

# 都市鉄道における列車遅延現象の 確率的特性に関する基礎分析

菊池 恵和<sup>1</sup>・福田大輔<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 八千代エンジニアリング株式会社 (〒 111-8648 台東区浅草橋 5-12-20 CS タワー)

E-mail: ys-kikuchi@yachiyo-eng.co.jp

<sup>2</sup>正会員 東京工業大学准教授 環境・社会理工学院 土木・環境工学系 (〒 152-8552 目黒区大岡山 2-12-1-M1-11)

E-mail: fukuda@plan.cv.titech.ac.jp

首都圏の鉄道では、朝の混雑時間帯における本数増発や相互直通運転等の施策で利便性が向上する反面、慢性的な列車遅延現象が生じて定時性が低下している。列車遅延現象のシミュレーション研究等は行なわれているが、実データから遅延現象の確率的特性を調べた研究は少ない。本研究では、駅間走行・駅停車等の要素別に遅延の生じやすさを定量的に評価することを企図し、東京メトロ東西線の長期(約2年)の秒単位車両運行実績データを用いて、列車遅延現象の確率的特性の基礎統計分析を行った。具体的には、列車遅延現象に関する時空間的な統計的傾向の把握を行うと共に、遅延を考慮した列車の出発及び到着時刻の確率モデルを構築した。

**Key Words:** urban rail route, train delay, knock-on-delay, stochastic model

## 1. はじめに

都市鉄道では利用者の利便性向上のため、本数増発や相互直通運転等、車内混雑を緩和する施策が実施されている。しかし、これらの施策を行ったことにより列車遅延が生じるリスクが高くなってしまった可能性が従来より指摘されている。表-1は2015年の11月における平日20日間に、遅延証明書が発行された比率を示しており、東京都市圏における主要な都市鉄道では遅延が日常的に発生していることが分かる。遅延が生じると、通勤者が勤務開始時刻に遅刻したり、混雑の激しい電車への乗車時間が長くなるなどのデメリットが生じることが懸念されている。

そのような公的統計資料としての遅延実績に加え、現実には、規模の小さい列車遅延が頻発している。つまり、人身事故や災害等の突発的な遅延に加えて、通勤客の集中や列車への駆け込み等により駅停車時間が増加したことによる遅延が存在することが考えられる。更にこうした小規模な遅延が、特に朝のラッシュ時間帯の様に

列車の運転間隔が非常に短い時間帯において、Knock-on-delay という現象を生み出す可能性も考えられる。Knock-on-delay は先行列車が遅延している場合に、後続列車が衝突を回避するために駅間で減速もしくは停車するため所要時間が増加するために発生する、列車速度の低下を指すものである。つまり、Knock-on-delay は先行列車が遅れたという外的要因による遅延であるとみなすことができる。

以上より、遅延現象は以下の図-1のようにまとめられる。本研究では、この「慢性的な遅延」に着目する。「慢性的な遅延」は、遅延量がそれほど大きくないため従来は深刻な問題とみなされる場合が少なかったが、近年の列車遅延はこの慢性的遅延による場合が多く、さらにこの遅延は、勤務開始時刻に遅延する・混雑している列車内にいる時間帯が増加することによる不効用の増加等の問題を長期間にわたって生じさせるため、適切な対策の検討が必要とされ、多くの関連研究が近年なされてきた。例えば、都市鉄道の遅延現象をマルチエージェントシミュレーションを用いて表現した研究として、高橋ら<sup>2)</sup>、仮屋崎ら<sup>3)</sup>、岩倉ら<sup>4)</sup>が挙げられる。これらの研究は、ホームの増強や信号設備の改善、移

表-1 遅延証明書の発行頻度<sup>1)</sup>

路線名	総発行日数
JR 山手線	18 / 20 日
JR 京浜東北線	17 / 20 日
JR 横須賀・総武快速線	18 / 20 日
JR 東海道線	16 / 20 日
東京メトロ半蔵門線	20 / 20 日
東京メトロ千代田線	19 / 20 日
東京メトロ南北線	17 / 20 日
東京メトロ副都心線	14 / 20 日
都営三田線	14 / 20 日



図-1 遅延要因による列車遅延現象の整理

動閉そくシステムの導入等の施策により列車の遅延量が減少した場合の効果等を推定している。また、山村ら<sup>5)</sup>では、列車運行実績データをダイヤグラム図に投影して遅延現象を可視化するクロマティックダイヤという手法を提案し、運行遅延が生じる確率及び実際の遅延量を利用して遅延現象を指標化することにより、遅延への影響の大きい駅(駅での停車時間)や駅間(駅間の走行時間)を相対的に抽出する方法を提案している。これらの研究はシミュレーションベースの検討、あるいは、運行実績データを用いているにしてもワンショット(単一日)のみでの検討である。

しかしながら、都市鉄道の慢性的遅延現象は、駆け込み乗車等による駅停車の増加や駅間での所要時間、さらに先行列車の遅延等不確実な要因が組み合わさって生じ得る確率的現象であるにもかかわらず、ある列車の遅延が後続列車にどのように広がるか(時間的広がり)、また後続の駅にどのように波及するか(空間的な広がり)を統計的に検討した研究は少ない。

そこで本研究では、都市鉄道において朝のラッシュ時間帯に発生する慢性的な遅延現象の確率的・統計的特性について、東京メトロ東西線の長期間にわたる運行実績データを用いて明らかにすることを目的とする。その際、列車の遅延現象の統計的性質を運行実績データの基礎統計解析並びに可視化を通じて明らかにすると共に、列車遅延現象の簡単な確率モデルを適用することで、どの路線区間・どの時間帯等において列車遅延が生じやすくなっているのかを検証する。

## 2. 運行実績データの概要と対象路線

### (1) 対象路線

本研究では、2013年4月1日から2015年3月31日までの東京メトロ東西線の運行実績データ(秒単位で全車両運行実績と、ダイヤデータを記録)を利用する。図-2に東京メトロ東西線の路線図を示す。東京メトロ東西線は、東京都にある中野駅と千葉県にある西船橋駅を結ぶ路線で、総延長が30.8km、全区間の所要時間は約50分である。東西線の中野方面行列車の最大混雑率は木場駅と門前仲町駅の間で200%(午前7時50分から8時50分)と日本の鉄道の中で最も高い数値を取っている。そのため、混雑率を下げするためにいくつかの施策が行われている。

- (a) ダイヤ改正：2013年12月2日以降、朝の最混雑時間帯の前に西船橋から東陽町駅間で運行列車を2本増発
- (b) 東西線早起きキャンペーン：2007年以降、毎年冬季に最混雑時間帯を避けて東西線を利用した人に商品券等をプレゼントする施策を実施

