

# 未観測ネットワークにおける OD 交通量パターンのサンプリング手法

浦田 淳司<sup>1</sup>・井料 隆雅<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻 (〒 657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1)  
E-mail: urata@person.kobe-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 工博 神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻 (〒 657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1)  
E-mail: iryo@kobe-u.ac.jp

災害復旧期の交通の遅れを最小化するためには、その特有の OD 交通量パターンを予測し、備えることが必要である。しかし、従来の交通量の観測を想定した OD 推計モデルは、復旧期等の未観測ネットワークに適用することはできない。本研究では、まず、未観測ネットワークにおいて OD 交通量パターンのエントロピーと周辺交通量・総コスト制約を用いて、確率分布モデルを構築した。次に、その確率分布から OD 交通量パターンをサンプリングを行うため、MCMC を援用した大規模ネットワークにも適用可能となるアルゴリズムを開発・実装した。最後に、数値計算を行い、提案アルゴリズムによって、収束性のあるサンプル集合が得られることを確認した。

*Key Words* : OD 交通量パターン, エントロピー, MCMC, 災害復旧

## 1. はじめに

地震や津波といった広範囲災害において、道路や鉄道をはじめとする交通インフラは大きなダメージを受けやすく、復旧期の交通にもたらす混乱や遅れは著しい。災害発生直後における円滑な救急活動や救援物流、また迅速な経済活動の再開のためには、こうした遅れに対しても頑健な交通ネットワークの構築が求められる。しかし、復旧期までを見据えた交通ネットワークの整備のためには、ネットワークの被害想定とともに災害時特有の需要の想定が必要である。

そのためには、第一に、ネットワークを利用する OD 交通量パターンを知る必要がある。復旧期における OD 交通量パターンは、救援物流や通勤交通の減少、生活必需品の確保といった交通行動のために平時とは大きく異なり、その変化は地域における旅行時間のへ影響は甚大である。復旧期の OD 交通量パターンの通常時との差異は、1995 年の阪神・淡路大震災<sup>1)2)</sup> や 2016 年熊本地震<sup>3)</sup> においても指摘されている。交通量の多い都市圏において、災害により通常とは異なるパターンが生起すれば、平時のみを想定した交通ネットワークでは対処できずに、交通混雑が生じてしまう可能性が極めて高い。この遅れは、救援救急期における物資遅配、またそれ以降の機関においても経済活動の回復の遅滞に繋がり、重大であるといえる。こうした背景の下で、本研究では、災害からの早期回復のために頑健性の高い交通ネットワークデザインのために、異常時

にも適用可能な OD 交通量パターンを得るためのモデル構築とアルゴリズムの開発・実装を行う。

OD 推計に関する既存研究としては、まず、交通需要観測を用いた残差平方和最小化モデル (GLS モデル) を用いた研究がある<sup>4)5)6)</sup>。このモデルを用いた OD 推定は、交通需要の観測データが必要であり、断面交通量<sup>7)8)9)</sup>をはじめ、駐車場でのサンプル OD 調査<sup>10)</sup> や AVI データ<sup>11)12)</sup>、プローブカーデータ<sup>13)</sup> といった様々なデータが用いられている。ただし、復旧期の交通需要に関する交通行動データを事前に収集することは不可能であり、OD 交通量パターンも大きく変化することが想定され、GLS モデルを用いた OD 交通量パターンの推計は難しい。これは、交通需要に関する観測データを前提としたモデルフレームを持つベイズの定理を用いた OD 推定に関する研究 (BI モデル)<sup>14)15)16)</sup> についても同様のことが言える。

より少ない観測データから OD 交通量パターンを推計する方法としては、エントロピー最大化原理に基づく研究<sup>17)18)</sup> がある。これらでは発生集中交通量と総コスト制約のみをインプットデータとして用いて OD 交通量パターンを推定する。観測データを用いた精度向上はもちろん可能であるものの<sup>19)20)</sup>、断面交通量などによるデータによる補完は必須ではなく、GLS モデル、BI モデルなど他のモデルよりも外生パラメータ (インプットする観測データ) の数は少ない。復旧期における発生集中交通量については、空間上の人口や避難所、被害規模、救援物資の集配拠点などとの相関が想定でき、

断面交通や経路といった移動結果を元にした情報を用いるよりは、計算可能性が高いと言えよう。

それでもなお、前述した不確実な状況を考えれば、エントロピーモデルや他のモデルで行っているように、一つの尤もらしい OD 交通量パターンを解として交通ネットワークの評価に用いることは適切とはいえない。実現する OD 交通量パターンとモデルが推計する（最尤とされる）OD 交通量パターンの間には一定の差が発生しうる。適切な評価のためにはこの差を考慮することが欠かせない。本研究では、既存のエントロピーモデルを拡張し、OD 交通量パターンを記述する確率モデルを構築する。その確率分布から多数の OD 交通量パターンを抽出するアルゴリズムを開発・実装することで、OD 交通量パターンの集合を獲得し、ネットワークの評価に適用することを試みる。こうした OD 交通量パターンの確率分布に関する研究には、観測データを用いて OD の確率分布を構築した Cools et al.(2010)<sup>21)</sup> や GLS モデルにおいてパラメータのベイズ推定を行った Perrakis et al.(2012)<sup>22)</sup> があるものの、数少ない。また、エントロピーモデルに基づき、OD 交通量パターンのサンプリングを行った研究は、筆者の知る限り、ない。

ここで得られる OD 交通量パターン集合はそのパターンに幅を持たせることができ、未観測状態の交通ネットワークの評価にも利用可能である。本論文の以降の構成は下記のとおりである。2 章では、OD 交通量パターン発生のための確率分布モデルを構築し、確率分布モデルからのサンプリングのアルゴリズムを開発・実装する。3 章では、構築したモデル・アルゴリズムを用いて、Philadelphia のネットワークにおける数値計算を行う。4 章では、まとめと考察を行い、今後の課題を整理する。

## 2. OD 交通量パターン集合の形成モデル

### (1) モデルの全体フレーム

本節では、本研究で提案するモデルのフレームワークを説明する(図-1)。発生集中交通量や交通ネットワークをインプットとし、エントロピー型の確率分布モデルとその確率分布からマルコフ連鎖モンテカルロ (Markov chain Monte Carlo methods, MCMC) の援用により、OD 交通量パターンのサンプリングを行う。これにより、OD 交通量パターンの集合を得る。この集合は、その交通需要・交通ネットワークの状態下において形成される確率の高い OD 交通量パターンの集合である。

従前の OD 推定のマクロモデルでは、最適化計算を用いることで一つの OD 交通量パターンを解として得る。これは、規範的な解として有用であるが、現実世界において、この一つの状態のみが形成されるわけでは、

