不確実性下における複数主体からなるサプライチェーンネットワークの最適化

青島　一政[1]・山田　忠史[2]

[1]学生会員　京都大学大学院修士課程　工学研究科都市社会工学専攻
（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
E-mail: aoshima.kazumasa.28x@st.kyoto-u.ac.jp
[2]正会員　京都大学准教授　経営管理大学院（同上）
E-mail: yamada.tadashi.2x@kyoto-u.ac.jp

本研究では，サプライチェーンネットワーク(SCN)上に存在する不確実性に注目し，不確実性下での最適なサプライチェーンネットワーク設計に寄与するモデルを提案する．製造業者，卸売業者，小売業者，消費市場，物流業者の分権的な意思決定や行動の相互作用を考慮した既存の記述型モデルに，不確実性を表現する変数を明示的に導入し，期待残差最小化法（ERM法）を解法として用いることで，不確実性に対して最も頑健なサプライチェーンネットワークを導出する．この最適化モデルから得られる結果を既存の記述型モデルから得られる結果と比較することで，最適化モデルの基本的な性能を検討したうえで，各種費用のばらつきに対する数値計算を通じて，不確実性下でのSCNの最適状態について基礎的考察を行う．

Key Words : *supply chain network, uncertainty, optimization, expected residual minimization method*

1. はじめに

現在では，サプライチェーンネットワーク(supply chain network: SCN)の効率的な形成，すなわち，サプライチェーンマネジメントが，企業の重要な戦略となっている．それゆえ，SCN 上で生じる現象，例えば，商品の流動や活動主体の行動を記述することが，行政側の物資流動発生メカニズムや物流施策の効果把握，および，企業側の施策理解につながる．多段階の複数主体の分権的な意思決定や主体間の行動の相互作用を考慮したうえで，SCN 上で生じる現象を記述する方法論に，サプライチェーンネットワーク均衡(supply chain network equilibrium: SCNE)モデル（例えば，文献1)）がある．

SCN 上には，輸送時間，原材料調達，商品需要など，多数の不確実な要因が存在する．不確実性を考慮した SCNE モデルについては，商品需要の不確実性を考慮したモデル [2)-5)]が開発されているが，不確実性を確定論的な SCNE の枠組みで取り扱っているに過ぎない．Liu and Nagurney[5)]は，費用の不確実性も取り扱っているが，商品需要と費用のばらつきに対して，SCN 上で生じる現象の変動を記述しているだけである．後述の SCN 全体の均衡条件が示すように，不確実性が存在する場合には，一意に決まる均衡解は一般に存在しない．そこで，本研究では，SCNE モデルを基にして，各種費用や商品需要のばらつきに対して SCN 全体が最も頑健であるような，最適状態を算定するモデル，すなわち，不確実性下での SCN の最適化モデルを提案する．SCN 全体の最も頑健な状態を把握することは，堅牢な SCN 形成に向けての輸送基盤整備などを検討する際の一助となるものと考えられる．不確実性下での SCN 最適化の既存研究（例えば，文献6),7)）については，個々の企業あるいは企業体の SCN に関するものであり，本研究のように複数企業からなる SCN 全体の最適性を検討する研究は見られない．

本研究では，SCN 全体の効率性を総余剰（消費者以外の主体の利潤と消費者余剰の総和）で計測し，不確実性に対して総余剰の変動が小さい SCN を「不確実性に対する頑健性が高い SCN」と定義する．最も頑健な状態，すなわち，最適解は，不確実性を表現する確率変数を用いて定式化した SCNE を，期待残差最小化法 [8)](ERM 法：Expected Residual Minimization method)を用いて求解することで導出できる．構築した最適化モデルと，記述型の既存の SCNE モデル（以下，従来モデルと称する）を，不確実性に対する頑健性の観点から比較することにより，構築したモデ

ルの基本性能を確認するとともに，各種費用のばらつきに対する数値計算を通じて，不確実性下での SCN の最適状態について基礎的考察を行う．

2. 不確実性下でのSCNEの記述

図-1 のように，寡占的で単一の流通段階を有する SCN を仮定し，5 主体（製造業者，卸売業者，小売業者，消費市場，物流業者）の意思決定を，既存の SCNE モデル [9)]に基づいて記述する．SCN 上には I 個の製造業者，J 個の卸売業者，K 個の小売業者，L 個の消費市場および H 個の物流業者がいるとする．既存モデルとは異なり，各主体の費用や消費需要に不確実性があると仮定する．なお，式中の“＊”は均衡解を意味する．

(1) 定式化

a)製造業者の行動

製造業者の行動は，利潤最大化を目的関数として，以下のように表される．

$$\underset{Q^1}{\mathrm{Max}} \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\rho_{hij}^{1*}q_{hij} - f_i(Q^1,\omega^{f_i}) - g_i(Q^1,\omega^{g_i}) - \sum_{j=1}^{J} c_{ij}(Q^1,\omega^{c_{ij}}) - \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\rho_{hij}^{5*}q_{hij} \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad q_{hij} \geq 0 \, \forall h, j \quad (2)$$

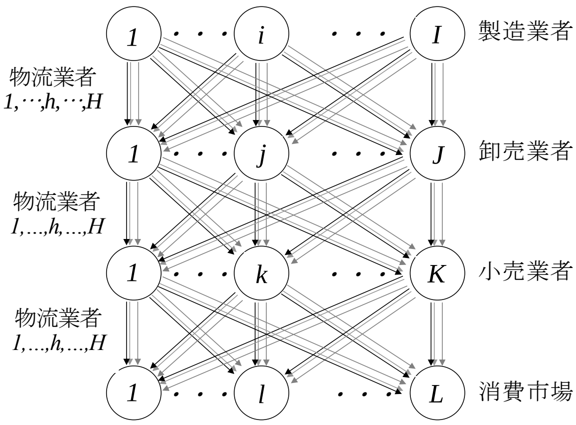
ここに，

ρ_{hij}^{1} :製造業者 i から卸売業者 j への販売価格
q_{hij} :ij 間における物流業者 h の輸送量
Q^1 : q_{hij} を要素とする HIJ 次元ベクトル
ω^{f_i} :生産費用のばらつきを表す確率変数
ω^{g_i} :施設費用のばらつきを表す確率変数
$\omega^{c_{ij}}$:取引費用のばらつきを表す確率変数
$f_i(Q^1,\omega^{f_i})$:製造業者 i の生産費用関数
$g_i(Q^1,\omega^{g_i})$:製造業者 i の施設費用関数
$c_{ij}(Q^1,\omega^{c_{ij}})$: 製造業者 i と卸売業者 j の取引費用関数
ρ_{hij}^{5} :ij 間の輸送における物流業者 h の運賃

