

# 日間・他者間依存性を考慮した滞在時間分布 モデルによる動的交通需要の生成

浦田 淳司<sup>1</sup>・河瀬 理貴<sup>2</sup>・井料 隆雅<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 神戸大学大学院 工学研究科市民工学専攻 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

E-mail: urata@person.kobe-u.ac.jp

<sup>2</sup>学生会員 神戸大学大学院 工学研究科市民工学専攻 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

E-mail: r-kawase@stu.kobe-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 神戸大学大学院教授 工学研究科市民工学専攻 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

E-mail: iryo@kobe-u.ac.jp

動的な観測や制御が現実的な手段として近づきつつある中で、その実現のためには動的な需要予測の精度を高めるためのモデリングが欠かせない。その精度向上のための方法として、他者の選択行動との相関や自分の直前行動や一日前の行動との相関を考慮する方法がある。しかしながら、他者行動との依存性については、社会的相互作用を用いたパラメータ分析は近年適用事例があるものの、アクティビティシミュレーションへの適用は極めて限定的となっている。これは、他者との相関評価の計算コストが指数時間となることに一因がある。そこで、本研究では、確率伝搬法を援用し、他者相関の近似的により多項式時間で算出する定式化を示した上で、社会的相互作用モデルとの接続を行う。これにより、他者相関を考慮したシミュレーション計算を可能とする。

**Key Words :** Trip generation, Local Interaction, Dynamic model, Loopy Belief Propagation

## 1. はじめに

ITS 技術の進展に伴い、時々刻々の交通観測や交通管制が可能で社会に近づきつつある。その観測と制御により、動的に生じる交通混雑は避けることができれば、よりスムーズな移動が実現されるだろう。そのためには、観測→需要予測→制御といった一連のフローを動的な枠組みで行う必要がある。動的な観測については、観測ツールの進展に伴い、爆発的に観測データが増えつつある。そうした中、観測を受けとる需要予測と制御において、動的な状況の記述に適したモデルが必要である。特に、制御にあたって、適切な需要予測の必要性は明らかであり、需要予測手法の進化が必要となる。これまでの需要予測に関する研究は、社会インフラの整備にむけた交通計画立案に関する研究が静的なものが主流であり、動的な状態の表現・予測を目標とした研究はいまだ途上にあるといえよう。また、近年、我が国では、東海・東南海地震などの大規模災害への備えの必要性が広く認識されている。交通分野では、2016 年の熊本地震において、復旧期における交通需要の増加とそれに伴う交通混雑は著しかったことから<sup>1)</sup>も明らかのように、交通混雑に対する備えも必要である。そうした異常時下において、特に、動的な需要予測と制御が有効となろう。ただし、異常時では、調査設計を伴う交通観測は難しく、予測のために手に

入るデータはパッシブデータに限られてしまう点にも留意が必要である。

そうした中、本研究では、交通需要予測の中でも動的(時間帯別)発生交通量に着目し、需要生成シミュレーションモデルの構築を目指す。特に、異常時においても活用可能性のあるアプローチの構築を目指す。動的な需要予測に関する既往のアプローチとして、まず、紙ベースの PT 調査により観測した行動結果を人口等に整合するように拡大して与える方法や、Vickrey モデル<sup>2)</sup>を基礎とした出発時刻選択と交通均衡に着目して算出する方法がある。前者は動的な観測に応じた時々刻々の柔軟な変化を表現するには適さず、後者はピーク時以外に対する適用は難しい。また、個人の一日のトリップチェーンを記述することを目指したモデルとして、アクティビティモデルがある。アクティビティモデルは個人の一日内の行動を記述することができ、エージェントベースのシミュレーションへと反映できる。シミュレーションを用いることで、動的な観測データや動的な制御と融合しやすい。しかし、既存のアクティビティモデルは、観測結果を基にしたパラメータを用いたシミュレーションであり、異常時下の需要予測にそのまま適用することは難しい。また、異常時下への適用では、個人のパラメータだけでなく、空間のパラメータの設定も必要となる。

既往のアクティビティモデルに関する整理は次章で

詳述するが、行動選択における時間の記述にあたっては、スケジュールと滞在時間(時間変化する活動効用)を主に考慮している。一方で、日をまたいだ相関や他者との相関は既存モデルではほとんど考慮されていない。24時間の周期性や日間の相関は、生活における1日のサイクルを考えれば、行動再現における一種の規範となりえるが、こうしたサイクルを考慮したシミュレーションはほとんどない。しかし、観測が得づらいために実証が難しい異常事象や将来事象の再現にあたり、こうした規範的ルールに依ることに利点はあろう。そこで、動的な交通需要生成モデルにおいて、こうした自己相関を評価することを試みる。

また、時間変化する効用において、他者との相関は、既存のアクティビティシミュレータではほとんど考慮されていない。活動効用自体が他者の存在によって影響を受けることは明らかであり、社会的相互作用に着目した理論研究や実証分析は進みつつある<sup>12)</sup>が、他者からの影響をアクティビティシミュレータで表現するには至っていない。特に、異常時においては、周辺状況に関する情報が不足するために他者からの影響を受けやすく<sup>13)</sup>、行動シミュレーションにあたって他者の影響の考慮が必要である。また、空間的に近くにいる他者との相互作用を考慮することで、観測がないために不足しやすい空間に関するパラメータを補える可能性もある。これらを踏まえれば、動的な交通需要の生成モデルにおいて、他者相関も考慮する必要がある。

