

リンクベース再帰的ロジットモデルの 首都圏道路網における経路選択分析への適用

金子 法子¹・福田 大輔²

¹学生会員 東京工業大学修士課程 環境・社会理工学院 土木・環境工学系 (〒 152-8552 目黒区大岡山 2-12-1-M1-11)
E-mail: n.kaneko@plan.cv.titech.ac.jp

²正会員 東京工業大学准教授 環境・社会理工学院 土木・環境工学系 (〒 152-8552 目黒区大岡山 2-12-1-M1-11)
E-mail: fukuda@plan.cv.titech.ac.jp

経路選択モデルの構築に当たり、ランダム効用理論に基づいた意思決定を行うと想定したパスベースの行動モデルが多用されてきた。しかし、一般的な道路網には膨大な経路選択肢が存在するため、合理的な方法で選択肢集合を構築することが困難である。こうした問題の回避策として、経路選択肢列挙を行わずリンクベースで再帰的な離散選択行動を記述する再帰的ロジット (Recursive Logit: RL) モデルが Fosgerau et al. (2013) により提案された。RL は各リンクでの即時効用と目的地までの下流効用を考慮する動的離散選択モデルの考えに基づくが、下流効用の計算過程で大規模な逆行列計算を含むなど、実用可能なネットワーク規模が明確ではない。本研究では、首都圏道路網への適用を念頭に RL の推定方法を検討すると共に、実際のプローブデータを用いたパラメータ推定結果について紹介する。

Key Words: recursive logit (RL) model, link-based route choice model, probe data, sparse-matrix inversion

1. はじめに

首都圏では歴史的に環状方向道路網の整備が遅れ、主に都心部に通過交通等が集中することに起因する慢性的な渋滞問題に直面してきた。そのような時代が長く続いたものの、三環状道路の事業化もようやく進展し、近い将来に三環状道路網も概成する見込みとなりつつある。また、三環状道路の概成に伴い、ETC2.0 等の活用を念頭に置いた高速道路料金体系のシームレス化 (平成 28 年 4 月～) 等も開始されている。このように、多様な経路選択肢および多様な料金・サービス条件の下で、道路利用者はダイナミックな情報を受けつつ自身の経路を選択できるようになりつつあり、それによって、首都圏の一般車両の流動や貨物車の流動にも大きな変化が起こるものと予想される。

このような社会的背景のもと、多様な道路施策の導入効果を評価するために、首都圏道路網における詳細な経路選択行動分析の必要性が高まりつつある。経路選択モデルについては、これまで様々な手法が提案されているが、一般的には、パスベースによる離散選択モデルが用いられてきた。これらは、(1) 経路選択肢の列挙 (選択肢集合の形成、例えば、Frejinger et al.¹⁾) と、(2) 当該経路選択肢集合からの選択、という二つのステップで考えられることが多い。前者の選別過程に関しては、ダイクストラ法²⁾をはじめとした最短経路探索、ラベリング法³⁾、ペナルティ法⁴⁾などが適用され

たり、心理学的な選択肢選別プロセスを直接記述したモデル⁵⁾もある。また後者の選択過程に関しては、多項ロジットモデルを基本に、経路重複相関を考慮可能なミックストロジットモデル⁶⁾、パスサイズロジットモデル⁷⁾あるいはプロビットモデル⁸⁾のような方法が用いられてきた。しかし、首都圏道路網のように広域かつ詳細な道路ネットワークを考える場合、膨大な経路選択肢が存在するため、合理的な方法で Feasible な経路選択肢集合を構築すること自体が実務的に困難である。また、多様なリアルタイム道路交通情報が入手可能になるつつある中で、トリップ開始前にパス全体を決めているという意思決定の想定も、現実とは大きく乖離しているものと考えられる。

このような中、近年 Fosgerau et al.⁹⁾ は、動的離散選択モデル¹⁰⁾の考えに立脚し、経路選択肢の列挙を行わず、経路途上の各ノードで再帰的に次リンクの逐次多項選択を行うという再帰的ロジット (Recursive Logit: RL) モデルを提案した。後述するとおり、RL モデルでは、モデルのパラメータ推定や経路配分計算自体については経路選択肢列挙を行わない再帰的な確率モデルとしての計算が可能であるが、そうして得られた経路選択確率は、無数の (unrestricted) 経路が含まれる選択肢集合を仮定した場合の多項ロジットモデルと等価になることから、ランダム効用理論とも整合した行動モデルとなっている。