生産費用には材料の調達・保管の費用や設備費等も含まれる．取引費用には運賃以外の取引に関する費用が，施設費用には土地代や維持管理費が含まれる．

生産費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての製造業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $Q^{1*} \in R_{+}^{HIJ}$ を求める問題と等価である．

$$\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial f_i\left(Q^{1*},\omega^{f_i}\right)}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial g_i\left(Q^{1*},\omega^{g_i}\right)}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial c_{ij}\left(Q^{1*},\omega^{c_{ij}}\right)}{\partial q_{hij}} + \rho_{hij}^{5*} - \rho_{hij}^{1*}\right]\times\left[q_{hij} - q_{hij}^{*}\right] \geq 0 \quad \forall Q^1 \in R_{+}^{HIJ} \quad (3)$$



図−1 モデル化の対象とする SCN

式(3)の左辺の乗算記号前の角括弧内の関数を F_{hij}^{1} と表し，ベクトル値関数 $F^1 = (F_{hij}^1)_{h=1\cdots H, i=1\cdots I, j=1\cdots J}$ とする．また， $X^1 = (Q^1)$， $\omega^1 = (\omega^{f_i},\omega^{g_i},\omega^{c_{ij}})$ とする．このとき，式(3)は，以下の空間，

$$K^1 \equiv \left\{ (Q^1) \middle| Q^1 \in R_{+}^{HIJ} \right\} \quad (4)$$

において，

$$F^1(X^{1*},\omega^1)\times[X^1 - X^{1*}] \geq 0, \quad \forall X^1 \in K^1 \quad (5)$$

を満たすような点 $X^{1*} \in K^1$ を求める問題となる．

b)卸売業者の行動

卸売業者 j の行動は利潤最大化を目的関数として以下のように定式化できる．

$$\underset{Q^1,Q^2}{\mathrm{Max}} \sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\rho_{hjk}^{2*}q_{hjk} - c_j(Q^1,\omega^{c_j}) - g_j(Q^1,\omega^{g_j}) - \sum_{k=1}^{K}c_{jk}(Q^2,\omega^{c_{jk}}) - \sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\rho_{hjk}^{6*}q_{hjk} - \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\rho_{hij}^{1*}q_{hij} \quad (6)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hjk} \leq \sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}q_{hij} \quad (7)$$

$$q_{hij} \geq 0 \ \forall h,i, \quad q_{hjk} \geq 0 \ \forall h,k \quad (8)$$

ここに，

ρ_{hjk}^{2} :卸売業者 j から小売業者 k への販売価格
q_{hjk} :jk 間における物流業者 h の輸送量
Q^2 :q_{hjk} を要素とする HJK 次元ベクトル
ω^{c_j} :保管費用のばらつきを表す確率変数
ω^{g_j} :施設費用のばらつきを表す確率変数
$\omega^{c_{jk}}$:取引費用のばらつきを表す確率変数
$c_j(Q^1,\omega^{c_j})$:卸売業者 j の保管費用関数
$g_j(Q^1,\omega^{g_j})$:卸売業者 j の施設費用関数
$c_{jk}(Q^1,\omega^{c_{jk}})$:卸売業者 j と小売業者 k の取引費用関数
ρ_{hjk}^{6} :jk 間の輸送における物流事業者 h の運賃

保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての卸売業者の最適性条件が同時

に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $(Q^{1*},Q^{2*},\gamma^*)\in R_+^{HIJ+HJK+J}$ を求める問題と等価である．

$$\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial c_j\left(Q^{1*},\omega^{c_j}\right)}{\partial q_{hij}}+\frac{\partial g_j\left(Q^{1*},\omega^{g_j}\right)}{\partial q_{hij}}+\rho_{hij}^{1*}-\gamma_j^*\right]$$
$$\times\left[q_{hij}-q_{hij}^*\right]+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[-\rho_{hjk}^{2*}+\frac{\partial c_{jk}\left(Q^{2*},\omega^{c_{jk}}\right)}{\partial q_{hjk}}\right. \tag{9}$$
$$\left.+\rho_{hjk}^{6*}+\gamma_j^*\right]\times\left[q_{hjk}-q_{hjk}^*\right]+\sum_{j=1}^{J}\left[\sum_{h=1}^{H}\left(\sum_{i=1}^{I}q_{hij}^*-\sum_{k=1}^{K}q_{hjk}^*\right)\right]$$
$$\times\left[\gamma_j-\gamma_j^*\right]\geq 0 \qquad \forall\left(Q^1,Q^2,\gamma\right)\in R_+^{HIJ+HJK+J}$$

式(9)中の γ_j は式(7)についてのラグランジェ乗数であり，γ は γ_j を要素とする J 次元列ベクトルである．

式(9)の左辺第 1 項から第 3 項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ， $F_{hij}^2,F_{hjk}^2,F_j^2$ と表し，$F^2=(F_{hij}^2,F_{hjk}^2,F_j^2)_{h=1\cdots H,i=1\cdots I,j=1\cdots J,k=1\cdots K}$ と表されるベクトル値関数を定義する．また， $X^2=(Q^1,Q^2,\gamma)$ ，$\omega^2=(\omega^{c_j},\omega^{g_j},\omega^{c_{jk}})$ とする．このとき，式(9)は，以下の空間,

$$K^2\equiv\left\{\left(Q^1,Q^2,\gamma\right)\middle|\left(Q^1,Q^2,\gamma\right)\in R_+^{HIJ+HJK+J}\right\} \tag{10}$$

において,

$$F^2(X^{2*},\omega^2)\times[X^2-X^{2*}]\geq 0,\quad \forall X^2\in K^2 \tag{11}$$