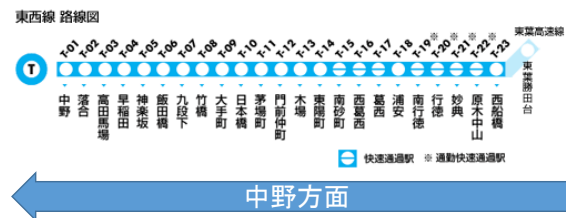


図-2 東京メトロ東西線の路線図<sup>6)</sup>

- (c) 列車の各駅停車化：混雑率の均一化のため、2007年以降は快速電車が浦安駅と東陽町駅の間で各駅に停車

### (2) 運行実績データ

表-2に運行実績データの一例を示す。運行実績データは、実際の運行ダイヤグラムと同様に秒単位で記録されており、慢性的な遅延による現象をより詳細に把握することが可能となっている。

本研究では、朝の通勤時間帯における慢性的な列車遅延現象の影響に着目するため、データセットを以下の条件でトリミングする。

- (a) 西船橋駅を出発し、中野駅に向かう列車の内中野駅に午前6時55分に到着する列車から、西船橋駅を午前10時までに出発する列車
- (b) 全駅・全列車の出発・到着時刻が記録されている日
- (c) 列車遅延が30分以上生じている日は除外

また、ダイヤ改正による影響に考慮し、データセットを表-3のように分割する。本研究では、この表中の期間1のデータセットを主に用いる。

## 3. データの基礎統計分析

### (1) 運行実績データの可視化

図-3は2013年4月1日の運行実績データを可視化して例示したものである。図中の黒実線は実際の運行実績を、赤破線は列車の運転ダイヤグラムを示している。

これより、始発駅である西船橋駅ではほぼすべての電車が時間通りに出発していることが分かる。一方、最初の遅延は、最混雑区間を含む門前仲町駅付近で午前7時30分頃に発生している。列車内の混雑が一番激しくなる朝8時30分から9時頃では、黒の実線の位置と赤の破線の位置が大きく離れており、遅延量が非常に大きくなっている。しかし、朝9時30分を過ぎ朝のラッシュアワーが終了すると遅延は急速に収束する。これは、列車の運転間隔が広くなりKnock-on-delayが生じる可能性が低くなるためである。2013年4月1日の最大遅延量は午前8時45分頃に日本橋駅で生じた7分34

表-2 運行実績データの一例

列車番号	時間帯	運番	駅名	着発番線	到着時刻	遅延(時分)	遅延(秒)	遅延	出発時刻	遅延(時分)	遅延(秒)	遅延	列車種別
A0565S	5	65	妙典	2番線					5:04:01	0:00	1	遅延	回送
A0565S	5	65	原木中山	2番線	5:06:04	-00:00	21		5:05:54	-00:00	51		回送
A0565S	5	65	西船橋	3番線	5:07:59	-00:01	11						回送
A0419S	4	19	東陽町	1番線					4:58:17	0:00	17	遅延	普通
A0419S	4	19	南砂町	1番線	4:59:52	0:00	2	遅延	5:00:22	0:00	12	遅延	普通
A0419S	4	19	西葛西	1番線	5:02:56	0:00	1	遅延	5:03:17	0:00	2	遅延	普通
A0419S	4	19	葛西	1番線	5:04:54	-00:00	6		5:05:15	-00:00	5		普通
A0419S	4	19	浦安	1番線	5:07:19	-00:00	6		5:07:39	-00:00	11		普通
A0419S	4	19	南行徳	1番線	5:08:56	-00:00	19		5:09:21	-00:00	14		普通
A0419S	4	19	行徳	1番線	5:10:55	-00:00	25		5:11:19	-00:00	21		普通
A0419S	4	19	妙典	1番線	5:12:56	-00:00	39		5:14:26	0:00	21	遅延	普通
A0419S	4	19	原木中山	1番線	5:16:19	-00:00	11		5:16:39	-00:00	11		普通
A0419S	4	19	西船橋	3番線	5:19:09	-00:00	6						普通

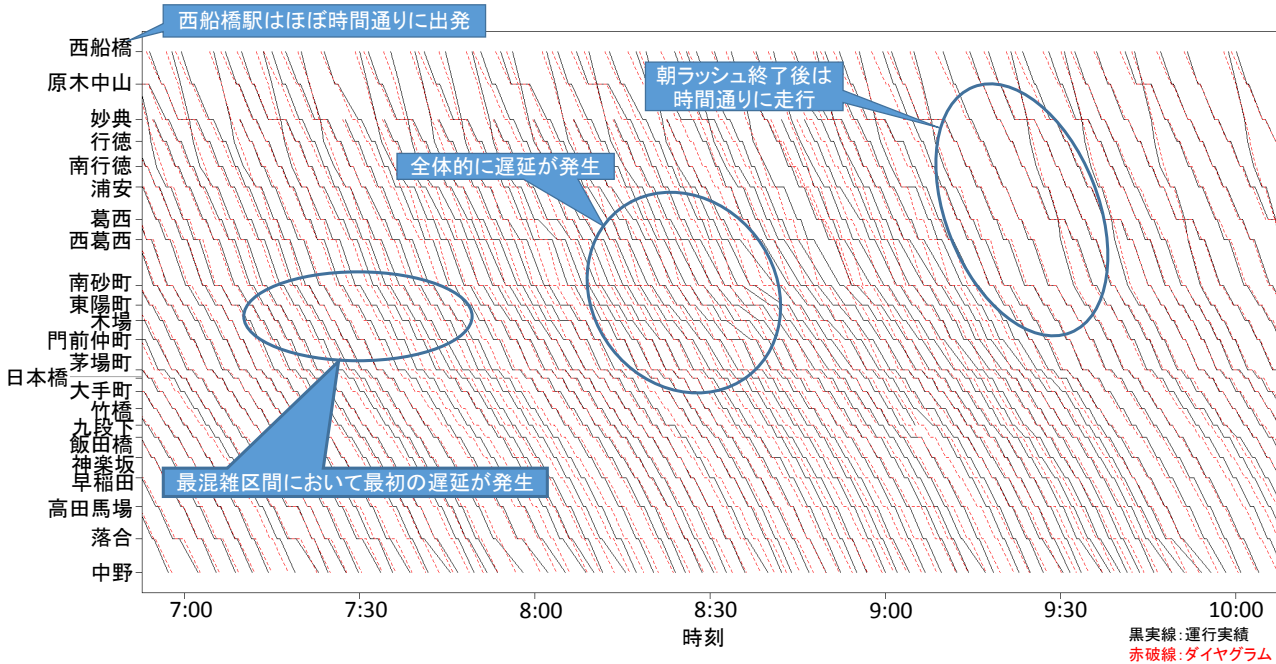


図-3 運行実績データの可視化 (2013年4月1日月曜日)

