boldsymbol{\beta}_{r_{l_i}}{}'\boldsymbol{x}_{l_i})d\tau\} \\ &= \exp\{-\exp(\boldsymbol{\beta}_{r_{l_i}}{}'\boldsymbol{x}_{l_i})\int_0^{t_i} \lambda_{0l_i}(\tau)d\tau\}\end{aligned} \tag{31}$$

となる．

(3) 基準ハザード関数

基準ハザード関数を決定することは生存確率の分布形を決めることと同値であり，モデルの構造形成に大きな影響力を持つ．基準ハザード関数の推定方法としてパラメトリックな仮定に基づき推定する方法がある．この方法は，ある特定の形によって基準ハザード関数を規定すると扱いやすい生存確率分布を求めることができ，また比較的容易に推計を行うことが出来る．しかし，基準ハザード関数に関してパラメータに基づく制約条件を置くことになり，その条件が実際のデータと整合的であるという保証はない．そのため，より柔軟な形で基準ハザード関数を表現し，各個人の同伴行動に対する希望時間の特性をより詳細に記述することが求められる．

基準ハザード関数に特定の分布形を指定することなく共変量の影響を支配するパラメータを推計する方法として cox が提案した部分尤度法 [20] が挙げられる．この方法は基準ハザード関数を特定することなく共変量の影響を支配するパラメータを評価することが出来るが，連続時間型の生存時間分布を仮定しているため，同時に事象が発生するタイデータが n 個含まれると $n!$ 通りの場合分けをする必要があり，計算が複雑になってしまう．本研究においては，観測される行動時間が 15 分間隔で表現されている．そのため多くのタイデータが存在し，部分尤度法の適用が困難である．このような場合，離散時間型の生存時間分析を適用することにより計算が容易になる．離散時間型の生存時間分析を適用する際には，観測されるデータは離散的な期間 $(T_m, T_{m+1}]$

内のある時点において事象が発生したという仮定を前提とする．この離散的な期間において，各期間の基準ハザード関数の値を推定することにより，自由度の高い基準ハザード関数を形成することが可能となる．離散的な期間によって生存時間が観測されるといったことは計量経済学の分野における実証分析において頻繁に発生しうる状況であり，本研究においてもあてはまるものである．期間ごとに基準ハザード関数の値を推定する方法として，累積基準ハザード関数の各期間の値を直接推定する方法 [21] や，順序反応モデルを使用した方法 [22)23] などが存在する．

本研究においては，個人は同伴行動の希望時間を自身の効用が最大化されるように決定しているという前提に立っている．効用最大化行動を前提とする場合，同伴行動の希望時間は，同伴行動によって得られる限界効用と自身の時間価値が一致する点において決定される [24]．そのため，理論的に整合的なモデルを構築するためには，時間に関して連続型のモデルを構築することが望ましい．しかし，基準ハザード関数を時間に関して連続なフレキシブルな関数によって表現し，生存関数を導出し，家族の同伴行動の希望時間の競合過程を定式化することは困難である．そこで本研究では，期間ごとの累積基準ハザード関数の推定値を直接求める方法を採用し，基準ハザード関数をよりフレキシブルな形で推計する．

いま，離散的な時刻 T_m $(m = 1, \cdots, M)$ を考える．個人 l_i において，同伴行動の希望時間が T_m よりも長いという条件下で，T_{m+1} 以上となる条件付確率は

$$
\begin{aligned}
&Pr[\zeta_{l_i} \geq T_{m+1} | \zeta_{l_i} > T_m] = \frac{S(T_{m+1} : \boldsymbol{x}_l)}{S(T_m : \boldsymbol{x}_l)} \\
&= \exp\left[-\int_{T_m}^{T_{m+1}} \lambda_{l_i}(u) du \right] \\
&= \exp\left[-\Big[\int_{T_m}^{T_{m+1}} \lambda_{0r_{l_i}}(u) du \Big] \exp(\boldsymbol{\beta_{r_{l_i}} x_{l_i}}') \right] \\
&= \exp\left[-\exp[\gamma_{r_{l_i}}(T_m) + \boldsymbol{\beta}_{r_{l_i}} \boldsymbol{x}'_{l_i}] \right]
\end{aligned} \tag{32}
$$

となる．ただし，

$$
\gamma_{r_{l_i}}(T_m) = \ln \left\{ \int_{T_m}^{T_{m+1}} \lambda_{0r_{l_i}}(u) du \right\} \tag{33}
$$