ただし、社会的相互作用を考慮した実証的なパラメータ推定<sup>13)14)</sup>が可能であるにも関わらず、依然としてアクティビティシミュレータへの相互作用の実装が進んでいない。この一つの理由として、計算コストの問題がある。実都市スケールの計算においては、(パラメータ推定時のデータセット数と比べて)エージェントの数はかなり多く、他者からの相関を計算するためのコストは膨大となる。そこで、本研究では、現実的な計算コストでのシミュレーションを可能とする形式で、他者相関を考慮した生成モデルを構築する。なお、異常時に観測可能なパッシブデータでは、取得できる他者相関の具体的な関係性(ネットワーク)には限界がある点に、留意する必要がある。

以上より、本研究では、自己相関と他者相関を考慮した動的発生交通量の生成モデルを構築する。モデル構築にあたっては、シミュレーションへの反映を前提とするため、現実的な計算量で、全エージェントの出発有無の選択確率が算出可能な定式化を行う。定式化にあたっては、情報統計力学の確率伝播法のアプローチ<sup>15)16)17)18)</sup>を用いる。本来は相互作用の存在により系全体の同時確率分布を算出する必要があるが、このアプローチにより個々のエージェントごとの独立な確

率分布に近似分解する。これにより、同時確率として系全体を評価する際にかかってしまう膨大な計算コストを削減することができる。なお、モデルの構築にあたっては、1日のスケジュールの選択機構を導入していないため、逐次型の出発有無の選択構造を前提とする。

## 2. 既存のアクティビティモデルの時間表現

ここでは、アクティビティモデルにおいて、どのように動的な交通需要を表現しているかに着目し、整理する。まず、アクティビティモデルは、行動選択を行う時刻を外生的に与え、行動チェーンを記述するモデルである。一日を数分割し、分割時間帯ごとの意思決定を行う逐次的なフレームと、一日のはじめに一日の意思決定を行うフレームがある。

次に、既存のアクティビティモデルで導入されている時間の記述にあたり、大きく分けて次の二つの要素を考慮している。一つ目の要素は、一日の活動時間内でのスケジュールリングである。活動目的ごとに一日の活動時間を配分し、その順番を決定することで、活動チェーンを決めることができる。PCATS<sup>3)4)</sup>では、活動目的ごとに時間資源の配分を行うモジュールをアクティビティモデルに導入している。AURORA<sup>5)</sup>では、固定的な活動(fixed activity)により一日のスケジュールの骨格を与え、その間に派生的な活動(flexible activity)を追加し、一日のスケジュールを決定している。また、MDCEVモデル<sup>6)</sup>を用いて、自宅滞在時間、就業時間、移動時間を除いた一日の時間資源を、8つの活動目的ごとに配分し、それを基にアクティビティを構築するモデルもある。また、Bowman and Ben-Akiva(2000)<sup>7)</sup>では、一日のチェーンに主ツアー、サブツアーという階層型の考え方を導入することで、スケジュールを暗に与えている。次の活動の到着時刻を考慮した出発時刻選択行動を評価するためには、このようにスケジュールを評価した動的発生交通量の生成が求められる。

二つ目の要素は、滞在時間である。滞在時間に着目することで、一つの活動は継続して行くと徐々にその活動の効用が低下し、最終的に活動が終了することを表現できる。StarChild<sup>8)</sup>やAURORA<sup>5)</sup>、MATSim<sup>9)</sup>、CEMDAP<sup>10)</sup>は、滞在時間にあわせて効用が時間変化するフレームを導入している。効用を用いることで、他の活動効用との比較により、滞在継続/終了を選択する枠組みで評価できる。また、TASHA<sup>11)</sup>では、滞在時間を変数とする生存時間関数を用いて活動終了確率を与えている。活動目的の達成により出発するという行動を考評価するためには、こうした滞在継続時間に着目した動的発生交通量の生成が必要である。

上述した既存のアクティビティモデルでは、スケジュー

ルと滞在時間の組み合わせにより、時間を表現している。例えば、AURORA<sup>5)</sup>では、滞在時間を考慮した効用の総和を最大化するためにスケジュールを調整するといった枠組みで一日の行動を捉えて、時系列上の行動記述を行っている。

一方で、こうしたアクティビティモデルで、ほとんど評価されていない時間に関する要素も存在する。一つ目の要素は帰宅行動・在宅時間である。StarChild<sup>8)</sup>では、自宅活動と他の外出活動を同時に選択肢に含めて、活動選択の俎上に載せている。この際に、閉店時間などを考慮し、外出効用は夜遅くなると低下し、帰宅を選択しやすい設定としている。しかし、他のモデルでは、固定的に在宅時間を与える<sup>4)10)7)</sup>、又は活動の残り時間として在宅時間を与える<sup>11)5)</sup>方法をとっており、帰宅行動・在宅時間は明示的には評価されていない。帰宅後の在胎時間についても、ほとんどのモデルでは前日と翌日の行動は独立として扱われており、評価されていない。AURORA<sup>5)</sup>では、前日行動の翌日の活動効用への影響を考慮しているものの、基本的には1日の行動を対象としたモデルがほとんどである。これは、出発時刻選択(例えば、前日の帰宅時刻と翌日の出発時刻)に相関がないことを暗に前提としていることを意味する。

既存モデルで考慮されていない二つ目の要素として、行動選択における他者からの影響がある。活動効用自体が他者の存在によって影響を受けることは明らかであろう。他者の行動は動的に変化するものであるため、他者の影響は動的であるといえる。しかしながら、社会的相互作用に着目した理論分析や実証分析は進みつつあるものの<sup>12)</sup>、他者からの影響をアクティビティシミュレーションで表現するには至っていない。既存モデルにおいては、他者の影響の評価としては、CEMDAP<sup>10)</sup>では世帯内の送迎などの影響を考慮したスケジュールリングを行っている程度である。

