

道路橋 RC 床版の点検効率化のための ポットホール発生分析

二宮陽平¹・徐磊²・貝戸清之³

¹学生会員 大阪大学大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: y.ninomiya@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²学生会員 大阪大学大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: xu-lei@civil.eng.osaka-u.ac.jp

³正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

インフラの老朽化が顕在化している近年においては、適切な維持管理を遂行するために、点検業務の重要性が高まっている。一方で、社会基盤施設の管理者、なかでも地方自治体にとっては、社会基盤施設の維持管理費の逼迫や土木技術者の減少のために、点検業務が大きな負担となっている。以上の背景から、本研究では点検業務の効率化を目的として、道路橋 RC 床版に着目し、床版の点検頻度と劣化リスクの関係を、点検業務によって獲得されたデータを分析することにより明らかにする。道路橋路面におけるポットホールの発生状況と、その下面の RC 床版パネルの劣化状況には、相関関係があることが経験的に知られている。そこで、ポットホールの発生状況と床版の劣化状況を記録した点検データを解析することにより、ポットホール発生頻度と RC 床版の劣化速度の相関関係を定量的に評価できるモデルを開発する。具体的には、ポットホールの発生過程にポアソン過程を適用し、RC 床版の劣化過程にマルコフ過程を適用することによって、2つの劣化過程を複合モデルで記述する。さらに、マルコフ連鎖モンテカルロ法に基づくモデル推定手法について詳述する。最後に、高速道路橋 RC 床版に対する実際の点検データを用いた実証分析を通じて、本研究の有用性を議論する。

Key Words : inspection data, statistical analysis, asset management, RC slab bridge, pothole, Bayesian estimation

1. はじめに

社会基盤施設の維持管理を行う上で、劣化が進行している部材を早期に発見し、適切な補修を行うことは、重要な業務である。2014 年 7 月 1 日に施行された道路法施行規則の一部を改正する省令により、道路管理者は、国が定める統一的な基準に従って 5 年に 1 度の頻度で近接目視により点検を行い、点検結果を記録することが基本とされた。一方で、近年、高度経済成長期に集中的に建設された社会基盤施設の老朽化が顕在化し始めている。このため、将来的には、リスクマネジメントを行うために、点検頻度を現在の基準以上に増加させる必要が生じてくると考えられる。しかし、点検頻度の引き上げは管理者の負担の増加に直結する。特に、高速道路橋 RC 床版のように、点検に多大な費用と高度な技術を必要とする社会基盤施設に関しては、一律に高頻度で点検を実施することは困難である。さらに、将来的な高速道路橋の老朽化による維持管理費用の増大や少子高齢化による点検員の減少によって、社会基盤施設に対する点検業務は、管理者にとってますます負担となることが予想される。そのような中で、維持管理システムを構成する個々の社会基盤施設に対して、一律の点検ルールを適用する現行の点検実施システム

よりも、過去の点検データを有効に活用し、個々のアセットのリスクに応じた検ルールを適用するような点検実施システムによって、システム全体が最適化するような維持管理システムを開発することが求められる。

以上の問題意識の下、本研究では、点検業務の効率化を目的とした高速道路橋 RC 床版の新たな点検実施システムを構築する。具体的には、RC 床版の劣化リスクをスパン単位で推定することによって、低リスクの床版に対しては従来通りの点検頻度で点検を実施し、高リスクの床版に対してはより高い頻度で点検を実施するような点検実施システムを提案する。本研究では、RC 床版に関する過去の点検データを統計的に解析し、RC 床版の劣化リスクを推定する。RC 床版の劣化は、床版上面からの雨水の侵入により、加速することが知られている。そこで、RC 床版の上面に位置する舗装路面において日々実施されている日常点検に着目し、それによって獲得されるポットホールの発生頻度から、RC 床版のリスクを推定できるような方法論を提案する。具体的には、ポットホールの発生と床版の劣化を同時に表現できるような数理モデルを開発し、過去の点検データを統計分析することにより定量的に明らかにし、ポットホールの発生頻度からスパンのリスクを表現できる

ような方法論を開発する。

以下、2. で本研究の基本的な考え方を述べる。3. では、ポットホールの発生過程および床版パネルの劣化過程を同時に表現できるような数理モデルを定式化する。4. では、モデルのパラメータを点検データから推定するためのアルゴリズムを構築する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 社会基盤施設の統計的劣化予測手法

高速道路橋の管理者は、ある一定の周期で管理する RC 床版に対して点検を実施し、部材の損傷や劣化の発見の有無にかかわらず、点検結果を記録し、データベース化している。点検によって部材の損傷や劣化が発見されれば、補修が実施され、部材が適切な状態に保たれることにより、事故のリスクが低減されている。点検周期をより短くすれば、部材の損傷や劣化がより早く発見でき、事故のリスクがより小さくなることが期待される。一方で、点検周期の短縮は、管理者の負担の増大に直結する。高速道路橋やその部材の劣化リスクを定量化することは、高速道路の維持管理において有用であるといえる。

このような背景から、高速道路に関する資産のリスクを定量化するための研究が行われてきている。中でも、管理者が記録している点検データを統計的に分析し、社会基盤施設のリスクを定量的に評価する研究がある。貝戸らは、路上障害物の発生過程をポアソンガンマ発生モデルで表現し、発生リスクを評価する手法を提案している¹⁾。また貝戸らは、鋼橋の部材における損傷の点検データにフォルトツリー分析を用いて、鋼橋が管理限界や落橋相当状態に達するリスクを定量化する手法を開発している^{2),3)}。平川らは高速道路のトンネル照明設備に対する点検データに統計モデルを適用し、高速道路トンネル照明施設の劣化の将来リスクを計算している⁴⁾。

これらの既往研究では、現象を説明する説明変数として、年平均交通量等の構造物の特性が採用されている。一方で、本研究が対象とする RC 床版の劣化は、水の侵入によって加速することが報告されている。このため、個々の RC 床版の水の浸透量に基いて RC 床版の劣化を予測すること、劣化リスクを評価することが可能になると考えられる。しかし、個々の RC 床版における水の浸透量を記録したデータは当然存在しない。そこで本研究では、床版上面に位置する舗装路面におけるポットホールの点検データに着目する。