近年では、リンク属性を多く有する道路ネットワー

クデータベースの整備が進展すると共に、行動データに関しても、プローブベースの詳細な移動軌跡データ (ETC2.0 プローブ、商用車プローブ等) を活用可能になっており、RL はこのような経路選択モデルの分析環境の変化に合致した自由度の高い経路選択モデルであると期待される。また、特に首都圏道路網においては、経路選択枝の膨大さの課題に加え、一般道と高速道路の乗り継ぎを考慮する必要性があるなど、パスベースでのモデル構築には限界がある。RL モデルのようにリンクベースでモデルを構築することで、料金設定や、交通管理社会背策の評価が可能となることが期待される。しかし、RL モデルのパラメータ推定では道路ネットワーク上のリンク数 \times リンク数の規模の逆行列の計算を繰り返し行う必要があり、また、尤度関数についても通常の多項ロジットモデルのものに比べて解析的な取り扱いが難しいものとなっており、どの程度のネットワーク規模の問題にまで適用可能であるかが必ずしも明確にはなっていない¹。

以上のような問題意識のもと、本研究では、RL モデルの首都圏道路網における経路選択分析への適用を念頭において、推定プログラムコードの開発及び計算の高速化を行うと共に、実際のプローブデータを用いたパラメータ推定結果の第一報を紹介する。

2. RL モデルの導出

本章では、Fosgerau et al.⁹⁾ に基づいて、RL モデルの導出とパラメータ推定手順について概説する。

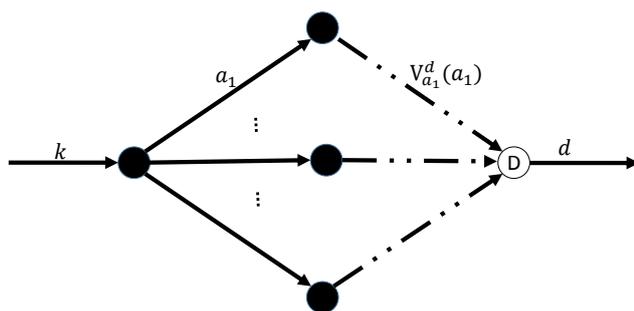


図-1 RL モデルにおけるネットワーク設定

¹ Fosgerau et al.⁹⁾ 及び Mai et al.¹¹⁾ では、スウェーデンのボルレンゲにおける小規模ネットワーク (リンク数 7459, ノード数 3077) における RL モデル及び Nested-RL モデルの適用を行っている。また、著者らへの依頼により提供されたプログラムコード (Matlab) を用いた場合には、当該ボルレンゲの例題データの推定にも通常のデスクトップ PC 環境下での計算で 1 時間以上を要したり、また、初期値の設定次第ではパラメータ推定が収束しないなどの問題が頻発することが確認されている。

(1) 意思決定構造

ネットワーク属性の定義は図-1 に示す通りである。ネットワーク $G = (A, v)$ において、

v : ノードの集合

A : リンクの集合 $k, a \in A$

$A(k)$: k から出て行くリンク

とすると、パスは全ての $i (i < I)$ について $k_{i+1} \in A(k_i)$ を満たす出発地と目的地を結ぶリンク (k_0, k_1, \dots, k_I) の系列として与えられる。また、各リンクの即時効用確定項 $v_n(a|k)$ は、リンクペア (k, a) の組み合わせに対して定義され、この確定項は未知パラメータ β と個人・リンク属性変数 $x_{n,a|k}$ を含むと考える (n : 個人)。したがって、確定効用は式 (1) のように書くことができる。

$$v_n(a|k) = v(x_{n,a|k}; \beta) < 0 \quad (1)$$

また、パスとしての属性は、個別リンク属性の加算形として与えられる (例: 経路旅行時間はそれを構成する各リンク旅行時間の総和) のものと仮定する。ここで動的計画法の用語に基づき、 k を状態、 a を k の状態のもとでの潜在行動と呼ぶ。

また RL では、目的地 d から伸びるリンクをダミーリンクとして追加的に与え (マルコフ連鎖における吸収状態、図-1), 目的地としてシンクノードをもつすべての k について、この確定効用を $v(d|k) = 0$ と定める。すなわち、リンクの全集合は物理的リンクにこのダミーリンクを加えた $\tilde{A} = A \cup d$ となる。