表-3 運行実績データの観測期間

期間	ダイヤ改正	早起きキャンペーン	観測日数	本数/日
1 2013/4 ~2013/11	前	期間外	161	85
2 2013/12 ~2014/2 2014/12 ~2015/2	後	期間内	110	85
3 2014/3 ~2014/11 2015/3	後	期間外	196	85

秒であり、5分以上の遅延は午前8時30分から9時30分までの間で生じていた。

他方、2013年4月15日(月曜日)の運行実績データを見ると、最大遅延量は午前8時40分頃に日本橋駅で生じた6分23秒であり、5分以上の遅延は午前8時40分から9時25分の間で生じていた。

以上のことは、人身事故等の突発事象が存在しない

状態における遅延量や遅延時間帯は日によって異なるということを示しており、慢性的な遅延の影響を見るのはある1日の影響を見るのみならず長期的なデータを利用して評価する必要があることを示唆している。

(2) 列車遅延の時空間的波及

ダイヤグラム上で茅場町駅に午前8時59分45秒到着予定のB0827Sに対して、期間1中の日々の運行実績データを用いて駅毎の到着時刻及び出発時刻の経験分布を推計した。それぞれの結果を図-4及び図-5に示す。これらの分布では、確率密度(発生頻度)の最大値が高い(鉛直方向に高い値をとる)場合には、同一時間帯に駅へ発着できる可能性が高いことを意味しており、列車がほぼ時間通りに走行できていることとほぼ同義とみなすことができる。その一方、確率密度の分散が大きい(水平方向に幅広い値をとる)場合は、列車に遅



延が生じる頻度が相対的に大きくなっている。

郊外区間である西船橋駅から浦安駅まででは出発時刻及び到着時刻の経験分布の分散が小さく、遅延規模はそれほど大きくないことが確認される。これは、この区間では比較的列車内混雑率が低く、駅停車時間の分散が生じる可能性がそれほど高くないことが理由の一つとして考えられる。しかし、南砂町駅を過ぎて都心中心部に近づくと、経験分布の分散が急速に大きくなっており、列車の運行に遅延が生じる可能性も高いことが示唆される。なお、最混雑区間を過ぎ、終着駅の中野駅に接近しても、経験分布の分散はいまだに大きい状態のままであった。このことは、一度遅延が生じてしまうと終着駅まで遅延を回復するのは困難であることを示唆している。

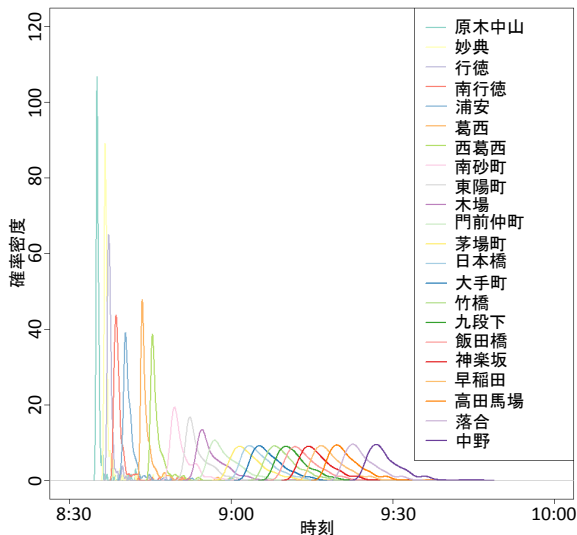


図-4 B0827S の全 22 駅の到着時刻の経験分布

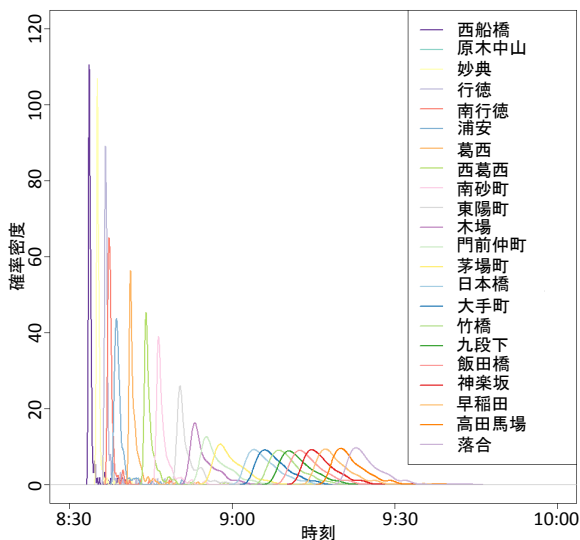


図-5 B0827S の全 22 駅の出発時刻の経験分布

次に図-6 は、同一列車が隣接する 2 駅間における到着時刻の相関係数をヒートマップとして表したものである。更に、同じ列車の隣接する 2 駅に到着する時刻の相関係数を見ると、ほとんどの区間において赤くなりかなり高い値をとっていることが分かるが、これは、前の駅における遅延が次の駅に波及する可能性が高いことを示唆している。一方、落合駅から中野駅の間では相関係数が 0 に近い時もあった。これは、中野駅で行われる折返しをスムーズに出来るようにするために落合駅で運転間隔調整を行う場合もあるためであると考えられる。

さらに、最混雑駅の一つである茅場町駅における各列車の到着時刻及び出発時刻の経験分布をそれぞれ図-7 及び図-8 に示す。また、図-9 には同一駅における隣接する 2 列車の到着時刻の相関係数をヒートマップにして示す。これらの結果より、遅延が生じる可能性が高い最混雑区間であっても、朝ラッシュの始まる前及び終了後は経験分布の分散がそれほど小さくなく、列車がほぼ時間通りに走行していることが確認される。一方、最混雑時間帯においては経験分布の分散が非常に大きく列車が遅延している可能性が非常に高いということが示された。また、この時間帯では隣接する 2 列車の経験分布同士に重なりがみられた。このことは、先行列車の遅延が後続列車に波及していることを示唆している。そして、最混雑時間帯を走行する 40 番目から 70 番目ぐらいの列車においては、ほとんどのケースで前後の列車遅延時間の相関係数が 0.7 以上の値をとっている。このことは、運転間隔が短い時間帯においては

