

# 動的混雑料金と住宅立地パターン： 通勤者の異質性とボトルネック渋滞を考慮した 住宅立地均衡モデル

高山 雄貴<sup>1</sup>・桑原 雅夫<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 金沢大学 准教授 理工研究域 (〒 920-1192 金沢市角間町)

E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 東北大学 教授 大学院情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: kuwahara@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究では、標準的な住宅立地モデルとボトルネックモデルを統合し、CBD直前にボトルネックが存在する単一中心都市における異質な通勤者による出発時刻・居住位置選択行動をモデル化する。そして、その均衡状態と、動的な混雑料金を導入した状況下の均衡状態を対比的に分析する。その結果、動的な混雑料金の導入に伴い、各通勤者の出発時刻・住宅立地パターンが大きく変化することが示される。さらに、これらの変化に伴い、都市がスプロールする可能性があることも明らかにされる。この結果は、静学的な交通混雑を考慮した住宅立地モデル (e.g., Kanemoto<sup>18</sup>), Wheaton<sup>32</sup>), Anas et al.<sup>3</sup>) で得られている結論「混雑料金の導入は都市空間構造をコンパクトにする」が、必ずしも動的な混雑料金の下で成立するとは限らないことを意味している。

**Key Words** : residential location; bottleneck congestion; congestion pricing; urban sprawl

## 1. はじめに

標準的な住宅立地理論 (Alonso<sup>2</sup>), Mills<sup>23</sup>), Muth<sup>25</sup>) では、地代と通勤費用のトレードオフ関係をもとに、都市空間構造の分析を行っている。そして、長年にわたり蓄積された研究において、(現実に観測された) 異質な家計の居住位置分布の規則性や、混雑料金などの政策の効果を説明することに成功している。しかし、殆ど全ての枠組みが、静的な交通混雑モデルにより通勤費用を表現している。すなわち、これらのモデルでは、通勤者による日々の出発時刻選択行動を捨象している。これは、通勤ピーク時の交通渋滞現象を表現できない、動的な混雑料金や交通需要マネジメント (e.g., フレックスタイム, 時差出勤制度) などの政策の効果を検証できないことを意味している。

通勤者の出発時刻選択行動を表現できる代表的なモデルの一つが、ボトルネックモデル (Vickrey<sup>30</sup>), Hendrickson and Kocur<sup>16</sup>), Arnott et al.<sup>6</sup>), Arnott et al.<sup>8</sup>) である。このモデルは、非常にシンプルな枠組みにより多様な政策の影響を分析できるという特徴を有する。それゆえ、現在まで、その枠組みを応用・拡張した研究が膨大に蓄積されてきた。しかしながら、ボトルネックモデルと住宅立地モデルの統合は、これまで殆ど進んでいない。

実際、これまでに標準的なボトルネックモデルと住

宅立地モデルを統合したのは、Arnott<sup>4</sup>) と Gubins and Verhoef<sup>15</sup>), Takayama and Kuwahara<sup>28</sup>) のみである<sup>1</sup>。Arnott<sup>4</sup>) は、都心と郊外の2地点がボトルネックを有する道路により結ばれている(離散空間)単一中心都市において、通勤者が出発時刻と居住地を選択するモデルを構築している。そして、動的な混雑料金は、料金収入を再配分しない限り、都市空間構造に何ら影響を与えないことを明らかにしている。Gubins and Verhoef<sup>15</sup>) は、CBD入口直前にボトルネックが存在する、(連続空間)単一中心都市モデルを構築している。このモデルは、標準的なボトルネックモデルでは考慮されていない、通勤者が自宅で過ごす時間に応じた効用を導入すると共に<sup>2</sup>、その限界効用が住宅面積に依存すると仮定している。そして、最適な混雑料金の導入は、通勤者の自宅滞在時間を長くさせると共に住宅面積を広くさせることから、都市をスプロールさせることを示している<sup>3</sup>。すなわち、自宅滞在による効用の存在が、都市のスプロール化を生じさせる要因となることを明らか

