

# 状態空間モデルによる経路選択を考慮した 二次元ネットワークの交通状態推定手法の構築

川崎洋輔<sup>1</sup>・原祐輔<sup>2</sup>・桑原雅夫<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 東北大学大学院 情報科学研究科 博士後期課程 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)  
E-mail: kawasaki-y@plan.civil.tohoku.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 東北大学大学院助教 情報科学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)  
E-mail: hara@plan.civil.tohoku.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 東北大学大学院教授 情報科学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)  
E-mail: kuwahara@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究では、状態空間モデルによる経路選択を考慮した二次元ネットワークの交通状態推定手法を提案する。交通マネジメント技術においては、二次元ネットワーク全体の交通状態をモニタリングすることが重要である。二次元ネットワークでは、利用者の経路選択行動により渋滞状況が変化する。そこで、本研究では、二次元ネットワークの交通状態推定のために、経路選択モデルを内包したCTMとプローブ軌跡データを用いた状態空間モデルを構築した。提案した状態空間モデルは、観測されるプローブ軌跡データを用いて二次元ネットワーク全体の交通状態を把握することが可能である。

**Key Words :** *kinematic wave theory, state space model, two-dimensional network, route choice model*

## 1. はじめに

### (1) 研究の背景と目的

本研究では、状態空間モデルによる二次元ネットワークの交通状態推定手法を提案する。

交通マネジメント技術のためには、二次元ネットワーク全体の交通状態をモニタリングすることが重要である。最近では、車両感知器の他、GPS等の移動体のセンサーから大量の観測データが得られる。しかし、観測データはスパースなため、一般的には、観測データを入力値とした交通シミュレーションモデルを活用して交通状態を推定する。単路部を対象にしたシミュレーションモデルは、リンク内の交通流をモデル化すればよい。一方で、二次元ネットワークでは、利用者の経路選択行動により渋滞状況が変化する。そのため、リンク内の交通流の他に経路選択を考慮する必要がある。交通流のモデル化において、実際の交通流を完全に再現するような完璧なシミュレーションモデルを構築することは困難である。こうした問題点解決のために、観測データとシステムモデル(シミュレーションモデル)により状態空間モデルを構築して、モデルの精度改善を図るデータ同化というアプローチがある。川崎ら<sup>2)</sup>は、プローブ車両の速度データと目的地別の車両密度を用いたCTM(Cell Transmission Model)<sup>3)</sup>を用いて二次元ネットワークの交通状態を推定する状

態空間モデルを構築した。しかし、提案されたモデルでは、渋滞箇所を実際よりも多くの車両が迂回してしまい、推定精度が低下するといった問題が見られる。そのため、経路選択の推定精度の向上が課題となっている。

以上を踏まえ、本研究では、川崎ら<sup>2)</sup>の課題を解決した二次元ネットワークの交通状態推定手法の構築を目的とする。具体的には、経路選択を内包したCTMとプローブ軌跡データを用いた状態空間モデルの構築を試みる。

### (2) 既往研究の整理

データ同化による交通状態推定の既往研究は、データ同化により交通シミュレーションモデルのパラメータを推定するものと観測データによりシステムモデルで定義した状態量そのものを改善するという2つのアプローチに分けられる。本研究は、後者に位置付けられるため、後者に関連する研究を以下に整理する。

高速道路の交通状態推定を対象とした状態空間モデルは、Caudel et al.<sup>4)</sup>、Deng et al.<sup>5)</sup>、Work et al.<sup>6)</sup>がある。各々、道路の区間をセルに分割し、kinematic wave theory に基づいたセルベースのシステムモデルを用いている点が共通している。観測データは、車両感知器といった設置型のセンサーの他、Bluetooth やプローブデータ等、研究によって様々なセンサーデータが活用されている。成岡ら<sup>7)</sup>のようにパラメータと交通状態を同時推定している例も

ある。

一般道を対象としたものには, Nates et al.<sup>9)</sup>がある。一般道路を対象に CTM と類似したセルベースのモデルとプローブデータ, Bluetooth データを用いて拡張カルマンフィルタにより交通状態を推定する手法を提案している。

これらの研究は, 一次元ネットワーク(単路部)を対象にしたものである。一次元ネットワークの道路を分割したセルの状態量は, セル内の車両の密度や平均速度のみであるが, 二次元ネットワークの道路のセルの場合は, セル内に異なる経路情報を持った車両が混在する。そのため, 既往研究のモデルをそのまま二次元ネットワークに適用することは出来ない。

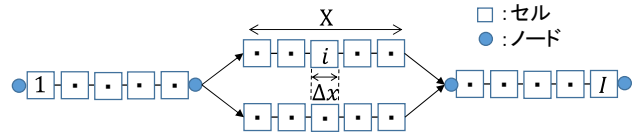


図-1 CTMネットワークの例

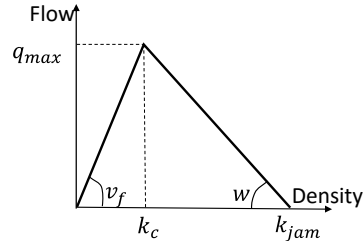


図-2 セルのFD

(3) 本研究の貢献

前節の既往研究を踏まえ, 本研究の貢献を以下に整理する。

- 1) 経路選択を内包した CTM を用いたシステムモデルの構築
- 2) プローブ軌跡データから, “セルの車両密度” および “分岐台数” の 2 種類の観測変数を設定
- 3) 1), 2) を用いて二次元ネットワークの交通状態を推定する 2 種類の状態空間モデルを構築