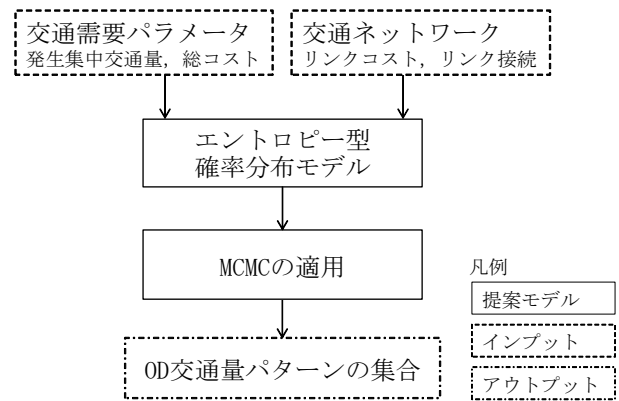


図-1 提案モデルのフレームワーク

当然ない。特に、復旧期などの異常時においては、行動パターンは平時とは異なり、同時に復旧期の中での変化も大きい。そのため、規範的な唯一の OD 交通量パターンをインプットとした手段分担やネットワーク配分の評価では偏りが生じることが懸念される。そこで、本研究では、従来のマクロモデルをベースにした確率分布モデルを用い、形成可能性の高い OD 交通量パターンの集合を得る。これにより、分布を持った OD 交通量パターンを獲得することができる。また、この集合を用いることで、異常時の交通ネットワーク評価の蓋然性を高めることができよう。

### (2) OD 交通量パターンの生起確率モデル

#### a) Wilson<sup>17)</sup> のエントロピーモデルの概要

Wilson(1967)<sup>17)</sup> では発生集中量と総コスト制約の下でエントロピーを最大化する OD 交通量パターンを解とするモデルを構築している。制約条件は、次の 3 つである。

$$\bar{O}_i = \sum_{\forall j} a_{ij} \quad (1)$$

$$\bar{D}_j = \sum_{\forall i} a_{ij} \quad (2)$$

$$\bar{C} = \sum_{\forall i} \sum_{\forall j} c_{ij} a_{ij} \quad (3)$$

各変数について以下で定義する。なお、上線は外生変数であることを意味する。発生地  $i$ 、集中地  $j$  に関わるノードは  $g$  個とし、OD 交通量パターンは  $a = \{a_{ij}\}$  と示される。 $a_{ij}$  は非負とする。ノード  $ij$  間の一般化費用は  $c_{ij}$  である。 $O_i$  はノード  $i$  における発生交通量、 $D_j$  はノード  $j$  における集中交通量とする。一般化費用の合計値は  $C$ 、総トリップ数は  $N$  と示す。総トリップ数  $\bar{N}$  は、 $\bar{N} = \sum_i \bar{O}_i = \sum_j \bar{D}_j$  である。

OD 交通量パターン  $a$  が出現する組合せ数  $w(a)$  は次

となる．

$$w(\mathbf{a}) = \frac{\bar{N}!}{\prod_{\forall ij} (a_{ij}!)} \quad (4)$$

このとき，OD 交通量パターン  $\mathbf{a}$  の出現確率  $P(\mathbf{a})$  は次となる．

$$P(\mathbf{a}) = \frac{\bar{N}!}{\prod_{\forall ij} (a_{ij}!)} \frac{1}{W} \quad (5)$$

$$W = \sum_{\forall \mathbf{a}} \frac{\bar{N}!}{\prod_{\forall ij} (a_{ij}!)} \quad (6)$$

Wilson(1967) では，エントロピーモデルの考え方を導入し，制約条件式 (1)，(2)，(3) の下で式 (5) の最大化により得られる OD 交通量パターン  $\mathbf{a}$  を解としている．この最適化問題の計算にあたっては，常に一定である  $W$  は目的関数から外すことができる．また，目的関数  $w(\mathbf{a})$  は，その対数である  $\log w(\mathbf{a})$  で置き換え，さらにスターリングの公式を適用することにより計算が容易になる．この  $\log w(\mathbf{a})$  をエントロピーと呼ぶ．これにより，OD 交通量  $a_{ij}$  には， $\exp(-c_{ij})$  と比例した解を得る．これは，総旅行コストを制約条件とした定式化を導入したためであり，交通行動の観点からも直感的に妥当な解であるといえる．

他のエントロピー最大化による OD 交通量パターン推定モデル<sup>18)</sup> では，制約条件として観測した断面交通量を用い，式 (1)，(2)，(3) を置き換える場合が多い．これは，平時においては，観測しやすい断面交通量を用いる方がリーズナブルであるためであろう．しかし，本研究では，復旧期の OD 交通量パターンの予測をはじめとする未観測ネットワークを想定したモデルであり，断面交通量の利用は不可能である．もちろん，周辺交通量や総コストといったパラメータについても，外生的に与える必要があり，この外生値の付与方法は課題である．ただし，災害規模や復旧期に重要となる発終点の想定<sup>3)</sup> を立てることで付与できる可能性は十分にありう．

#### b) 生起確率の定式化

本研究で提案するエントロピーモデルを援用した OD 交通量パターンの生起確率を定式化する．まず，総 OD 交通量が不変の場合は，

$$P(\mathbf{a}) = \frac{\exp E(\mathbf{a})}{Z} \quad (7)$$

$$Z = \sum_{\forall \mathbf{a}} \exp E(\mathbf{a}) \quad (8)$$

$$E(\mathbf{a}) = Ent(\mathbf{a}) - Pena(\mathbf{a}) \quad (9)$$

$$Ent(\mathbf{a}) = \log \frac{(N/m)!}{\prod_{\forall ij} ((a_{ij}/m)!)} \quad (10)$$

$$Pena(\mathbf{a}) = f_O(O_i(\mathbf{a}), \bar{O}_i) \quad (11)$$

$$+ f_D(D_j(\mathbf{a}), \bar{D}_j) + f_C(C(\mathbf{a}), \bar{C})$$

$$O_i(\mathbf{a}) = \sum_{\forall j} a_{ij} \quad (12)$$

$$D_j(\mathbf{a}) = \sum_{\forall i} a_{ij} \quad (13)$$

$$C(\mathbf{a}) = \sum_{\forall i} \sum_{\forall j} c_{ij} a_{ij} \quad (14)$$

$$N = \sum_i \sum_j a_{ij} \quad (15)$$

と定式化する．発生交通量・集中交通量・総コストに関する制約式 (1)(2)(3) については，ペナルティ項 (式 (11)) として制約からの逸脱の程度を与えることにより記述する．これをエントロピー項 (式 (10)) から減じたエネルギー項  $E(\mathbf{a})$  を定義し，これを用いて生起確率 (7) を定義する．ペナルティ項は関数  $f_O, f_D, f_C$  で構成される．これらは，それぞれの量が制約値と等しい場合には 0 となる関数である．OD 交通量パターン  $\mathbf{a}$  の生起確率  $P(\mathbf{a})$  は，式 (7) に示すように，エネルギー項を指数とする指数関数に比例する値として与える．ペナルティ項が 0 となる場合は，この確率はエントロピーと一致する．ペナルティ項が十分大きい場合には，この確率は 0 に近くなる．式 (8) では，確率の正規化のために，分母  $Z$  を分子の総和として定義している．

エントロピーの定式化 (式 (10)) においては，総交通量  $N$  および OD ペア  $ij$  の交通量  $a_{ij}$  をそのまま用いて場合の数を計算せずに，それらを  $m$  で割った値を用いて場合の数を計算している．エントロピーモデル ( $m = 1$  の場合に相当) では，車両 1 台 1 台が独立に OD ペアをランダムに選ぶことを仮定して場合の数を計算している．この考え方は，車両 1 台 1 台が独立に意思決定を行うことと対応している．しかし実際には，各車両の意思決定は何らかの共通の外的要因に依存すると考えるのが自然である．これにより発生する車両間の意思決定の相関を記述するもっとも簡便な方法は，単に「ある一定の台数 ( $m$  台) の車両は同一の意思決定を行う」である．この考え方は井料ら<sup>23)</sup> によって用いられており，断面交通量の分散がポアソン分布で予測される値よりも過大になることがこの考え方によって説明できることが示されている．

