水災害リスク下における河川水位予測に基づく避難行動モデルに関する研究

酒井　陽樹[1]・内田　賢悦[2]

[1]学生員　北海道大学大学院　工学院（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）
E-mail:sakai_yoki@eis.hokudai.ac.jp

[2]正会員　北海道大学大学院　工学研究院（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）
E-mail:uchida@eng.hokudai.ac.jp

近年，局所的な集中豪雨による被害が拡大している．本研究の目的は，水災害時において気象状況を考慮した避難行動モデルの定式化を行う．また，ベクトル自己回帰（VAR）モデルを適用し，豪雨時に得られる降雨の情報を活用した河川水位予測モデルを構築した．さらに，河川水位予測値情報を住民に提供した場合の避難行動モデルの構築を行った．

Key Words : *water disaster，bayesian statistics，vector autoregressive model*

1.　はじめに

近年，局地的な集中豪雨や台風等による豪雨が各地で多発しており，それらによって引き起こされる，洪水や氾濫・土砂災害による被害も拡大している．2014年9月には札幌市において集中豪雨が発生しており，厚別川・月寒川・島松川で氾濫注意水位を超えた[1)]．

豪雨による洪水・土砂災害が発生した場合，一時避難場所は安全性において重要な役割を担っており，住民は最適な避難場所を選択する必要がある．このような豪雨による被害を減らすために，本研究では，水災害時の気象情報を考慮した河川水位予測モデルを構築し，さらにここで得られた予測値を住民に提供することを想定した避難行動モデルの定式化を行う．水災害時においては，河川水位の変化が被害状況に大きく影響を与える．本研究で構築した避難行動モデルでは，住民が避難するかどうか，避難する場合どの避難場所を選択するかを内生化したうえで，住民の期待費用を最小化する一時避難場所の配置計画を考える．また，水災害時の河川分布の予測に，ベクトル自己回帰（VAR）モデルを適用し，豪雨時に得られる降雨情報を活用した河川水位予測モデルを構築するとともに，得られた確率分布にベイズ統計を用いることにより，河川水位分布の更新を行う．

2.　既存研究のレビュー

水災害における避難行動モデルに関する研究として内田[2)]，高田[3)]があげられる．内田[2)]は降雨時の洪水及び土砂災害を想定した一時避難場所の最適配置問題の定式化を行った．ここでは，収容人員に制約のある一時避難場所候補が複数存在し，その中から最適な一時避難場所の組合わせを選択する問題の定式化を行っている．高田ら[3)]は降雨時に得られた情報を考慮した河川水位予測の定式化を行った．

本研究では，上記の定式化を基礎とするが，実問題への適応として2014年9月に札幌市で発生した集中豪雨のデータを用い，上記の定式化の検証を行うとともに，河川水位分布をベイズ統計により更新することで，確度の高い河川水位分布を推計する．

3.　記号

本研究で使用する記号の定義は，以下に示す通りである．

$I(\lvert I\rvert)$:	世帯の集合（数）
$J(\lvert J\rvert)$:	一時避難場所の集合（数）
π_j:	避難場所 $j \in J$ の収容人員数
r_{ij}:	世帯 $i \in I$ から避難場所 $j \in J$ 最短経路距離

d_k： 施設 $k \in I \cup J$ から最寄り河川までの距離
h_k： 施設 $k \in I \cup J$ の標高
$a_k(d_k, h_k)$： $k \in I \cup J$ の安全性指標
f： 被災時の人的被害額
$P_{c|w}$： 水災害時における河川洪水被災確率
$P_{ie}(w)$： 世帯iの住民が避難する確率
$P_{ij|e}(w)$： 避難すると意思決定した世帯iの住民が避難場場所jを選択する確率
$P_{iw|e,j}(w)$： 避難場所 $j \in J$ を選択した住民が避難場所に入れる確率
$P_{c|w}(k)$： 施設 $k \in I \cup J$ にいる人の洪水の被災確率
u_{ij}： 世帯 $i \in I$ の住民が避難して避難場所 $j \in J$ に入れた場合の期待費用
X_{t1}： 時刻 t における河川水位分布
X_{t2}： 時刻 t におけるXバンドレーダの降雨量分布
X_{t3}： 時刻 t におけるCバンドレーダの降雨量分布
X_{t4}： 時刻 t における地上雨量計の降雨量分布
C_i： 水災害リスク下において，世帯iの住民が負担する期待費用