である．$\gamma_{r_{l_i}}(T_m)$ は基準ハザード関数の，期間 $(T_m, T_{m+1}]$ における累積値を支配するパラメータであり，その個数は対象とする期間における離散的な区間の個数に一致する．このパラメータの推定を期間ごとに行うことにより，基準ハザード関数を特定の分布形に仮定することなく推計することができるため，複雑な形をした基準ハザード関数にも対応することが可能となる．ここで，基準ハザード関数は各期間内において一定の値をとると仮定すると，各期間の基準ハザード関数の値は $\gamma_{r_{l_i}}(T_m)$ の推定量 $\hat{\gamma}_{r_{l_i}}(T_m)$ を用いて，

$$
\lambda_{0r_{l_i}}(T_m) = \frac{\exp(\hat{\gamma}_{r_{l_i}}(T_m))}{T_{m+1} - T_m} \tag{34}
$$

となる．

(4) 競合リスクハザードモデル

次に，家族 i の各個人によって，同伴行動を自分の意思で終了させるという事象が競合する場合を考える．このとき，観測される事象は競合するリスク事象の中で最も生存確率の低いものであり，その他のリスク事象は無情報センサーとして扱われるものとする．ここで，同伴行動を終了させた個人が仮に $u(u = 1, \cdots, L_i)$ であったとしよう．離散型の基準ハザード関数を用いるモデルにおいて家族の中の個人の意思の競合を考慮する場合，同伴行動が期間 $(T_m, T_{m+1}]$ 内において個人 u によって終了されるということは，1）個人 u は，時刻 T_m まで同伴行動を終了せず，期間 $(T_m, T_{m+1}]$ に同伴行動を終了させること（事象 1），2）個人 u 以外の個人は，時刻 T_{m+1} まで同伴行動を終了せず，そのまま観測打ち切りとなること（事象 2），という 2 つの排他的な事象が同時に生起することを意味する．

まず，事象 1 に着目する．個人 u の希望同伴行動時間が時刻 T_m 以上となる確率は，

$$
\begin{aligned}
&Pr[\zeta_u \geq T_m] = S_u(T_m; \boldsymbol{x}_u) \\
&= \prod_{T=T_1}^{T_{m-1}} \exp\left[-\exp[\gamma_{r_u}(T) + \boldsymbol{\beta}_{r_u} \boldsymbol{x}'_u] \right]
\end{aligned} \tag{35}
$$

となる．次に，期間 $(T_m, T_{m+1}]$ において個人 u によって同伴行動が終了される確率は，

$$
\begin{aligned}
&Pr[T_m \leq \zeta_u \leq T_{m+1}] \\
&= 1 - \exp\left[-\exp[\gamma_{r_u}(T_m) + \boldsymbol{\beta}_{r_u} \boldsymbol{x}'_u] \right]
\end{aligned} \tag{36}
$$

となる．よって事象 1 が生起する確率 P_1 は

$$
\begin{aligned}
P_1 = &\Big(1 - \exp\left[-\exp[\gamma_{r_u}(T_m) + \boldsymbol{\beta}_{r_u} \boldsymbol{x}'_u] \right] \Big) \\
&\prod_{T=T_1}^{T_{m-1}} \exp\Big[-\exp[\gamma_{r_u}(T) + \boldsymbol{\beta}_{r_u} \boldsymbol{x}'_u] \Big]
\end{aligned} \tag{37}
$$

と表される．

次に，事象 2 に着目する．事象 2 が生起するためには，家族 i のなかの個人 u 以外の全ての個人の希望同伴行動時間が T_{m+1} 以上になる必要がある．そのため，事象 2 が生起する確率 P_2 は，

$$
P_2 = \prod_{l_i=1, \neq u}^{L_i} \prod_{T=T_1}^{T_m} \exp\Big[-\exp[\gamma_{r_{l_i}}(T) + \boldsymbol{\beta}_{r_{l_i}} \boldsymbol{x}'_{l_i}] \Big] \tag{38}
$$

となる．ただし，符号 $\prod_{l_i=1,\neq u}^{L_i}$ は u 以外の l_i に関する積であることを意味する．

次に，観測された全家族の全種類の同伴行動時間を表すベクトルを $\boldsymbol{t} = (\boldsymbol{t}^1, \cdots, \boldsymbol{t}^K)$ とし，$\boldsymbol{t}^k = (t_1^k, \cdots, t_n^k)$ とする．また，$T_m < t_i^k \leq T_{m+1}$ を満たす T_m を T_i^k と表す．$\boldsymbol{t}$ が観測される同時生起確率（尤度関数）$\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\beta} : \boldsymbol{t}, \boldsymbol{x})$ は，