各状態 k において、旅行者は下流リンク集合 $A(k)$ の中からリンク a を選択する。このとき即時効用は分析者が観察可能な確定的効用部分と観察が不可能な確率的効用の和として以下のように表現できる。

$$u_n(a|k) = v_n(a|k) + \mu \varepsilon_n(a) \quad (2)$$

ここで $\varepsilon_n(a)$ は IID の第一種極値分布 (平均 0) に従う。また μ は確率的効用のスケールを表す。旅行者は次に進むリンクをマルコフ特性^{12),13)} に従い確率的に選択すると考える。各々の状態 k において、確率効用項 $\varepsilon_n(a)$, $a \in A(k)$ の実現値が旅行者にとって判明する。旅行者はこのように定義された即時効用に加え、当該リンク a よりもネットワークの下流部分の状態によって規定される目的地までの下流効用 (期待効用) の和を最大化するようにリンク a を逐次的に選択する。ここで下流効用は以下のベルマン方程式¹⁴⁾ によって定義される。

$$V_n^d(k) = \mathbb{E}[\max_{a \in A(k)} (v_n(a|k) + V_n^d(a) + \mu \varepsilon_n(a))] \quad (3)$$

$$\forall k \in A$$

したがって、状態 k においてリンク a を選択する確率は、即時効用の確率項が第一種極値分布に従うことを踏

まえると多項ロジットモデル形式で表すことができる．

$$P_n^d(a|k) = \frac{\exp\left(\frac{1}{\mu}v_n(a|k) + V_n^d(a)\right)}{\sum_{a' \in A} \exp\left(\frac{1}{\mu}v_n(a'|k) + V_n^d(a')\right)} \quad (4)$$

(2) ベルマン方程式

遷移確率にロジットモデルを仮定していることから、価値関数はログサム変数として与えられ、以下のように表現することができる．

$$V_a^d = \begin{cases} \mu \ln \sum_{a \in A} \delta(a|k) \exp\left(\frac{1}{\mu}v_n(a|k) + V_n^d(a)\right) \\ (\forall k \in A \text{ のとき}) \\ 0 \\ (k = d \text{ のとき}) \end{cases} \quad (5)$$

ここで $\delta(a|k)$ は、 $a \in A(k)$ の場合に 1、それ以外の場合に 0 となるインディケータである．

両辺の指数化を行った後に行列表記に書き改めることができ、即時効用を表すインシデンスマトリクス M の要素 M_{ka} を以下のように表記することができる．

$$M_{ka} = \begin{cases} \delta(a|k) \exp\left(\frac{1}{\mu}v_n(a|k)\right) & (a \in A) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (6)$$

この M を用いて、ベルマン方程式は下記の線形方程式として与えることができる．

$$z = Mz + b \Leftrightarrow (I - M)z = b \quad (7)$$

ここで $I: (|\tilde{A}| \times |\tilde{A}|)$ の単位行列、 $M: (|\tilde{A}| \times |\tilde{A}|)$ の即時効用を表すインシデンスマトリクス、 $z: (|\tilde{A}| \times 1)$ の要素 $z_k = \exp\left(\frac{1}{\mu}V(k)\right)$ を持つ縦ベクトル、 $b: (|\tilde{A}| \times 1)$ の要素 $b_k = 0$ (if $k \neq d$), $b_d = 0$ を持つ縦ベクトルである．行列 $I - M$ に逆行列が存在する、すなわち Hawkins-Simon 条件が満足されれば、 $V(k)$ を解析的に記述することが可能となる．

(3) 経路選択確率

経路選択はリンク選択を連続的に行った結果とみなすことができる．個人 n のリンク選択系列を $\sigma_n = \{k_i^n\}_{i=0}^{I_n}$ として与えよう（但し、 k_0^n は起点、また $k_d^n = d$ ）．このとき経路選択確率は次式で与えられる．

$$P(\sigma_n) = \prod_{i=0}^{I_n-1} P(k_{i+1}^n | k_i^n) \quad (8)$$

これを变形すると、

$$\begin{aligned} P(\sigma_n) &= \prod_{i=0}^{I_n-1} \exp\left(\frac{1}{\mu}(v(k_{i+1}^n | k_i^n) + V(k_{i+1}^n) - V(k_i^n))\right) \\ &= \exp\left(-\frac{1}{\mu}V(k_0^n)\right) \prod_{i=0}^{I_n-1} \exp\left(\frac{1}{\mu}v(k_{i+1}^n | k_i^n)\right) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで $v(\sigma^n) \equiv \sum_{i=0}^{I_n-1} v(k_{i+1}^n | k_i^n)$ と定義すると、式 (9) は以下のように書き改めることができる．

$$P(\sigma^n) = \frac{\exp\left(\frac{v(\sigma^n)}{\mu}\right)}{\sum_{\nu(\sigma^{n'}) \in \Omega} \exp\left(\frac{v(\sigma^{n'})}{\mu}\right)} \quad (10)$$