以上のように、既存のアクティビティモデルでは時間軸を表現するにあたって、スケジュールと滞在時間に着目している。スケジュールを考えることで、将来の行動との兼ね合いを含めた行動選択を表現可能とする。ただし、スケジュールの対象は1日の中にとどまっておらず、日を越える相関はほとんど考慮されていない。一日のサイクルや日々の相関は実際は生じていると考えられ、この導入により動的な需要予測の精度を向上できる可能性がある。次に、滞在時間により、時間変化する活動効用を表現することができ、活動の終了を評価可能とする。一方で、こうした(時間変化する)活動効用には、他者の存在も当然影響する。しかしながら、現状では、他者との相関はアクティビティモデルにはほとんど導入されていない。

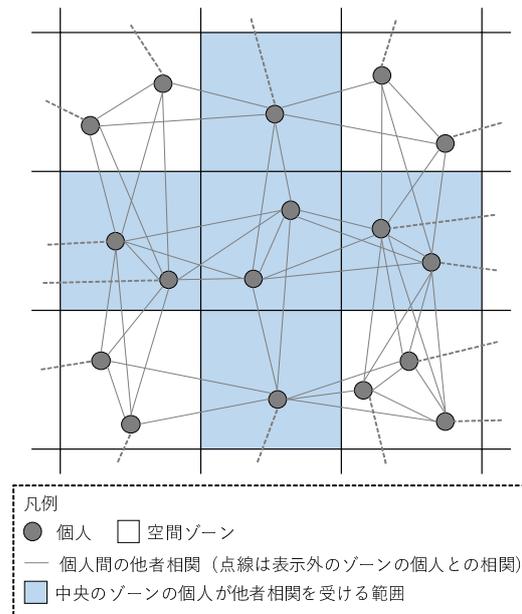


図-1 他者との空間相関のイメージ

### 3. モデルの構築

#### (1) 相関モデルの定式化

##### a) 他者相関

まず、本研究で考える他者相関の考え方を説明する。他者相関は空間上近くにいる他者との間で生じると仮定する。具体には、図1に示す。図内の灰色のノードは個人を表し、リンク(灰色線)は結んだ個人間に他者相関が働いていることを示す。ノード・リンクの背景にある正方形のマトリクスは空間ゾーンを示す。ここでは、同じゾーン内と隣接するゾーン内の他者との間に空間相関が働くと仮定し、リンクを設定している。例えば、中央のゾーンにいる人が、他者相関を持つ相手は水色で示したゾーン上の相手である。

当然、上述した時間変化効用に関わるような他者相関としては、個人にとって実際に会話・訪問などのなんらかの関係を持った相手とすることが一般的であろう。しかし、本研究では、異常時下、例えば災害復旧期、にも適用できる動的交通需要の生成モデル構築を目指しており、友人・親族ネットワークのような個人の持つ具体的なネットワークを想定するのは得策ではない。対して、空間的な距離に伴う他者との相関であれば、エージェントベースのシミュレーションでは各エージェントの位置から与えることはでき、パッシブデータ(携帯電話GPS等)からも得ることができる。ただし、こうした空間ベースの他者相関は、個人ネットワークベースの他者相関よりも弱い影響しか他者に与えない点には留意が必要である。また、こうした空間ベースの他者相関として、例えば、店舗や勤務先の営業の終

了に伴って離散していく出発時の相関，営業開始に合わせた移動開始に伴う出発時の相関等の施設を介した間接的な相関がありえる。また，災害復旧期であれば，近くにいる人からの口コミを基に移動が生成される場合も想定でき，他者との空間相関が形成されるといえるだろう。

次に，具体の定式化は，Brock and Durlauf (2001)<sup>19)</sup>のローカルインタラクションモデルを基に構築する。まず，インタラクションモデルでは時刻  $t$  における個人  $i$  の選択肢  $a$  の効用  $V$  を

$$V(a_{it}, \mu_{it}(a_{-it}), \epsilon_{it}(a_{it})) = u(a_{it}) + S(a_{it}, \mu_{it}(a_{-it})) + \epsilon_{it}(a_{it}) \quad (1)$$

と定義する。選択効用は，社会的効用  $S$  が通常の個人効用  $u$  と誤差項  $\epsilon$  に加わっている。なお，ここでは逐次的な出発選択を扱っており，時刻  $t$  での選択肢  $a_{it}$  は出発（数式中では  $st$  で示す）または滞在継続（同じく  $no$ ）の二値変数となる。また， $\mu_{it}(a_{-it})$  は  $i$  以外の他者の選択を表す。

次に，社会的効用  $S$  は

$$S(a_{it}, \mu_{it}(a_{-it})) = -E_n \sum_{j \in c_{it}} J_{ijt}(a_{it} - a_{jt})^2 \quad (2)$$

と定義する。なお， $J_{ijt}$  は時刻  $t$  における個人  $ij$  間の影響の重み， $c_{it}$  は個人  $i$  が影響を受ける周辺他者の集合である。社会的効用  $S$  は，意思決定者  $i$  の選択  $a_{it}$  と周辺他者  $j$  の選択  $a_{jt}$  が異なる場合に，重みづけ  $J_{ijt}$  に応じて生じる不効用の和の期待値である。つまり，社会的効用は，自分と（相関を持つ）他者の行動選択に違いがある場合に生じる不効用である。

個人  $i$  が出発を選択する確率  $P_{it}^{st}$  は，誤差項に i.i.d ガンベル分布を仮定すれば，

$$P_{it}^{st} = \frac{\exp(u_{it}^{st} - \sum_{j \in c_{it}} J_{ijt} P_{jt}^{no})}{\exp(u_{it}^{st} - \sum_j J_{ijt} P_{jt}^{no}) + \exp(u_{it}^{no} - \sum_j J_{ijt} P_{jt}^{st})} \quad (3)$$