(2) 舗装路面におけるポットホール

舗装路面を通過する自動車交通が蓄積すると、アスファルトが剥がれ、舗装路面上にポットホールが発生する。このポットホールは交通事故の直接的な原因となり得るため、管理者による日常的な道路巡回で点検されている。また、雨が降ると、舗装路面の下面に位置する床版に雨水を供給する。このように、ポットホールの発生と RC 床版の劣化との間に相関関係が存在する可能性がある。そこで、本研究では、ポットホールの発生と RC 床版の劣化との相関関係を考慮した劣化予測モデルを開発する。さらに、ポットホールの発生頻度に基づき RC 床版のリスクを定量化する手法を提案する。その上で、リスクに応じた適切な点検を実施するような点検実施システムを構築する。

3. モデルの定式化

(1) モデル化の前提条件

カレンダー時刻を初期時点 $t = 0$ とする離散時間軸 $t = 0, t_1, t_2, \dots, t_n, \dots, t_N$ を導入する。離散時間軸上の点を、カレンダー時刻と明確に区別するために、以下時点と呼ぶ。ただし、連続するどの 2 時点間の期間長も 1 であるとする。期間 $[t_n, t_{n+1})$ において発生したポットホールの累積個数が $\xi_{n,p}$ 、時点 t_n での床版の健全度が $c_{n,p}$ であったとする。

離散時点 $t = 0, t_1, \dots, t_n, \dots$ において、スパン内の各舗装区間におけるポットホールの累積発生個数が記録され、離散時点 $t = 0, u_1, \dots, u_n, \dots$ において、スパン内の各パネルの健全度が記録されたとする。

(2) ポットホール発生過程のモデル化

路面の供用開始時点から任意の時刻までの期間のポットホールの発生過程をモデル化する。ポットホールの発生が 3 つの条件：1) ポットホールの発生は互いに独立である (独立増分)、2) ポットホールが発生する確率はどの時点においても同じである (定常性)、3) 微小時間内にポットホールが 2 個以上発生することはない (希少性) を満たすとする、ポットホールの発生過程がポアソン過程であると考えることができる。いま、あるスパン s 上に存在する任意の舗装区間 p_s に着目する。スパン s を構成する全てのパネル $1_s, \dots, Q_s$ の任意時点 t_n における健全度をそれぞれ $\kappa_{t,1_s}, \dots, \kappa_{t,Q_s}$ とする。ポットホールの発生が 1) これらのスパン s の全パネルの健全度の最大値、2) 舗装区間の特性に依存すると考え、時点 t での単位時間あたりの平均ポットホール発生個数 (ポットホール到着率) を、未知パラメータベクト

ル $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_C (= \alpha)$ を導入することにより,

$$\lambda_{p_s, t}(\mathbf{x}_{p_s}, \boldsymbol{\kappa}_t) = \begin{cases} \exp(\mathbf{x}_p \alpha_1) & \text{if } \max(\kappa_{t,1_s}, \dots, \kappa_{t,Q_s}) = 1 \\ \exp(\mathbf{x}_p \alpha_2) & \text{if } \max(\kappa_{t,1_s}, \dots, \kappa_{t,Q_s}) = 2 \\ \vdots \\ \exp(\mathbf{x}_p \alpha_C) & \text{if } \max(\kappa_{t,1_s}, \dots, \kappa_{t,Q_s}) = K \end{cases} \quad (1)$$

と設定する. ここに, $\boldsymbol{\kappa}_t = (\kappa_{t,1_s}, \dots, \kappa_{t,Q_s})$, $\mathbf{x}_p = (x_{p,0}, x_{p,1}, x_{p,2}, \dots, x_{p,A})$ は, 舗装区間 p の特性を表現する説明変数ベクトルを表し, $A+1$ 個の説明変数を要素に持つ. ただし, $x_{p,0}$ は定数項とし, $x_{m,0} = 1$ である. α_c は $\alpha_c = (\alpha_{c,0}, \alpha_{c,1}, \alpha_{c,2}, \dots, \alpha_{c,A})'$ ($c = 1, \dots, C$) で構成される. 記号「 $'$ 」は転置操作を表す. K は健全度の最大値を表す.

路面の供用開始時点 t_0 を初期時点とする離散時間軸 $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$ を導入する.

ポットホールがポアソン到着すると考えると, 任意の期間 $[t_1, t_2]$ (期間長: $t_{n+1} - t_n = \tau$) において ι 個のポットホールが発生する確率を求めるために, 該当期間を幅 $\Delta\tau$ の微小期間に n 等分する. ポアソン過程の条件から, 任意の微小期間にポットホールが発生する確率は, $\lambda\Delta\tau$ と表現できる. 一方で発生しない確率は, $1 - \lambda\Delta\tau$ となる. ι 個のポットホールが発生する確率は, n 個の微小期間の内, 任意の ι 個の微小期間においてポットホールが発生し, 残りの $n - \iota$ 個の微小期間においてポットホールが発生しない確率を計算することにより,

$$\begin{aligned} \rho(\iota | \mathbf{x}_m, \mathbf{c}_n) &= \text{Prob}\{I(n) = \iota\} \\ &= \lim_{\Delta\tau \rightarrow \infty} \binom{n}{\iota} (\lambda\Delta\tau)^\iota (1 - \lambda\Delta\tau)^{n-\iota} \\ &= \lim_{\Delta\tau \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n-\iota)! \iota!} (\lambda\Delta\tau)^\iota (1 - \lambda\Delta\tau)^{n-\iota} \\ &= \lim_{\Delta\tau \rightarrow \infty} \frac{(\lambda\tau)^\iota}{\iota!} \frac{n(n-1)\dots(n-\iota+1)}{n^\iota} \left(1 - \frac{\lambda\tau}{n}\right)^{n-\iota} \\ &= \frac{(\lambda\tau)^\iota}{\iota!} \exp(-\lambda\tau) \end{aligned} \quad (2)$$

と導出できる. 自明のことながら, 式 (2) に関して, $\sum_{\iota=0}^{\infty} \rho(\iota | \mathbf{x}_m, \mathbf{c}_n) = 1$ が成立する.