2. 状態空間モデルの仮定

(1) ネットワーク条件

まず, 本研究で用いる CTM ネットワークを定義する。CTM のネットワークの例を図-1 に示す。同図のように CTM のネットワークは, 有向リンクとノードで構成されており, 各リンクは, 微小距離 Δx のセルで分割されていると仮定する。リンクは, 道路を示し, ノードはリンクの端点である。リンクの距離 X は  $X = n\Delta x$  とする。ここで n は自然数である。ネットワークに存在するセルの集合を  $C_l = \{1, 2, \dots, i, \dots, I\}$  とする。セル i は, 一つの FD (Fundamental Diagram) を持ち, 諸量として図-2 に示す諸量を持つ。FD の諸量は全セル共通かつ時間変化しないと仮定し, 所与とする。

(2) モデルの前提条件

状態空間モデルの構築にあたって, 本研究では,

- ① 利用者は CTM のネットワークを走行している。
- ② 利用者は常に利用可能な経路についての完全な情報を得ている。
- ③ 利用者はロジットモデルにより経路選択を行っている。(ロジットモデルによる経路選択が実世界の交通を表現していると仮定)

記号	定義
$C_l$	ネットワークの全てのセルの集合
$C_u$	セル i の上流のセル m の集合. $m \in C_u$
$C_d$	セル i の下流のセル j の集合. $j \in C_d$
$C_r$	経路 r 内のセルの集合
$\Omega_D$	車両の目的地のインデックス d の集合. $d \in \Omega_D$
t	システムモデルのタイムステップ. $t = 1, 2, \dots, T$
<b>潜在変数</b>	
$k_i^d(t)$	時刻 t におけるセル i の目的地 d を持つ車両の密度
$K_i(t)$	時刻 t におけるセル i の車両の密度
$\mathbf{K}(t)$	時刻 t における全てのセルの車両密度の集合
$u_{ij}(t)$	時刻 t においてセル i から下流セル j へ流出したい車両の交通流率
$\mathbf{U}(t)$	時刻 t における全ての $u_{ij}(t)$ の集合
<b>観測変数</b>	
$y_i(t)$	時刻 t におけるセル i の車両密度
$\mathbf{Y}(t)$	時刻 t における全てのセルの $y_i(t)$ の集合
$z_{ij}(t)$	時刻 t におけるセル i からセル j への分岐車両台数
$\mathbf{Z}(t)$	時刻 t における全ての $z_{ij}(t)$ の集合
<b>ハイパーパラメータ</b>	
F	Fundamental diagram の諸量 ( $v_f, w, k_c, k_{jam}, q_{max}$ )
$\theta$	ロジットモデルのパラメータ

- ④ 利用者は, 逐次経路選択を行っている。(分岐部に到着する度に逐次経路選択を行っている)
- ⑤ ネットワーク条件や信号現示は既知とする。
- ⑥ ロジットモデルの真のパラメータ  $\theta$  および FD の諸量は, 既知とする。

の前提条件を満たすと仮定する。なお, 本研究で用いる CTM およびロジットモデルについては 3 章で述べる。

(3) 変数の表記法

表-1 に本研究の状態空間モデルで扱う主な変数の表記法を示す。

(4) 問題設定

本研究の問題設定を整理する。本研究では、2(2)節の前提条件の元、システムモデルと観測されるプローブ軌跡データのみで、交通状態(セル別の速度)を推定する。そのために、本研究では、

- ・システムモデルの構築
- ・観測変数の設定 (観測モデルの構築)
- ・事後分布の推定法

を検討し、状態空間モデルを構築する。

3. 経路選択を内包したCTMの構築

本章では、川崎ら<sup>2)</sup>のモデルをベースとした経路選択を内包したCTMを提案する。提案するCTMは、

- ・ロジットモデル (経路選択モデル)
- ・目的地別の車両密度を用いたCTM

の2つのモデルから構成される。川崎ら<sup>2)</sup>のモデルに対して、本研究では、経路選択にロジットモデルを用いている点が異なる。

(1) ロジットモデルの状態ベクトルの定義

本節では、ロジットモデルの状態ベクトルを定義する。まず、CTMのタイムステップを $t = 1, 2, \dots, T$ と表記し、タイムステップの時間幅を $\Delta t$ とする。まず、図-3のようなネットワークを考えよう。同図に示すようにセル $i$ の下流セルの集合を $C_d$ とする。時刻 $t$ において目的地 $d$ を持つ車両がセル $i$ から下流セル $j \in C_d$ に流出したい交通流率(交通需要)を $u_{ij}^d(t)$ と表記する。 $u_{ij}^d(t)$ の算定法の詳細は、3(4)節で述べる。次にネットワーク上の隣接するセルの組み合わせ集合を $C_{ij}$ と表記する。以上を踏まえ、ロジットモデルの状態ベクトル $\mathbf{U}(t)$ を、

$$\mathbf{U}(t) = (\dots u_{ij}(t) \dots)^T, \forall ij \in C_{ij}. \tag{1}$$

$$u_{ij}(t) = \sum_{d \in \Omega_D} u_{ij}^d(t). \tag{2}$$

と定義する。ここで、 $u_{ij}(t)$ は、時刻 $t$ においてセル $i$ から下流セル $j$ へ流出したい車両の交通流率である。式(1),(2)に示すように $\mathbf{U}(t)$ は、隣接するセルの交通流率(交通需要)の集合ベクトルである。