次に，総交通量  $N$  が可変の場合の定式化を説明する．以降では，OD 交通量パターン  $\{\mathbf{a}\}$  の総交通量を  $N = A_{\mathbf{a}} (= \sum_{\forall i, \forall j} a_{ij})$  とする．また，総交通量の上限を  $M$  とする．このとき，総交通量  $A$  を持つ OD 交通量パターンが生じる場合の数は  ${}_M C_{A_{\mathbf{a}}}$  である．エントロピー項の分子は，生じうる状態数を示していること



を考えれば，式 (10) を

$$Ent(\mathbf{a}) = \log \left( M C_{A_a} \frac{A_a!}{\prod_{i,j} (a_{ij}!)} \right) \quad (16)$$

で置き換えれば，総交通量が可変の場合の生起確率を得ることができる。

以上で示した定式化では，外生パラメータとして与えた発生集中交通量と総費用が外生的に与えた値から多少ずれることが許容されている．厳密な制約条件を用いずにこのような定式化を行うのは，厳格な制約条件を付された問題に対して MCMC を適用することが一般に難しいとされるためである<sup>24)</sup>．また，発生集中交通量に厳密な制約条件を与えないということは，総交通量の変動も許容していることを意味する．よって，以降では，総交通量  $N$  が可変の場合の定式化を用いる．

### (3) OD 交通量パターンのサンプリング方法

確率分布  $P(\mathbf{a})$  より OD 交通量パターンをサンプリングする方法を説明する． $P(\mathbf{a})$  がその分母に含む  $Z$  は，すべての実行可能な OD 交通量パターンを列挙しない限り計算ができない．そのような場合の数は事実上無限に存在するため， $Z$  を明示的に計算することは事実上不可能である．このような場合において，MCMC は，確率分布に従ったサンプルを現実的な計算時間で抽出するために有効な手段として知られる．

MCMC を実現するアルゴリズムには複数のものが知られる．本研究では Metropolis-Hasting (MH) アルゴリズムを採用した．次小節以降でアルゴリズムの詳細を説明する．

#### a) MH アルゴリズムの概要

MH アルゴリズムでは以下のような手順で確率分布  $P(\mathbf{a})$  (目標分布) からのサンプリングを繰り返し行う．まず，初期 OD 交通量パターン  $a^k$  を設定する．次に，提案分布  $Q(a^{can}|a^k)$  とよばれる OD 交通量パターンの確率分布を， $a^k$  の条件付き確率として定義する．提案分布は OD 交通量パターンの「候補」を提案するものである．目標分布と異なる分布であることは許容されるが，その分布からのサンプリングについては十分に短い計算時間でいえることが求められる．次に，提案分布からサンプリング候補となる OD 交通量パターン  $a^{can}$  を生成する．この発生させた次の OD 交通量パターンの候補の採択/棄却を，採択確率  $\alpha(a^k, a^{can})$  に従って決める．具体的な手順は次のとおり：

Step 1 初期値  $a^0$  を決める．

Step 2  $k=0, 1, \dots, K$  に対して次を繰り返す．

Step 2-1 候補  $a^{can}$  を  $Q(a^{can}|a^k)$  から発生させる．

Step 2-2  $u$  を一様分布  $U(0, 1)$  から発生させ，

$$\begin{aligned} a^{k+1} &= a^{can} & u \leq \alpha(a^k, a^{can}) \text{ の場合} \\ &= a^k & \text{上記以外} \end{aligned}$$

ここで， $\alpha(a^k, a^{can}) = \min\left(1, \frac{P(a^{can})Q(a^k|a^{can})}{P(a^k)Q(a^{can}|a^k)}\right)$  である． $\alpha$  は目標分布と提案分布の比にのみ依存する．これにより，分子分母の  $P$  より  $Z$  が消去されることにより， $Z$  の計算を回避できる．

提案分布  $Q$  は，詳細釣り合い条件  $P(\mathbf{a})Q(a^{can}|\mathbf{a}) = P(a^{can})Q(\mathbf{a}|a^{can})$  を満たすことが必要である．ただし，この詳細釣り合い条件を満たす提案分布  $Q$  は数多く存在しており，決定にあたっての自由度は高い．代表的な方法としては酔歩連鎖がある．酔歩連鎖では提案分布を  $Q(a^{can}|\mathbf{a}) = f(a^{can} - \mathbf{a})$  とする．確率密度関数  $f$  には正規分布・一様分布・多変量  $t$  分布などが用いられる．通常の  $\mathbf{a}$  に関する制約条件がない MCMC では，この提案分布は常に対称かつ一定として扱えるため，酔歩連鎖では  $Q(a^{can}|\mathbf{a}) = Q(\mathbf{a}|a^{can})$  が成立し，採択確率は目標分布にのみ依存する形となる．しかし，本研究では OD 交通量は非負という制約があるため，提案分布として単純に酔歩連鎖を用いることはできない．また，MH アルゴリズムにおいて，用いる提案分布  $Q$  が目標分布  $P$  をよりよく近似していないと状態候補の棄却率が高くなってしまふことが知られている<sup>25)</sup>．この問題を解決するため方法を次小節以降で説明する．

#### b) 大正準モンテカルロシミュレーションの援用

OD 交通量の非負制約を考慮した手法を大正準モンテカルロシミュレーションを援用することにより構築する．この方法は，OD 交通量を単位台数ずつ変化させることで，OD 交通量が負となることを回避して OD 交通量パターン候補を発生させるものである．MCMC は，現在では数多くの分野で導入されているが，元々は統計物理の分野において粒子の状態量の分布を求めするために提案されたものである．この分野では，系全体の粒子数の増減やエネルギー保存の考慮の有無等の違いを反映するため，複数の MCMC のアルゴリズムが提案されている<sup>26)</sup>．本研究では，その中より，粒子数の増減を考慮できる大正準モンテカルロシミュレーションに着目し，これを援用したアルゴリズムを提案する．このアルゴリズムでは非負制約を考慮できるだけでなく，総 OD 交通量が可変の場合への対応も可能とする．

提案するアルゴリズムにおいては，次の 3 つの方法のいずれか 1 個によって OD 交通量パターンの候補を生成する．なお，ここでは， $X$  は単位量を示す．

- OD ペアの変更: ある  $X$  台の車両 (OD ペア  $ij$ ) を選び，他の OD ペア  $hl$  に移す ( $a_{ij}^{can} = a_{ij}^k - X$  and  $a_{hl}^{can} = a_{hl}^k + X$ )
- OD ペアの追加:  $X$  つの OD ペア  $ij$  を選び，その OD ペアに車両を  $X$  台追加する ( $a_{ij}^{can} = a_{ij}^k + X$ )
- OD ペアの削除: ある  $X$  台の車両 (OD ペア  $ij$ ) を選び，その  $X$  台を削除する ( $a_{ij}^{can} = a_{ij}^k - X$ )

生成された OD 交通量パターンに対して採択確率を計算し、採択するか否かを決定し、それに従い、OD 交通量パターンを更新（もしくは維持）する。また、方法 (a), (c) で  $a_{ij}^k < X$  となる場合は、OD ペア  $ij$  を選びなおすことにより、OD 交通量が負になることを防ぐ。これを  $a \ b \ c \ a \ \dots$  の順に繰り返す。この際、OD 交通量パターンの変化が緩慢となることを回避するためには、ひとつの移動方法を複数回行った後に採択有無の判定を行ってもよい。この方法では選ばれた OD ペア以外は変化しないため、ギブスサンプラーと MH アルゴリズムを組み合わせた方法と捉えることもできる<sup>25)</sup>。