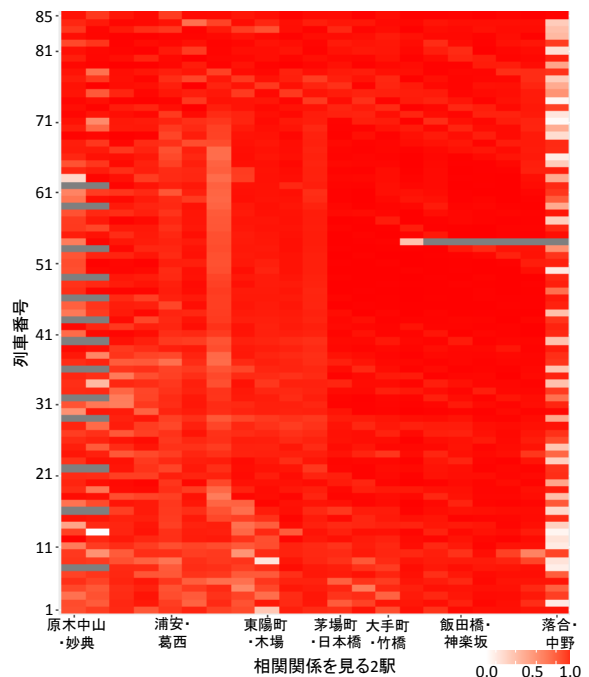


図-6 隣接する 2 駅間の到着時刻の相関係数

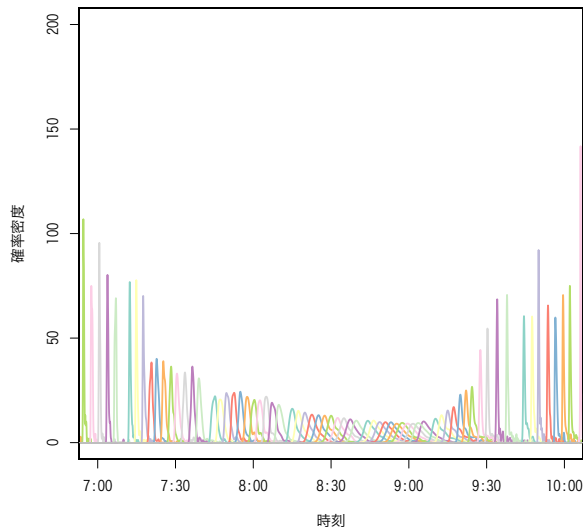


図-7 全 85 列車の茅場町駅の到着時刻の確率分布

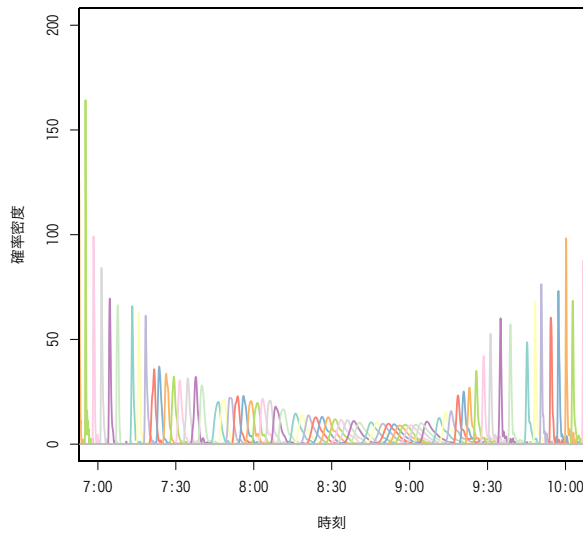


図-8 全 85 列車の茅場町駅の出発時刻の確率分布

先行列車の遅延が後続列車に波及しやすいことを示唆している。

### (3) 運転間隔調整の可能性

都市鉄道のように列車運転間隔が非常に短い路線では、出発時刻を過ぎていて利用者の乗降が完了していても出発せずに駅で停車していることがある。これは、「運転間隔調整」と呼ばれるもので、先行列車に接近しすぎて駅間で減速や停止してしまうことを防ぐ目的で行われる場合と、後続列車との運転間隔が極端に広がることを防止するために行われる場合の両方がある。

しかし、運行実績データ上では運転間隔調整を行ったかどうかの記録はなされていない。ここでは、以下の条件にあてはまる場合に運転間隔調整を行ったと仮定した上で、どれくらいの頻度で列車の運転間隔調整

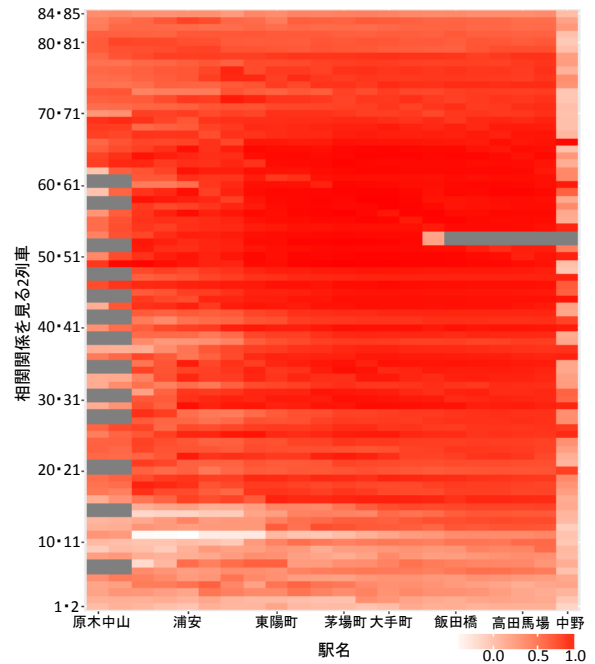


図-9 各駅における隣接する 2 列車の相関係数

表-4 運転間隔調整回数の推定結果

期間	総発生数	観測日数	1 日平均
1	1160	161	7.20
2	997	110	9.06
3	1546	196	7.89

がなされていたのかを推定する。

- (a) 実際の駅停車時間が 2 分以上
- (b) 実際の駅停車時間がダイヤグラム上の停車時間と比較して、1 分以上長い
- (c) 中野駅と西船橋駅では相互直通運転に伴う乗務員交代を行うために駅停車時間が長くなる傾向があるため、除く。
- (d) 設定されたダイヤグラムより早く駅に到着した場合は除く

この想定のもとで、運転間隔調整が行われた回数を試算した結果を表-4 に示す。駅または列車ごとに分けて運転間隔調整が行われる頻度が最も高い地点で運転間隔調整の頻度を見ても、数日に 1 回程度でありこの値はそれほど大きいものではないことが確認される。以上の結果は、次節にて列車遅延の確率モデルを構築する際に考慮される。