ここで、 Ω は概念的にのみ想定することができる全ての経路選択枝を含む（つまり、無限数の経路を含む）選択枝集合を表す．すなわち、RL モデルで得られる経路選択確率は、無限数の経路を含んだ選択枝集合を想定したときの多項ロジットモデルに等価となる．

(4) 経路選択確率と対数尤度関数

個人 $n = 1, \dots, N$ の選択経路 $\sigma_n (n = 1, \dots, N)$ が観測データとして得られたときの（対数）尤度最大化問題は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} \max_{\beta} LL_n(\beta) &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln P(\sigma_n; \beta) \\ &= \frac{1}{\mu} \sum_{n=1}^N \left\{ \left[\sum_{i=0}^{I_n-1} v(k_{i+1}^n | k_i^n) \right] - V(k_0^n) \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

式 (11) の第一項は瞬時確定効用の単純な線形和となっているが、第二項はベルマン方程式の解として得られる各サンプルの出発地における下流効用の線形和となっている．この下流効用を求めるにあたっては、概ね（リンク数） \times （リンク数）の要素数を持つインシデンスマトリクス M に対して逆行列 $I - M$ を繰り返し計算する必要が生じる．現実の道路ネットワークにおいては巨大行列（但しその要素の多くは零である疎行列）となり、実適用にあたっては、巨大疎行列の逆行列を以下に高速に求められるかという観点が重要となる．

3. ケーススタディー

(1) データの概要

本研究では第 5 回東京都市圏物資流動調査結果に付随して 2014 年 10 月～11 月にかけて実施された、貨物車両プローブ調査から得られた移動軌跡データを用いて RL モデルの試算を行う．同物資流動調査は東京都市圏交通計画協議会によって行われている物資流動に着目した調査である．調査対象範囲は、東京都、神奈川県、埼玉県、千葉県、茨城県の一部、栃木県の一部、群馬県の一部である．品名、輸送単位、交通手段、荷姿などの物資流動の実態把握のために実施され、物流センターやトラックターミナルなどの各物流施設計画策定のための資料などとして用いられている．事業所機能調査、企業アンケート調査、企業ヒアリング調査、貨物車走行実態調査、端末物流調査の 5 つの調査からなる．昭和 47 年に第 1 回目を実施され、調査項目や調

査範囲を拡大しながらおよそ 10 年に 1 度の頻度で行われている。本研究では平成 25 年に行われた第 5 回物資流動調査の貨物車走行実態調査のプロープデータを用いて、首都圏近郊の交通流動を分析した。

今回の試算では地域メッシュコード・二次メッシュ番号 533944 の東京都三鷹市周辺(図-2)によって与えられる約 10km 四方に限定して RL モデルの推定を試行した。対象リンクは対象範囲(図-3)の全 5436 リンク中、実際の観測データで使われた全 2324 リンクである。すなわち、RL モデルのインシデンスマトリクスは $2324 \times 2324 \approx 5400000$ 個の要素を持つこととなる。ただし、リンクペア (k, a) の特徴から、大部分はつながりを持たず無関係であるため、インシデンスマトリクス M は大部分の要素が 0 となる疎行列である。

観測データの内、図-3に赤く示される、目的地を国道 311 号線、世田谷区南鳥山一丁目交差点とするデータに限定した。対象台数は 38 台、対象トリップ数は 2879 であり、現段階では分析範囲と対象トリップを限定している。

(2) RL モデルの推定結果

即時効用の説明変数は、単純な距離と時間の 2 変数として特定化した。推定するモデルは式 (12) のとおりである。

$$v(a|k) = \beta_{time}Time_a + \beta_{length}Length_a \quad (12)$$

ここで、

$Time_a$: リンク a にかかる通過時間 (秒)

$Length_a$: リンク a の長さ (m)