となる。ここで，周辺他者  $j(j \in N_{it})$  と選択結果が異なることの期待値は他者  $j$  が異なる選択を行う確率  $P_{jt}$  と等しいとしている<sup>19)</sup>。式 (3) の分子第二項にあるように， $P_{jt}$  と重み  $J_{ijt}$  の積が選択確率に影響する。なお，式 (1)~(3) の定式化は，他者相関のネットワークが描ければ，空間相関に限らず，適用可能である。

実証分析においては，個人効用や社会効用のパラメータを求めるにあたり，構造推定<sup>20)21)</sup>を用いる。この際，社会効用  $S$  を定めるための繰り返しによる収束計算が必要となり，計算コストが大きい。当然，パラメータを得て，シミュレーションを実行する際にも，社会効用の収束解を得るための繰り返し計算は必要であり，計算コストは大きい。

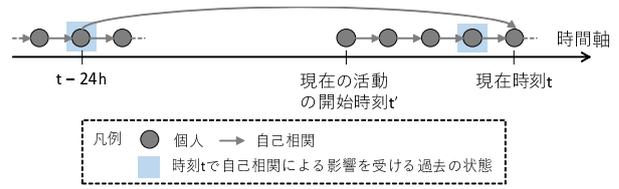


図-2 活動開始と一日の周期性による自己相関のイメージ

### b) 自己相関

まず，本研究における自己相関の考え方を説明する。ここでは，現在の滞在地において活動を始めた時刻とその個人の 24 時間前の行動選択によって，自己相関が生じると仮定する。具体には，図 2 に示すような形である。図の右端のノードが現在時刻  $t$  における個人を示し，横方向の軸が時間軸を示す。矢印は自己相関が生じていることを示す。

右側のノード・矢印の連鎖が，現在の滞在地に移動してからの自己相関を示している。まず，この相関は滞在時間に応じた効用の変化を表現するための相関である。滞在時刻による選択確率の時間変化は，時刻  $t'$  以降，逐次的に反映されており，直前の時刻  $t-1$  の状態（確率）からの影響を考慮すればよい。自己相関として影響する時刻  $t-1$  における状態は，それまでに個人  $i$  が周辺他者から受けた影響も反映されている。ここで仮定したように，前の時刻までの自己相関と他者相関を含めて，現時刻における選択が行われるとする形がより行動原理と整合するだろう。

左側のノード・矢印からの連鎖は，24 時間前の自己相関の連鎖を示している。ここでは，時刻  $t$  の選択への影響として，時刻  $t-24[h]$  の状態（確率）からの影響を考慮している。人は一日 24 時間のサイクルに従って行動していると想定でき，前日の 24 時間前の上行動との相関を考慮することで，より予測精度が向上する可能性がある。また，逆に，こうした変数をいれることで，一日のサイクルを表現したアクティビティの構築が可能となろう。なお，逐次選択の時間単位が短い場合には，時刻  $t-24[h]$  の前後のノードからの影響を自己相関の対象とすることも考えられる。

定式化にあたっては，社会効用に関する式 (2) を

$$S_t(a_t, a_{-t}) = -E_n \sum_{\tau \in c'_t} J'_t(a_t - a_\tau)^2 \quad (4)$$

と変えることで，自己相関を表現できる。なお，ここで個人  $i$  の表記は省略している。 $a_{-t}$  は時刻  $t$  以前の自分の選択， $c'_t$  は時刻  $t$  において自己相関を受ける時刻の集合， $J'_t$  は自己相関の重みを示す。

式 (4) では，他者相関と同様に社会効用項に時刻  $t-1$ ， $t-24[h]$  の影響を入れ込んだ定式化を示した。ただし，

現時刻から過去に遡って影響を及ぼすことはなく、他者相関のように収束計算が必要とはならない。単なる過去からの影響を記述するのみであれば、 $S_t$  項の定式化と同等の内容を個人効用  $u$  に足し込んでも表現可能である。そうした場合、自己相関を他者相関を表現する社会効用  $S$  とは区別することができる。これにより、次節で説明する定式化との整合がとりやすくなる。

## (2) 最近接他者による相関を考慮した確率

### a) 他者相関を考慮した場合の同時確率の計算量

まず、全行動主体の行動選択の同時生起確率について、一般的な記述を行う。行動主体  $i(1 \leq i \leq N)$  の選択を  $a_i$  とし、全主体の行動選択の結果を  $\mathbf{a}$  により示す。全主体の行動結果  $\mathbf{a}$  の同時生起確率  $P(\mathbf{a})$  は、ポテンシャル関数  $\omega(\mathbf{a})$  を用いて、

$$P(\mathbf{a}) = \frac{\exp \omega(\mathbf{a})}{\sum_{\mathbf{z}} \exp \omega(\mathbf{z})} \quad (5)$$

となる。ここで、主体  $i(1 \leq i \leq N)$  の選択  $a_i$  が他主体  $j$  に影響を与えない (独立である) と仮定すると、

$$\omega(\mathbf{a}) = \sum_i \omega_i(a_i) \quad (6)$$

$$P(\mathbf{a}) = \prod_i \frac{\exp \omega_i(a_i)}{\sum_{z_i} \exp \omega_i(z_i)} \quad (7)$$

となる。式 (7) の総乗記号内は、式 (3) と同様の形となっている。つまり、ここではポテンシャル関数  $\omega$  は、選択モデルにおける効用とみなせる。また、独立の場合は、同時確率は一般的な確率尤度と同じ形式となっており、見慣れた形式であろう。