## 4. 列車遅延の確率モデルの構築と推定

### (1) モデルの前提条件

本節では、Carey(1994)<sup>7)</sup> の提案した列車遅延の確率モデルを改良することにより、駅停車時間や駅間走行時間は確率変動を記述する解析的な確率モデルを構築

し、前述の運行実績データへの適合の可能性について検証する。Carey のモデルは、単一路線において実際の運行実績データが与えられた場合に各駅・各列車の出発時刻・到着時刻の確率分布を導出するものであり、提案された確率モデルのフローを図-10に、また本研究で設定した前提条件を以下に箇条書きで示す。

- (a) 列車 1 が駅 1 を出発する時刻の確率密度関数は運行実績データから直接導出する。
- (b) 列車 1 の駅 1 と駅 2 の間の駅間所要時間の確率密度関数を、列車 1 の駅 2 到着時刻の確率密度関数を計算した後に推定する。
- (c) 列車 1 の駅 2 停車時間の確率密度関数は、以前推定した列車 1 の駅 2 到着時刻の確率密度関数から推定する。
- (d) これを繰り返し、列車 1 の駅間所要時間・駅停車時間の確率密度関数は手前の駅における時刻の確率密度関数から順次推定出来る。
- (e) 列車 2 が 1 を出発する時刻の確率密度関数は運行実績データから直接導出する
- (f) 列車 2 の駅 1 と駅 2 の間の駅間所要時間の確率密度関数は、列車 2 の駅 1 出発時刻の確率密度関数、列車 2 の駅 2 到着時刻及び列車 1 の駅 2 出発時刻の確率密度関数から推定する。
- (g) これを繰り返し、列車 2 の駅間所要時間・駅停車時間の確率密度関数は列車 2 の手前の駅における時刻の確率密度関数及び先行列車の駅における時刻の確率密度関数から順次推定する。
- (h) 同様にして、列車 3 以降についても確率密度関数を推定する。

**(2) 確率密度関数**

表-5 に主要な変数の定義を示す。

**a) 到着時刻の確率密度関数**

先行列車がない場合、出発時刻  $t_{i,s-1}^d$ 、駅間所要時間  $t_{i,s}^{travel}$ 、そして到着時刻  $t_{i,s}^a$  の間には以下の式 (1) で示される関係成り立つ。

$$t_{i,s}^a = t_{i,s-1}^d + t_{i,s}^{travel} \quad (1)$$

従って、到着時刻の確率密度関数  $f_{i,s}^a(t)$  は畳み込み

表-5 変数の定義

記号	説明
$i, s$	それぞれ、列車番号・駅番号
$t_{i,s}^a$	列車 $i$ の駅 $s$ 到着時刻
$t_{i,s}^d$	列車 $i$ の駅 $s$ 出発時刻
$t_{i,s}^{travel}$	列車 $i$ の駅 $s-1$ と $s$ の間の所要時間
$t_{i,s}^{stop}$	列車 $i$ 駅 $s$ 停車時間
$t_{i-1,i,s}^{min}$	列車 $i-1$ と列車 $i$ の最小運転間隔
$f(\cdot)$	確率密度関数
$f^-(\cdot)$	先行列車がない場合の確率密度関数

により以下の式 (2) で示される。

$$f_{i,s}^a(t) = \int_0^t f_{i,s-1}^d(\tau) f_{i,s}^{travel}(t - \tau | t_{i,s-1}^d = \tau) d\tau \quad (2)$$

一方、先行列車に接近した場合は後続列車は駅間で徐行や停車を強いられることとなる。この時、列車の到着時刻  $t_{i,s}^a$  は先行列車  $i-1$  の出発時刻  $t_{i-1,s}^d$  と駅における最小運転間隔  $t_{i-1,i,s}^{min}$  の和で示される。従って、この時の到着時刻の確率密度関数は  $f_{i,s}^a(t)$  以下の式 (3) で示される。

$$f_{i,s}^a(t) = f_{i-1,s}^a(t - t_{i-1,i,s}^{min}) \times \int_0^t f_{i,s}^-(\tau) d\tau + \left( \int_0^{t-t_{i-1,i,s}^{min}} f_{i-1,s}^a(\tau) d\tau \right) \times f_{i,s}^-(t) \quad (3)$$

式 (2) と (3) より、到着時刻の確率密度関数  $f_{i,s}^a$  は式 (4) で示される。

$$f_{i,s}^a(t) = f_{i-1,s}^d(t - t_{i-1,i,s}^{min}) \times \int_0^t \int_0^\tau f_{i,s-1}^d(\sigma) f_{i,s}^{travel}(\tau - \sigma) d\sigma d\tau + \int_0^{t-t_{i-1,i,s}^{min}} f_{i-1,s}^d(\tau) d\tau \times \int_0^t f_{i,s-1}^d(\sigma) f_{i,s}^{travel}(t - \sigma) d\sigma \quad (4)$$

**b) 出発時刻の確率密度関数**

出発時刻  $t_{i,s}^d$  は、式 (5) のように到着時刻  $t_{i,s}^a$  及び駅停車時間  $t_{i,s}^{stop}$  の和で示される。

$$t_{i,s}^d = t_{i,s}^a + t_{i,s}^{stop} \quad (5)$$

このとき、後続列車が駅に停車している間に先行列車との間隔が短くなることはないと仮定している。さらに、前述の考察より、本研究では運転間隔調整の影響は含めずにモデルの構築を行う。

すると、出発時刻  $t_{i,s}^d$  の確率密度関数は畳み込みを用いて以下の (6) で示される。

$$f_{i,s}^d(t) = \int_0^t f_{i,s}^a(\tau) f_{i,s}^{stop}(t - \tau | t_{i,s}^a = \tau) d\tau \quad (6)$$

**(3) パラメータの推定方法**

確率分布形にパラメトリックな関数を仮定した場合には、その未知パラメータを推定する必要がある。本研究では、運行実績データに対して逐次的に最尤法を適用することによりモデルパラメータを推定する。このときの尤度関数は、式 (7：到着時刻；先行列車の影響を含めない場合)、(8：到着時刻；先行列車の影響を含める場合)、(9：出発) でそれぞれ与えられる。

$$LL(f_{i,s}^a(t_{i,s,k}^a)) = \sum_{k=1}^n \left( \log \left( \int_0^{t_{i,s,k}^a} f_{i,s-1}^d(t_{i,s,k}^a - \tau) f_{i,s}^{travel}(\tau) d\tau \right) \right) \quad (7)$$