(3) 床版劣化過程のモデル化

床版の劣化過程を床版パネルの劣化状態を表現する K 段階の健全度 $1, \dots, K$ を用いてモデル化する. ただし, 健全度の値が大きくなるほど, 劣化が進行している様子を表現するとする. すなわち, 健全度が小さい値から大きい値に推移すれば, 床版が劣化したことを表現する. 将来時点での健全度が, 現在の健全度のみ依存し, 過去の健全度の経歴に依存しないという条

件を満たすと考えると, 健全度の推移過程はマルコフ過程となる. いま, あるスパン s を構成する任意のパネル q_s に着目する. スパン s 上に存在する全ての舗装区間 $1_s, \dots, P_s$ の任意時点 t_n から t_{n+1} の期間 (期間長: τ_n) で観測されたポットホールの累積個数をそれぞれ $\iota_{t_n, t_{n+1}, 1_s}, \dots, \iota_{t_n, t_{n+1}, P_s}$ とする. 健全度が任意の時点 t まで健全度 i の状態であり, かつ時点 t で健全度 $i+1$ に推移する確率 (ハザード率) を, 未知パラメータベクトル $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_B (= \beta)$ と未知パラメータ γ を導入することにより,

$$\begin{aligned} \theta_{\kappa, q_s, t}(\mathbf{y}_{q_s}, \boldsymbol{\iota}_t) &= \exp(\mathbf{y}\beta_i) \\ &\cdot \exp\left\{\max(\iota_{t_n, t_{n+1}, 1_s}/\tau, \dots, \iota_{t_n, t_{n+1}, P_s}/\tau) \cdot \gamma\right\} \quad (3) \\ &(\kappa = 1, \dots, K) \end{aligned}$$

と設定する. ここに, $\mathbf{y}_p = (y_{q,0}, y_{q,1}, y_{q,2}, \dots, y_{q,B})$ は, パネル q の特性を表現する説明変数ベクトルを表し, $B+1$ 個の説明変数を要素に持つ. ただし, $y_{q,0}$ は定数項とし, $y_{q,0} = 1$ である. $\beta_c = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_B)'$ で構成される.

期間 τ の間に任意の健全度 i で変化しない確率を導出するために, 微小期間 $[t, t + \Delta]$ を考える. この期間中に健全度が i から $i+1$ に推移する確率は,

$$\theta\Delta t = \frac{f(t)\Delta t}{F(y)} \quad (4)$$

となる. ここに,

マルコフ推移確率は, 時点 t における健全度 $h(t) = i$ を与件とし, 時点 $h(t+1) = i$ において健全度 j が生じ起する条件付き確率として

$$\text{Prob}[h(t+1) = j | h(t) = i] = \pi_{ij} \quad (5)$$

と定義できる. このマルコフ推移確率は, 津田等²¹⁾が開発したマルコフ劣化ハザードモデル (多段階指数ハザードモデル) を用いて表現できる. このモデルを用いると, パネル p における健全度 i のハザード率は時間的に定常な形で,

$$\theta_i = \exp(\mathbf{y}\beta_i) \quad (6)$$

と定義される.

本研究では, このハザード率を同一スパン内の上面舗装区間における最大のポットホール発生頻度に影響される考え,

$$\begin{aligned} \theta_i &= \exp(\mathbf{y}\beta_i) \\ &\cdot \exp\{\max(n_1, \dots, n_p) \cdot \gamma\} \end{aligned} \quad (7)$$

と設定する. ここに, γ はポットホールの発生頻度が床版の劣化ハザード率に及ぼす影響の度合いを表現する未知パラメータである.

時点 t に健全度 i から、時点 $t+1$ においても健全度 i が継続する確率 π_{ii} は、

$$\begin{aligned}\pi_{ii} &= \text{Prob}[h(t+1) = i | h(t) = i] \\ &= \exp(-\theta_i)\end{aligned}\quad (8)$$

となる。さらに、時点 t と時点 $t+1$ の間で健全度が i から j に推移するマルコフ推移確率 π_{ij} は、

$$\begin{aligned}\pi_{ij} &= \text{Prob}[h(t+1) = j | h(t) = i] \\ &= \sum_{m=i}^j \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\theta_s}{\theta_s - \theta_m} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\theta_s}{\theta_{s+1} - \theta_m} \exp(-\theta_m) \quad (9) \\ &\quad (i = 1, \dots, K, j = i, \dots, K)\end{aligned}$$

と表現することができる。ただし、表記上のルールとして、

$$\begin{cases} \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\theta_s}{\theta_s - \theta_m} = 1 & \text{if } m = i \\ \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\theta_s}{\theta_{s+1} - \theta_m} = 1 & \text{if } m = j \end{cases} \quad (10)$$

とする。

4. パラメータ推定手法

(1) MCMC 法を用いたベイズ推定

提案したモデルのパラメータを推定するために、本研究ではベイズ推定法を援用したパラメータ推定のためのアルゴリズムを構築する。ベイズ推定法においては、ベイズの定理を援用することにより、パラメータの真の値の確率分布 (事後確率分布) を推定する。ベイズの定理から、パラメータの事後確率分布は、データが得られる確率 (尤度) および情報が無いときのパラメータの確率分布 (事前確率分布) に比例する。よって、パラメータの事後確率分布を推定するためには、尤度および事前確率分布を設定する必要がある。尤度の定式化に関しては 4.(2) で、事前分布の設定に関しては 4.(3) で詳述する。

しかし、この事後確率分布が非常に複雑になることが多いため、それに基づいた議論や考察をすることが難しくなるといった欠点が存在する。このような問題を解決するために、1) 事前確率分布に事後確率分布と自然共役な関係にある確率分布を設定する、2) 事後確率分布に従う確率標本を発生させ、確率分布を表現するといった手法が一般的に用いられる。

(2) 尤度関数の定式化

パラメータを推定するための情報が得られる確率を尤度関数として定式化する。本研究では、RC 床版および舗装に対して記録されている点検データを用いて、尤度関数を定式化する。いま、 S 個の RC 床版スパン $s = 1, 2, \dots, S$ に対して蓄積された点検データを対象として、尤度関数を定式化する。個々のスパンそれぞれ

に関して、床版上面の舗装におけるポットホールの発生個数と床版の健全度に関する点検が記録されたデータがあると考え。いま、任意のスパン s に着目する。スパン上面の舗装には、 P_s 個の区間、スパン下面には Q_s 個のパネルが存在する。 P_s 区間の舗装区間それぞれに区間番号 $p_s = 1, \dots, P_s$ を付与し、 Q_s 個のパネルそれぞれにパネル番号 $q_s = 1, \dots, Q_s$ を付与する。生させ、確率分布を表現するといっ生させ、確率分布を表現するといっ