を満たすような点 $X^{2*}\in K^2$ を求める問題となる．

c)小売業者の行動

小売業者 k の行動は，卸売業者と同様に，利潤最大化のもと，以下のように定式化できる．

$$\begin{aligned}\underset{Q^2,Q^3}{\text{Max}}\ &\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}\rho_{hkl}^{3*}q_{hkl}-c_k\left(Q^2,\omega^{c_k}\right)-g_k\left(Q^2,\omega^{g_k}\right)\\&-\sum_{l=1}^{L}c_{kl}\left(Q^3,\omega^{c_{kl}}\right)-\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}\rho_{hkl}^{7*}q_{hkl}\\&-\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\rho_{hjk}^{2*}q_{hjk}\end{aligned} \tag{12}$$

$$\text{subject to}\ \sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L}q_{hkl}\leq\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}q_{hjk} \tag{13}$$

$$q_{hjk}\geq 0\quad\forall h,j,\quad q_{hkl}\geq 0\quad\forall h,l \tag{14}$$

ここに,

ρ_{hkl}^3 :小売業者 k から消費市場 l への販売価格
q_{hkl} :kl 間における物流業者 h の輸送量
Q^3 :q_{hkl} を要素とする HKL 次元ベクトル
ω^{c_k} :保管費用のばらつきを表す確率変数
ω^{g_k} :施設費用のばらつきを表す確率変数
$\omega^{c_{kl}}$:取引費用のばらつきを表す確率変数
$c_k(Q^2,\omega^{c_k})$:小売業者 k の保管費用
$g_k(Q^2,\omega^{g_k})$:小売業者 k の施設費用
$c_{kl}(Q^3,\omega^{c_{kl}})$:小売業者 k と消費市場 l の取引費用
ρ_{hkl}^7 :kl 間の輸送における物流事業者 h の運賃

保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての小売業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $(Q^{2*},Q^{3*},\delta^*)\in R_+^{HJK+HKL+K}$ を求める問題と等価である．

$$\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{\partial c_k\left(Q^{2*},\omega^{c_k}\right)}{\partial q_{hjk}}+\frac{\partial g_k\left(Q^{2*},\omega^{g_k}\right)}{\partial q_{hjk}}+\rho_{hjk}^{2*}\right.$$
$$\left.-\delta_k^*\right]\times\left[q_{hjk}-q_{hjk}^*\right]+\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[-\rho_{hkl}^{3*}+\frac{\partial c_{kl}\left(Q^{3*},\omega^{c_{kl}}\right)}{\partial q_{hkl}}\right.$$
$$\left.+\rho_{hkl}^{7*}+\delta_k^*\times\right]\left[q_{hkl}-q_{hkl}^*\right]+\sum_{k=1}^{K}\left[\sum_{h=1}^{H}\left(\sum_{j=1}^{J}q_{hjk}^*-\sum_{l=1}^{L}q_{hkl}^*\right)\right] \tag{15}$$
$$\times\left[\delta_k-\delta_k^*\right]\geq 0 \qquad \forall\left(Q^2,Q^3,\delta\right)\in R_+^{HJK+HKL+K}$$

δ_k は式(13)についてのラグランジェ乗数であり δ は δ_k を要素とする K 次元列ベクトルである．

式(15)の左辺第 1 項から第 3 項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ, $F_{hjk}^3,F_{hkl}^3,F_k^3$ と表し，$F^3=(F_{hjk}^3,F_{hkl}^3,F_k^3)_{h=1\cdots H,j=1\cdots J,k=1\cdots K,l=1\cdots L}$ と表されるベクトル値関数を定義する．また， $X^3=(Q^2,Q^3,\delta)$ ，$\omega^3=(\omega^{c_k},\omega^{g_k},\omega^{c_{kl}})$ とする．このとき，式(15)は，以下の空間,

$$K^3\equiv\left\{\left(Q^2,Q^3,\delta\right)\middle|\left(Q^2,Q^3,\delta\right)\in R_+^{HJK+HKL+K}\right\} \tag{16}$$

において,

$$F^3(X^{3*},\omega^3)\times[X^3-X^{3*}]\geq 0,\quad \forall X^3\in K^3 \tag{17}$$

を満たすような点 $X^{3*}\in K^3$ を求める問題となる．

d)市場における消費者の行動

需要関数が連続であるとし，消費市場 l では以下の均衡条件が成立すると仮定する．

$$\rho_{hkl}^{3*}\begin{cases}=\rho_l^{4*} & \text{if } q_{hkl}^*>0\\ \geq\rho_l^{4*} & \text{if } q_{hkl}^*=0\end{cases} \tag{18}$$

$$d_l\left(\rho^{4*},\omega^{d_l}\right)\begin{cases}=\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl}^* & \text{if } \rho_l^{4*}>0\\ \leq\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl}^* & \text{if } \rho_l^{4*}=0\end{cases} \tag{19}$$

ここに,

ρ_l^4 :消費市場 l での市場価格
ρ^4 :$\rho^4{}_l$ を要素とする L 次元ベクトル
ω^{d_l} :消費需要のばらつきを表す確率変数
$d_l(\rho^4,\omega^{d_l})$:消費市場 l の需要関数

均衡状態において，式(18)と式(19)は，全ての消費市場について満足される必要があり，これらの均衡条件は，以下の変分不等式を満たす $(Q^{3*},\rho^{4*})\in R_+^{HKL+L}$ を求めることに等しい．

$$\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[\rho_{hkl}^{3*}-\rho_l^{4*}\right]\times\left[q_{hkl}-q_{hkl}^*\right]$$
$$+\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl}^*-d_l\left(\rho^{4*},\omega^{d_l}\right)\right]\times\left[\rho_l^4-\rho_l^{4*}\right]\geq 0 \tag{20}$$
$$\forall\left(Q^3,\rho^4\right)\in R_+^{HKL+L}$$