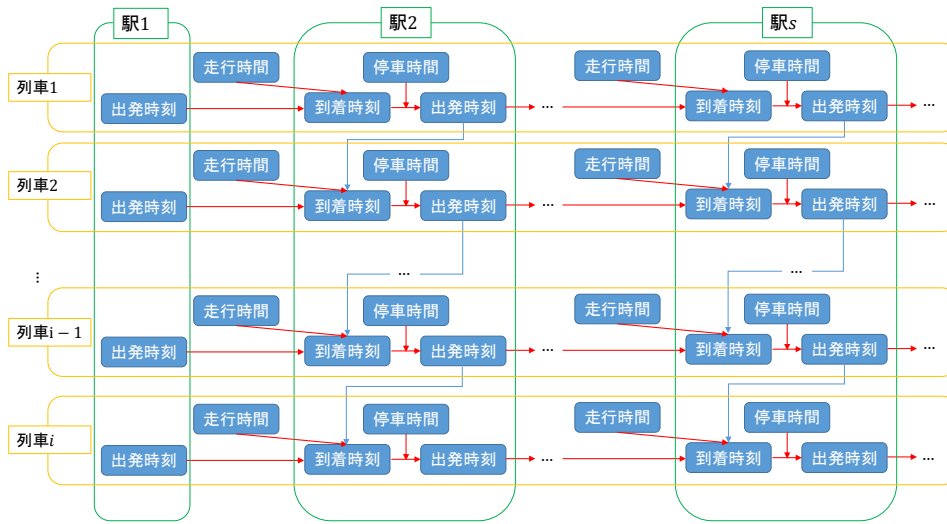


図-10 Carey(1994)の列車遅延モデルのフロー

式(7)もしくは(8)

$$LL(f_{i,s}^a(t_{i,s,k}^a)) = \sum_{k=1}^n \left( \log \left( \hat{f}_{i-1,s}^d(t_{i,s,k}^a - t_{i-1,i,s}^{\min}) \times \int_0^{t_{i,s,k}^a} \left( \int_0^\tau \hat{f}_{i,s-1}^d(\tau - \sigma) f_{i,s}^{\text{travel}}(\sigma) d\sigma \right) d\tau + \int_0^{t_{i,s,k}^a - t_{i-1,i,s}^{\min}} \hat{f}_{i-1,s}^d(\tau) d\tau \times \int_0^{t_{i,s,k}^a} \hat{f}_{i,s-1}^d(t_{i,s,k}^a - \tau) f_{i,s}^{\text{travel}}(\tau) d\tau \right) \right)$$

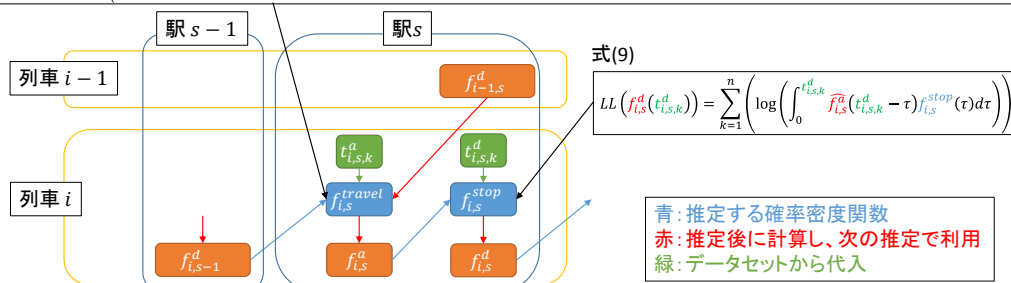


図-11 パラメータの推定手順と尤度関数

式(9)

$$LL(f_{i,s}^d(t_{i,s,k}^d)) = \sum_{k=1}^n \left( \log \left( \int_0^{t_{i,s,k}^d} \hat{f}_{i,s}^a(t_{i,s,k}^d - \tau) f_{i,s}^{\text{stop}}(\tau) d\tau \right) \right)$$

青: 推定する確率密度関数  
 赤: 推定後に計算し、次の推定で利用  
 緑: データセットから代入

(4) パラメータ推定結果とモデルの評価

a) 確率密度関数の特定化

本研究では、確率モデルの分布形に畳み込みの計算が容易である指数分布を仮定する。列車 1 の駅  $i$  の出発時刻の確率密度関数は式 (10) で定義される

$$f_{i,1}^d(t) = \lambda_{id} e^{-\lambda_{id}(t - \min(t_{i,1,k}^d))} \quad (10)$$

このとき、平均値は  $\bar{t} = \min(t_{i,1,k}^d) + \frac{1}{\lambda_{id}}$ 、標準偏差は  $STD = \frac{1}{\lambda_{id}}$  で与えられる。

また他の駅における駅間走行時間及び駅停車時間の確率密度関数も、同様に式 (11) の指数分布で与えられる。

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (11)$$

同じく平均値は  $\bar{t} = \frac{1}{\lambda}$ 、標準偏差は  $STD = \frac{1}{\lambda}$  となる。

次に、列車遅延の波及を考えるため、確率分布の畳み込みを考える。もし、先行列車の影響がないならば、連続した複数の指数分布の畳み込みは式 (12) で示されるとおりとなる<sup>8)</sup>。

$$LL(f_{i,s}^a(t_{i,s,k}^a)) = \sum_{k=1}^n \left( \log \left( \hat{f}_{i-1,s}^d(t_{i,s,k}^a - t_{i-1,i,s}^{\min}) \times \int_0^{t_{i,s,k}^a} \left( \int_0^\tau \hat{f}_{i,s-1}^d(\tau - \sigma) f_{i,s}^{\text{travel}}(\sigma) d\sigma \right) d\tau + \int_0^{t_{i,s,k}^a - t_{i-1,i,s}^{\min}} \hat{f}_{i-1,s}^d(\tau) d\tau \times \int_0^{t_{i,s,k}^a} \hat{f}_{i,s-1}^d(t_{i,s,k}^a - \tau) f_{i,s}^{\text{travel}}(\tau) d\tau \right) \right)$$

$$LL(f_{i,s}^d(t_{i,s,k}^d)) = \sum_{k=1}^n \left( \log \left( \int_0^{t_{i,s,k}^d} \hat{f}_{i,s}^a(t_{i,s,k}^d - \tau) f_{i,s}^{\text{stop}}(\tau) d\tau \right) \right) \quad (9)$$

これらの式中のパラメータは先行列車・手前の駅から順次推定するが、その流れを図-11に示す。

$$f_{X_1+X_2+X_3+\dots+X_n}(t) = \left[ \prod_{i=1}^v \lambda_i \right] \sum_{j=1}^v \frac{e^{-\lambda_j t}}{\prod_{\substack{k \neq j \\ k=1}}^v (\lambda_k - \lambda_j)} \quad (12)$$