(2) 目的地別の車両密度を用いたCTMの状態ベクトルの定義

本節では、目的地別の車両密度を用いたCTMの状態ベクトルを定義する。時刻 $t$ におけるセル $i$ に存在する車両の目的地のインデックス集合を $\Omega_D = \{1, 2, \dots, d, \dots, D\}$ とし、目的地 $d$ を持つ車両の密度を $k_i^d(t)$ と表記する。以上を踏まえ、CTMの状態ベクトル $\mathbf{K}(t)$ を、

$$\mathbf{K}(t) = (K_1(t) \dots K_i(t) \dots K_I(t))^T, \forall i \in C_I. \tag{3}$$

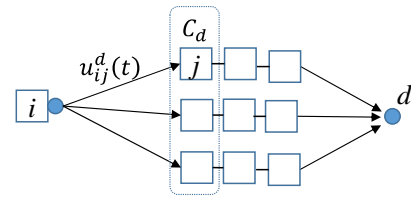


図-3 CTMネットワークの例

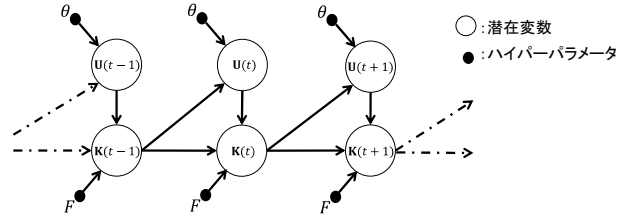


図-4 経路選択を内包したCTMのグラフィカル表現

$$K_i(t) = \sum_{d \in \Omega_D} k_i^d(t). \tag{4}$$

と定義する。ここで、 $K_i(t)$ は時刻 $t$ におけるセル $i$ の車両密度である。式(3),(4)に示すように $\mathbf{K}(t)$ は時刻 $t$ における全てのセルの車両密度の集合ベクトルである。

(3) 経路選択を内包したCTMの概要

本研究の経路選択を内包したCTMは、 $\mathbf{K}(t)$ の時間進展を定式化したものである。図-4に本研究が仮定するCTMのグラフィカル表現を示す。同図に示す $\theta$ は、ロジットモデルのパラメータ、 $F$ はFDの諸量であり、2(2)節で述べた通り既知とする。

潜在変数の依存関係について整理する。 $\mathbf{U}(t)$ は、 $\theta$ と $\mathbf{K}(t-1)$ に依存する。 $\mathbf{U}(t)$ は3(4)節で述べるロジットモデルにより求める。 $\mathbf{K}(t)$ は、一期前の車両密度 $\mathbf{K}(t-1)$ と時刻 $t$ の $\mathbf{U}(t)$ および $F$ に依存する。 $\mathbf{K}(t)$ は3(5)節で述べる目的地別の車両密度を用いたCTMにより求める。以上を踏まえ、経路選択を内包したCTMの関数を、

$$\mathbf{U}(t) = f_{logit}(\mathbf{K}(t-1), \theta). \tag{5}$$

$$\mathbf{K}(t) = f_{CTM}(\mathbf{K}(t-1), \mathbf{U}(t), F), \tag{6}$$

と定義する。ここで、 $f_{logit}(\cdot)$ は、ロジットモデルの関数、 $f_{CTM}(\cdot)$ は、目的地別の車両密度を用いたCTMの関数である。 $f_{logit}(\cdot)$ および $f_{CTM}(\cdot)$ の詳細は、後述する。

(4) ロジットモデルによる隣接セル間の交通流率(交通需要)の算定法

ここでは、ロジットモデルによる隣接セル間の交通需要 $\mathbf{U}(t)$ の算定法について述べる。式(1),(2)より $\mathbf{U}(t)$ を求めるには、時刻 $t$ においてセル $i$ から下流セル $j \in C_d$ に流出したい交通流率(交通需要) $u_{ij}^d(t)$ を求めればよい。

交通流率 $u_{ij}^d(t)$ は、セル $ij$ 間の交通需要であり、終点までの経路に依存した関数として、

$$u_{ij}^d(t) = v_f \cdot k_i^d(t-1) \cdot \delta_{ij}^d(t), \forall d \in \Omega_D, \tag{7}$$

と定義する。ここで、 $\delta_{ij}^d(t)$ は、時刻 $t$ にセル $i$ の目的地 $d$

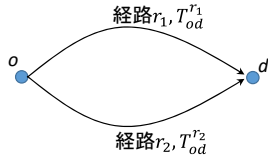


図-5 簡易ネットワークの例

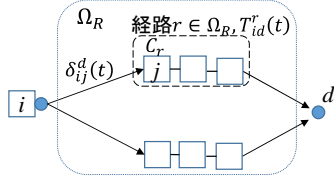


図-6 CTMネットワークの例

を持つ交通が、セル  $j$  を選択する割合（経路選択）である。本研究では、 $\delta_{ij}^d(t)$  を下記に示すロジットモデルにより算定する。 $\delta_{ij}^d(t)$  の算定法の説明にあたって、まず、一般的なロジットモデルの概要について述べる。ロジットモデルは、確率効用理論に基づく経路選択モデルに位置付けられる<sup>9</sup>。簡単のため、図-5のような起終点  $od$  間に経路  $r_1$ 、経路  $r_2$  が存在する簡易ネットワークの例を考える。各々の経路の所要時間を  $T_{od}^{r_1}$ 、 $T_{od}^{r_2}$  とする。ロジットモデルによる経路  $r_1$  の選択確率  $P(r_1)$  は、

$$P(r_1) = \frac{\exp(-\theta \cdot T_{od}^{r_1})}{\exp(-\theta \cdot T_{od}^{r_1}) + \exp(-\theta \cdot T_{od}^{r_2})} \quad (8)$$