式(20)の左辺第1項から第2項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ，F_{hkl}^4, F_l^4 と表し，$F^4=(F_{hkl}^4, F_l^4)_{h=1\cdots H,k=1\cdots K,l=1\cdots L}$ と表されるベクトル値関数とする．また，$X^4=(Q^3,\rho^4)$，$\omega^4=\omega^{d_l}$ とする．このとき，式(20)は，以下の空間，

$$K^4 \equiv \left\{\left(Q^3,\rho^4\right)\middle|\left(Q^3,\rho^4\right)\in R_+^{HKL+L}\right\} \tag{21}$$

において，

$$F^4(X^{4*},\omega^4)\times[X^4-X^{4*}]\geq 0, \quad \forall X^4\in K^4 \tag{22}$$

を満たすような点 $X^{4*}\in K^4$ を求める問題となる．

e)物流業者の行動

物流業者 h の行動は，利潤最大化のもと，以下のように定式化できる．

$$\begin{aligned}\underset{Q^1,Q^2,Q^3}{\mathrm{Max}}\ &\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\rho_{hij}^{5*}q_{hij}+\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\rho_{hjk}^{6*}q_{hjk}\\&+\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\rho_{hkl}^{7*}q_{hkl}-g_h\left(Q^1,Q^2,Q^3,\omega^{g_h}\right)\\&-w_h\left(Q^1,Q^2,Q^3,\omega^{w_h}\right)\end{aligned} \tag{23}$$

subject to

$$q_{hij}\geq 0\ \forall i,j,\quad q_{hjk}\geq 0\ \forall j,k,\quad q_{hkl}\geq 0\ \forall k,l \tag{24}$$

ここに，

ω^{g_h} :施設費用のばらつきを表す確率変数

ω^{w_h} :運行費用のばらつきを表す確率変数

$g_h(Q^1,Q^2,Q^3,\omega^{g_h})$:物流事業者 h の施設費用

$w_h(Q^1,Q^2,Q^3,\omega^{w_h})$:物流事業者 h の運行費用

施設費用は，土地代や整備・維持管理などに要する費用である．運行費用は，輸送手段の運行に要する費用であり，輸送手段の固定費用も含まれる．

施設費用関数と運行費用関数が連続かつ凸であり，すべての物流業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*})\in R_+^{HIJ+HJK+HKL}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}&\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial g_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{g_h}\right)}{\partial q_{hij}}+\frac{\partial w_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{w_h}\right)}{\partial q_{hij}}\right.\\&\left.-\rho_{hij}^{5*}\right]\times\left[q_{hij}-q_{hij}^*\right]+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{\partial g_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{g_h}\right)}{\partial q_{hjk}}\right.\\&\left.+\frac{\partial w_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{w_h}\right)}{\partial q_{hjk}}-\rho_{hjk}^{6*}\right]\times\left[q_{hjk}-q_{hjk}^*\right]\\&+\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[\frac{\partial g_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{g_h}\right)}{\partial q_{hkl}}+\frac{\partial w_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{w_h}\right)}{\partial q_{hkl}}\right.\\&\left.-\rho_{hkl}^{7*}\right]\times\left[q_{hkl}-q_{hkl}^*\right]\geq 0 \qquad \forall\left(Q^1,Q^2,Q^3\right)\in R_+^{HIJ+HJK+HKL}\end{aligned} \tag{25}$$

式(25)の左辺第1項から第3項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ，$F_{hij}^5,F_{hjk}^5,F_{hkl}^5$ と表し，$F^5=(F_{hij}^5,F_{hjk}^5,F_{hkl}^5)_{h=1\cdots H,i=1\cdots I,j=1\cdots J,k=1\cdots K,l=1\cdots L}$ と表されるベクトル値関数を定義する．また，$X^5=(Q^1,Q^2,Q^3)$，$\omega^5=(\omega^{g_h},\omega^{w_h})$ とする．このとき，式(25)は，以下の空間，

$$K^5\equiv\left\{\left(Q^1,Q^2,Q^3\right)\middle|\left(Q^1,Q^2,Q^3\right)\in R_+^{HIJ+HJK+HKL}\right\} \tag{26}$$

において，

$$F^5(X^{5*},\omega^5)\times[X^5-X^{5*}]\geq 0, \quad \forall X^5\in K^5 \tag{27}$$

を満たすような点 $X^{5*}\in K^5$ を求める問題となる．

(2) SCN 全体の均衡条件

均衡状態においては，各主体の最適性条件，および，消費市場の均衡条件が同時に満たされる．変分不等式における和と各成分との関係[10),11)]を考慮すれば，SCN 全体の均衡条件は，最適性条件と均衡条件の和，つまり，式(5),(11),(17),(22),(27)の和で表され，以下のようになる．

$$\begin{aligned}&\sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left[\frac{\partial f_i\left(Q^{1*},\omega^{f_i}\right)}{\partial q_{hij}}+\frac{\partial g_i\left(Q^{1*},\omega^{g_i}\right)}{\partial q_{hij}}+\frac{\partial c_{ij}\left(Q^{1*},\omega^{c_{ij}}\right)}{\partial q_{hij}}\right.\\&+\frac{\partial c_j\left(Q^{1*},\omega^{c_j}\right)}{\partial q_{hij}}+\frac{\partial g_j\left(Q^{1*},\omega^{g_j}\right)}{\partial q_{hij}}-\gamma_j^*\\&\left.+\frac{\partial g_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{g_h}\right)}{\partial q_{hij}}+\frac{\partial w_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{w_h}\right)}{\partial q_{hij}}\right]\\&\times\left[q_{hij}-q_{hij}^*\right]+\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\left[\frac{\partial c_k\left(Q^{2*},\omega^{c_k}\right)}{\partial q_{hjk}}+\frac{\partial g_k\left(Q^{2*},\omega^{g_k}\right)}{\partial q_{hjk}}\right.\\&+\frac{\partial c_{jk}\left(Q^{2*},\omega^{c_{jk}}\right)}{\partial q_{hjk}}-\delta_k^*+\gamma_j^*+\frac{\partial g_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{g_h}\right)}{\partial q_{hjk}}\\&\left.+\frac{\partial w_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{w_h}\right)}{\partial q_{hjk}}\right]\times\left[q_{hjk}-q_{hjk}^*\right]\\&+\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[\frac{\partial c_{kl}\left(Q^{3*},\omega^{c_{kl}}\right)}{\partial q_{hkl}}+\frac{\partial g_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{g_h}\right)}{\partial q_{hkl}}\right.\\&\left.+\frac{\partial w_h\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\omega^{w_h}\right)}{\partial q_{hkl}}+\delta_k^*-\rho_l^{4*}\right]\times\left[q_{hkl}-q_{hkl}^*\right]\\&+\sum_{j=1}^{J}\left[\sum_{h=1}^{H}\left(\sum_{i=1}^{I}q_{hij}^*-\sum_{k=1}^{K}q_{hjk}^*\right)\right]\times\left[\gamma_j-\gamma_j^*\right]\\&+\sum_{k=1}^{K}\left[\sum_{h=1}^{H}\left(\sum_{j=1}^{J}q_{hjk}^*-\sum_{l=1}^{L}q_{hkl}^*\right)\right]\times\left[\delta_k-\delta_k^*\right]\\&+\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl}^*-d_l\left(\rho^{4*},\omega^{d_l}\right)\right]\times\left[\rho_l^4-\rho_l^{4*}\right]\geq 0\\&\qquad\qquad\forall\left(Q^1,Q^2,Q^3,\gamma,\delta,\rho^4\right)\in R_+^{HIJ+HJK+HKL+J+K+L}\end{aligned} \tag{28}$$