4. 住民の避難行動モデル

(1) 仮定

- 対象地域には，複数の一時避難場所が存在する．
- 降雨による水災害が発生した場合，避難場所および世帯の安全性はそれらの地理的条件，すなわち，立地点の標高と河川までの距離によって決定される．
- 避難場所に入れたとしても，その安全性が低い場合，降雨による水災害の規模によっては，被害を受ける可能性がある．
- 降雨による水災害発生時に住民は，避難した場合の期待費用（避難に要する費用と期待被害額の和）と，避難しない場合の期待費用（期待被害額）を考慮し，避難するかどうかの決定を行う．
- 避難すると決定した住民は，世帯から避難場所までの（経路）距離と避難場所に入れた場合の期待費用から避難場所選択を行う．
- 同一河川内の任意の地点における水位分布は同一とする．

(2) 避難行動モデル

以下ではランダム効用理論に基づいた定式化を行う．誤差項には互いに独立し，同一のガンベル分布を適用することによって，ロジット型選択モデルが導出される．ロジット型選択モデルの分散パラメータは全て1であると仮定する．

河川の水位がwに達したとき，その河川直近の洪水被災確率 $P_{c|w}$ を式(1)で与える．

$$P_{c|w} = \frac{1}{1+\exp(\beta_4 \cdot w + \beta_5)} \qquad \beta_4(<0), \beta_5(>0) \tag{1}$$

このとき，施設 $k \in I \cup J$ にいる人の洪水被災確率 $P_{c|w}(k)$ を式(2)で与える．

$$P_{c|w}(k) = \frac{1}{1+\exp(\beta_1 + \beta_2 \cdot \alpha_k(d_k, h_k))} \cdot P_{c|w} \qquad \beta_1(<0), \beta(>0) \tag{2}$$

ここで β_1, β_2 はパラメータである．水災害時において河川水位がwに達した場合，世帯iの住民が避難する確率を式(3)で表される．

$$P_{ie}(w) = \frac{\exp(c_i(w))}{\exp(-f \cdot P_{c|w}(i)) + \exp(c_i(w))} \qquad \forall i \in I \tag{3}$$

where

$$c_i = \ln\left(\sum_{j \in J} \exp(u_{ij}(w))\right) \tag{4}$$

世帯iの住民が避難すると決定した場合，避難場所jを選択する確率は式(5)で表される．

$$P_{ij|e} = \frac{\exp(u_{ij}(w))}{\sum_{l \in J} \exp(u_{il}(w))} \qquad \forall i \in I \tag{5}$$

where

$$u_{ij} = \beta_3 \cdot r_{ij} - f \cdot P_{c|w}(j) + s \tag{6}$$

ここで，$\beta_3 \cdot r_{ij}$ は避難場所jまでの移動に対する心理的限界費用を表し，s は避難自体に起因する心理的費用を示している．式(6)の右辺第1項は，世帯iから避難場所jまでの移動に対する心理的費用，第2項は避難場所jに入った場合の期待費用を表す．

一方，水災害時において避難場所jを選択した住民がその避難場所に入れる確率 $P_{iw|e,j}(w)$ を式(7)で定義する．

$$P_{iw|e,j}(w) = \min\left(\frac{\pi_j}{\sum_{k \in I} P_{kj|e}} \quad 1\right) \tag{7}$$

以上の定式化から，水災害リスク下では，世帯iの住民が負担する期待費用 C_i は式(8)で表される．

$$C_i(w) = (1-P_{ie}(w)) \cdot f \cdot P_{c|w}(i) + P_{ie}(w) \cdot \sum_{j \in J} P_{ij|e}(w) \cdot \left(\begin{pmatrix} P_{iw|e,j}(w) \cdot P_{c|w}(j) \\ +(1-P_{iw|e,j}(w)) \cdot P_{c|w}(j') \end{pmatrix} \cdot f - \beta_3 \cdot r_{ij}\right) \tag{8}$$

ここで j' は，避難場所jの周辺の施設を示しており，その被災確率は式(9)で定義する．

$$P_{c|w}(j') = \min\left(1 \quad \beta_6 \cdot P_{c|w}(j)\right) \qquad \beta_6 \geq 1 \tag{9}$$

5. 河川水位分布の定式化 [3]

(1) ベクトル自己回帰モデル（VAR）[4]