で定義される。 $\theta$  はロジットモデルのパラメータである。式(8)の通り、ロジットモデルでは、OD間の経路集合に含まれる各経路の所要時間とパラメータ  $\theta$  から経路の選択確率が計算される。

次に、上記のロジットモデルの概要を踏まえ、 $\delta_{ij}^d(t)$  の算定法について述べる。算定法を説明するためのCTMネットワークの例を図-6に示す。ここで、図-6に示した変数を以下のように定義する。

- $\Omega_R$  = セル  $i$  と目的地  $d$  間の経路集合
- $r = \Omega_R$  に含まれる経路。  $r \in \Omega_R$
- $C_r$  = 経路  $r$  に含まれるセルの集合
- $j = C_r$  に含まれるセル  $i$  の下流セル。  $j \in C_r$ 。
- $T_{id}^r(t)$  = 時刻  $t$  における  $id$  間の経路  $r$  の所要時間

上記定義および図-6より、 $\delta_{ij}^d(t)$  はセル  $i$  と目的地  $d$  間の経路集合  $\Omega_R$  に含まれる経路  $r$  の選択確率に等しい。したがって、 $\delta_{ij}^d(t)$  を

$$\delta_{ij}^d(t) = \frac{\exp(-\theta \cdot T_{id}^r(t-1))}{\sum_{r' \in \Omega_R} \exp(-\theta \cdot T_{id}^{r'}(t-1))} \quad (9)$$

$\forall i \in C_i, r \in \Omega_R, j \in C_r$

と定義する。式(9)に示す通り、セル  $i$  の下流セル  $j$  の選択割合  $\delta_{ij}^d(t)$  は、一期前 ( $t-1$ ) の各経路の所要時間によって求められる。

次に、式(9)の  $T_{id}^r(t-1)$  の算定法について述べる。 $T_{id}^r(t-1)$  は、 $C_r$  内に含まれるセルの通過時間の和で求

められる。そこで、セルの通過時間の算定法を定義する。時刻  $t-1$  のセル  $i$  の通過時間  $t_i(t-1)$  を、

$$t_i(t-1) = \frac{\Delta x}{v_i(t-1)} \quad (10)$$

と定義する。ここで、

$\Delta x$  = セル長

$v_i(t-1)$  = 時刻  $t-1$  のセル  $i$  の平均速度

である。 $v_i(t-1)$  は、Greenshieldsの式<sup>10</sup>より、

$$v_i(t-1) = v_f \left(1 - \frac{K_i(t-1)}{k_{jam}}\right) \quad (11)$$

と定義する。式(11)で示す通り、セルの平均速度  $v_i(t-1)$  は、セルの密度  $K_i(t-1)$  に依存した関数で求められる。時刻  $t-1$  における経路  $r$  の所要時間  $T_{id}^r(t-1)$  は、

$$T_{id}^r(t-1) = \sum_{i \in C_r} t_i(t-1) \quad (12)$$

として求められる。全てのセル  $i$  で式(7)および式(9)~(12)の操作を行えば、 $u_{ij}^d(t)$  が算定できる。 $u_{ij}^d(t)$  が算定できれば、式(1),(2)より  $\mathbf{U}(t)$  が求められる。

### (5) 目的地別の車両密度を用いたCTMによるセルの車両密度の算定法

本節では、目的地別の車両密度を用いたCTMについて述べる。

まず、隣接するセル  $m, i, j$  間の車両密度の時間進展を定式化する。セル  $i$  の上流のセルの集合を  $C_u = \{\dots m \dots\}$ 、下流セルのインデックス集合を  $C_j = \{\dots j \dots\}$  と定義する。時刻  $t$  におけるセル  $m, i, j$  の交通流率は、交通量保存則より、 $k_i^d(t)$

$$= k_i^d(t-1) + \left(\sum_{m \in C_u} x_{mi}^d(t) - \sum_{j \in C_d} x_{ij}^d(t) + q_i^d(t)\right) \frac{\Delta t}{\Delta x},$$

$$s.t. \frac{\Delta x}{\Delta t} \geq v_f, \forall d \in \Omega_D, \forall i \in C_i, m \in C_u, j \in C_d. \quad (13)$$

と書ける。ここで、

- $x_{ij}^d(t)$  = 時刻  $t$  の目的地  $d$  をもつ車両のセル  $ij$  間の流率
- $q_i^d(t)$  = 時刻  $t$  にセル  $i$  を出発し、目的地  $d$  に向かう交通需要の交通流率

である。式(13)では、 $\Delta t$  の間にセルを飛び越えないように  $\frac{\Delta x}{\Delta t} \geq v_f$  の制約を設けている。

式(13)のセル  $ij$  間の交通流率  $x_{ij}^d(t)$  の算定法を整理する。交通流率  $x_{ij}^d(t)$  を求めるにあたっては、以下の交通流率を考える必要がある。

- 1) セル  $i$  からセル  $j$  に流出したい交通流率、 $u_{ij}(t)$
- 2) セル  $j$  がセル  $i$  から受け入れることができる交通流率、 $s_{ij}(t)$

川崎ら<sup>2)</sup>によると上記の他に「セル  $i$  からセル  $j$  に流出できる交通流率  $r_{ij}(t)$ 」を考える必要があるが、本研究では、簡単のため、 $u_{ij}(t) = r_{ij}(t)$  とし、1), 2) の交通流率のみ取り扱う。 $u_{ij}(t)$  は、式(2)で定義したロジット