スパン s の上面の舗装の任意の区間 p_s に着目する。この区間のポットホールの発生を説明する構造条件や環境条件等の複数の説明変数を $\bar{x}_{p_s,1}, \dots, \bar{x}_{p_s,A} (= \bar{x}_{p_s})$ とする。この区間に対して供用開始から記録されている全 C_{p_s} 回の点検を、点検が実施された時系列順に並び替える。過去の点検から順番に点検が実施された時点を $\bar{u}_{p_s,1}, \dots, \bar{u}_{p_s,C_{p_s}} (= \bar{u}_{p_s})$ とする。また、舗装が施工された時点を $\bar{u}_{p_s,0}$ とする。さらに、任意の連続する 2 時点間の 1) 経過時間を $\bar{u}_{p_s,c} - \bar{u}_{p_s,c-1} = \bar{w}_{p_s,c}$ ($c = 1, \dots, C_{p_s}$)、2) この期間中に観測されたポットホールの個数を $\bar{l}_{p_s,c}$ ($c = 1, \dots, C_{p_s}$) とする。なお、点検データベースから抜き出す必要のある文字には、そのことを明確に示すために、符号「 $\bar{\cdot}$ 」を付している。

一方で、スパン s の下面のあるパネル q_s に着目する。このパネルの劣化を説明する構造条件や環境条件等の複数の説明変数を $\bar{y}_{q_s,1}, \dots, \bar{y}_{q_s,B} (= \bar{y}_{q_s})$ とする。このパネルに対して供用開始から記録されている全 D_{q_s} 回の点検を、点検が実施された時系列順に並び替える。過去の点検から順番に点検が実施された時点を $\bar{v}_{q_s,d}$ ($d = 1, \dots, D_{q_s}$) とする。また、パネルが供用開始された時点を $\bar{v}_{q_s,0}$ とする。さらに、任意の連続する 2 点検間の経過時間を $\bar{v}_{q_s,d} - \bar{v}_{q_s,d-1} = \bar{z}_{q_s,d}$ ($d = 1, \dots, D_{q_s}$) とし、時点 $\bar{v}_{q_s,d}$ において観測された床版の健全度を $\bar{\kappa}_{q_s,d}$ ($d = 1, \dots, D_{q_s}$) とする。ただし、供用開始時点の床版の状態は最も良好な状態であると考え、時点 $\bar{v}_{q_s,0}$ におけるパネルの健全度 $\bar{\kappa}_{q_s,0}$ を 1 とする。

以上で設定したパラメータ推定に必要なスパン s に関するデータのセット $(\bar{u}_{p_s}, \bar{l}_{p_s}, \bar{v}_{q_s}, \bar{\kappa}_{q_s}, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{P_s}, \bar{y}_1, \dots, \bar{y}_{Q_s})$ を $\bar{\Xi}_s$ とおく。

ところで、舗装の点検と床版の点検は、2.() で述べたように一般に同期性が存在しないため、舗装点検時点 $\bar{u}_{p_s,c}$ での床版の健全度、床版点検時点間の期間 $\bar{z}_{q_s,d}$ におけるポットホールの累積発生個数はいずれも、パラメータの推定には必要不可欠であるが、点検データベースから直接的に抜き出すことは不可能である。この点に関する議論は 4.() で詳述するが、ここではひとまず時点 $\bar{u}_{p_s,c}$ での床版の健全度が $\bar{\kappa}_{q_s,c}$ 、期間 $[\bar{v}_{q_s,d-1}, \bar{v}_{q_s,d}]$ ($d = 1, \dots, D$) でのポットホールの発生

個数が $\tilde{l}_{p_s,d}$ と推定されているものとする。なお、点検データベースから直接的に抜き出すことは不可能であるが、推定が可能なデータに関しては、そのことを明確に示すために、符号「 $\sim$ 」を付している。

以上のようなデータを用いて、任意の舗装区間 p_s の尤度関数は、時点 $u_{p_s,1}, \dots, u_{p_s,C_{p_s}}$ において記録されている点検データが独立であると考え、それらの同時確率を計算することにより、

$$\begin{aligned} \ell_p(\alpha | \bar{\Xi}_{p_s}, \tilde{l}_{p_s}) \\ = \prod_{c=1}^C \rho(\bar{x}_{p_s,c}, \bar{w}_{p_s,c}, \bar{l}_{p_s,c}, \bar{\kappa}_{q_s,c} | \alpha) \end{aligned} \quad (11)$$

と定義できる。ここに、 $\bar{\Xi}_{p_s}$ は舗装区間 p_s において記録されている点検データセットを表現する。具体的に要素を書き表すと、 $\bar{\Xi}_{p_s} = (\bar{x}_{p_s}, \bar{w}_{p_s,c}, \bar{l}_{p_s,c})$ となる。

同様に、任意のパネル q_s の尤度関数は、時点 $v_{q_s,1}, \dots, v_{q_s,D_{q_s}}$ において記録されている点検データが独立であると考え、それらの同時確率を計算することにより、

$$\begin{aligned} \ell_q(\beta, \gamma | \bar{\Xi}_{q_s}, \tilde{\kappa}_{q_s}) \\ = \prod_{d=1}^D \rho(\bar{y}_{q_s,d}, \bar{z}_{q_s,d}, \bar{\kappa}_{q_s,d-1}, \bar{\kappa}_{q_s,d}, \tilde{l}_{s,d-1} | \beta, \gamma) \end{aligned} \quad (12)$$

と定義できる。ここに、 $\bar{\Xi}_{q_s}$ は舗装区間 q_s において記録されている点検データセットを表現する。具体的に要素を書き表すと、 $\bar{\Xi}_{q_s} = (\bar{y}_{q_s,d}, \bar{z}_{q_s,d}, \bar{\kappa}_{q_s,d-1}, \bar{\kappa}_{q_s,d})$ となる。

以上から、点検データ全体の尤度関数は、全舗装区間・全パネルにおいて記録されている点検データが独立であると考え、それらの同時確率を計算することにより、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\alpha, \beta, \gamma | \bar{\Xi}, \tilde{l}, \tilde{\kappa}) \\ = \prod_{s=1}^S \left\{ \prod_{p_s=1}^{P_s} \ell_1(\alpha | \bar{\Xi}_{p_s}, \tilde{l}_{p_s}, \alpha) \right. \\ \left. \cdot \prod_{q_s=1}^{Q_s} \ell_2(\beta, \gamma | \bar{\Xi}_{q_s}, \tilde{\kappa}_{q_s}) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