### c) 提案分布の設定

前小節で示した連鎖の構築方法に対応した提案分布を設定する。ここでは、提案分布  $Q$  を目標分布  $P$  に近づけるため、エントロピーモデルで計算された OD 交通量パターンの交通量を用いた設定を行う。

式 (7) で表される OD 交通量パターン  $a$  の生起確率  $P(a)$  について考える。まず、制約条件がほとんど満たされている状況では、ペナルティ項  $Pena(a)$  は 0 に近づく。その際、 $Ea$  はエントロピー項  $Ent(a)$  で近似でき、生起確率  $P(a)$  はエントロピーによる比率となる。次に、MH アルゴリズムの手順の Step 2-2 を考えると、基本的には、大きい  $P(a)$  を持つ OD 交通量パターン  $a$  が採用されやすいといえる。つまり、制約条件に近い範囲では、エントロピーが大きい OD 交通量パターン  $a$  が採用されやすくなると言える。また、交通量制約という性質上、大きく制約条件を逸脱することは想定しづらい。

以上のことを考慮し、前述した OD 交通量パターン候補の発生方法 (a)(b) において、車両を追加する OD ペアを選ぶ際に、エントロピーモデルにより計算された OD 交通量パターン  $a^{max}$  (これは、 $\log w(a)$  を、式 (1), (2), (3) を制約条件として最大化する最適化問題の解である) の交通量分布を用いる。具体には、車両を追加する OD ペア  $ij$  の選択確率を、 $a_{ij}^{max}/A_{a^{max}}$  と設定する。これにより、目標分布  $P$  に近い提案分布  $Q$  が設定されることが期待できる。一方で、OD 交通量パターン候補の発生方法 (a)(c) の削除する (移される) 側の OD ペア  $ij$  の選択確率については、その時点の OD 交通量パターン  $a^k$  の交通量に比例した値である  $a_{ij}^k/A_{a^k}$  を用いる。これは、各車両は等確率で OD ペア  $ij$  から移動することを想定している。なお、 $a_{ij}^k < X$  の場合は、この確率は 0 とする。以上の設定により、方法 (a)(b)(c) の提案分布  $Q(a^{can}|a^k)$  は、

$$(a) \quad Q(a^{can}|a^k) = \frac{a_{ij}^k}{A_{a^k}} \cdot \frac{a_{hl}^{max}}{A_{a^{max}}}$$

$$(b) \quad Q(a^{can}|a^k) = \frac{a_{ij}^{max}}{A_{a^{max}}}$$

$$(c) \quad Q(a^{can}|a^k) = \frac{a_{ij}^k}{A_{a^k}}$$

となる。

### d) 初期分布の設定

MCMC の初期値  $a^0$  は、理論上はどのようなものでもよいとされるものの、より短い時間でより正確な結果を得るためには適切な設定をすることが望まれる。本研究では、 $X$  台ごとに、確率  $a_{ij}^{max}/A_{a^{max}}$  で OD ペア  $ij$  をランダムに選択し、その OD ペアの OD 交通量を  $X$  台追加することを総交通量分だけ繰り返すことにより初期 OD 交通量パターンを得ている。この方法による得られる OD 交通量パターンの期待値は  $a^{max}$  になるが、実際に得られる OD 交通量パターンは、 $X$  台ごとにランダムサンプリングすることにより発生する一定のずれを伴っていることに注意したい。

### e) サンプリングのアルゴリズム

これまで示した方法論をまとめて OD 交通量パターン集合を得るための全体のアルゴリズムを構築する。図-2 にアルゴリズム全体のフローを図示する。

まず、制約条件に関する外生パラメータ  $\bar{O}_i, \bar{D}_j, \bar{C}$  を用いて、エントロピー最大の OD 交通量パターン  $a^{max}$  と初期 OD 交通量パターン  $a^0$  を求める。初期 OD 交通量パターン  $a^0$  は各鎖ごとに与える。次に、 $k+1$  回目の更新にあたっては、OD 交通量パターン  $a^{max}$  を用いて、前述した方法により、OD 交通量パターン候補  $a^{can}$  を  $a^k$  より生成する。この OD 交通量パターン候補  $a^{can}$  の総旅行時間コスト  $C$ 、発生交通量  $O_i$ 、集中交通量  $D_j$  を算出する。総旅行時間コスト  $C$  の算出にあたっては、Frank-Wolfe 法 (FW 法) により、リンクコストの更新を一定頻度で実施する。リンクコストの更新を行わない場合は、直前に FW 法で算出したリンクコストを用いた OD 間旅行時間コストを用いて、総旅行時間コスト  $C$  を求める。本来、OD 交通量パターンの変化に伴い、リンク旅行時間は変化するため、総コスト  $C$  の算出のためには毎回 FW 法によるリンクコストの更新が必要である。しかし、毎回これを行うと、全体の計算量が非常に増えてしまう。そこで、リンクコストの更新は毎回ではなく一定の間隔で行うこととし、計算量を節約することとしている。ただし、このことは総旅行時間コストの制約の精度に影響を与える。計算結果を確認して、期待する精度が保たれているかを確認する必要があることには注意したい。

次に、生起確率  $P$  と提案分布  $Q$  を算出し、OD 交通量パターン  $a^{can}$  の採択・棄却を判定する。採択された場合は  $a^{k+1} = a^{can}$ 、棄却された場合は  $a^{k+1} = a^k$  とし、 $k+2$  回目の更新に移る。これを  $K$  回繰り返し、連

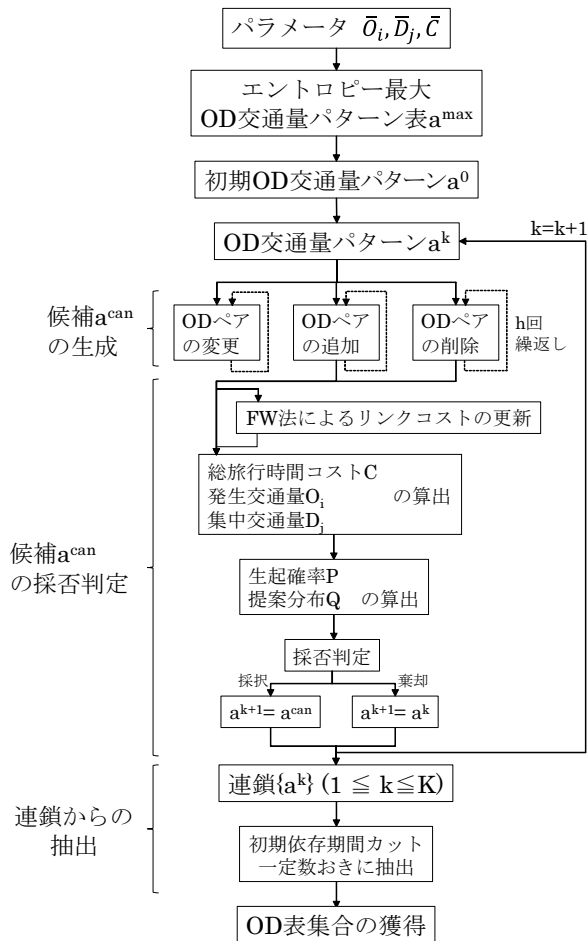


図-2 OD 交通量パターン集合生成のアルゴリズム

鎖  $\{a^k\}$  を得る。この連鎖  $\{a^k\}$  から、初期依存期間分をカットした上で、一定数おきに OD 交通量パターンを抽出し、最終の OD 交通量パターン集合を獲得する。ここでは、OD 交通量パターン候補の生成方法の性質上、前の OD 交通量パターンとの強い相関を持ってしまふという問題を回避するため、一定数おきに抽出を行う方法を用いている<sup>27)</sup>。