トモデルの状態量である。

次に $s_{ij}(t)$ の算定法を整理する。セル $j$ がセル $i$ から受け入れることができる交通流率 $s_{ij}(t)$ を求めるためには、まずセル $j$ が受け入れることができるセル全体の交通流率 $S_{ij}(t)$ を求める必要がある。この交通流率は、セル $j$ の交通状態に依存し、

$$S_{ij}(t) = w(k_{jam} - k_i(t - 1)) \quad (14)$$

と表される。 $S_{ij}(t)$ を上流セルの $u_{ij}(t)$ の大きさで比例分配すると、

$$s_{ij}(t) = S_{ij}(t) \cdot \frac{u_{ij}(t)}{\sum_m u_{mj}(t)} \quad (15)$$

と書ける。セル $i$ からセル $j$ に流入する交通流率 $x_{ij}^d(t)$ は、 $u_{ij}(t)$ のうち最大 $s_{ij}(t)$ 受け入れられるため、交通流率 $x_{ij}^d(t)$ は、

$$x_{ij}^d(t) = \min\{u_{ij}(t), s_{ij}(t)\} \quad (16)$$

と定義する。なお、セル下流側に信号が設置されており、かつ時に信号が赤現示の場合は、 $x_{ij}^d(t) = 0$ とする。

以上よりロジットモデルにより $u_{ij}^d(t)$ が与えられれば、 $k_i^d(t - 1)$ から $x_{ij}^d(t)$ を求めることができ、これを式(13)に代入すれば時刻 $t$ の全てのセルの目的地別の交通密度 $k_i^d(t)$ が求められる。そして、全ての $k_i^d(t)$ が求めれば、式(3),(4)よりCTMの状態ベクトル $\mathbf{K}(t)$ が求められる。

#### 4. 観測ベクトルの定義

本章では、プローブ軌跡データを用いた観測ベクトルを定義する。本研究では、観測変数として、

- 1) セル $i$ の車両密度、 $y_i(t)$
- 2) セルから下流セル $j$ へ分岐したプローブ車両台数、 $z_{ij}(t)$

を提案する。以降で、各観測変数の観測方法及び観測ベクトルの定義を述べる。

##### (1) セルの車両密度の定義

まず、時刻 $t$ におけるセル $i$ の観測密度 $y_i(t)$ を定義する。図-7のように時刻 $t$ において、セル $i$ を走行するプローブ車両速度 $v_i^{obs}(t)$ が観測されたことを考えよう。観測密度は、図-7のようにプローブ速度 $v_i^{obs}(t)$ の傾きを持った直線とセル $i$ のFDの接点から求める。なお、プローブ速度 $v_i^{obs}(t)$ が、 $v_f$ 以上の自由流の場合は、FD上では、密度が一意に決まらないため、本研究では便宜的に $k_c/2$ が観測される設定とした。以上よりプローブ速度をセルの車両密度に変換する式を、

$$y_i(t) = \begin{cases} \text{if } v_i^{obs} \geq v_f & \frac{k_c}{2} \\ \text{else} & \frac{q_{max} - k_c}{v_i^{obs} + w} \end{cases} \quad (17)$$

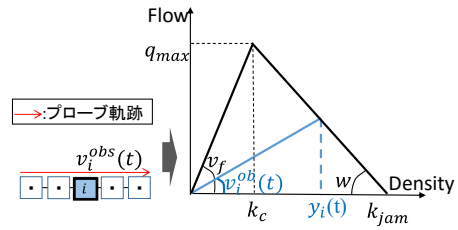


図-7 セルの車両密度観測イメージ

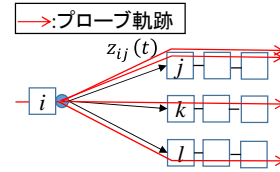


図-8 分岐車両台数の観測イメージ

と定義する。

次に観測車両密度ベクトル $\mathbf{y}(t)$ について定義する。時刻 $t$ においてプローブ車両が観測されたセルの集合を $C_o(t)$ とする。時刻ごとにプローブが観測されるセル数は異なるため、集合 $C_o(t)$ のサイズは異なる。以上より観測車両密度ベクトル $\mathbf{y}(t)$ は、次元数 $|C_o(t)|$ の

$$\mathbf{y}(t) = (\dots y_i(t) \dots)^T \quad (18)$$

$$|C_o(t)| \leq |C_I| \quad (19)$$

と定義する。

##### (2) 分岐車両台数の定義

まず、時刻 $t$ におけるセル $i$ から下流セル $j$ への観測分岐車両台数 $z_{ij}(t)$ を定義する。図-8のように時刻 $t$ において、セル $i$ から下流セルに分岐するプローブ車両が観測された場合を考えよう。観測分岐台数 $z_{ij}(t)$ は、セル $i$ からセル $j$ に分岐した台数と定義する。図-8の場合は $z_{ij}(t) = 2$ 、 $z_{ik}(t) = 1$ 、 $z_{il}(t) = 1$ である。次に観測分岐率ベクトル $\mathbf{z}(t)$ について定義する。時刻 $t$ において分岐台数が観測された隣接セルの集合を $C_{ij,o}(t)$ とする。時刻 $t$ ごとに分岐台数が観測される箇所数は異なるため、 $C_{ij,o}(t)$ のサイズは異なる。以上より $\mathbf{z}(t)$ は、次元数 $|C_{ij,o}(t)|$ の

$$\mathbf{z}(t) = (\dots z_{ij}(t) \dots)^T \quad (21)$$

$$|C_{ij,o}(t)| \leq |C_{ij}| \quad (22)$$

と定義する。

#### 5. 状態空間モデルの構築

本章では、前章で定義した“セルの車両密度”と“分岐車両台数”を個別に用いた2種類の状態空間モデルを提案する。以降では、セルの車両密度を用いた状態空間モデルをモデル1(車両密度評価)、分岐率を用いた状態