シミュレーションにおいて、 $\mathbf{a}$  を決定する際に、決定論的に最大確率を用いる場合は、 $\max_{\mathbf{a}} P(\mathbf{a})$  を算出する必要がある。独立を仮定した場合、行動主体  $i$  の行動選択確率  $P_i(a_i)$  は個々に計算でき、 $\max P(\mathbf{a})$  を求めるための計算量は  $\mathcal{O}(2N)$  である ( $a_i$  が二値変数の場合)。一方で、他主体との相関がある場合、式 (6) のような分解ができない。そのため、 $\max P(\mathbf{a})$  の算出にあたり、 $\mathbf{a}$  の全パターンについての列挙が必要であり、計算量は  $\mathcal{O}(2^N)$  となる。確率論的にモンテカルロ法を用いて  $\mathbf{a}$  を決定する場合についても同様に、独立の場合は  $\mathcal{O}(2N)$  個の確率を算出・保持し、抽出すればよい。一方で、非独立の場合は  $\mathcal{O}(2^N)$  個の確率を算出・保持する必要がある。

以上から、都市スケールのシミュレーションを行う場合は、行動主体の総数は 1 万を優に超えており、独立性の仮定や他者相関の近似といった工夫が必要となることは明らかである。さらに言えば、他者からの相互作用を計算するにあたっては、前節で述べたように収束計算が必要となるため、たとえエージェント数が少なくとも計算コストはもとより大きい。

### b) 他者相関が木構造である場合の定式化

他者相関を考慮した定式化にあたっては、同時確率を近似した展開を行うため、情報統計力学における確率伝播法のアプローチ<sup>15)16)17)18)</sup>を援用し、最近接他者からの相関を考慮したモデリングを定式化する。

まず、他者相関ネットワークが木構造である場合の定式化について説明する。木構造ネットワークとは、ネットワーク上の任意のリンク  $ij$  を削除すると、ネットワークが二つに分割されるネットワークである。つまり、閉路のないネットワークである。

ここで、ネットワーク上でリンクをもつノード  $i, j$  に関するポテンシャル関数  $W_{ij}(a_i, a_j)$  により同時確率  $P(\mathbf{a})$  が

$$P(\mathbf{a}) = \frac{\prod_{ij \in B} W_{ij}(a_i, a_j)}{\sum_{\mathbf{z}} \prod_{ij \in B} W_{ij}(a_i, a_j)} \quad (8)$$

と定義できるとする。なお、 $B$  は全リンクの集合であり、 $\sum_{\mathbf{z}} = \sum_{z_1} \cdots \sum_{z_i} \cdots \sum_{z_N}$  である。この際、木構造を持つため、末端から漸的に周辺確率分布  $P_i(a_i)$  を算出することが可能である。また、この時、ノード  $i$  の周辺確率分布  $P_i(a_i)$  とリンクをもつノードペア  $ij$  の周辺確率分布  $P_i(a_i, a_j)$  は、

$$P_i(a_i) \simeq \frac{1}{Z_i} \prod_{i' \in c_i} T_{i' \rightarrow i}(a_i) \quad (9)$$

$$P_i(a_i, a_j) \simeq \frac{1}{Z_{ij}} \left( \prod_{i' \in c_i \setminus \{j\}} T_{i' \rightarrow i}(a_i) \right) W_{ij}(a_i, a_j) \times \left( \prod_{j' \in c_j \setminus \{i\}} T_{j' \rightarrow j}(a_j) \right) \quad (10)$$

となる。ここで、 $c_i$  はノード  $i$  に接続するリンクの集合、 $\Omega$  は全ノードの集合である。なお、正規化定数  $Z_i$  と  $Z_{ij}$  は、

$$Z_i \equiv \sum_{z_i} \prod_{i' \in c_i} T_{i' \rightarrow i}(z_i) \quad (11)$$

$$Z_{ij} \equiv \sum_{z_i} \sum_{z_j} \left( \prod_{i' \in c_i \setminus \{j\}} T_{i' \rightarrow i}(a_i) \right) W_{ij}(a_i, a_j) \times \left( \prod_{j' \in c_j \setminus \{i\}} T_{j' \rightarrow j}(a_j) \right) \quad (12)$$

と定義する。また、 $T_{j \rightarrow i}$  は、

$$T_{j \rightarrow i}(a_i) = \left( \sum_{a_j} W_{ji}(a_j, a_i) \right) \times \left( \prod_{l \in c_j} T_{l \rightarrow j}(a_j) \right) \quad (13)$$

であり、漸的に  $P_i(a_i)$  の算出が可能となる。

### c) 他者相関にループがある場合の定式化と近似解法

他者相関ネットワークが閉路を持つ場合は、式 (13) を漸的に解くことはできない。そのため、ネットワーク上で反復的に計算を行うことで、収束解を得るというアプローチが通常とられる。ただし、ネットワークが密な場合やノード数が多い場合は、収束解を得るために必要となる繰り返しの計算の回数は非常に多くなる。

そこで、本項では、いくつかの仮定をおき、近似的に解を得る方法を示す。

まず、ネットワークが木構造を持たない場合でも、式(8)(9)(10)が成立すると仮定する。次に、試行確率関数  $Q(\mathbf{a})$  を導入し、その周辺確率分布は、

$$Q_i(a_i) \equiv \sum_{\mathbf{z}} \delta_{a_i, z_i} Q(\mathbf{z}) \quad (14)$$

$$Q_{ij}(a_i, a_j) = Q_{ji}(a_j, a_i) \equiv \sum_{\mathbf{z}} \delta_{a_i, z_i} \delta_{a_j, z_j} Q(\mathbf{z}) \quad (15)$$