と定義できる。

(3) 事前確率分布の設定

未知パラメータ α, β, γ をベイズ推定するために、これらの事前確率分布を設定する。貝戸ら^{?)}は、未知パラメータの事前確率分布を、技術者が有する先験的知識に基づいて設定することにより、データ数が少ない場合でも、精度良くパラメータを推定できるという利点があることを挙げている。しかし、このような主観に基づき、事前確率分布を設定するのは、それを用いて推定するパラメータの事後確率分布に客観性が少ないという問題が存在する。さらに、尤度関数を決定する

ために用いるデータや事前分布の設定によっては、尤度関数に比べて事前確率分布が圧倒的な情報量を持ち、推定された事後確率分布が設定した事前確率分布と大差ない場合もある。そこで、本研究では、モデルの全パラメータの事前確率分布に無情報事前分布を設定することにより、推定するパラメータの事後確率分布の客観性を担保する。具体的には、すなわち確率分布の変数変換を行っても、少なくとも尤度がある程度存在する範囲においては一様性を保つようにするために、部分的な一様分布を設定する。Jeffreys はフィッシャーの情報量の平方根に比例するように定めることで、このような局所一様分布が得られることを示している。

したがって、推定するパラメータの事後確率分布は、

$$\begin{aligned} \Pi(\alpha, \beta, \gamma | \bar{\Xi}, \tilde{l}, \tilde{\kappa}) &\propto \mathcal{L}(\bar{\Xi}, \tilde{l}, \tilde{\kappa}, \alpha, \beta, \gamma) \cdot \text{const} \\ &\propto \mathcal{L}(\bar{\Xi}, \tilde{l}, \tilde{\kappa}, \alpha, \beta, \gamma) \end{aligned} \quad (14)$$

となり、尤度関数 (13) に比例する確率分布となる。なお、この確率分布がパラメータ α, β, γ を確率変数とする多次元確率分布であることを明確に示すために、事後確率分布の表記に記号「 $|$ 」を用いた。

(4) 路面の点検と床版の点検の非同期性

ポットホールの発生個数を記録した路上点検結果と床版の損傷度を記録した路下点検結果の間には、一般的に同期性が存在しない。そのため、点検データから尤度関数を定式化する際に、複合的ポアソン隠れモデルにおける相関部分を先験的に決定することができない。これらの問題を解決するために、パラメータの事後確率分布を推定する際には、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (以下、MCMC 法と呼ぶ) を援用し、パラメータの事後確率分布に従うランダムサンプルを発生させることにより、パラメータの推定を行う。その際には、ランダムサンプルと同時に、相関部分を決定するために必要な点検が実施されなかった時点におけるポットホールの発生個数および床版の健全度 (以下、これらを潜在変数と呼ぶ) を反復的に発生させる。また、事後確率分布 (14) は複数のパラメータを変数とする多次元確率分布である。そのため、一部のパラメータに関する周辺確率分布を求めたり、そこから直接的に確率標本を抽出することは困難であることが想定される。推定する事後確率分布からの直接サンプリングが困難である場合を考え、Metropolis-Hastings アルゴリズム (以下、MH アルゴリズムと呼ぶ) に基づき、パラメータの事後確率分布に従うサンプルを発生させるためのマルコフ連鎖を構築する。マルコフ連鎖には、正則条件の下で確率標本の分布が不変分布に収束していくという性質がある。この不変分布が求めたい事後確率分布に

なるようにマルコフ連鎖を構築することにより、マルコフ連鎖によって得られた確率標本を事後分布からの確率標本とする。

(5) パラメータ推定アルゴリズム

本研究で提案するモデルのパラメータの事後確率分布を推定するためのサンプルをランダム発生させるための具体的なアルゴリズムを以下と図-(5)の推計フローチャートで説明する。なお、設定したパラメータの初期値、潜在変数の初期値がパラメータの事後確率分布の推定に及ぼす影響を小さくするために、記録したサンプリング値を事後確率分布の推定に用いる。

ステップ 1 初期設定

未知パラメータの初期値 $\alpha^{(0)}, \beta^{(0)}, \gamma^{(0)}$ を設定する。また、潜在変数についても初期値 $\xi^{(0)}$ を設定する。さらに、MCMC 法のバーイン回数 $\underline{n}$ 、パラメータのサンプリング回数 (アルゴリズムの計算回数) $\bar{n}$ を設定する。 $n = 1$ としてステップ 2 に進む。

ステップ 2 未知パラメータのサンプリング

ステップ 2-1 $\alpha^{(n)}$ のサンプリング

$\alpha_0^{(n)}$ を MH アルゴリズムにより、ランダムサンプリングする。 $\alpha_0^{(n-1)}$ に対して、 $\alpha_0^{(n)}$ の候補点 α_0' を酔歩連鎖

$$\alpha_0' = \alpha_0^{(n-1)} + \epsilon \quad (15)$$

により発生させる。ここに ϵ は平均が 0、分散が σ^2 の正規分布に従う乱数 (正規乱数) である。

候補点 α_0' の採択確率 η は、

$$\begin{aligned} \eta(\alpha_0^{(n-1)}, \alpha_0') = & \min \left[\left\{ \Pi(\alpha_0' | \alpha_1^{(n-1)}, \dots, \alpha_A^{(n-1)}, \beta^{(n-1)}, \right. \right. \\ & \left. \left. \gamma^{(n-1)}, \tilde{\xi}^{(n-1)}, \Xi \right) \cdot q(\alpha_0', \alpha_0^{(n-1)}) \right\} / \\ & \left\{ \Pi(\alpha_0^{(n-1)} | \alpha_1^{(n-1)}, \dots, \alpha_A^{(n-1)}, \beta^{(n-1)}, \right. \\ & \left. \gamma^{(n-1)}, \tilde{\xi}^{(n-1)}, \Xi \right) \cdot q(\alpha_0^{(n-1)}, \alpha_0') \right\}, 1 \end{aligned} \quad (16)$$