河川水位予測には，ベイズ統計を適用する．ベイズ統計における事前分布は，防災担当者が経験に基づいて予測する河川水位分布とし，尤度は気象情報を考慮した河川水位予測値として事後分布を推計する．その際，尤度の推定方法として，ベクトル自己回帰（VAR）モデルを用いる．時刻$t-1$以前の河川水位データ，降雨量データが判明しているものとする．時刻tにおける河川の水位（X_{t1}），降雨量（地上雨量計（X_{t2}），Xバンドレーダ（X_{t3}），Cバンドレーダ（X_{t4}））それぞれを時刻$t-1$までに観測されている過去のデータ（ 期間n）を用いて，次のように与える．

$$X_{tl} = x_{tl} + \varepsilon_{tl} \quad (l = 1, \ldots, 4) \tag{10}$$

where

$$x_{tl} = c_l + \sum_{m=1}^{n}\left(\varphi_{l1}^{m} x_{t-m,1} + \varphi_{l2}^{m} x_{t-m,2} + \varphi_{l3}^{m} x_{t-m,3} + \varphi_{l4}^{m} x_{t-m,4}\right) \tag{11}$$

$$\varepsilon_{tl} \sim N\left(0, \sigma_{tl}^2\right) \tag{12}$$

ここで， c_l は定数項， $\varphi_{l1}^{m}, \varphi_{l2}^{m}, \varphi_{l3}^{m}, \varphi_{l4}^{m}$ は係数， $x_{t-m,1}, x_{t-m,2}, x_{t-m,3}, x_{t-m,4}$ はそれぞれ時刻$t-1$以前の河川水位データ，降雨量データ（地上雨量計，Xバンドレーダ，Cバンドレーダ）であり，ε_{tl} は誤差項を表す．

時刻$t-1$までのデータから河川の水位を表す式のパラメータをOLSにより推計すると次のように表せる．

$$\hat{X}_{t1} = \hat{x}_{t1} + \varepsilon_{t1} \tag{13}$$

where

$$\hat{x}_{t1} = \hat{c}_1 + \sum_{m=1}^{n}\left(\hat{\varphi}_{11}^{m} x_{t-m,1} + \hat{\varphi}_{12}^{m} x_{t-m,2} + \hat{\varphi}_{13}^{m} x_{t-m,3} + \hat{\varphi}_{14}^{m} x_{t-m,4}\right) \tag{14}$$

ここで，$\hat{}$ はOLSによって推計された値であることを意味する．現在の時刻tのh期先の河川の水位の分布 $\hat{X}_{t+h,1|t}$ は，正規分布 $N\left(\hat{x}_{t+h,1|t}, \sigma_{t+h,1|t}^2\right)$ に従う．以下では，式が煩雑になるのを避けるため，河川の水位のみに着目して，観測情報を活用して推計されるh期先の河川の水位を以下に示す正規分布で表すことにする．

$$W_h^l \sim N\left(w_h^l, \sigma_l^2\right) \tag{15}$$

where

$$w_h^l = \hat{x}_{t+h,1|t}, \; \sigma_l^2 = \sigma_{t+h,1|t}^2 \tag{16}$$

また $\hat{X}_{t+h,1|t}$ の平均 $\hat{x}_{t+h,1|t}$ 分散 $\sigma_{t+h,1|t}^2$ は，それぞれ式(17)，式(18)で与えられる．

$$\hat{x}_{t+h,1|t} = \hat{c}_1 + \sum_{m=1}^{h}\left(\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{m1}\right)^T \hat{\mathbf{X}}_{t+h-m} + \sum_{m=h+1}^{n}\left(\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{m1}\right)^T \mathbf{x}_{t+h-m} \tag{17}$$

$$\sigma_{t+h,1|t}^2 = \sigma_{t1}^2 + \sum_{m=1}^{h}\left(\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{m1}\right)^T \boldsymbol{\Sigma}_{t+h-m} \hat{\boldsymbol{\varphi}}^{m1} \tag{18}$$

(2) ベイズ統計の適用 [5]

防災担当者が経験的に予測するh期先の河川水位分布 W_h^{pr} は所与とし，それは正規分布 $N\left(w_h^{pr}, \sigma_{pr}^2\right)$ に従うと仮定する．その確率密度関数を $f_{pr}(w)$ は式(19)で与える．

$$f_{pr}(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{pr}^2}} \cdot \exp\left(-\frac{\left(w - w_h^{pr}\right)^2}{2\sigma_{pr}^2}\right) \tag{19}$$

なお，式(19)をベイズ統計の事前分布として扱う．

前節より，Xバンドレーダ情報を考慮したh期先の河川水位分布 $W_h^l \sim N\left(w_h^l, \sigma_l^2\right)$ となり，河川水位の尤度関数 $f_l(w)$ は式(20)で表される．

$$f_l(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_l^2}} \cdot \exp\left(-\frac{\left(w - w_h^l\right)^2}{2\sigma_l^2}\right) \tag{20}$$