$F=(F^1,F^2,F^3,F^4,F^5)$，$\omega=(\omega^1,\omega^2,\omega^3,\omega^4,\omega^5)$

$X=(X^1,X^2,X^3,X^4,X^5)$，$K\equiv\{K^1,K^2,K^3,K^4,K^5\}$

と表すと，式(28)は，以下のように書ける．

$$F(X^*,\omega)\times[X-X^*]\geq 0, \quad \forall X\in K \tag{29}$$

式(29)は，X が非負であるので，

$$F(X^*,\omega)\geq 0, X^*\geq 0, F(X^*,\omega)X^{*T}=0 \tag{30}$$

を満たす X^* を求める問題，すなわち，確率的相補性問題に変換できる．この問題に対して，NCP 関数は，

$$\phi_n(F_n(X^*,\omega), X_n^*) = 0 \Leftrightarrow$$
$$F_n(X^*,\omega) \geq 0, X_n^* \geq 0, F_n(X^*,\omega) X_n^{*T} = 0 \tag{31}$$

であるから，

$$\phi_n(F_n(X^*,\omega), X_n^*) = \min(F_n(X^*,\omega), X_n^*) \tag{32}$$

で与えられる min 関数を用いれば，確率的相補性問題を次の連立方程式にて等価に表すことができる．

$$\Phi(X^*,\omega) := \begin{pmatrix} \phi_1(F_1(X^*,\omega), X_1^*) \\ \vdots \\ \phi_n(F_n(X^*,\omega), X_n^*) \\ \vdots \\ \phi_N(F_N(X^*,\omega), X_N^*) \end{pmatrix} = 0 \tag{33}$$

確率的相補性問題においては，全ての ω に対して式(33)を満たす解 X^* ，すなわち，SCN 全体の均衡解は，一般に存在しない．

3. 最適設計モデル

(1) ERM 法

確率的相補性問題の解法として，ERM 法が提案されている．ERM 法は式(33)の期待残差を最小にするような X を求める解法であり，

$$\underset{X}{\text{Min}}\ E[\|\Phi(X,\omega)\|^2] \tag{34}$$

$$\text{subject to}\ \ X \in K \tag{35}$$

と表せる．しかし，式(34)の期待値計算は困難であるので，確率変数 ω を準モンテカルロ法で離散近似したサンプル点 $\{(v_i, p_i), i = 1, \cdots, m\}$ を利用して，以下の近似問題に帰着させる．

$$\underset{X}{\text{Min}}\ \sum_{i=1}^{n} \|\Phi(X, v_i)\|^2 p_i \tag{36}$$

$$\text{subject to}\ \ X \in K \tag{37}$$

ERM 法は，均衡状態との残差を最小化するので，得られた解は，確率変数のどの値が生起したとしても均衡状態からの乖離が最小になる解である．よって，ERM 法で求まる解は，式(28)が満足されるものではないので，本研究が対象とする複数主体の分権的な意思決定や主体間の行動の相互作用を考慮する問題においては，各主体の意思決定の基で自然に到達する解ではない．換言すれば，主体間の協力や何らかの外力がなければ，各主体の意思決定は，ERM 法による解が表す状態には到達しない．したがって，SCNE を ERM 法を用いて求解することは，SCN 上で生じる現象を記述するための方法論にはあたらない．

(2) 総余剰最大化

SCN 上の総余剰は，生産者余剰（製造業者，卸売業者，小売業者，および，物流業者の利潤）と消費者余剰の和である．消費者余剰は以下の式から求まる．

$$\int_0^{\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} q_{hkl}} (d_l^{-1}(x, \omega^{d_l}) - \rho^4) dx \tag{38}$$

d_l^{-1} ：需要関数の逆関数

ここで，SCN 全体の総余剰最大化問題を定式化すると，次のようになる．

$$\begin{aligned}
\text{Max} & \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} \rho_{hij}^{1*} q_{hij} - f_i(Q^1, \omega^{f_i}) - g_i(Q^1, \omega^{g_i}) \\
& - \sum_{j=1}^{J} c_{ij}(Q^1, \omega^{c_{ij}}) - \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} \rho_{hij}^{5*} q_{hij} + \sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} \rho_{hjk}^{2*} q_{hjk} \\
& - c_j(Q^1, \omega^{c_j}) - g_j(Q^1, \omega^{g_j}) - \sum_{k=1}^{K} c_{jk}(Q^2, \omega^{c_{jk}}) \\
& - \sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} \rho_{hjk}^{6*} q_{hjk} - \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} \rho_{hij}^{1*} q_{hij} + \sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L} \rho_{hkl}^{3*} q_{hkl} \\
& - c_k\left(Q^2, \omega^{c_k}\right) - g_k\left(Q^2, \omega^{g_k}\right) - \sum_{l=1}^{L} c_{kl}\left(Q^3, \omega^{c_{kl}}\right) \\
& - \sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L} \rho_{hkl}^{7*} q_{hkl} - \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} \rho_{hjk}^{2*} q_{hjk} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} \rho_{hij}^{5*} q_{hij} \\
& + \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} \rho_{hjk}^{6*} q_{hjk} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L} \rho_{hkl}^{7*} q_{hkl} - g_h\left(Q^1, Q^2, Q^3, \omega^{g_h}\right) \\
& - w_h\left(Q^1, Q^2, Q^3, \omega^{w_h}\right) + \sum_{l=1}^{L} \left(\int_0^{\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} q_{hkl}} (d_l^{-1}(x, \omega^{d_l}) - \rho^4) dx\right)
\end{aligned} \tag{39}$$