となる。候補点を採択するか否かを決定するには、 $(0, 1)$ 上の一様乱数 ν を発生させて、

$$\alpha_0^{(n)} = \begin{cases} \alpha_0' & \text{if } \nu \leq \eta(\alpha_0^{(n-1)}, \alpha_0') \\ \alpha_0^{(n-1)} & \text{if } \nu > \eta(\alpha_0^{(n-1)}, \alpha_0') \end{cases} \quad (17)$$

とランダムに $\alpha_0^{(n)}$ を決定する。以下、 $\alpha_0^{(n)}$ のサンプリングと同様に、順次 $\alpha_1^{(n)}, \dots, \alpha_A^{(n)}$ をランダムサンプリングする。

ステップ 2-2 に進む。

ステップ 2-2 $\beta^{(n)}$ のサンプリング

- ◇ 未知パラメータ $\beta_0^{(n)}$ を $\Pi(\beta_0^{(n)} | \alpha^{(n)}, \beta_1^{(n-1)}, \dots, \beta_B^{(n-1)}, \gamma^{(n-1)}, \tilde{\xi}^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

- ◇ 未知パラメータ $\beta_B^{(n)}$ を $\Pi(\beta_B^{(n)} | \alpha^{(n)}, \beta_0^{(n)}, \dots, \beta_{B-1}^{(n)}, \gamma^{(n-1)}, \tilde{\xi}^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

ステップ 2-3 に進む。

ステップ 2-3 $\gamma^{(n)}$ のサンプリング

- ◇ 未知パラメータ $\gamma^{(n)}$ を $\Pi(\gamma^{(n)} | \alpha^{(n)}, \beta^{(n)}, \tilde{\xi}^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

ステップ 3 に進む。

ステップ 3 潜在変数のサンプリング

ステップ 3-1 $\xi^{(n)}$ のサンプリング

- ◇ 潜在変数 $\xi_{A'+1}^{(n)}$ を $\text{Prob} \left[\xi = \xi_{A'+1}^{(n)} | \alpha^{(n)}, \beta^{(n)}, \beta^{(n)}, \gamma^{(n)}, \Xi_{A'+1} \right]$ からランダムサンプリングする。

- ◇ 潜在変数 $\xi_A^{(n)}$ を $\text{Prob} \left[\xi = \xi_A^{(n)} | \alpha^{(n)}, \beta^{(n)}, \gamma^{(n)}, \Xi_A \right]$ からランダムサンプリングする。

ステップ 3-1 に進む。

ステップ 3-2 $\xi^{(n)}$ のサンプリング

- ◇ 潜在変数 $\xi_{A'+1}^{(n)}$ を $\text{Prob} \left[\xi = \xi_{A'+1}^{(n)} | \alpha^{(n)}, \beta^{(n)}, \beta^{(n)}, \gamma^{(n)}, \Xi_{A'+1} \right]$ からランダムサンプリングする。

- ◇ 潜在変数 $\xi_A^{(n)}$ を $\text{Prob} \left[\xi = \xi_A^{(n)} | \alpha^{(n)}, \beta^{(n)}, \gamma^{(n)}, \Xi_A \right]$ からランダムサンプリングする。

ステップ 4 に進む。

ステップ 4 確率標本サンプリングの終了判定

稼働検査期間 (burn-in period) に抽出された確率標本を、事後確率分布の推定に用いるのは、確率標本に初期値の影響が含まれているために、相応しくない。初期値の影響が十分に排除された確率標本を用いて、事後確率分布を推定するために、サンプリング回数 n がバーイン回数 $\underline{n}$ よりも小さい場合、 $n = n + 1$ とし、ステップ 2 に戻る。 n が $\underline{n}$ よりも大きい場合、 $\alpha^{(n)}, \beta^{(n)}, \gamma^{(n)}$ を記録し、ステップ 5 に進む。サンプリング回数 n がアルゴリズムの終了回数 $\bar{n}$ に達していない場合、 $n = n + 1$ とし、ステップ 2 に戻る。 n が $\bar{n}$ に達した場合、ステップ 5 に進む。

ステップ 5 確率標本の収束判定

Geweke 検定により、MH アルゴリズムで得られた各パラメータの確率標本 $\alpha^{(\underline{n}+1)}, \dots, \alpha^{(\bar{n})}, \beta^{(\underline{n}+1)}, \dots, \beta^{(\bar{n})}, \gamma^{(\underline{n}+1)}, \dots, \gamma^{(\bar{n})}$ の収束性を確認する。ここでは、Geweke 検定¹⁰⁾を用いて確率標本の収束性を仮説検定する。Geweke 検定では、標本系列の前半の一部と後半の一部で確率標本の平均値が同じであるかどうかを確認する。具体的には、例えば、確率標本系列 $\alpha_0^{(\underline{n}+1)}, \dots, \alpha_0^{(\bar{n})}$