とする。なお、 $\delta_{a_i, z_i}$  は  $a_i = z_i$  のときのみ 1 となるクロネッカーのデルタである。この試行関数  $Q$  について、二つの分布の近さを測る指標であるカルバック・ライブラー情報量  $KL(Q||P)$  (以下、KL) として、

$$KL(Q||P) = \sum_{\mathbf{z}} Q(\mathbf{z}) \ln \frac{Q(\mathbf{z})}{P(\mathbf{z})} \quad (16)$$

を導入する。KL は、二つの確率分布に対して、

$$KL(Q||P) \geq 0 \text{ (等号は } Q = P \text{ のときのみ成立)} \quad (17)$$

という性質をもっている。  $KL(Q||P) \neq KL(P||Q)$  であり、厳密な意味での距離ではないが、情報理論において、よく用いられる指標である。

この  $KL(Q||P)$  を最小化する  $\hat{Q}$  が、 $P$  を尤もよく近似した  $Q$  となる。そこで、 $\hat{Q}$  を得るための式展開を行う。具体には  $KL(Q||P)$  を周辺確率分布  $Q_i(a_i)$ 、 $Q_{ij}(a_i, a_j)$  とポテンシャル関数  $W_{ij}(a_i, a_j)$  を用いて表現し、極値問題を解くことでこれらの分布・関数で表現した  $\hat{Q}$  を得ることを目指す。まず、式(16)は式(8)より、

$$KL(Q||P) = \mathcal{E}(Q) - S(Q) + \ln \left( \sum_{\mathbf{z}} \prod_{ij \in B} W_{ij}(z_i, z_j) \right) \quad (18)$$

$$\mathcal{E}(Q) \equiv - \sum_{\mathbf{z}} \sum_{ij \in B} Q(\mathbf{z}) \ln(W_{ij}(z_i, z_j)) \quad (19)$$

$$S(Q) \equiv - \sum_{\mathbf{z}} Q(\mathbf{z}) \ln Q(\mathbf{z}) \quad (20)$$

となる。ここで、式(19)の  $\sum_{\mathbf{z}}$  の中は、リンク集合  $B$  のみにより定義されており、式(19)は、

$$\mathcal{E}(Q) = - \sum_{ij \in B} \sum_{z_i} \sum_{z_j} Q_{ij}(z_i, z_j) \ln W_{ij}(z_i, z_j) \quad (21)$$

と変形できる。これにより、 $\mathcal{E}(Q)$  は、周辺確率分布とポテンシャル関数によって表現できる。一方、 $S(Q)$  は、このままでは周辺確率分布とポテンシャル関数のみでは表現できない。そこで、 $Q(\mathbf{a})$  を周辺確率分布を用いて、

$$Q(\mathbf{a}) = \left( \prod_{i \in \Omega} Q_i(a_i) \right) \left( \prod_{ij \in B} \frac{Q_{ij}(a_i, a_j)}{Q_i(a_i) Q_j(a_j)} \right) \quad (22)$$

という形に制限し、記述する。このとき、式(22)を式

(20)の  $\ln Q(\mathbf{z})$  に代入し、また式(14)(15)より、

$$S(Q) = \sum_{i \in \Omega} S_i + \sum_{ij \in B} (S_{ij} - S_i - S_j) \quad (23)$$

$$S_i \equiv - \sum_{z_i} Q_i(z_i) \ln(Q_i(z_i)) \quad (24)$$

$$S_{ij} \equiv - \sum_{z_i} \sum_{z_j} Q_{ij}(z_i, z_j) \ln(Q_{ij}(z_i, z_j)) \quad (25)$$

となる。なお、この式変形にあたっては、

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{z}} Q(\mathbf{z}) \sum_{i \in \Omega} \ln Q_i &= \sum_{i \in \Omega} \sum_{\mathbf{z}} Q(\mathbf{z}) \ln Q_i \\ &= \sum_{i \in \Omega} \sum_{z_i} Q_i(z_i) \ln Q_i(z_i) \end{aligned} \quad (26)$$

という式(14)を用いた変形を行っている。以上の準備により、 $KL(Q||P)$  は周辺確率分布とポテンシャル関数により表現可能となる。

次に、 $KL(Q||P)$  を最小化する  $\hat{Q}$  を求める。この際、周辺確率分布・確率の定義より、

$$Q_i(a_i) = \sum_{z_j} Q_{ij}(a_i, z_j) \quad (ij \in B) \quad (27)$$

$$Q_j(a_j) = \sum_{z_i} Q_{ij}(z_i, a_j) \quad (ij \in B) \quad (28)$$

$$\sum_{z_i} Q_i(z_i) = \sum_{z_i} \sum_{z_j} Q_{ij}(z_i, z_j) = 1 \quad (29)$$

が成立しており、これらが等式制約となる。また、式(18)の右辺第三項は  $Q_i, Q_{ij}$  を変数としてはもっておらず、 $\min_{Q_i, Q_{ij}} KL(Q||P)$  のラグランジュ関数は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(Q_i, Q_{ij} | i \in \Omega, ij \in B) &= \mathcal{E}(Q) - S(Q) \\ &- \sum_{ij \in B} \sum_{z_i} \Lambda_{ij,i}(z_i) \left( Q_i(z_i) - \sum_{z_j} Q_{ij}(z_i, z_j) \right) \\ &- \sum_{ij \in B} \sum_{z_j} \Lambda_{ij,j}(z_j) \left( Q_j(z_j) - \sum_{z_i} Q_{ij}(z_i, z_j) \right) \\ &- \sum_{i \in \Omega} \nu_i \left( \sum_{z_i} Q_i(z_i) - 1 \right) \\ &- \sum_{ij \in B} \nu_{ij} \left( \sum_{z_i} \sum_{z_j} Q_{ij}(z_i, z_j) - 1 \right) \end{aligned} \quad (30)$$