**b) 先行列車の影響を考えない場合の推定結果**

まず、先行列車の影響を考慮しない確率モデルに関して、東陽町駅から九段下駅までの 8 駅間に着目して推定を行う。想定は以下のとおりである。

- 全列車が各駅に停車する
- ホームが 2 つ以上存在し、交互発着や追い越しが行える駅が存在しない
- 全列車が当該区間を走行する

用いる運行実績データは表-4 の期間 1 を対象とする。

図-12 は、B0747S(茅場町駅午前 8 時 20 分頃着)の東陽町駅(駅 1) 出発時刻の推定されたパラメトリックな確率分布と経験分布を図示している。これより、推定結果のピークは経験分布におけるピークより早い現れていることがわかる。この理由として、指数分布の想定ではピークが  $t = \min(t_{i,1,k}^d)$  であり、それ以降の生起確率は単調減少するためである。しかし、運行実績データの結果は全て  $\min(t_{i,1,k}^d)$  より遅くなっており、単純な指数分布を仮定することの限界も示唆される。一方、推定した結果から求められる標準偏差は 147.11 秒であり、観測データから直接もとめた標準偏差の 105.53 秒と比較しても、大きな乖離は生じていない。

次に、各駅におけるパラメータ推定結果を表-6 及び表-7 に示す。指数分布では、平均と標準偏差は同じ値をとるため、今回の結果のように平均と標準偏差に大きな差が生じているようなデータに対して指数分布を仮定したパラメータ推定を行った場合には、推計値と実績値に大きな乖離が生じることが確認される。

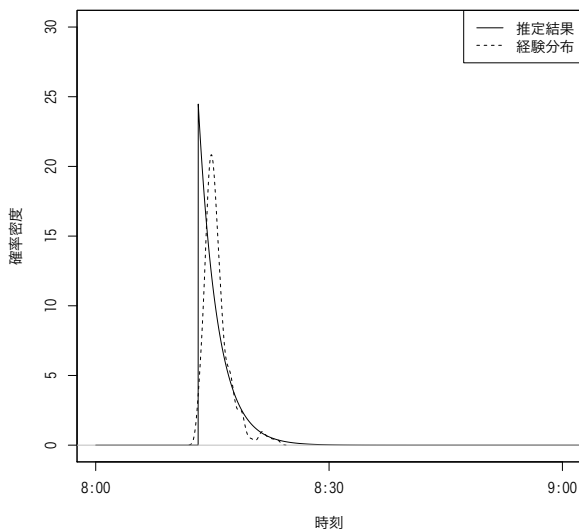


図-12 B0747S の東陽町駅出発時刻の推定結果・経験分布

表-6 駅停車時間のパラメータ推定結果 (単位: 秒)

駅	推定結果	平均 (観測)	標準偏差 (観測)	設定 駅停車時間
木場	72.06	54.30	18.15	45
門前仲町	73.67	63.34	16.74	45
茅場町	98.37	72.16	12.29	60
日本橋	63.60	53.21	7.89	50
大手町	58.21	51.14	9.40	45
竹橋	56.26	38.14	20.89	30

表-7 駅間走行所要時間のパラメータ推定結果 (単位:秒)

駅	推定結果	平均 (観測)	標準偏差 (観測)	設定 駅間走行時間
東陽町 ~ 木場	103.8	89.14	17.88	80
木場 ~ 門前仲町	93.11	105.6	24.02	85
門前仲町 ~ 茅場町	137.9	174.5	39.83	165
茅場町 ~ 日本橋	77.20	62.78	1.63	60
日本橋 ~ 大手町	65.27	68.54	2.87	70
大手町 ~ 竹橋	81.27	100.8	1.87	105
竹橋 ~ 九段下	75.23	91.63	1.63	100

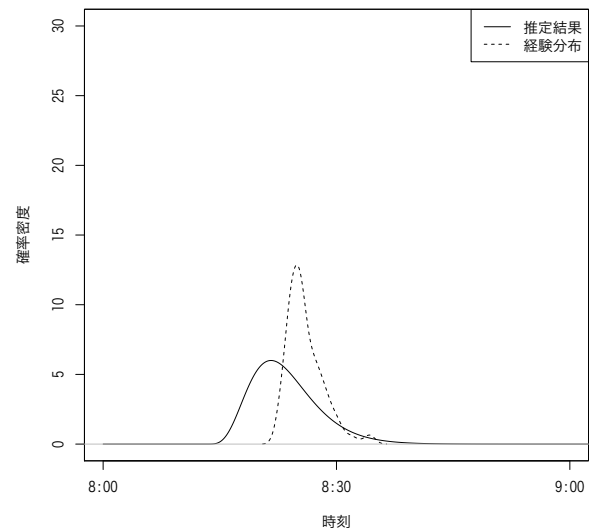


図-13 B0747S の茅場町駅到着時刻の推定結果及び経験分布

また、図-13 は B0747S の茅場町駅(駅 4)の、図-14 は B0747S の九段下駅(駅 8)の到着時刻の推定結果及び経験分布を図示して示したものである。推定結果及び経験分布のピークはほぼ同じ値をとっているということがわかる一方、その一方、標準偏差については経験分布より大きい結果となっている。これは、指数分布では平均と標準偏差は同じ値をとるが観測結果を見るとすべてのケースにおいて平均が標準より大きな値をとっているためである。このため、推定結果は観測平均と標準偏差の中間の値をとると考えられるため、標準偏差よりは大きな値をとっていることが示唆される。