### 3. 数値計算

#### (1) 数値計算の設定

##### a) ネットワークの設定

数値計算では、一般に研究者が手に入れやすい OD 交通量パターン・交通ネットワークデータのうち、交通ネットワークの規模が大きく、OD 交通量パターンが実際に近いデータであると考えられる Philadelphia の交通データを用いる<sup>28)29)</sup>。まず、Philadelphia の交通ネットワークを図-3 に示す。リンク数は 40,003 本、ノードは 13,389 個、総 OD 交通量は 18,503,872 トリップである。緑色の丸点は元の OD 交通量パターンの起

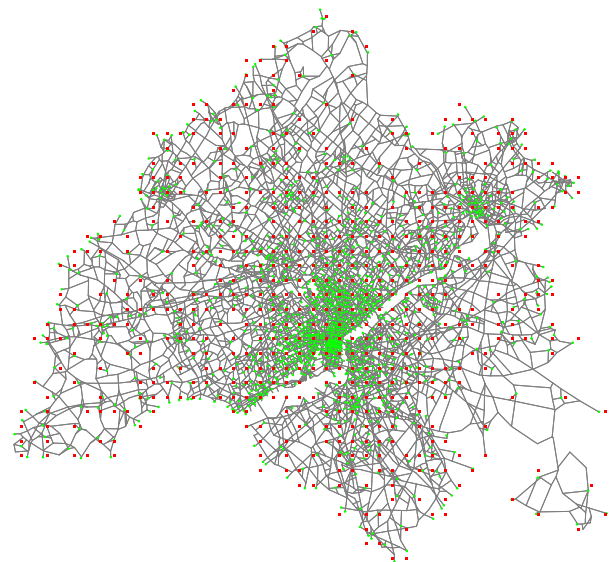


図-3 Philadelphia の交通ネットワーク

終点となる 1,489 個のセントロイドであるが、本研究では計算の都合上 588 個に集約する。集約にあたっては、正方形のグリッドにより空間を分割し、そのグリッドに含まれる元のセントロイドがもつ OD 交通量の合計を、本研究で用いる OD 交通量として設定する。図の赤色の四角点は、グリッドで分割した際の中心点で、かつ元のセントロイドを含む点である。これらの点から元のセントロイドにダミーリンクを張り、OD ペアの起終点として用いる。この集約により、1 以上のトリップをもつ OD ペアの数、232,147 ペア (当初 OD 交通量パターンでは 1,151,166 ペア) となる。また、このとき一つのグリッドが含む当初のセントロイド数の最大は 38 個である。内々トリップの交通量は 5,165,246 トリップとなった (当初 OD 交通量パターンでは 4,167,810 トリップ)、内々交通量の旅行時間を与えられたネットワークデータから直接計算することは当然不可能である。これについては便宜的に一律 1 分と設定した。

##### b) 目標分布・提案分布の設定

MCMC の目標分布と提案分布の算出に関する各種の設定を説明する。まず、式 (11) で示すペナルティ項の  $f_O, f_D$  については、

$$f_{O,D}(a) = \frac{\sum_i (O_i(a) - \bar{O}_i)^2}{A_a} + \frac{\sum_j (D_j(a) - \bar{D}_j)^2}{A_a}$$

$$f_O + f_D = \infty \quad (f_{O,D}(a) > \delta \text{ のとき}) \quad (17)$$

$$= 0 \quad (f_{O,D}(a) \leq \delta \text{ のとき})$$

のような井戸型のペナルティ関数を設定して、外生的に与えられた発生・集中交通量のごく周辺の分布のみを採択するようにしている。なお、今回の数値計算では  $\delta = 0.005$  と設定した。 $\bar{O}_i$  と  $\bar{D}_j$  は実 OD 交通量パ



ターンによる値をそのまま用いる。

次に、式(11)で示すペナルティ項の総コスト制約( $f_C$ )は、式(18)とする。

$$f_C = \alpha \left( \frac{C(a)}{\bar{C}'} - 1 \right)^2 \quad (18)$$

ここで、 $\bar{C}'$  は、MCMC の中で直前に FW 法で計算した OD 交通量パターン の総コストである。関数  $f_C$  についても、発生・集中交通量に関する制約と同様に、制約量のごく周辺での分布を得ることを目標となるが、その制約量としては唯一の外生的な値を本来は使うべきである。しかし、MCMC 内で FW 法によってリンク旅行時間を更新すると、そのたびに非連続に総コストが変化してしまう。また、もし唯一の外生的な値を用いると、リンク旅行時間の更新直後に総コスト制約によるペナルティが非常に大きくなってしまふ可能性がある。このようなことが起こると、それ以降のサンプリングで採択される OD 交通量パターンがなくなってしまふ。その回避のために、ここでは、総コストの制約の値として、直前の FW 法適用時の総コスト  $\bar{C}'$  を用いている。初期の総コスト  $\bar{C}'$  は、初期 OD 交通量パターン  $a^0$  に対し FW 法を計算して求めることにより得られる。なお、今回の数値計算では、 $\alpha = 1.0 \times 10^{14}$  と設定し、FW 法によるリンクコストの更新頻度は 10,000 回おきとした。

OD 交通量パターン候補の発生のアルゴリズムの説明において示した単位台数  $X$  と、エントロピーモデルにおける単位台数  $m$  も適宜の値を設定しなくてはならない。 $X$  については、小さいほうがより精緻な OD 交通量パターンが得られることが期待できるが、その分、一定の幅のある OD 交通量パターンを得るために必要な MCMC の計算量が大きくなってしまふ。一方で、 $X$  を大きくし過ぎると、式(9)の  $E(a)$  の 1 回の候補生成あたりの変化が大きくなって棄却される割合が高まり、やはり幅のある OD 交通量パターン集合を獲得できなくなる。これらのことを考慮して、今回は  $X$  を 100 台として設定した。エントロピーモデルにおける単位台数  $m$  の設定に対して現時点で明確な根拠を与えることはできない。今回は便宜的に  $m$  を 10,000 台と設定した。

## (2) 計算結果

本節では、3.(1)で示した設定に従い、OD 交通量パターンのサンプリングを行った結果の分析を行う。

### a) サンプリングの収束性

生成した連鎖から初期依存期間として 2,000,000 番目より前までの OD 交通量パターンをカットし、その上で 10,000 おきに抽出した OD 交通量パターンを分析対象とする。ここでは、並列化計算により 10 本の連鎖を発生させ、分析対象となる計 7,347 個の OD 交通量パター