である。

表-1にパラメータの推定結果を示す。今回の数値計算では、最尤法及び逆行列計算を Python 言語²を用いて実装した。最適化アルゴリズムについては、まず、ヒューリスティック解法である Nelder-Mead 法¹⁵⁾により大まかな解探索を行ない、最終的に得られた解を初期値として今度は BFGS 法を用いてより厳密な数値解を求めるといった手順をとっている。

次に推定結果の解釈を行う。リンク通過時間およびリンクの長さのいずれも、リンクの選択に共に負の影響を及ぼしているという直感通りの結果が得られた。また、計算時間に関しては、標準的な Windows ノートパソコン環境 (CPU: インテル Core i7-6500U プロセッサ、メモリ: 8GB) のもとで計算したところ、表に示す通りの十分実用に耐えうる速度で計算結果が得られた。本試算は、分析範囲とデータを限定し、かつ、時間と距離のみのきわめて単純なモデルであるが、この

² プログラムコードについては、問い合わせ頂ければ適宜提供します。

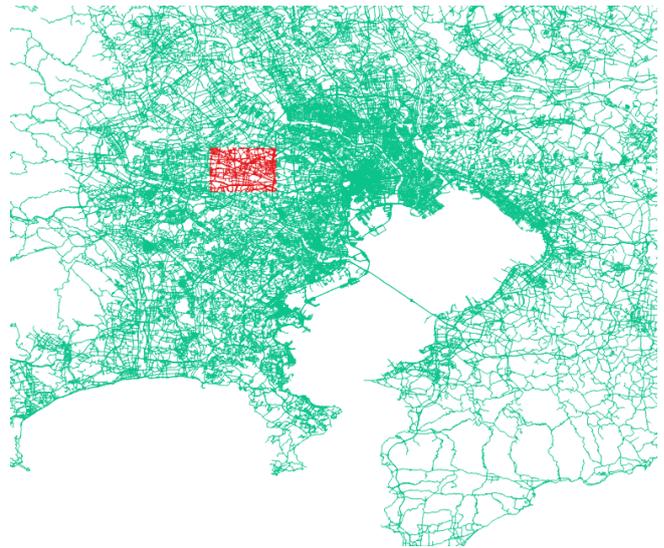


図-2 分析対象範囲



図-3 分析対象範囲の拡大図と目的地設定

表-1 パラメータ推定結果

説明変数	推定値
リンク通過時間 (秒)	-9.085×10^{-3}
リンク距離 (m)	-5.351×10^{-3}
観測トリップ	2879
最大対数尤度	-2034
実装時間 (秒)	0.4618

規模のネットワークにおいては実用可能な水準でパラメータ推定を行うことができることが確認できた。

但し、パラメータの推定の可否は初期値に大きく依存していることも明らかになった。具体的には、パラメータ(の組み合わせ)の設定値が一定範囲を超えると、数値計算上 z_k の値がマイナスになる(つまり、 $V(k)$ の値がマイナス無限大になる)現象が生じた。 z_k の値がマイナスになるということは、リンク選択ロジック

モデルの分母部分が負になるということを意味しており、この部分についてはその理由の確認を行うことが引き続き必要である。

本稿の提出段階での分析結果は以上であるが、角度データを用いて周回経路の負荷を考慮するほか、Uターンや右左折の影響を考えていく必要がある。また説明変数として、通過費用を組み込むことで高速道路等有料道路と一般道の選択可能性を検証する。加えて、分析対象範囲と目的地についても、計算が可能な範囲で拡大し広域な首都圏道路ネットワーク経路選択モデルを構築していく予定である。初期値と結果の関係についてもさらに検討を進めたい。

4. 今後に向けて

本研究では、RLによる逐次的な経路選択モデルの首都圏道路網における経路選択分析への適用可能性について検討した。具体的には、東京首都圏物資流動調査の貨物車走行実態調査のプロープデータを用いてリンクベースの経路選択モデルを構築し、比較的狭域(三鷹市周辺の約10km×10kmのエリア)においてモデルの試行を行った。パラメータは合理的な値を得ることができると共に、推定を短時間とするコードの実装にも成功している。なお、別途要した仮想データ(約13600×13600のインシデンスマトリクスを持つネットワークデータ及び経路選択データ)を用いたパラメータでは、4つの説明変数を設定した最尤推定を約10秒で行うことにも成功している。