と定義できる。なお、 $\Lambda$  と  $\nu$  はラグランジュの未定乗数である。この解は、

$$\hat{Q}_i(a_i) = \frac{\prod_{k \in c_i} \frac{1}{|c_i| - 1} \exp(\Lambda_{ij,i}(a_i))}{\sum_{z_i} \prod_{k \in c_i} \frac{1}{|c_i| - 1} \exp(\Lambda_{ij,i}(a_i))} \quad (31)$$

$$\hat{Q}_{ij}(a_i, a_j) = \frac{W_{ij}(a_i, a_j) \exp(\Lambda_{ij,i}(a_i) + \Lambda_{ij,j}(a_j))}{\sum_{z_i} \sum_{z_j} W_{ij}(a_i, a_j) \exp(\Lambda_{ij,i}(a_i) + \Lambda_{ij,j}(a_j))} \quad (32)$$

となる。ここで、未定乗数  $\nu$  は、 $Q_i$  の規格化条件を用いて消去されている。未定乗数  $\Lambda$  について、

$$\exp(\Lambda_{ij,i}(a_i)) = \prod_{k \in c_i \setminus \{j\}} \lambda_{k \rightarrow i}(a_i) \quad (33)$$

と  $\lambda$  により置き換えると,

$$\hat{Q}_i(a_i) = \frac{1}{Z_i} \prod_{i' \in c_i} \lambda_{i' \rightarrow i}(a_i) \quad (i \in \Omega) \quad (34)$$

$$\hat{Q}_{ij}(a_i, a_j) = \frac{1}{Z_{ij}} \left( \prod_{i' \in c_i \setminus (j)} \lambda_{i' \rightarrow i}(a_i) \right) W_{ij}(a_i, a_j) \times \left( \prod_{j' \in c_j \setminus (i)} \lambda_{j' \rightarrow j}(a_j) \right) \quad (ij \in B) \quad (35)$$

となる. なお, 規格化定数  $Z_j, Z_{ij}$  は,

$$Z_j = \sum_{z_i} \prod_{i' \in c_i} \lambda_{i' \rightarrow i}(z_i) \quad (36)$$

$$Z_{ij} = \sum_{z_i} \sum_{z_j} \left( \prod_{i' \in c_i \setminus (j)} \lambda_{i' \rightarrow i}(a_i) \right) W_{ij}(a_i, a_j) \times \left( \prod_{j' \in c_j \setminus (i)} \lambda_{j' \rightarrow j}(a_j) \right) \quad (37)$$

である. 未定乗数より表される  $\lambda$  は, 式 (27)(28) を満たすように決定される非線形方程式に帰着される. ただし,  $\lambda_{i \rightarrow j}$  の個数は  $|B| \times |a_i|$  であり, 対して, 独立した方程式の数は,  $Q_{ij} = Q_{ji}$  の下では, 式 (27)(28) については  $|\Omega|$  個である. そのため, 唯一の解を得るためには,  $\lambda_{i \rightarrow j}$  ( $ij \in B$ ) の関係性に制約を与える必要がある.

また, 式 (34)(35) をみると,  $Q_i$  はノード  $i$  とリンクを持つノード  $i'$  からの影響により表されている.  $Q_{ij}$  はノード  $i' (\in c_i \setminus (j))$  とノード  $j' (\in c_j \setminus (i))$ , また  $ij$  間のポテンシャルを示す  $W_{ij}$  により表されている. それぞれ, 隣接リンクからの影響により評価されるというシンプルな形で表されていることがわかる.

### (3) 相関モデルと近似解法の接続

本節では, 3.(1) で示した相関モデルを, 3.(2) で示した近似解法における他者相関の計算方法と接続するための定式化を行う. ここでは, 近似解法における同時確率の式 (8) と相関モデルの個人  $i$  の選択確率の式 (3) が整合すればよい. なお, ここでは自己相関による影響は個人効用  $u$  に含むとする. また, 時刻  $t$  の表記を省略し, 式 (3) の分子は,

$$\exp(u_i^{\text{st}} - \sum_{j \in c_i} J_{ij} P_j^{\text{no}}) = \prod_{j \in c_i} \exp\left(\frac{1}{|c_i|} u_i^{\text{st}} - J_{ij} P_j^{\text{no}}\right) \quad (38)$$

と変形できる. これを踏まえ, 相関モデルでは, 個人  $i$  が個人  $j (\in c_i)$  から受ける影響とその逆方向の影響を区別していることに留意して,

$$W_{ij}(a_i = st, a_j = st) = \exp\left(\frac{1}{|c_i|} u_i^{\text{st}} - J_{ij} P_j^{\text{no}}\right) \exp\left(\frac{1}{|c_j|} u_j^{\text{st}} - J_{ji} P_i^{\text{no}}\right) \quad (39)$$

となる. 以上より, 式 (3) の同時確率は, 式 (8) と同様の形式により表現できることを示した.

## 4. おわりに

本研究では, ローカルインタラクションモデルをベースに, 他者相関と自己相関を考慮した動的発生交通量の生成モデルを構築した. 他者相関の計算では, その他者の影響の厳密評価のために収束計算が必要である. 加えて, 他者相関の存在のために同時確率の算出が必要となり, この計算にはエージェント数の指数時間の計算コストがかかってしまう. この計算コストは, アクティビティシミュレーションでの他者相関の評価にあたって, 大きな障壁となる. そこで, 本研究では確率伝播法を用い, 他者相関を含む同時確率を独立確率へと近似する定式化を示した. これにより, 多項式時間での他者相関を含むシミュレーションの実行が可能となる.