subject to

$$\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} q_{hjk} \leq \sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I} q_{hij} \quad \forall j \tag{40}$$

$$\sum_{h=1}^{H}\sum_{l=1}^{L} q_{hkl} \leq \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J} q_{hjk} \quad \forall k \tag{41}$$

$$q_{hij} \geq 0, q_{hjk} \geq 0, q_{hkl} \geq 0 \quad \forall h, i, j, k, l \tag{42}$$

生産費用関数，保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数，運行費用関数が連続かつ凸であれば，この問題は，次式の問題と等価である．

$$\begin{aligned}
& \sum_{h=1}^{H}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} \left[\frac{\partial f_i\left(Q^{1*}, \omega^{f_i}\right)}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial g_i\left(Q^{1*}, \omega^{g_i}\right)}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial c_{ij}\left(Q^{1*}, \omega^{c_{ij}}\right)}{\partial q_{hij}} \right. \\
& + \frac{\partial c_j\left(Q^{1*}, \omega^{c_j}\right)}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial g_j\left(Q^{1*}, \omega^{g_j}\right)}{\partial q_{hij}} - \gamma_j^* \\
& \left. + \frac{\partial g_h\left(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \omega^{g_h}\right)}{\partial q_{hij}} + \frac{\partial w_h\left(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \omega^{w_h}\right)}{\partial q_{hij}} \right] \\
& \times \left[q_{hij} - q_{hij}^*\right] + \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} \left[\frac{\partial c_k\left(Q^{2*}, \omega^{c_k}\right)}{\partial q_{hjk}} + \frac{\partial g_k\left(Q^{2*}, \omega^{g_k}\right)}{\partial q_{hjk}} \right. \\
& + \frac{\partial c_{jk}\left(Q^{2*}, \omega^{c_{jk}}\right)}{\partial q_{hjk}} - \delta_k^* + \gamma_j^* + \frac{\partial g_h\left(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \omega^{g_h}\right)}{\partial q_{hjk}} \\
& \left. + \frac{\partial w_h\left(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \omega^{w_h}\right)}{\partial q_{hjk}} \right] \times \left[q_{hjk} - q_{hjk}^*\right] \\
& + \sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L} \left[\frac{\partial c_{kl}\left(Q^{3*}, \omega^{c_{kl}}\right)}{\partial q_{hkl}} + \frac{\partial g_h\left(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \omega^{g_h}\right)}{\partial q_{hkl}} \right. \\
& \left. + \frac{\partial w_h\left(Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \omega^{w_h}\right)}{\partial q_{hkl}} + \delta_k^* - d_l^{-1}\left(\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K} q_{hkl}, \omega^{d_l}\right) \right]
\end{aligned} \tag{43}$$

$$\times\left[q_{hkl}-q_{hkl}^{*}\right]+\sum_{j=1}^{J}\left[\sum_{h=1}^{H}\left(\sum_{i=1}^{I}q_{hij}^{*}-\sum_{k=1}^{K}q_{hjk}^{*}\right)\right]\times\left[\gamma_j-\gamma_j^{*}\right]$$

$$+\sum_{k=1}^{K}\left[\sum_{h=1}^{H}\left(\sum_{j=1}^{J}q_{hjk}^{*}-\sum_{l=1}^{L}q_{hkl}^{*}\right)\right]\times\left[\delta_k-\delta_k^{*}\right]\geq 0$$

$$\forall\left(Q^1,Q^2,Q^3,\gamma,\delta,\rho^4\right)\in R_{+}^{HIJ+HJK+HKL+J+K+L}$$

ここで，式(28)の左辺の項の一つである，下記の変分不等式に着目する．

$$\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl}^{*}-d_l\left(\rho^{4*},\omega^{d_l}\right)\right]\times\left[\rho_l^4-\rho_l^{4*}\right]\geq 0 \tag{44}$$

式(44)が最適性条件となるような最適化問題を定式化すると，

$$\underset{\rho^4}{\mathrm{Min}}\ \ \rho^4\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl}^{*}-\int_{\rho_l^{40}}^{\rho_l^4}d_l(x,\omega^{d_l})dx \tag{45}$$

となる．需要関数 d_l が単調減少関数であることに注意して，式(45)を変形すると，

$$\underset{\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl}}{\mathrm{Min}}\int_{0}^{\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl}}d_l^{-1}(x,\omega^{d_l})dx \tag{46}$$

となる．この最適化問題に対する最適性条件は以下のようになる．

$$\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\left[d_l^{-1}(\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl},\omega^{d_l})\right]\times\left[q_{hkl}-q_{hkl}^{*}\right]\geq 0 \tag{47}$$

式(44)が式(47)に変換されること，および，式(28)において，ρ^4 はラグランジュ乗数の役割を果たしており，式(28)の第三項の ρ_l^4 は $d_l^{-1}(\sum_{h=1}^{H}\sum_{k=1}^{K}q_{hkl})$ に内包されることから，式(28)は式(39)に変形できる．つまり，SCN 全体の均衡条件式は，総余剰最大化問題の最適性条件と同じである．よって，均衡状態において総余剰が最大となるため，均衡状態からの乖離が最小であれば，総余剰最大の状態からの乖離が最小ということになる．ERM 法により得られた解は，確率変数のどの値が生起したとしても，総余剰最大の状態からの乖離が最小であり，不確実性に対して最も頑健な SCN であること，すなわち，頑健性の観点からの最適な SCN に相当するものと考えられる．