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\beta} : \boldsymbol{t}, \boldsymbol{x}) = \prod_{k=1}^{K} \prod_{i=1}^{n} \left[\sum_{u=1}^{L_i} \prod_{l_i=1}^{L_i} \prod_{T=T_1}^{T_i^k} p_{l_i,T} \cdot \left(\frac{1 - p_{l_i,T_i^k}}{p_{l_i,T_i^k}} \right)^{\delta_{liu}} \right] \tag{39}$$

となる．ただし，

$$p_{l_i,T} = \exp\left\{ -\exp[\gamma_{r_{l_i}}(T) + \boldsymbol{\beta}_{r_{l_i}} \boldsymbol{x}'_{l_i}] \right\} \tag{40}$$

である．また，δ_{ilu}^k は家族 i の中のどの個人によって同伴行動が終了されたかを表すダミー変数であり，

$$\delta_{ilu}^k = \begin{cases} 1 & l_i = u \text{ の場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases} \tag{41}$$

とする．

(5) 潜在変数の導入

前述のとおり，観測される同伴行動時間は家族内のある個人の意思によって決定されているため，その他の個人が希望する同伴行動時間を観測することはできない．また，誰の意思によってその同伴行動が終了されたのかという競合リスク事象の原因に関する情報は明示的には得られない．そこで，家族内のどの個人によって同伴行動が終了されたのかを示す潜在変数 s_i^k $(s_i^k \in [1, \cdots, L_i])$ を導入する．この潜在変数の導入により，本来観測不可能である同伴行動の終了要因を推計することが出来るとともに，尤度関数が簡略化され計算負荷を軽くすることが出来る．ここでは仮に，潜在変数が観測できたと考え，議論を進める．

離散型の基準ハザード関数を用いるモデルにおいて潜在変数が観測可能な場合，尤度関数は

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{x}) = \prod_{k=1}^{K} \prod_{i=1}^{n} \left[\prod_{l_i=1}^{L_i} \prod_{T=T_1}^{T_i^k} p_{l_i,T} \cdot \left(\frac{1 - p_{s_i^k,T_i^k}}{p_{s_i^k,T_i^k}} \right) \right] \tag{42}$$

と表現できる．この操作を完備化（completion）といい，式 (42) によって表される尤度関数を完備化尤度関数という．ただし，完備化尤度関数に含まれる潜在変数 $\boldsymbol{s}$ は，本来観測されない変数である．そこで，完備化尤度関数式（42）を用いて，潜在変数の確率分布を推計することを考える．完備化尤度関数を展開することにより，潜在変数 $\boldsymbol{s}$ に関する全条件付事後分布を導出することが出来る．ここで，$\boldsymbol{s}_{-i}^k = (s_1^k, \cdots, s_{i-1}^k, s_{i+1}^k, \cdots, s_n^k)$ とすれば，ベイズの法則より潜在変数 $s_i^k = m$ の全条件付事後確率は，

$$\begin{aligned} &Pr(s_i^k = m | \boldsymbol{s}_{-i}^k, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{x}) \\ &= \frac{\tilde{\mathcal{L}}(s_i^k = m, \boldsymbol{s}_{-i}^k, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{x})}{\sum_{m=1}^{L_i} \tilde{\mathcal{L}}(s_i^k = m, \boldsymbol{s}_{-i}^k, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{x})} \end{aligned} \tag{43}$$