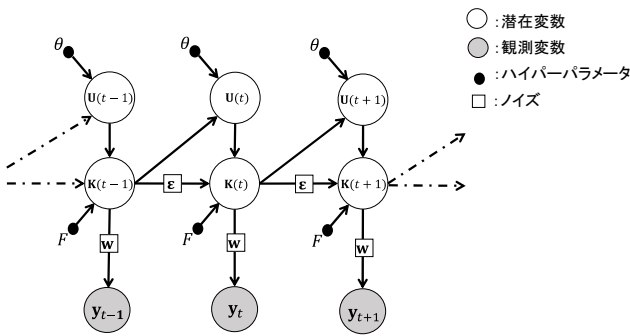


図-9 モデル1(車両密度評価)のグラフィカル表現

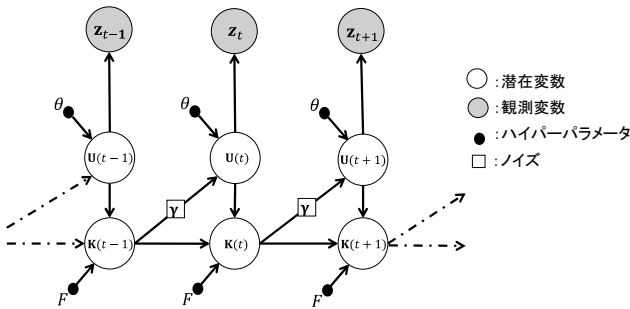


図-10 モデル2(分岐台数評価)のグラフィカル表現

空間モデルをモデル2(分岐台数評価)と呼ぶこととする。

(1) 状態空間モデルの仮定

本節では、モデル1(車両密度評価)とモデル2(分岐率評価)の状態空間モデルの仮定を整理する。

まず、本研究が仮定するモデル1(車両密度評価)、モデル2(分岐率台数評価)のグラフィカル表現を図-9、図-10に示す。

図-9のモデル1(車両密度評価)では、観測される密度  $y(t)$  により、セルの密度  $K(t)$  の事後分布を求めて、セルの推定密度の更新を図る。システムモデルは、セルの密度  $K(t)$  にシステムノイズ  $\epsilon$  が加えられたものが推定されると仮定する。観測モデルでは、セルの密度  $K(t)$  に観測ノイズ  $w$  が加えられたものが観測されると仮定する。図-9に示す仮定であれば、セルの密度  $K(t)$  が更新されるとロジットモデルによる経路選択結果の  $U(t)$  も更新されると考えた。

対して、図-10のモデル2(分岐台数評価)では、観測される分岐車両台数  $z(t)$  により、経路選択  $U(t)$  の事後分布を求めて、経路選択結果の更新を図る。システムモデルは、ロジットモデルの経路選択  $U(t)$  にシステムノイズ  $\gamma$  が加えられたものと仮定する。そして、プローブ車両から得られた分岐車両台数  $z(t)$  が  $U(t)$  に依存して観測されると仮定する。図-10に示す仮定であれば、 $U(t)$  が更新されると、 $K(t)$  も更新されると考えた。

なお、各状態空間モデルのシステムモデル、観測モデルの詳細は後述する。

最後に想定される各モデルの特徴について述べる。

モデル1は、プローブ車両が1台でも観測されれば、セルの密度を改善することができる。しかし、式(17)に示した通り、プローブ車両から自由流時の密度を直接観測することが出来ないため、自由流時の車両密度の観測精度に課題がある。

対して、モデル2は、全交通のプローブの観測率が高ければ、自由流時であっても、実際の分岐状況に近い状況を観測可能である。一方で、観測率が低い場合には、実際の分岐状況と観測値の乖離が大きくなるという課題が想定される。

(2) モデル1(車両密度評価)

まず、システムモデルを定義する。モデル1(交通密度評価)のシステムモデルは、図-9のモデルの仮定より、

$$U(t) = f_{logit}(K(t-1), \theta), \tag{23a}$$

$$K(t) = f_{CTM}(K(t-1), U(t), F) + \epsilon, \tag{23b}$$

$$\epsilon = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_i, \dots, \epsilon_I)^T, \epsilon_i \sim N(0, \sigma_{\epsilon_i}^2). \tag{23c}$$

と定義する。ここで、 $\epsilon$  はシステムノイズであり、独立な正規分布を仮定する。

次に、観測モデルを定義する。観測モデルは、図-9のモデルの仮定より、

$$y(t) = H(t)K(t) + w, \tag{24a}$$

$$w = (\dots, w_i, \dots)^T, w_i \sim N(0, \sigma_{w_i}^2). \tag{24b}$$

と定義される。ここで、 $H(t)$  は全状態量から観測される状態量を取り出す次元数  $|C_i| \times |C_o(t)|$  の観測行列である。 $w$  は観測ノイズベクトルであり、 $y(t)$  と同次元である。観測ノイズは、独立な正規分布を仮定する。