４．数値計算

(1) 問題設定

上記の最適化モデルを用いて，**図-2** に示すような仮想的な SCN を対象にして，基礎的な数値計算を行う．計算に際して，関数形とパラメータ値を決めておく必要がある．これらに関しては，既存研究 [1),3),9)]で使用されている関数形を参考にするとともに，国内企業の物流費用調査 [12)]の結果と整合するようにパラメータ値を調整した．調整の際には，記述モデルの使用が適切であることから，確率変動の平均値が用いられる

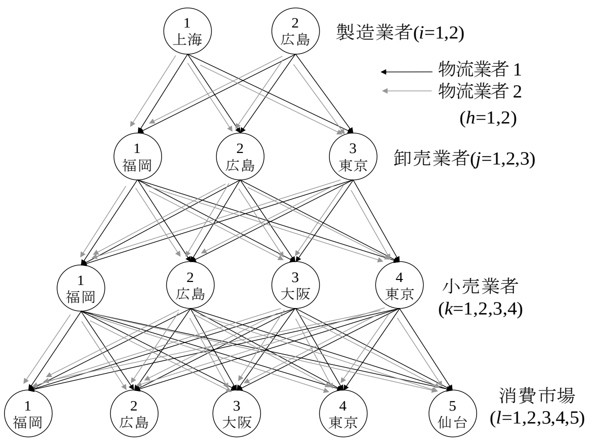


図-2 計算対象とする SCN

と仮定した従来モデル [9)]を使用した．なお，2 章で定式化したモデルから確率変数 ω を消去すれば，従来モデル [9)]と等価となる．

本研究で使用する各関数は下記の通りである．

$$f_1=(0.14+\omega_1^{f_i})(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{h1j})^2+100(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{h1j}) \tag{48}$$

$$f_2=(0.21+\omega_2^{f_i})(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{h2j})^2+105(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{h2j}) \tag{49}$$

$$c_j=(0.015+\omega_j^{c_j})(\sum_{h=1}^{2}\sum_{i=1}^{2}q_{hij})^2 \tag{50}$$

$$c_k=(0.01+\omega_k^{c_k})(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{hjk})^2 \tag{51}$$

$$g_{i=1}=0.0375(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{h1j})^2 \tag{52}$$

$$g_{i=2}=0.05(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{h2j})^2 \tag{53}$$

$$g_j=0.05(\sum_{h=1}^{2}\sum_{i=1}^{2}q_{hij})^2 \tag{54}$$

$$g_k=0.05(\sum_{h=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{hjk})^2 \tag{55}$$

$$c_{ij}=5\left(\sum_{h=1}^{2}q_{hij}\right) \tag{56}$$

$$c_{jk}=5\left(\sum_{h=1}^{2}q_{hjk}\right) \tag{57}$$

$$c_{kl}=5\left(\sum_{h=1}^{2}q_{hkl}\right) \tag{58}$$

$$g_h=0.5(\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}q_{hij}+\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}q_{hjk}+\sum_{k=1}^{4}\sum_{l=1}^{5}q_{hkl}) \tag{59}$$

$$\begin{aligned}w_h=&\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}(\beta_{hij}q_{hij}{}^2+(\alpha_{hij}+\omega_{hij}^{w_h})q_{hij})\\&+\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}(\beta_{hjk}q_{hjk}{}^2+(\alpha_{hjk}+\omega_{hjk}^{w_h})q_{hjk})\\&+\sum_{k=1}^{4}\sum_{l=1}^{5}(\beta_{hkl}q_{hkl}{}^2+(\alpha_{hkl}+\omega_{hkl}^{w_h})q_{hkl})\end{aligned} \tag{60}$$

表-1　$\alpha_{hij}, \alpha_{hjk}, \alpha_{hkl}$ の設定値(h=1,2 共通)

$i \setminus j$	1	2	3
1	3	4.5	6
2	2	1	5.5

$j \setminus k$	1	2	3	4
1	1	2	4.5	7.5
2	2	1	2.5	5.5
3	7.5	5.5	3.5	1

$k \setminus l$	1	2	3	4	5
1	1	2	4.5	7.5	9.5
2	2	1	2.5	5.5	7.5
3	4.5	2.5	1	3.5	6
4	7.5	5.5	3.5	1	2.5

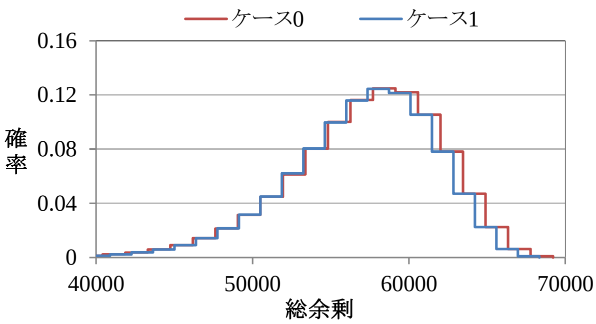


図-3　総余剰分布の比較

$$
\begin{cases}
d_l = (950 + \omega_l^{d_l}) - 3.0\rho_l^4 (l = 1,2,5) \\
d_3 = (1000 + \omega_3^{d_l}) - 3.0\rho_3^4 \\
d_4 = (1100 + \omega_4^{d_l}) - 3.0\rho_4^4
\end{cases}
\qquad (61)
$$

$\alpha_{hij}, \alpha_{hjk}, \alpha_{hkl}$ や $\beta_{hij}, \beta_{hjk}, \beta_{hkl}$ の設定についても，既存研究[1),3),9)]を参照した．$\beta_{hij}, \beta_{hjk}, \beta_{hkl}$ については，同一都市間，および，小売業者と消費市場間を 0.12 に設定し，それ以外は 0.1 とした．$\alpha_{hij}, \alpha_{hjk}, \alpha_{hkl}$ は，平均輸送時間や陸海の実勢運賃の相違を考慮し，都市間が同一都市内よりも大きくなるように設定した．$\alpha_{hij}, \alpha_{hjk}, \alpha_{hkl}$ の設定を表-1 に示す．以降，従来モデルを用いた計算ケースをケース 0 とする．