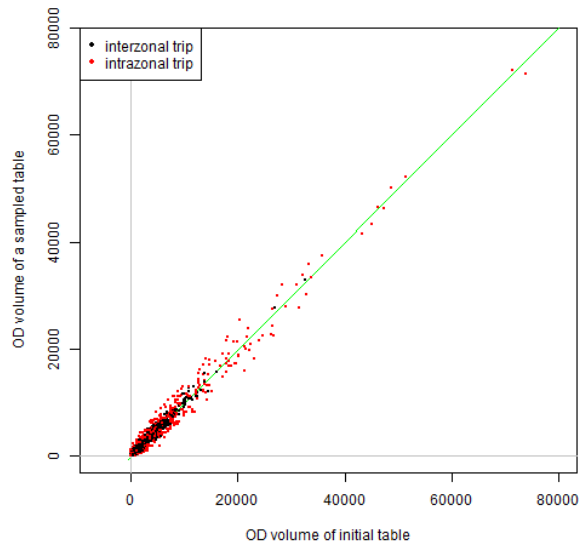


図-4 OD 交通量パターンサンプルの OD 交通量の分布例

ンを得た。なお、各連鎖において、採択率は約 1.7% であり、特に採択率の減衰などは見られなかった。

Heidelberger and Welch の方法<sup>30)</sup>により、獲得した連鎖の定常性について、検定する。この検定における帰無仮説は「数列(獲得した連鎖)はマルコフ連鎖の定常状態とみなせる」であり、 $p$  値が小さければ定常性が棄却される。検定に用いる値は、式(9)で示した  $E(a)$  である。 $E(a)$  は、確率を定める代表値であるため、この値を用いることとした。結果としては 10 本のうち 8 本の連鎖が  $p$  値が 0.05 以上となり、少なくとも定常性は棄却されないことが確認できた。ただし、このことは定常性を積極的に肯定するわけではないことに注意したい。

実際に MCMC によって生成された OD 交通量パターンのうち、3 本目の連鎖の 7,990,000 番目に生成された OD 交通量パターンの OD 交通量とリンク旅行時間の分布を図-4 と図-5 に示す。横軸は連鎖の初期 OD 交通量パターンによる OD 交通量ないしはリンク旅行時間の値を示し、縦軸はサンプルされた OD 交通量パターンの値を示す。緑線は 45 度線を示し、図-4 の赤点は内々 OD ペアの交通量を示す。二つの図ともに、初期 OD 交通量パターンと比べて、正負両方向に変化しており、連鎖の発生方向に特に偏りが生じていないことがわかる。

次に、採択されたサンプルの総旅行時間コストの変化を、図-6 に示す。なお、ここで示している結果は、初期依存期間カットと 10000 おきの抽出を行う前のある連鎖の結果である。図-6 からわかるように、総旅行時間コストの変化は極めて小さく、式(18)で示した総コスト制約の与え方による影響は十分に小さいと考える。

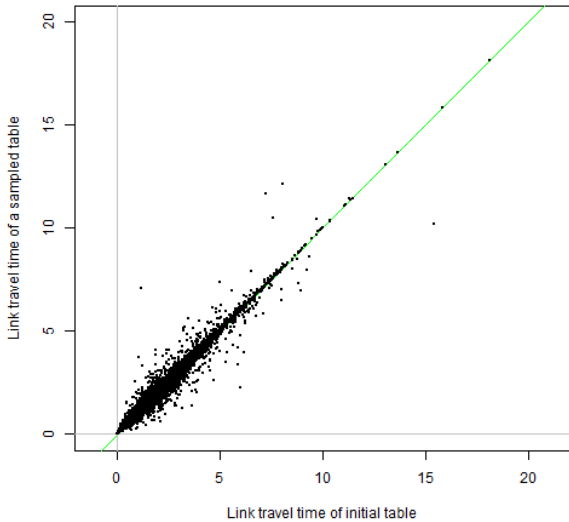


図-5 OD 交通量パターンサンプルのリンク旅行時間の分布例

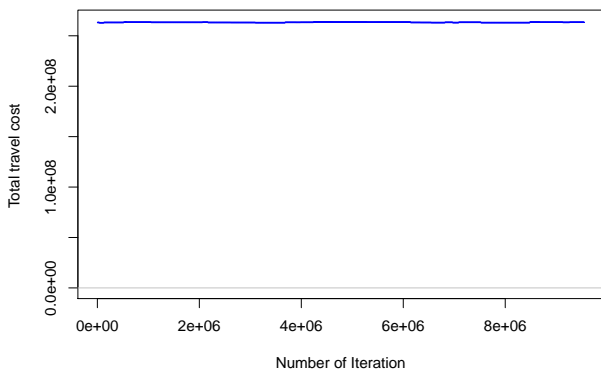


図-6 総旅行時間コストの変化

b) OD 交通量・リンク旅行時間の分布

本小節では、得られた OD 交通量パターン集合の OD 交通量・リンク旅行時間の分布の特性について、考察する。まず、集合内の OD 交通量パターンの各 OD ペアの交通量の 95%信頼区間と実 OD 交通量パターンによる OD 交通量を比較する。

実 OD 交通量が 95%信頼区間内に入っている OD ペアは、全 OD ペアの 62.7%である。また、内々OD については、25.0%と低下する。中位値との RMSE 誤差は 238.0(台)である。内々OD を除いた場合は 100.5(台)であり、内々OD のみの場合は 5232.4(台)である。信頼区間内に入っている OD ペア数はまだ 2/3 程度であり、十分高いとは言えない。大きな問題としては、内々OD の交通量は実 OD から大きく離れていることが、RMSE 誤差からわかる。周辺分布制約を設けているため、この内々OD の差異による他の OD ペアへの影響は大き

い。提案したモデルとサンプリング手法によって実 OD 交通量パターンを再現可能とするためには、内々OD の評価方法についての改善が必要と言えよう。

次に、集合内の OD 交通量パターンによって算出されたリンク旅行時間と実 OD 交通量パターンによるリンク旅行時間を比較する。実 OD 交通量パターンのリンク旅行時間が 95%信頼区間内に入っているリンクは、全リンク(ダミーリンク除く)の 71.4%である。中位値との RMSE 誤差は 0.264(分)である。実 OD の平均のリンク旅行時間は 1.386(分)であり、実 OD 交通量パターン集合の平均のリンク旅行時間は 1.393(分)であり、RMSE 誤差は平均の 2 割程度となっており、十分に小さいとは言えない。信頼区間内に入っているリンク数の割合は、OD ペアよりも高いものの、実 OD を再現するという観点からは、やはり十分に高いとは言えないだろう。この割合を向上させるためには、前述したように、OD 交通量パターン自体の再現性を高める必要があると考える。

最後に、各 OD ペアの交通量について、集合内の OD 交通量パターンにおける出現回数を図-7 と図-8 に示す。横軸は各 OD ペアを示し、実 OD 交通量パターンの交通量が小さい順に左から並べている。縦軸は交通量を示し、色により出現回数の違いを示す(最も濃い赤は 800 以上出現したことを示す)。出現回数は、OD 交通量を 100 台ごと区切り、集計している。緑色で示した曲線は、実 OD の交通量を示している。図-7 は縦軸の上限を 5000 として全 OD ペアについて示したもので、図-8 は縦軸は最大交通量までを含み、交通量 340000 番以降について拡大したものである。図-7 から、概ね、実 OD の増加にあわせて、サンプルした OD 交通量の分布も交通量が多くなる方向に移動していることがわかる。図-8 から、交通量が多くなるにつれて、濃い色で示した出現頻度の多い交通量を持つ OD ペアは少なくなる。つまり、サンプルされた OD ペアの交通量の分散が大きくなっているということである。また、図-8 の交通量が特に多い OD ペアでは、実 OD の交通量よりも小さな交通量となっていることがわかる。交通量が多いペアのほとんどは内々OD ペアであり、実 OD の再現には課題が残る。