今後の課題としては, 理論的側面としては, 近似解法と厳密解法の計算結果の差異の程度を明らかにすることがある. また, KL による近似式の最適化問題が局所解に陥った場合には, 近似解は厳密解から大きく離れる可能性があり, 最適解求解のための効率的なアルゴリズムが必要となる. 実証的には, まず, 自己相関の考慮による 1 日周期の再現性の検証が必要である. 現実への適用にむけて, 行動モデルのパラメータ推定から一貫してシミュレーションを実行することが必要であろう. その際には, 今回の定式化において捨象したスケジューリングや活動目的なども含めた需要発生モデリングを追加する必要性が生じる可能性は大きい. スケジューリングを考慮する際には, 動的計画法の考え方を取り込んで, 将来との相関を含めた定式化を目指す方法もありえるだろう.

謝辞: 本研究は, 「ポスト「京」で重点的に取り組むべき社会的・科学的課題に関するアプリケーション開発・研究開発 (文部科学省)」の重点課題 (3) 「地震・津波による複合災害の統合予測システムの構築」のサブ課題 B 「統合的予測のための社会科学シミュレーションの開発」の一環として実施された.

### 参考文献

- 1) Kawasaki, Y., Kuwahara, M., Hara, Y., Mitani, T., Takenouchi, A., Iryo, T., Urata, J., Investigation of Traffic and Evacuation Aspects at Kumamoto Earthquake and the Future Issues, Journal of Disaster Research, Vol. 12, No. 2, pp. 272-286, 2017.
- 2) Vickrey, WS.: Congestion theory and transport investment, The American Economic Review, Vol. 59, pp. 251-260, 1969.
- 3) 藤井聡, 北村隆一, 瀬戸公平: 生活行動に伴う個人の効用を考慮した生活行動-交通行動モデルシステムの開発, 土木学会論文集, No. 562 / IV-35, pp.83-96, 1997.
- 4) 藤井聡, 北村隆一, 長沢圭介: 選択肢集合の不確実性を考慮した生活行動モデルに基づく居住地域評価・政策評価指

- 標の開発, 土木学会論文集, No. 597 / IV-40, pp.33-47, 1998.
- 5) Arentze, T. A. Timmermans, H. J.: A learning-based transportation oriented simulation system, *Transportation Research Part B*, Vol. 38(7), 613-633, 2004.
  - 6) Bhat, C. R.: The multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) model: role of utility function parameters, identification considerations, and model extensions. *Transportation Research Part B*, Vol. 42(3), 274-303, 2008.
  - 7) Bowman, J. L., Ben-Akiva, M. E.: Activity-based disaggregate travel demand model system with activity schedules, *Transportation Research Part A*, Vol. 35(1), 1-28, 2000.
  - 8) Recker, W. W., McNally, M. G., Root, G. S.: A model of complex travel behavior: Part I – Theoretical development, *Transportation Research Part A*, Vol. 20(4), pp. 307-318, 1986.
  - 9) MATSIM: <http://www.matsim.org/> (2017 年 4 月 27 日閲覧)
  - 10) Bhat, C. R., Goulias, K. G., Pendyala, R. M., Paleti, R., Sidharthan, R., Schmitt, L., Hu, H. H.: A household-level activity pattern generation model with an application for Southern California, *Transportation*, Vol. 40(5), 1063-1086, 2013.
  - 11) Miller, E., Roorda, M.: Prototype model of household activity-travel scheduling, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, No. 1831, 114-121, 2003.
  - 12) 力石真, 瀬谷創, 福田大輔: 社会的相互作用に着目したミクロ計量経済分析の展開と土木計画への応用可能性, 土木計画学研究・講演集, Vol. 53, CD-ROM, 2016.
  - 13) 浦田淳司, 羽藤英二: 豪雨災害時の避難開始選択における他者避難と人的ネットワークの影響評価, 土木学会論文集 D3, Vol. 73(1), pp. 24-39, 2017.
  - 14) 力石真, 西川文人, 瀬谷創, 藤原章正, 張峻屹: 近隣住民間の社会的相互作用を考慮した買物目的地選択行動のモデル分析, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 72(5), pp. I595-I605, 2016.
  - 15) 田中和之: 確率モデルによる画像処理技術入門, 森北出版, 2006.
  - 16) 田中和之: ペイジアンネットワークの統計的推論の数理, コロナ社, 2009.
  - 17) 汪金芳, 田栗正章, 手塚集, 樺島祥介, 上田修功: 統計科学のフロンティア 11 計算統計 I 確率計算の新しい手法, 岩波書店, 2003.
  - 18) 黒木学, 清水昌平, 湊真一, 石島正和, 樺島祥介, 田中和之, 植野真臣ほか: 確率的グラフィカルモデル, 共立出版, 2016.
  - 19) Brock, W. A., Durlauf, S. N.: Interactions-based models, *Handbook of econometrics*, Vol. 5, pp. 3297-3380, 2001.
  - 20) Rust, J.: Optimal replacement of GMC bus engines: An empirical model of Harold Zurcher, *Econometrica*, Vol. 55, pp. 999-1033, 1987.
  - 21) Aguirregabiria, V., Mira, P.: Swapping the nested fixed point algorithm: A class of estimators for discrete Markov decision models, *Econometrica*, Vol. 70, No. 4, pp. 1519-1543, 2002.

## Continuous-time duration model with inter-day and inter-personal dependency for a Dynamic Origin-Destination Flow Pattern

Junji Urata, Riki Kawase, Takamasa Iryo