事後分布の算定法を整理する。事後分布は、セル  $i$  の観測値  $y_i(t)$  が得られた場合の車両密度の分布  $p(K_i(t)|y_i(t))$  と定義する。図-9のモデルの仮定より事後分布は、

$$p(K_i(t)|y_i(1:t)) \propto p(y_i(t)|K_i(t)) \times \int p(K_i(t)|K_i(t-1))p(K_i(t-1)|y_i(1:t-1))dK_i(t-1) \tag{25}$$

と定義される。右辺の  $p(y_i(t)|K_i(t))$  は、尤度である。セル  $i$  の尤度関数は、式(24)より、

$$p(y_i(t)|K_i(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{w_i}^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{w_i}^2}\{y_i(t) - (H(t)K(t))_i\}^2\right], i \in C_i. \tag{26}$$

と定義される。ここで、 $(H(t)K(t))_i$  は  $H(t)K(t)$  の  $i$  番目の要素を示す。本研究では、上記、事後分布の算定は、パーティクルフィルタ<sup>11)</sup>を用いる。パーティクルフィルタは、システムモデルや観測モデルが非線形な場合やノイズが非ガウスの場合であっても事後分布を算定可能といった特徴を持つ。

次に、事後分布  $p(K_i(t)|y_i(t))$  が求められた後のモデル

ルの予測結果の更新法を整理する. 求められた事後分布のフィルタリング値(期待値)  $\hat{R}_i = E[p(K_i(t)|y_i(t))]$  をセルの密度の新たな予測値として更新する. この値を  $k_i^d(t)$  の大きさで比例配分すれば,

$$\hat{k}_i^d(t) = \frac{k_i^d(t)}{\sum_d k_i^d(t)} \times \hat{R}_i(t), \forall i \in C_l. \quad (27)$$

が得られる. この  $\hat{k}_i^d(t)$  と 3 章で述べた CTM により  $t+1$  時の車両密度の予測値  $k_i^d(t+1)$  が求められる.

### (3) モデル2 (分岐台数評価)

まず, システムモデルを定義する. モデル2(分岐率評価)システムモデルは, 図-10のモデルの仮定より,

$$\mathbf{U}(t) = f_{\text{logit}}(\mathbf{K}(t-1), \theta) + \boldsymbol{\gamma}, \quad (28a)$$

$$\mathbf{K}(t) = f_{\text{CTM}}(\mathbf{K}(t-1), \mathbf{U}(t), F), \quad (28b)$$

$$\boldsymbol{\gamma} = (\dots, \gamma_i, \dots)^T, \gamma_i \sim N(0, \sigma_{\gamma_i}^2). \quad (28c)$$

と定義する. ここで,  $\boldsymbol{\gamma}$  は  $\mathbf{U}(t)$  と同次元のシステムノイズベクトルであり, 独立な正規分布を仮定する.

次に, 分岐車両台数  $\mathbf{z}(t)$  が観測された下での  $\mathbf{U}(t)$  の更新方法について述べる. まず,  $\mathbf{U}(t)$  の要素であるセル  $i$  から下流セル  $j$  への交通流率  $u_{ij}(t)$  を分岐率  $\pi_{ij}(t)$  に変換する.  $\pi_{ij}(t)$  は, セル  $i$  からの全流出量におけるセル  $j$  間への交通流率  $u_{ij}(t)$  が占める割合として,

$$\pi_{ij}(t) = \frac{u_{ij}(t)}{\sum_{j \in C_d} u_{ij}(t)}. \quad (29)$$

と定義する. 式(29)より  $\pi_{ij}(t)$  は,

$$\sum_{j \in C_d} \pi_{ij}(t) = 1. \quad (30)$$

の性質を満たす. 次に, セル  $i$  から下流セルへの分岐率の集合ベクトルを

$$\boldsymbol{\pi}_i(t) = (\dots, \pi_{ij}(t), \dots)^T, \forall i \in C_l, j \in C_d. \quad (31)$$

と定義する. そして, セル  $i$  から下流セルへの観測分岐車両台数の集合ベクトルと観測分岐車両台数の総数  $N$  を

$$\mathbf{z}_i(t) = (\dots, z_{ij}(t), \dots)^T, \forall i \in C_l, j \in C_d. \quad (32)$$

$$N = \sum_{j \in C_d} z_{ij}(t), z_{ij}(t) \in \mathbf{z}_i(t). \quad (33)$$

と定義する.

次に,  $\boldsymbol{\pi}_i(t)$ ,  $N$  が与えられた下で  $\mathbf{z}_i(t)$  が実現する確率を考える. これは,  $\mathbf{z}_i(t)$  の多項分布

$$\begin{aligned} p(\mathbf{z}_i(t) | \boldsymbol{\pi}_i(t), N) &= \text{Mult}(\dots z_{ij}(t) \dots | \boldsymbol{\pi}_i(t), N) \\ &= \frac{N!}{\prod_{j \in C_d} (z_{ij}(t)!) } \left( \prod_{j \in C_d} \pi_{ij}(t)^{z_{ij}(t)} \right), \forall i \in C_l, j \in C_d \end{aligned} \quad (34)$$

として定義される. 式(34)は, 観測分岐車両台数の尤度関数と解釈できる. 上記と図-10の状態空間モデルの仮定より,  $\mathbf{z}_i(t)$  が観測された下での  $\boldsymbol{\pi}_i(t)$  の事後分布は,