上記の式(19)を事前分布，(20)を尤度として，ベイズ統計を適用すると，h期先の河川水位の事後分布W は正規分布 $N\left(w_h^{po}, \sigma_{po}^2\right)$ と推計され，その確率密度関数は式(21)で表される．

$$f_{po}(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{po}^2}} \cdot \exp\left(-\frac{\left(w - w_h^{po}\right)^2}{2\sigma_{po}^2}\right) \tag{21}$$

where

$$w_h^{po} = \frac{\dfrac{w_h^l}{\sigma_l^2} + \dfrac{w_h^{pr}}{\sigma_{pr}^2}}{\dfrac{1}{\sigma_l^2} + \dfrac{1}{\sigma_{pr}^2}} \tag{22}$$

$$\sigma_{po}^2 = \frac{1}{\dfrac{1}{\sigma_l^2} + \dfrac{1}{\sigma_{pr}^2}} \tag{23}$$

以上のようにして，水災害時のXバンドレーダの情報を考慮した河川水位の事後分布を推計することが出来る．これにより，過去の河川水位分布を考慮した確度の高い河川水位分布を推計することが出来る．これまでの議論で河川の水位をwと表現していたが，それは正規分布 $W \sim N\left(w_h^{po}, \sigma_{po}^2\right)$ から生起したものと解釈できる点に注

意が必要である．

6. 総期待費用の定式化

式(21)で得られた河川水位の事後分布より，河川水位がwに達する確率P_wは次のように表される．

$$P_w = f_{po}(w) \tag{24}$$

以上の関係より，水災害リスク下において世帯iの住民が負担する期待費用C_iは，式(25)で与えられる．

$$C_i = \int_0^\infty P_w \cdot C_i(w)dw \tag{25}$$

対象地域全世帯での総期待費用Cは式(26)で与えられる．

$$C = \sum_{i \in I} \int_0^\infty P_w \cdot C_i(w)dw \tag{26}$$

以上の定式化より，全世帯での期待費用(C)を最小化するような避難場所の組み合わせ，すなわち，避難場所の最適配置計画を考えることができる．

7. 避難場所割り当て問題の定式化

世帯iに避難場所jを割り当てるかを表現する変数x_{ij}を導入する．x_{ij}は，任意の実数をとるものとし，x_{ij}の関数$y_{ij}(x_{ij})$を式(27)で与える．

$$y_{ij}(x_{ij}) = 1 + \exp(\beta_7 \cdot x_{ij}) \tag{27}$$

ここで，β_7は正に十分に大きな実数であると仮定し，式(27)に示した関数は，式(28)に示す関数を満たすものとする．

$$y_{ij}(x_{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad x_{ij} < 0 \\ 2 & \text{if} \quad x_{ij} = 0 \\ \infty & \text{if} \quad x_{ij} > 0 \end{cases} \tag{28}$$

$y_{ij}(x_{ij})$を用いて式(2)の係数β_1を変換した係数を$\hat{\beta}_1(x_{ij})$と表し，式(29)で定義される．

$$\hat{\beta}_1(x_{ij}) = \beta_1 \cdot y_{ij}(x_{ij}) \tag{29}$$

$\hat{\beta}_1(x_{ij})$と$y_{ij}(x_{ij})$を用いて計算される避難場所jの修正被災確率$\hat{P}_{c|w}(j)$を式(30)で定義する．

$$\hat{P}_{c|w}(j) = \min\left(1 \quad \frac{y_{ij}(x_{ij})}{1 + \exp\left(\beta_1^{(o)}(x_{ij}) + \beta_2 \cdot a_i(d_j, h_j)\right)}\right) \cdot P_{c|w} \tag{30}$$

$x_{ij} < 0$となる避難場所jは世帯iの選択肢の一つになり，$x_{ij} \geq 0$となる避難場所jは選択肢には入らないことを表現している．

避難場所jの修正被災確率$\hat{P}_{c|w}(j)$を用いて計算される全世帯での修正総期待費用を$\hat{C}(\mathbf{x})$と表現する．式(31)で示すように，その値が最小となる最適避難場所の割り当てを行う．

$$\min \hat{C}(\mathbf{x}) \tag{31}$$

$$\text{w.r.t} \ \ \mathbf{x} = \{x_{ij} \forall i \in I, \forall j \in J\} \tag{32}$$

上記は目的関数，すなわち全世帯での修正総期待費用$\hat{C}(\mathbf{x})$を最小化する$\mathbf{x}$を求める問題となっており，x_{ij}に関して何の制約も課されていないことに注意が必要である．