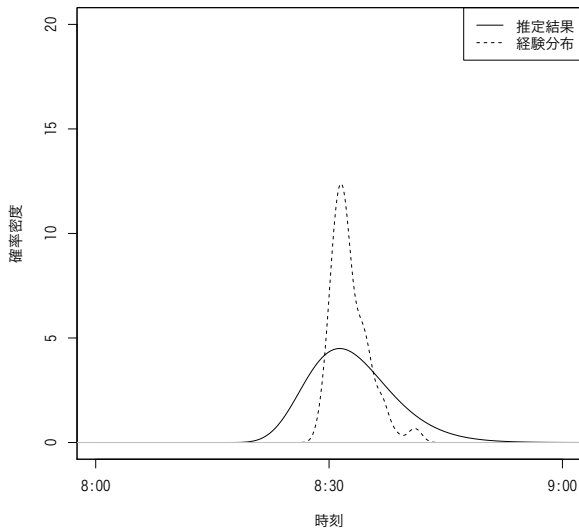


図-14 B0747S の九段下駅到着時刻の推定結果及び経験分布

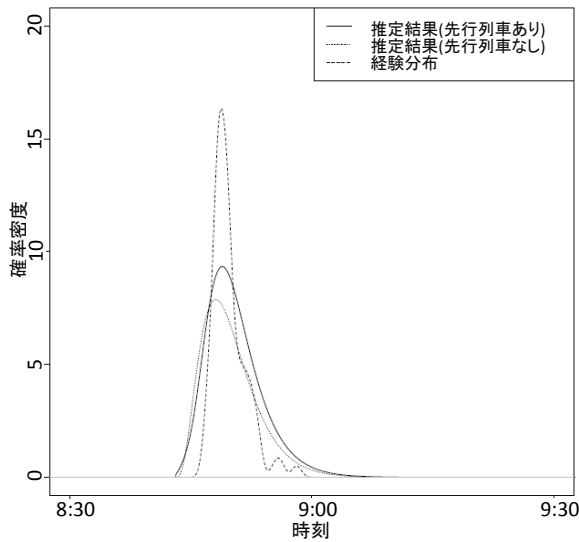


図-15 B0747S の門前仲町駅到着時刻の確率分布及び経験分布

c) 先行列車の影響を考えた場合の推定結果

次に、先行列車の影響を考慮した確率モデルの推定結果について説明する。計算の処理時間の関係から、以下では、東陽町から門前仲町の間 3 駅間の結果を利用する。表-8 及び表-9 に各区间における推定結果を示す。また、図-15 に B0747S の門前仲町駅 (駅 3) 到着時刻の推定結果及び経験分布を示す。

それぞれの結果を見ると、各区間の所要時間の推定結果の平均はダイヤグラム上の所要時間より小さい値をとっており、特に、木場と門前仲町の間 3 駅間の所要時間は大幅に小さくなっている。これは、他の区間における過推定による影響を受けているためではないかと考えられる。

一方、標準偏差については推定結果と比較的近い値をとっており、そのため、茅場町駅での到着時刻の確率

表-8 駅停車時間のパラメータ推定結果 (単位:秒)

駅	推定結果	平均 (観測)	標準偏差 (観測)	設定 駅停車時間
木場	63.35	54.30	18.15	45

表-9 駅間走行所要時間のパラメータ推定結果 (単位:秒)

駅	推定結果	平均 (観測)	標準偏差 (観測)	設定 駅間走行時間
東陽町 ~ 木場	64.88	89.14	17.88	80
木場 ~ 門前仲町	36.01	105.6	24.02	85

分布は、駅停車時間を含めていない場合の確率分布より経験分布に近い結果を示している。このことは、先行列車の遅延が後続列車の遅延に及ぼす影響を十分に考えて推定を行うことが重要であることを示唆しているものと推察される。

しかしながら、推定結果の標準偏差は経験分布と比較するとまだ大きい値をとっている。従って、分布系に指数分布を仮定することには限度があり他の分布系を仮定してより良い確率モデルを構築することが今後必要である。

5. 結論と今後の課題

本研究では、長期間の詳細な列車運行実績データを用いて列車の遅延現象に関する統計的解析を行った。まず、遅延現象の可視化・遅延現象の時空間的波及・運行調整の影響の3つに分類した基礎統計分析を行い、遅延現象については先行列車・先行駅での遅延が後続列車・後続駅に波及する影響が大きく、無視することが出来ない可能性が高いということが確認された。また、運転感覚調整に関しては発生頻度がそれほど高くないことが推察された。

次に、列車遅延の時空間的な関連性を考慮可能な列車の出発及び到着時刻の確率モデルを構築し、運行実績データへの当てはめを行った。その結果、最混雑時間帯では、最混雑区間に位置する駅での停車時間が他の時間帯と比べて増加し、この遅延が後続列車に波及する Knock-on Delay が生じる状況を一定程度までモデルで記述することができた。しかしながら、用いた指数分布の性質上、駅間所要時間・駅停車時間の確率分布の現況再現性は高くないが、それらを組み合わせて表現される駅到着時刻・出発時刻の平均の推定結果については、一定程度の再現性があることが確認された。(但し、所要時間の分散に関しては実際の運行実績データを直接利用して求める場合と比較して非常に大きくなってしまった.)。また、先行列車の遅延を含めてモデルの構築を行うことで、それを考慮しなかった場合と比較して現況再現性が高まることも確認された。

本研究では、確率モデルの精度ならびに計算可能性の向上。今回は最適パラメータの探索を数値解析的に行う都合上、単純な指数分布を採用せざるを得なかった。今後は、分布形状を柔軟に記述可能な他のモデルの適用可能性を検討する必要があると考えている。また、途中駅発着や急行列車、また支線を持つような複雑な路線において確率モデルを構築することも今後の課題である。さらに、運行実績データと、各駅・各車両におけるインシデントの生起の有無、駅改札通過記録、プラットフォーム混雑、車内混雑等、遅延の要因となりうる外的要因と列車遅延実績を関連付けることで、遅延増大の規定要因を明らかにすることも重要と考えている。

**謝辞** 本研究で使用した列車運行実績データは、東京メトロ株式会社よりご提供頂いた。ここに記して感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 国土交通省鉄道局：東京圏における今後の都市鉄道のあり方に関する小委員会：遅延対策ワーキング資料, 2015 (<http://www.mlit.go.jp/common/001081639.pdf>).
- 2) 岩倉成志, 上松苑, 高橋郁人, 辻井隆伸：高頻度運行下での都市鉄道を対象とした遅延連鎖シミュレーションシステムの開発, 土木学会論文集 D3(土木計画学), Vol. 67, No. 5, pp. 879-886, 2011.
- 3) 仮屋崎圭司, 小野尚, 森地茂：都市鉄道の列車遅延の拡大メカニズムに関する研究, 運輸政策研究, Vol. 13, No. 1, pp. 57-64, 2010.
- 4) 岩倉成志, 日比野直彦, 圭司, 福田大輔, 森地茂, 川村孝太郎, 角田隆太, 富田拓未：都市鉄道の列車遅延対策の定量的評価, 第 50 回土木計画学研究・講演集 (CD-ROM), 2014.
- 5) 山村明義, 牛田貢平, 足立茂章, 富井規雄：首都圏稠密運転路線における遅延改善策策-東京地下鉄東西線での実施例とその検証結果-, 交通・電気鉄道研究会, 2012.
- 6) 東京メトロ株式会社：東京メトロ東西線路線図.
- 7) Carey, M.: Reliability of interconnected scheduled services, *European Journal of Operational Research*, Vol. 79, pp. 51-72, 1994.
- 8) Oguntunde, P., Odetunmibi, O. and Adejumo, A.: On the sum of exponentially distributed random variables: A convolution approach, *European Journal of Statistics and Probability*, Vol. 2, No. 1, pp. 1-8, 2014.