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\pi}_i(t) | \mathbf{z}_i(1:t)) &\propto p(\mathbf{z}_i(t) | \boldsymbol{\pi}_i(t), N) \\ &\times \int p(\boldsymbol{\pi}_i(t) | \boldsymbol{\pi}_i(t-1)) p(\boldsymbol{\pi}_i(t-1) | \mathbf{z}_i(1:t-1)) d\boldsymbol{\pi}_i(t-1) \end{aligned} \quad (35)$$

と定義される. 本研究では, 上記, 事後分布の計算は,

パーティクルフィルタによって求める. そして, 求められた事後分布のフィルタリング値(期待値)  $E[p(\boldsymbol{\pi}_i | \mathbf{z}_i(t))]$  を新たな分岐率の状態量  $\hat{\boldsymbol{\pi}}_i(t) = (\dots, \hat{\pi}_{ij}(t), \dots)^T$  として更新する. そして, セル  $i$  から下流セルへの交通流率の和(セルから下流セルへの交通需要)に  $\hat{\pi}_{ij}(t)$  を乗じれば,  $u_{ij}(t)$  の更新値

$$\hat{u}_{ij}(t) = \hat{\pi}_{ij}(t) \times \sum_{j \in C_d} u_{ij}(t) \quad (36)$$

が得られる. 以上の操作を全てのセルで行えば, 状態ベクトルの更新値  $\hat{\mathbf{U}}(t) = (\dots, \hat{u}_{ij}(t), \dots)^T$  が得られる. この  $\hat{u}_{ij}(t)$  と式(16)によってセル間の交通流率の更新値を求めることができる. セル間の交通流率が更新されれば, CTMによりセルの車両密度も更新される.

## 6. おわりに

本研究では, 二次元ネットワークの交通状態推定のために経路選択を内包したCTMとプローブ軌跡データを用いた状態空間モデルの構築した. 具体的には, “セルの車両密度”と“分岐車両台数”を用いた2種類の状態空間モデルを提案した. 今後の課題は以下の通りである.

### 1) モデル検証の実施

今回提案した状態空間モデルの性能の検証が必要である. 検証は, 既往の状態空間モデルで実施されている双子実験<sup>12)</sup>によるアプローチが考えられる. 5.(1)節で記載したが, 提案した状態空間モデルは, 取得されるプローブデータの取得割合がモデルの推定精度に影響があると想定される. そのため, 検証にあたっては, プローブ取得割合と精度の関係を分析することが必要である. その他, ネットワーク内の分岐の数といったネットワーク形状とモデル精度の関係も分析する必要がある.

### 2) モデルの改良

本稿では, プローブから得られる2種類の観測変数(セルの車両密度, 分岐台数)に対して, 観測変数を個別に扱う2種類の状態空間モデルを構築した. モデルの精度向上の観点では, 本稿のモデルを改良し, 2種類の観測変数を同時に扱える状態空間モデルの構築が望ましいと考える.

**謝辞:** 本研究は, 独立行政法人 情報通信研究機構(NICT)の「ソーシャル・ビッグデータ利活用・基盤技術の研究開発(課題178A09)」プロジェクトより助成を受けたものである. ここに記して感謝の意を表する.

## 参考文献

- 1) 樋口知之, 上野玄太, 中野慎也, 中村和幸, 吉田 亮: データ同化入門—次世代のシミュレーション技術—, 朝倉書店, 2011.
- 2) 川崎洋輔, 原祐輔, 桑原雅夫: 状態空間モデルによる交通状態推定手法の二次元ネットワークへの拡張, 土木計画学研究・講演集, Vol.53, CD-ROM, 2016.
- 3) Daganzo, C.F.: The cell transmission model, part II: network traffic, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 29(2), pp. 79-93, 1995.
- 4) Claudel, C. G. and Bayen, A. M.: Convex Formulations of Data Assimilation Problems for a Class of Hamilton-Jacobi Equations, *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol.49(2), pp.383-402,2011.
- 5) Deng, W., Lei, H., and Zhou, X.: Traffic state estimation and uncertainty quantification based on heterogeneous data sources: A three detector approach, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.57, pp.132-157,2013.
- 6) Work, D., Blandin, S., Tossavainen, O.P., Piccoli, B., Bayen, A.: A traffic model for velocity data assimilation, *Appl. Math. Res. Exp.*, Vol.2010(1), pp. 1-35, 2010.
- 7) 成岡尚哉, 瀬尾亨, 日下部貴彦, 朝倉康夫: 速度データに基づく交通流の状態とモデルパラメータの同時推定, 土木計画学研究・講演集, Vol.51, 2015.
- 8) Nantes, A., Ngoduy, D., Bhaskar, A., Miska, M. and Chung, E.: Real-time traffic state estimation in urban corridors from heterogeneous data, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2015.
- 9) 土木学会 土木計画学研究委員会: 交通ネットワークの均衡分析—最新の理論と解法, 丸善, 1998.
- 10) Greenshields, B. D.: A Study in Highway Capacity, H.R.B., *Proceedings*, Vol.14, pp.468, 1935.
- 11) Kitagawa, G.: Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Nonlinear State Space Models, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol. 5, No. 1, pp. 1-25, 1996.
- 12) 淡路敏之, 蒲地政文, 池田元美, 石川洋一 編著: データ同化 観測・実験とモデルを融合するイノベーション, 京都大学学術出版会, 2009.

(2016.7.31受付)

CONSTRUCTION OF TRAFFIC STATE ESTIMATION METHOD OF THE TWO-DIMENSIONAL NETWORK BY STATE-SPACE MODEL CONSIDERING ROUTE CHOICE

Yosuke KAWASAKI, Yusuke HARA and Masao KUWAHARA