但し、本研究はまだ検討の途中段階である。特に、以下の点について引き続き検討を行い、その結果を講演時には紹介したい。

- 本研究では、時間と距離のみを変数としたきわめて単純なモデル推定を行った。RLにおいては、周回経路も考慮されてしまうため、これらに対し強い負荷を与える必要がある。今後は角度についてもダミー変数を加えて考慮する必要がある。
- 説明変数として、高速道路等、有料道路を選択した場合の通過費用についても効用に組みこむ必要がある。費用に関するパラメータは高速道路の料金体系を決める手がかりとなるほか、時間価値の推計を行うことができる。今後はこれらについてもモデルに組み込む必要がある。
- 現在のRLモデルの計算は多項ロジットモデルと等価であり、IIA特性を仮定している。今後は、Fosgerau et al.⁹⁾で用いられるリンクサイズ修正項の導入、あるいは、Mai et al.¹¹⁾で用いられる nested recursive logit modelのような経路重複による相関を考慮したモデルも検討する必要がある。

- 本研究では、対象地域を三鷹市周辺の10km×10kmの範囲に限定している。また、対象トリップを単一目的地としている。しかし、3環状道路の完成といった広域的問題を扱う場合には、範囲の拡張と共に、複数目的地への対応が必要である。このような大規模道路網における巨大インシデンスマトリクスに対応するための計算アルゴリズムの高速化も必要である。

謝辞： 関東物資流動調査のプロープデータは、東京都市圏交通計画協議会よりご提供いただいた。また、東京海洋大学兵藤哲朗教授、広島大学大学院力石真准教授、一般財団法人計量計画研究所岡英紀氏には、RLモデルの理論及びプログラムコーディングに関するディスカッションを通じて貴重なご意見を多数頂いた。ここに記して感謝の意を表したい。

参考文献

- 1) Frejinger, E., Bierlaire, M. and Ben-Akiva, M.: Sampling of alternatives for route choice modeling, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 43, No. 10, pp. 984–994, 2009.
- 2) Dijkstra, E. W.: A note on two problems in connexion with graphs, *Numerische Mathematik*, Vol. 1, No. 1, pp. 269–271, 1959.
- 3) Ben-Akiva, M., Bergman, M., Daly, A. and Ramaswamy, R.: Modeling inter-urban route choice behaviour, In Volmuller, J. and Hamerslag, R. eds. *Proceedings from the Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory* Utrecht, Netherlands, VNU Science Press, pp. 299–330, 1984.
- 4) Prato, C. and Bekhor, S.: Applying branch-and-bound technique to route choice set generation, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 1985, pp. 19–28, 2006.
- 5) Cascetta, E. and Papola, A.: Random utility models with implicit availability/perception of choice alternatives for the simulation of travel demand, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 9, No. 4, pp. 249–263, 2001.
- 6) Frejinger, E. and Bierlaire, M.: Capturing correlation with subnetworks in route choice models, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 41, No. 3, pp. 363–378, 2007.
- 7) Ben-Akiva, M. and Bierlaire, M.: Discrete choice methods and their applications to short term travel decisions, In Hall, R. ed. *Handbook of Transportation Science*, Springer, pp. 5–33, 1999.
- 8) Yai, T., Iwakura, S. and Morichi, S.: Multinomial probit with structured covariance for route choice behavior, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 31, No. 3, pp. 195–207, 1997.
- 9) Fosgerau, M., Frejinger, E. and Karlström, A.: A link based network route choice model with unrestricted choice set, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 56, pp. 70–80, 2013.
- 10) Aguirregabiria, V. and Mira, P.: Dynamic discrete choice structural models: A survey, *Journal of Econometrics*, Vol. 156, No. 1, pp. 38–67, 2010. Structural

Models of Optimization Behavior in Labor, Aging, and Health.

- 11) Mai, T., Fosgerau, M. and Frejinger, E.: A nested recursive logit model for route choice analysis, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 75, pp. 100–112, 2015.
- 12) 佐佐木綱：吸収マルコフ過程による交通量配分理論，土木学会論文集，Vol. 1965，No. 121，pp. 28–32，1965．
- 13) Akamatsu, T.: Cyclic flows, markov process and stochastic traffic assignment, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 30, No. 5, pp. 369 – 386, 1996.
- 14) Rust, J.: Optimal replacement of GMC bus engines: An empirical model of harold zurcher, *Econometrica*, Vol. 55, No. 5, pp. 999–1033, 1987.
- 15) Nelder, J. A. and Mead, R.: A simplex method for function minimization, *The Computer Journal*, Vol. 7, No. 4, pp. 308–313, 1965.

(2016. 7. 31 受付)