8. 数値計算例

ここでは，VARモデルを実データに適用し，VARモデルの検証を行う．適用するデータは，2014年9月11日に観測された河川水位，Xバンドレーダ，Cバンドレーダ，および地上雨量計である．河川水位は，厚別川観測所で観測された値である．データ数は，0:00~8:00の間の10分ごとの49個であり，そのうち7:10~8:00の6個のデータはモデルの予測値との比較に用いることにした．よって，0:00~7:00までのデータを用いて，VARモデルにより河川水位の推計を行い，1時間先の予測を行った．その結果，1時間先（8:00）の河川水位分布は，平均377.7[cm]，標準偏差29.2[cm]の正規分布として推計された（表-1）．予測は，6期先の1時間後まで行い，実際の河川水位データとの比較を行った（図-1）．図-1において，青線が実測水位を表し，赤線が予測水位の平均値，黒線が95%の信頼区間における上限値と下限値を表している．本計算例における予測の結果，実測値と予測値で大きな違いは見られず，予測の上限値と下限値の間に実測水位が含まれるという結果になった．

本計算例より，VARモデルは1時間先までの予測に関して，有用な予測が出来たと考えている．

表-1　河川水位分布の平均と標準偏差

時刻	平均（cm）	標準偏差（cm）
7：10	303.8	13.2
7：20	299.6	14.8
7：30	308.5	18.0
7：40	332.5	22.4
7：50	346.3	24.2
8：00	377.7	29.2

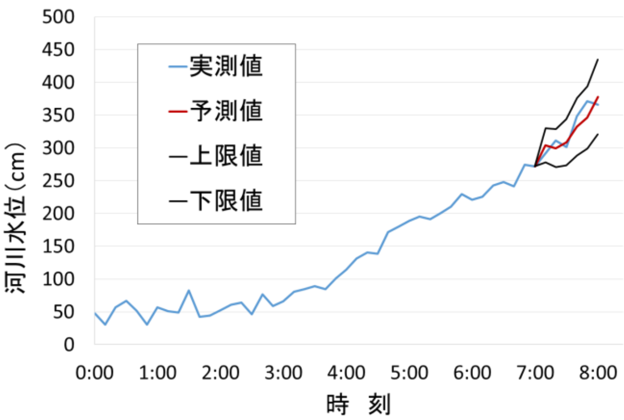

図-1　河川水位の実測値と予測値

9.　まとめ

本研究では，水災害時における住民の避難行動モデルの構築を行った．住民の選択行動は，災害時に避難するか否か，避難する場合，どの避難場所を選択するかの2段階から構成される．さらに，住民がとり得る行動から総期待費用を計算し，その最小化を目的関数とする，世帯への最適避難所割当問題の定式化を行った．

本研究では，Xバンドレーダから得られる高精度の情報を活用し，時々刻々と変化する気象情報の変化を考慮した河川水位分布を解析的に求める手法を構築した．今後の課題として，本研究で考慮した外水氾濫だけでなく内水氾濫も考慮するとともに，避難行動モデルに道路ネットワークを組込むことでより実問題に近いモデルの構築を行う所存である．

参考文献

1)　国土交通省　北海道開発局　札幌開発建設部「平成26年9月11日低気圧に伴う豪雨による出水の概要」　国土交通省HP　（2016年7月現在）(http://www.sp.hkd.mlit.go.jp/kasen/11saigai/06kakosaigai/img/140911.pdf)
2)　内田賢悦：津波発生時の一時避難所の最適配置問題に関する研究，一般財団法人北海道河川財団
3)　高田悠平：水災害時のXバンドレーダ情報による河川水位予測に基づいた避難行動モデルに関する研究，土木学会北海道支部　平成27年度論文報告書第72号
4)　沖本竜義：経済・ファイナンスデータの計量時系列分析 朝倉書店　p74-79
5)　Alfredo H-S. Ang, Wilson H. Tang 他：「土木・建築のための確率・統計の基礎」丸善出版（p448-449）

A STUDY ON EVACUATION BEHAVIOR MODEL CONSIDERING WATER LEVEL PREDICTION UNDER WATER DISASTER

Yoki SAKAI and Kenetsu UCHIDA

Nowadays damages due to heavy rain have been expanding.In this study, evacuation behavior model considering update of weather information under water disaster is formulated. The purpose of this study is to establish a model of expected river water level by using information under heavy rain and to update the weather information which changes time to time by applying beyasian statistics to normal distribution.