4. おわりに

本研究では、復旧期の交通ネットワーク等の未観測ネットワークにおいて適用可能である OD 交通量パターン形成の確率分布モデルを構築した。その上で、その確率分布モデルを用いて、実際に OD 交通量パターンをサンプリングするアルゴリズムの開発・実装を行った。また、比較的大規模なネットワークである Philadelphia



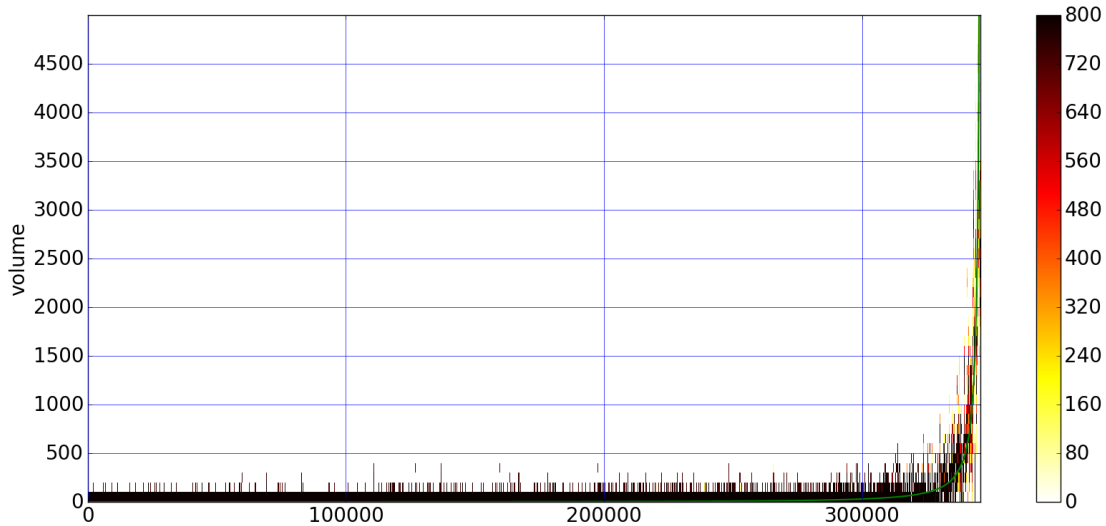


図-7 OD 交通量の二次元ヒストグラム (上限交通量：5000)

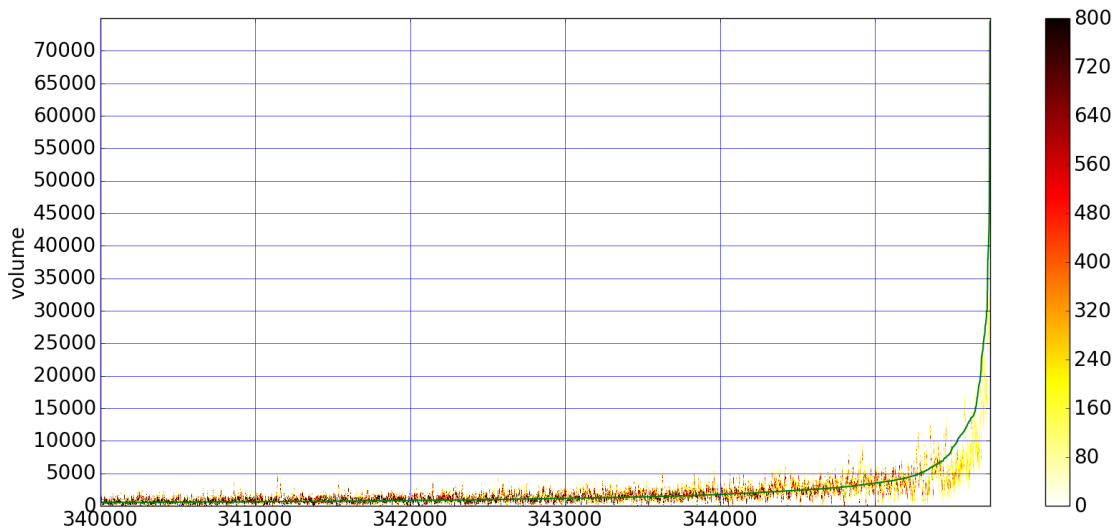


図-8 OD 交通量の二次元ヒストグラム (交通量 340000 番以降の拡大図)

の交通ネットワークを対象に，数値計算を行い，提案モデルから得られた集合の分布の実 OD 交通量パターンの再現可能性についての検証を行った．

OD 推計に関する研究は，交通観測の精度や種類の向上とともに進展してきたが，未だ起きていない状況，特に復旧期などの予測の難しい状況下での OD 交通量パターンが必要となる可能性は高い．そこで，本研究では，OD 交通量パターンのエントロピーと周辺交通量・総コスト制約を用いた確率分布モデルを構築した．確率分布モデルを用いて OD 交通量パターンをサンプリ

ングすることで，複数の幅を持った OD 交通量パターンの集合を得ることができる．未観測の状況を想定する中で，ただ一つのパターンではなく，複数のパターンを用いた交通ネットワーク評価のほうが安定的であると考えられ，確率分布モデル構築の意義は大きい．

同時に，構築した確率分布モデルによる OD 交通量パターンのサンプリングのためのアルゴリズムが必要となる．本研究では，MCMC による方法を基に，総 OD 交通量が可変の場合にも適用可能となる OD 交通量パターン候補の発生方法と提案分布を示した．また，リ

ンクコストの更新プロセスを含む大規模ネットワークでも計算可能となるアルゴリズムを開発した。大規模ネットワークにおいて OD 交通量パターンのサンプリングを行う際には、計算コストが非常に大きくなってしまふという問題を回避するため、確率や制約条件の算出の工夫をしたアルゴリズムの実装を行った。

数値計算により、提案アルゴリズムによるサンプリングから得られる連鎖には収束性があること、OD 交通量やリンク旅行時間には偏りが生じていないことを確認した。また、得られた集合の OD 交通量とリンク旅行時間の分布を、実 OD 交通量パターンによる値と比較した結果、95%信頼区間に入る OD ペア・リンクは 6 ~ 7 割程度であり、また再現性は十分ではないと言える。特に、内々トリップの交通量の再現性は低くなっており、今後の課題である。内々トリップの旅行時間の算出方法の工夫やゾーンの分割方法等に改善の余地があるだろう。

今後の課題としては、まず、計算性の向上が挙げられる。OD ペアの数は、ゾーン数の二乗となるため、大規模ネットワークになるほど計算が困難になる。しかし、都市圏における災害の復旧期を計算対象とする際には、この問題は避けられない。計算性向上のためには、ネットワークの階層化などにより、連鎖の発生方法を並列化計算に組み込みやすくするための工夫が必要となろう。次に、未観測ネットワークを前提としているものの、外生的に発生集中交通量や総旅行時間コストを与える必要があるモデルとなっている。こうした外生値に対するロバスト性の検証は課題である。最後に、本研究では確率分布モデルを用いたサンプリングを行っており、このサンプリングのフレームワークは BI モデルに近いものである。また、将来予測ではなく、復旧期における動的な制御等に OD 予測を用いる場合は、交通に関する観測データの取得可能性がある。そこで、BI モデルのフレームを参考に、観測データが取得された場合にも適用可能なモデルとすることができれば、適用場面も幅広くなり、有用であると考えられる。