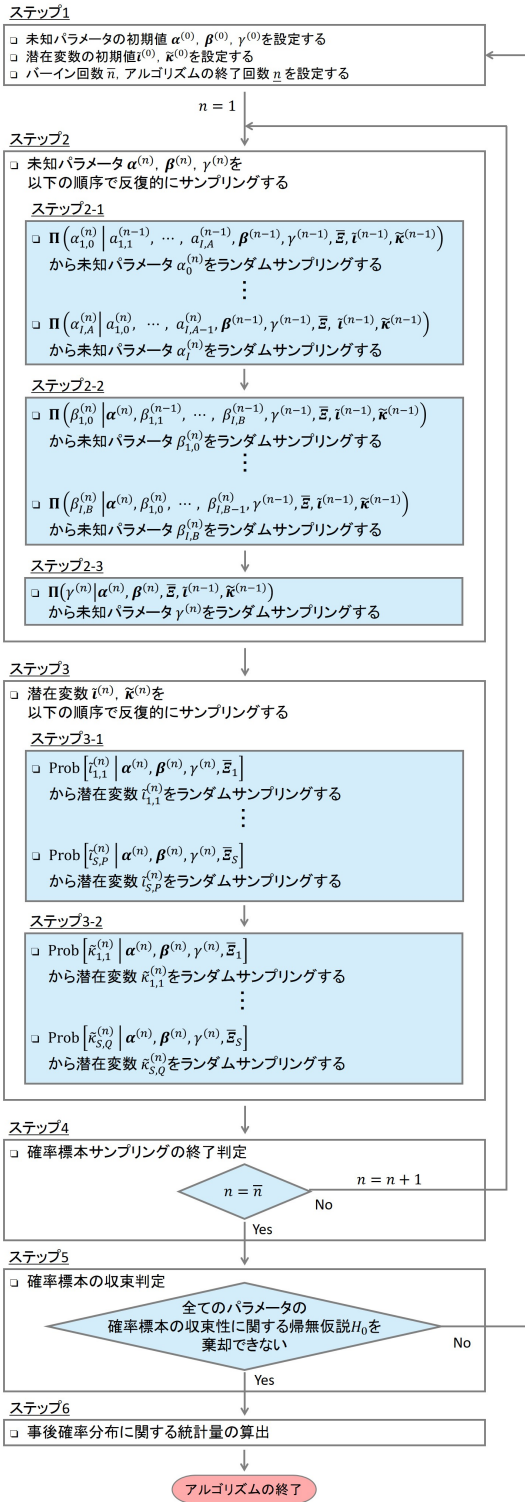


図-1 推計フロー

の前半の一部分と後半の一部分の平均値をそれぞれ $\hat{\mu}_1(\alpha_0), \hat{\mu}_2(\alpha_0)$ とすると、不変分布である事後分布に収束していれば、 $\hat{\mu}_1(\alpha_0) = \hat{\mu}_2(\alpha_0)$ であることが期待される。そこで、帰無仮説 $H_0: \hat{\mu}_1(\alpha_0) = \hat{\mu}_2(\alpha_0)$ を対立仮説 $H_1: \hat{\mu}_1(\alpha_0) \neq \hat{\mu}_2(\alpha_0)$ に対して仮説検定を行い、帰無仮説 H_0 が棄却されるならば確率標本は収束していないという2標本Z検定¹⁾を行う。

仮説検定を行うための標準正規分布に従う検定統計量 (Geweke 検定統計量) は、

$$Z_{\alpha_0} = \frac{\hat{\mu}_1(\alpha_0) - \hat{\mu}_2(\alpha_0)}{\sqrt{\hat{\nu}_1^2(\alpha_0) + \hat{\nu}_2^2(\alpha_0)}} \quad (18)$$

となる。ここに、

$$\hat{\mu}_1(\alpha_0) = \sum_{n=\bar{n}+1}^{\bar{n}+n_1} \frac{\alpha_0^{(n)}}{n_1} \quad (19a)$$

$$\hat{\mu}_2(\alpha_0) = \sum_{r=\bar{n}-n_2+1}^{\bar{n}} \frac{\alpha_0^{(r)}}{n_2} \quad (19b)$$

$$\hat{\nu}_1^2(\alpha_0) = \frac{2\pi \hat{f}_{1,\alpha_0}(0)}{n_1} \quad (19c)$$

$$\hat{\nu}_2^2(\alpha_0) = \frac{2\pi \hat{f}_{2,\alpha_0}(0)}{n_2} \quad (19d)$$

である。ただし、 n_1, n_2 はそれぞれ確率標本系列の前半部分、後半部分を決定するパラメータであり、Geweke の推奨値に従って $n_1 = 0.1(\bar{n} - \bar{n}), n_2 = 0.5(\bar{n} - \bar{n})$ を採用する。また、 $2\pi \hat{f}_{1,\alpha_0}(0), 2\pi \hat{f}_{2,\alpha_0}(0)$ はスペクトル密度関数であり、その推定値は、

$$2\pi \hat{f}_{l,\alpha_0}(0) = l\hat{\omega}_0 + 2 \sum_{s=1}^q w(s, q) l\hat{\omega}_{s,q} \quad (20)$$

$$(l = 1, 2)$$

として求まる。ここに、

$$1\hat{\omega}_0 = \sum_{n=\bar{n}+1}^{\bar{n}+n_1} \frac{(\alpha_0^{(n)} - \hat{\mu}_1(\alpha_0))^2}{n_1} \quad (21a)$$

$$2\hat{\omega}_0 = \sum_{n=\bar{n}-n_2+1}^{\bar{n}} \frac{(\alpha_0^{(n)} - \hat{\mu}_2(\alpha_0))^2}{n_2} \quad (21b)$$

$$1\hat{\omega} = \sum_{n=\bar{n}+s+1}^{\bar{n}+n_1} \frac{(\alpha_0^{(n)} - \hat{\mu}_1(\alpha_0))(\alpha_0^{(n-s)} - \hat{\mu}_1(\alpha_0))}{n_1} \quad (21c)$$

$$2\hat{\omega} = \sum_{n=\bar{n}-n_2+s+1}^{\bar{n}} \frac{(\alpha_0^{(n)} - \hat{\mu}_2(\alpha_0))(\alpha_0^{(n-s)} - \hat{\mu}_2(\alpha_0))}{n_2} \quad (21d)$$

$$w(s, q) = 1 - \frac{s}{q+1} \quad (21e)$$

である。ただし、 q は、スペクトル密度の近似度を表すパラメータであり、Geweke の推奨値に従って $q = 20$ を採用する。標準正規分布は原点に関して対象であるから、標準正規分布のパーセント点 $Z(\varphi/2)$ を用いて、 $|Z_{\alpha_0}| > Z(\varphi/2)$ となった場合、不変分布への収束性に関する帰無仮説 H_0 を、設定した有意水準において棄却でき、 $|Z_{\alpha_0}| \leq Z(\varphi/2)$ となった場合、帰無仮説 H_0 を設定した有意水準において棄却できない。ここに、 $Z(\varphi/2)$ は標準正規分布においてその点より上側の確率が100%となるパーセント点である。例えば、有意水準5% ($\varphi/2 = 0.025$) を設定したとき、 $Z(\varphi/2) = 1.96$ となる。他のパラメータの確率標本に関しても、同様

に収束の有意性を検定する。確率標本の収束の有意性が確認できれば、ステップ 7 に進む。収束の有意性が確認できなければ、ステップ 1 に戻り、バーイン回数 $\underline{n}$ やパラメータのサンプリング回数 $\bar{n}$ を増やしたり、パラメータの初期値を変更して再度確率標本のサンプリングを実施する。

ステップ 6 事後確率分布に関する統計量の算出

得られた各パラメータの事後確率分布の確率標本を用いて、事後確率分布に関する統計量を算出する。例えば、未知パラメータ α_0 の場合、事後確率分布の期待値を算出するには、

$$E[\alpha_0] = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\alpha_0^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (22)$$