(2) 最適化モデルの性能の基礎的検討

従来モデルから得られる結果と，本研究で構築した最適化モデルから得られることを比較することにより，最適化モデルの方が，不確実性に対して頑健であることを確認する．

原材料調達に不確実性があることを想定して，生産費用において確率変数 ω^{f_i} を導入する．確率変数 ω^{f_i} が対数正規分布に従うと仮定し，標準偏差を平均値の 30%とする（ケース 1）．ケース 0 とケース 1 の総余剰分布を比較した結果が，図-3 である．図-3 は，ω^{f_i} が確率分布に従って変動する場合に，両モデルから得られる総余剰を比較している．このとき，99%区間の総余剰の値域は，ケース 0 では 26010.2～69224.7，ケース 1 では 27168.0～68343.3 であった．このことから，最適化モデルの方が，従来モデルよりも総余剰の変動が小さく，ばらつきに対して頑健であると推察される．

表-2　標準偏差と総取引量の関係

標準偏差(%)	総取引量	ケース 0 からの乖離
5	520.6	-1.6
10	516.4	-5.8
15	509.6	-12.6
20	500.5	-21.7
25	489.5	-32.7
30	476.6	-45.5

表-3　取引量の変化（ケース 0 からの変化率）

製造＼卸売	福岡	広島	東京
上海	4.8%	-5.2%	5.2%
広島	-17.3%	-0.1%	-20.7%

(3) 不確実性の大きさの影響分析

原材料調達，輸送時間，消費需要，保管費用に不確実性があることを想定し，それぞれの標準偏差を変化させることにより，費用変動の大きさが SCN の最適状態に与える影響を分析する（ケース 2）．輸送時間については，運行費用に不確実性が存在すると想定して，ω^{w_h} を変化させる．原材料調達，運行費用，消費需要の不確実性を表す $\omega^{f_i}, \omega^{w_h}, \omega^{d_l}$ については，標準偏差を平均値の 5%～30%の間で変化させる．保管費用の不確実性を表す $\omega^{c_j}, \omega^{c_k}$ については，消費需要の不確実性表す ω^{d_l} の確率分布を合成して表現する．

表-2 より，標準偏差が大きくなるほど，最適状態とケース 0 が乖離し，総取引量が減少することが見て取れる．この結果は，SCN 上の不確実性が大きいほど，最適な取引量が小さくなることを示唆している．

(4) 不確実性の大きさが相違する場合

不確実性の大きさは，同一業種内で異なることが考えられる．本ケース（ケース 3）では，原材料調達の不確実性を対象に，図-2 において，上海の製造業者の生産費用の標準偏差を平均値の 5%，広島の製造業者の生産費用の標準偏差を平均値の 30%と設定して，不確実性の大きさが相違することについての影響分析を行う．

表-3 は，それぞれの製造業者について，ケース 0 からの総取引量の変化率を示したものである．このとき，総取引量については，ケース 0 の 522.2 からケース 3 では 502.0 へと変化した．不確実性の大きい広島の製造業者では，ケース 0 に比べて取引量が大きく減

少している．

５．おわりに

本研究は，SCN 上に存在する不確実性に注目し，確率変数を導入して，SCN 最適化の手法を提案した．既存の SCNE モデルに基づいて定式化を行い，解法に ERM 法を用いることで，不確実性に対して総余剰のばらつきが最も小さくなるような，頑健な SCN を算定した．このモデルは，既存の SCNE モデルと比較して，確率的なばらつきを明示的に扱うこと，および，解法が異なることにおいても，新規性がある．

各種費用や消費需要のばらつきに伴う総余剰の変化に注目し，既存の SCNE モデルから得られる結果と比較することにより，総余剰の頑健性という観点から，最適化モデルの妥当性を確認した．さらに，基礎的な数値計算を行い，不確実性が大きくなるほど取引量を抑制する方が有利であることなどを確認した．

謝辞：本研究の一部はJSPS科研費15K06251の助成を受けたものである．

参考文献

1) 山田忠史，里内俊介，谷口栄一：多階層の原材料の調達過程を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡モデル，土木学会論文集 D3（土木計画学），Vol.71，No.2，pp.57-69, 2015.
2) Dong, J., Zhang, D. and Nagurney, A.: A supply chain network equilibrium model with random demands, *European Journal of Operational Research*, Vol.156，pp.194-212，2004.
3) 山田忠史，繁田健，今井康治，谷口栄一：在庫費用を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡モデル：消費需要の不確実性に伴う物資流動量とネットワーク効率性の変化，土木学会論文集Ｄ，Vol.66，No.3，pp359-368，2010.
4) Qiang, Q., Ke, K., Anderson, T. and Dong, J.: The closed-loop supply chain network with competition, distribution channel investment, and uncertainties, *Omega*, Vol.41, pp.186-194, 2013.
5) Liu, Z. and Nagurney, A.: Supply chain networks with global outsourcing and quick-response production under demand and cost uncertainty, *Annals of Operations Research*, Vol.208, pp.251-289, 2013.
6) 久保幹雄，松川弘明（編）：サプライチェーンリスク管理と人道支援ロジスティクス，近代科学社，2015.
7) Lemmens, S., Decouttere, C., Vandaele, N. and Bernuzzi, M.: A review of integrated supply chain network design models: Key issues for vaccine supply chains, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol.109, pp. 366-384, 2016.
8) Chen, X. and Fukushima, M. : Expected residual minimization method for stochastic linear complementarity problems, *Mathematics of Operations Research*, Vol.30, No.4, pp.1022-1038, 2005.
9) 山田忠史，今井康治， 谷口栄一：物流事業者の行動を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡分析，土木学会論文集Ｄ，Vol.65，No.2，pp163-174，2009.
10) Nagurney, A.: *Network Economics: A Variational Inequality Approach*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1999.
11) Konnov, I. V.: *Equilibrium Models and Variational Inequalities*, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 2006.
12) 公益社団法人日本ロジスティクスシステム協会：2014 年度 物流コスト調査報告書【概要版】，http://www.logistics.or.jp/jils_news/概要版：2014 コスト調査報告書（01）.pdf (2016 年７月現在)