謝辞：本研究は、「ポスト「京」で重点的に取り組むべき社会的・科学的課題に関するアプリケーション開発・研究開発（文部科学省）」の重点課題（3）「地震・津波による複合災害の統合的予測システムの構築」のサブ課題 B「統合的予測のための社会科学シミュレーションの開発」の一環として実施された。

#### 参考文献

- 1) 倉内文孝, 飯田恭敬: 阪神・淡路大震災発生後の時点経過を追った OD 交通量の変化に関する研究, IATSS Review, Vol. 23 (3), pp. 146-154, 1998.
- 2) 小谷通泰, 松本誠: 阪神・淡路大震災時におけるマイカー利

- 用の実態報告, IATSS Review, Vol. 23 (3), pp. 155-165, 1998.
- 3) 桑原雅夫, 原祐輔, 三谷卓摩, 川崎洋輔, 竹之内篤, 井料隆雅, 浦田淳司: 熊本地震における都市内交通, 避難の実態と課題, 第 54 回土木計画学研究発表会, CDRROM, 2016. (投稿中)
- 4) Hendrickson, C., McNeil, S.: Estimation of origin-destination matrices with constrained regression, Transportation Research Record, No. 976, pp. 25-32, 1984.
- 5) Cascetta, E.: Estimation of trip matrices from traffic counts and survey data: A generalized least squares estimator, Transportation Research Part B, Vol. 18 (4), pp.289-299, 1984,
- 6) Bell, M. G.: The estimation of origin-destination matrices by constrained generalised least squares, Transportation Research Part B, Vol. 25 (1), pp. 13-22, 1991.
- 7) Fisk, CS., Boyce, D. E.: A note on trip matrix estimation from link traffic count data, Transportation Research Part B, Vol. 17 (3), pp. 245-250, 1983.
- 8) Yang, H., Sasaki, T., Iida, Y., Asakura, Y.: Estimation of origin-destination matrices from link traffic counts on congested networks, Transportation Research Part B, Vol. 26 (6), pp. 417-434, 1992.
- 9) Marzano, V., Papola, A., Simonelli, F.: Limits and perspectives of effective O-D matrix correction using traffic counts, Transportation Research Part C, Vol. 17 (2), pp. 120-132, 2009.
- 10) Bierlaire, M., Toint, P.L.: MEUSE: an origin-destination matrix estimator that exploits structure, Transportation Research Part B, Vol.29 (1), pp. 47-60, 1995.
- 11) Asakura, Y., Hato, E., Kashiwadani, M.: Origin-destination matrices estimation model using automatic vehicle identification data and its application to the Han-Shin expressway network, Transportation, Vol. 27 (4), pp. 419-438, 2000.
- 12) Zhou, X., Mahmassani, H. S.: A structural state space model for real-time traffic origin-destination demand estimation and prediction in a day-to-day learning framework, Transportation Research Part B, Vol. 41 (8), pp. 823-840, 2007.
- 13) Cao, P., Miwa, T., Yamamoto, T., Morikawa, T.: Bilevel generalized least squares estimation of dynamic origin-destination matrix for urban network with probe vehicle data, Transportation Research Record, No. 2333, pp. 66-73, 2013.
- 14) Maher, M.: Inferences on trip matrices from observations on link volumes: a Bayesian statistical approach, Transportation Research Part B, Vol. 17 (6), pp. 435-447, 1983.
- 15) Lo, H., Zhang, N., Lam, W. H.: Estimation of an origin-destination matrix with random link choice proportions: a statistical approach, Transportation Research Part B, Vol. 30 (4), pp. 309-324, 1996.
- 16) Cascetta, E., Nguyen, S.: A unified framework for estimating or updating origin/destination matrices from traffic counts, Transportation Research Part B, Vol. 22 (6), pp. 437-455, 1988.
- 17) Wilson, A.G.: A statistical theory of spatial distribution models, Transportation Research, Vol. 1 (3), pp. 253-269, 1967.
- 18) Zuylen, H.J.V., Willumsen, L.G.: The most likely trip matrix estimated from traffic counts, Transportation

- Research Part B, Vol.14 (3), pp.281-293, 1980.
- 19) Xie, C., Kockelman, K. M., Waller, S. T.: A maximum entropy-least squares estimator for elastic origin-destination trip matrix estimation, *Transportation Research Part B*, Vol. 45 (9), pp. 1465-1482, 2011.
  - 20) Ge, Q., Fukuda, D.: Updating origin-destination matrices with aggregated data of GPS traces, *Transportation Research Part C*, Vol. 69, pp. 291-312, 2016.
  - 21) Cools, M., Moons, E., Wets, G.: Assessing the quality of origin-destination matrices derived from activity travel surveys: Results from a Monte Carlo experiment, *Transportation Research Record*, No. 2183, pp. 49-59, 2010.
  - 22) Perrakis, K., Karlis, D., Cools, M., Janssens, D., Vanhoof, K., Wets, G.: A Bayesian approach for modeling origin-destination matrices, *Transportation Research Part A*, Vol. 46(1), 200-212, 2010.
  - 23) 井料 隆雅, 岩谷 愛理, 朝倉 康夫: 都市高速道路における時間帯別流入交通量の週変動分析, *交通工学研究発表会論文報告集*, Vol. 27, pp. 173-176, 2007.
  - 24) 石島正和, 佐藤泰介: モンテカルロ木探索を利用した制約付き分布からの効率的なサンプリング法, *人工知能学会第 88 回人工知能基本問題研究会 (SIG-FPAI) 予稿集*, SIG-FPAI-B203, pp. 125-131, 2013.
  - 25) 大森裕浩: マルコフ連鎖モンテカルロ法の最近の展開, *日本統計学会誌*, Vol. 31 (3), pp. 305-344, 2001.
  - 26) 神山新一, 佐藤明: *分子シミュレーション講座 1 モンテカルロシミュレーション*, 朝倉書店, 1997.
  - 27) Raftery, A. E., Lewis, S.: How many iterations in the Gibbs sampler, *Bayesian statistics*, Vol. 4 (2), pp. 763-773, 1992.
  - 28) Boyce, D., Ralevic-Dekic, B., Bar-Gera, H.: Convergence of traffic assignments: how much is enough?, *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 130 (1), pp. 49-55, 2004.
  - 29) *Transportation Network Test Problems*  
<http://www.bgu.ac.il/~bargera/tntp/> (2016 年 7 月)
  - 30) Heidelberger, P., Welch, P.: Simulation run length control in the presence of an initial transient. *Operations Research*, Vol. 31(6), pp.1109-1144, 1983.

## Sampling Method of Origin-Destination Flow Patterns for Unobserved Network

Junji Urata, Takamasa Iryo

This paper focuses on a method of sampling of origin-destination flow patterns for unobserved network. This primary objective is to predict OD flow patterns without any observed traffic data. We need to know OD flow patterns during a disaster response and recovery for a planning of resilient traffic system against an earthquake. This study proposes a probability distribution of OD flow patterns which is based on maximum entropy principle and a sampling algorithm from the distribution on large-scale network. Algorithm performance is demonstrated on Philadelphia network and can sample a convergent chain of OD flow patterns.