と計算する。さらに、 $100(1 - 2\kappa)\%$ ベイズ信用区間を算出するには、確率標本 $\alpha_0^{(\underline{n}+1)}, \dots, \alpha_0^{(\bar{n})}$ を小さい順に並べ替えた順序統計量 $\alpha_0^{\{1\}}, \dots, \alpha_0^{\{\bar{n}-\underline{n}\}}$ を用いて、

$$\alpha_0^{\{[(\bar{n}-\underline{n})\kappa]\}} \leq \quad (23)$$

$$\alpha_0 \leq \alpha_0^{\{[(\bar{n}-\underline{n})(1-\kappa)]\}} \quad (24)$$

と定義できる。ここに、記号 " $\lceil \cdot \rceil$ " は天井関数を表し、 $\lceil (\bar{n} - \underline{n})\kappa \rceil$ は $(\bar{n} - \underline{n})\kappa$ 以上の最小の整数を示す。また、記号 " $\lfloor \cdot \rfloor$ " は床関数を表し、 $\lfloor (\bar{n} - \underline{n})(1 - \kappa) \rfloor$ は $(\bar{n} - \underline{n})(1 - \kappa)$ 以下の最大の整数を示す。例えば、 $\underline{n} = 3,000$ かつ $\bar{n} = 13,000$ であるとき、90%ベイズ信用区間 ($\kappa = 0.05$) は、 $[\alpha_0^{\{500\}}, \alpha_0^{\{9500\}}]$ となる。他のパラメータに関しても、得られた確率標本から同様に事後確率分布の期待値、ベイズ信用区間を計算して、未知パラメータの推定は終了となる。

5. おわりに

本研究では、ポットホールの発生と RC 床版の劣化との相関関係を考慮した劣化予測モデルを開発した。さらに、ポットホールの発生頻度に応じて、RC 床版の劣化リスクを定量化する手法を提案し、RC 床版の劣化リスクに応じて適切な点検頻度で点検を実施するような点検実施システムを構築した。なお、本研究で開発した手法を高速道路会社が管理する構造物の点検データに適用した実証分析事例は、講演会当日に発表する予定である。

一方で、本研究に残された課題がいくつか存在する。まず第 1 に、今回得られたポットホールの発生と床版の劣化に関する知見は、対象区間内のデータを分析して得られたものである。そのため、他の区間に対しては、必ずしも同じ知見が適用できるとは限らない。ある区間に対して知見を得るためには、点検データさえあれば可能であるが、供用が開始されて間もない区間のような点検データがまだ存在していない区間も存在

する。このような区間の点検の効率化のためには、他の区間において獲得された点検データに対しても分析を行い、普遍的な知見を獲得する必要がある。

第 2 に、費用の観点からも点検間隔に関して検討を行うことが必要となる。本研究では、点検費用の情報は考慮していない。しかし、点検間隔ごとに一律の点検方法が採用されるわけではない。例えば、通常の点検間隔の点検業務が点検員による目視点検である一方、点検間隔が極めて短い場合、モニタリング機器を設置し、常時構造物を監視する点検システムを構築する必要もあることが考えられる。このように、点検間隔によっては、その費用が異なる可能性が考えられる。したがって、費用を勘案した最適点検間隔を推定する方法論の構築が必要である。

参考文献

- 1) 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, p.16-34, 2007.
- 2) 貝戸清之, 金治英貞, 小林寛, 間嶋信博, 大石秀雄, 松岡弘大: 目視点検データを用いたフォルト・ツリー分析に基づく長大橋の最適点検政策の決定手法, 土木学会論文集 F4, Vol.67, No.2, p.74-91, 2011.
- 3) 貝戸清之, 金治英貞, 杉岡弘一, 大石秀雄, 松岡弘大: 鋼材腐食ハイブリッド劣化予測とフォルト・ツリー分析を用いた長大橋の最適点検間隔, 土木学会論文集 F4, Vol.69, No.2, p.84-101, 2013.
- 4) 平川恵士, 水谷大二郎, 小濱健吾, 貝戸清之: 非定常な点検間隔を考慮した高速道路トンネル照明設備の最適点検・更新施策, 土木学会論文集 F4, Vol.71, No.3, p.162-181, 2015.
- 5) 田中尚, 藤森裕二, 貝戸清之, 小林潔司, 安野貴人: 加速劣化ハザードモデル: コンクリート中性化予測への適用, 土木学会論文集 D, Vol.66, No.3, pp.329-341, 2010.
- 6) Shin, H. C. and Madanat, S.: Development of a stochastic model of pavement distress initiation, 2003
- 7) Nakat, Z. E. and Madanat, S.: Stochastic duration modeling of pavement overlay crack initiation, Journal of Infrastructure Systems, 2008
- 8) Reger, J., Christofa, E and Madanat, S.: Estimation of pavement crack initiation models by combining experimental and field data, Journal of Infrastructure Systems, 2013
- 9) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 10) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, in Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P. and Smith, A. F. M. (eds.): *Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
- 11) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research, Part B*, Vol.27B, pp.425-438, 1993.
- 12) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.
- 13) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

- 14) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 15) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 16) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
- 17) Nam, L. T., 貝戸清之, 小林潔司, 起塚亮輔: ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.2, pp.62-79, 2012.7
- 18) 小林潔司, 貝戸清之, 江口利幸, 大井明, 起塚亮輔: 舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.
- 19) 水谷大二郎, 貝戸清之, 小林潔司, 秀島栄三, 山田洋太, 平川恵士: 判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデル, 土木学会論文集 D3, Vol.71, No.2, pp.70-89, 2015.
- 20) 小林潔司, 貝戸清之, 大井明, Thao, N. D., 北浦直樹: データ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルの推計, 土木学会論文集 E1, Vol.71, No.2, pp.63-80, 2015.
- 21) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 22) 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集 F, Vol.62, No.3, pp.473-491, 2006.
- 23) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大: 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集 D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
- 24) 水谷大二郎, 貝戸清之, 小林潔司: 階層ベイズ法による補修効果の事後評価, 土木学会論文集 F4, Vol.69, No.3, pp.204-221, 2013.
- 25) Dempster, A.P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.39, pp.1-38, 1977.
- 26) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.

(平成 29 年 4 月 28 日 受付)