と表せる．

6. おわりに

多様な世帯における複数人が行う同一の行動をモデル化する方法論について考察した．

参考文献

1) 松島格也：戦略的相補性と交通市場，土木計画学研究・論文集，No.21, 招待論文，pp.11-22，2004．
2) Varian, H.R.: Intermediate Microeconomics: A Modern Approach, 8th International student, New York: WW Norton & Company.2010
3) Dasgupta, P.: 'Trust as a commodity', in Gambetta, D, (ed,) *Trust: Making and Breaking Cooperative Relations*, Oxford: Blackwell, pp. 49-72,2000
4) Becker, G .: A note on restaurant pricing and other examples of social influences on price, *Journal of Political Economy*, 99(5), pp.1109-1116,1991
5) Bernheim, D .: A theory of conformity, *Journal of Political Economy*, 102(4), pp.841-877,1994
6) Akerlof, G.:Social distance and social decisions, *Econometrica*, 65(5), pp.1005-1028,1997
7) Li, H. and Zhang, J.: Testing the external effect of household behavior: The case of the demand for children, *Journal of Human Resources*, 44(4), pp.890-915,2009
8) Becker, G.S.: A theory of the allocation of time, *Economic Journal*, Vol.75, pp.493-517, 1965.
9) Corfman, K. P , Gupta, S : Mathematical models of group choice and negotiations, Handbooks in Operations Research and Management Science, 5, 83-142.1993.
10) Chiappori, P.A.: Collective labor supply and welfare, *Journal of Political Economy*, Vol.100, No.3, pp.437-67, 1992.
11) Browning, M., Bourguiginon, F., Chiappori, P.A., Lechene,V.: Income and outcomes: a structural model of intra-household allocation, *Journal of Political Economy*, Vol.102, No.6, pp.1067-96, 1994.
12) 張峻屹, 藤原章正: 家族内相互作用を考慮した生活環境の評価及び家族居住意識分析に関する基礎的研究, 都市計画 別冊, 都市計画論文集 City planning review, Special issue, Papers on city planning, 39, 619-624,2004.
13) 福田大輔, 松村隆, 屋井鉄雄：時間・費用制約下におけるシニア夫婦世帯の活動時間配分モデルに関する基礎的研究, 土木計画学研究・論文集, Vol.24, No.3, pp.557-566, 2007.
14) 張峻屹, Borgers, A, Timmermans, H: 集団効用関数に基づく世帯時間配分モデルの開発及び実証的分析, 土木計画学研究・論文集, Vol.19, No.3, pp.391-398, 2002.
15) 小林潔司, 喜多秀行, 多々納裕一：送迎・相乗り行動のためのランダム・マッチングモデルに関する研究, 土木学会論文集, No.536/IV-31, pp.49-58, 1996.
16) Nelsen, R. B.: *An Introduction to Copulas*, Springer, 1999.

17) Sklar, A.: Random variables, joint distribution functions, and copulas, *Kybernetika*, Vol.9, No.6, pp.449-460, 1973.
18) 福田節也:イベントヒストリー分析におけるパネル脱落の影響について:「消費生活に関するパネル調査」における結婚の分析事例より, 季刊家計経済研究,Vol.84, pp.69-79, 2009.
19) Paul, D, Allison.: Discrete-Time Methods for the Analysis of Event Histories, *Sociological Methodology*, Vol.13, pp.61-98, 1982.
20) Cox and Oakes : Analysis of survival data, CRC Press, 1984.
21) 縄田和満，渡邊園子，新田章子，川渕孝一：離散型比例ハザード・モデルと順序プロビット・モデルによる大腿骨頚部骨折における在院日数と退院時歩行能力の分析，医療と社会, Vol.14, No.4, pp.99-115, 2005.
22) HAN, Aaron, et al.: Flexible parametric estimation of duration and competing risk models, *Journal of Applied Econometrics*, Vol.5, No.1, pp.1-28, 1990.
23) Glenn T. Sueyoshi : Semiparametric Proportional Hazards Estimation of Competing Risks Models with Time-Varying Covariates, *Journal of Econometrics*, Vol.51, pp.25-58, 1992.
24) 小林潔司，喜多秀行，後藤忠博：ランダム限界効用に基づく滞在時間モデルに関する理論的研究，土木学会論文集，No.576，IV-37，pp.43-54，1997.
25) 戸坂凡展，吉羽要直：コピュラの金融実務での具体的な活用方法の解説，日本銀行金融研究所，金融研究，pp.115-162，2005.
26) 桑野将司, 藤原章正, 塚井誠人, 張峻屹, 岩本真由子：コピュラを用いた自動車保有期間と走行距離の同時決定モデルの開発，土木学会論文集 D, Vol.66，No.1, pp.54-63，2010.
27) 水谷大二郎，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司: 社会基盤施設の多元的劣化過程モデル, 2014.
28) 伊庭幸人：計算統計学のフロンティア　計算統計 II　マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.
29) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.
30) 総務省統計局: 平成 23 年社会生活基本調査　調査の概要,2012.
31) 総務省統計局：平成 23 年社会生活基本調査，調査の概要，調査票 B（URL: http://www.stat.go.jp/data/shakai/2011/pdf/chob.pdf）
32) 山田昌弘：家族の個人化，社会学評論，Vol.54，(4)，pp.341-354.