<sup>1</sup> Fosgerau and Kim<sup>11</sup>) は、小開放都市モデルと Fosgerau and de Palma<sup>13</sup>) により提案された出発時刻選択モデルを統合した枠組みを構築し、均衡状態と(地代収入と混雑料金収入を最大化する)社会的最適状態を比較している。

<sup>2</sup> 自宅滞在時間に応じた効用は、Vickrey<sup>31</sup>), Tseng and Verhoef<sup>29</sup>), Fosgerau and Lindsey<sup>12</sup>), Fosgerau and Small<sup>14</sup>) でも導入されている。

<sup>3</sup> この結果は、自宅滞在時間に応じた効用の特性が、混雑料金導入による都市空間構造の変化の原因となることを示している。

にしている。

Arnott<sup>4)</sup> と Gubins and Verhoef<sup>15)</sup> の結果は、興味深いことに、静的な交通混雑を考慮した住宅立地モデル (e.g., Kanemoto<sup>18)</sup>, Wheaton<sup>32)</sup>, Anas et al.<sup>3)</sup>) で得られている結果 (混雑料金の導入は都市空間構造をコンパクトにする) とは異なるものとなっている。ただし、これらの成果は、動的な混雑料金が都市空間構造に本質的な影響を与えるものではないことを示唆している。その一方で、Takayama and Kuwahara<sup>28)</sup> は、Arnott<sup>4)</sup> のモデルに通勤者の異質性を考慮した枠組みを分析し、動的な混雑料金が都市をスプロールさせる可能性があることを示している。さらに、この混雑料金の導入は、通勤者の中でも富裕層に有利に働く一方で、貧困層には不利に働く傾向があることも明らかにしている。ただし、Takayama and Kuwahara<sup>28)</sup> が分析したモデルは、住宅需要の所得弾力性がゼロになる (通勤者の効用関数が準線形である) と仮定しており、実現象や代表的な住宅立地モデルとは整合していない。

そこで、本研究では、Takayama and Kuwahara<sup>28)</sup> の一般化を目指す第一歩として、住宅需要の所得弾力性が正となる、代表的な住宅立地モデルとボトルネックモデルを統合した枠組みを構築する。その際、Gubins and Verhoef<sup>15)</sup> と同様、CBD 直前にボトルネックが存在する単一中心都市モデルを採用する<sup>4)</sup>。そして、その均衡状態の特性を系統的に明らかにする。その結果、次に示すような通勤者の時間価値・所得水準に応じた、時間・空間的な *sorting* が起こることが示される: 旅行時間に換算したスケジュールコスト (i.e., [単位時間当たりのスケジュールコスト] / [単位時間当たりの旅行時間費用]) が高い通勤者ほど、始業時刻に近い時刻に出勤する; 旅行時間に換算した可処分所得 (i.e., {[所得]-[通勤費用]} / [単位時間当たりの旅行時間費用]) の高い通勤者ほど、CBD から遠い位置に居住する。

本研究では、さらに、動的な混雑料金が都市空間構造に与える影響を明らかにする。そのために、動的な混雑料金を導入した状況下の均衡状態を調べる。そして、動的な混雑料金の下でも、次に示すような通勤者の時間価値・所得水準に応じた、時間・空間的な *sorting* が起こることを示す: スケジュールコストが高い通勤者ほど、始業時刻に近い時刻に出勤する; 可処分所得の高い通勤者ほど、CBD から遠い位置に居住する。この事実、動的な混雑料金は、通勤者の出発時刻・住宅立地パターンを大きく変化させ得ることを示している。さらに、本稿では、この出発時刻・住宅立地パターンの変化の形態に応じて、都市がスプロール化、もしくはコンパクト化する可能性があることを、簡単な例を用いて具

体的に明らかにする。これは、静的な交通混雑を考慮した住宅立地モデルだけでなく、均質な通勤者を考慮した Arnott<sup>4)</sup>、異質な通勤者を考慮した Takayama and Kuwahara<sup>28)</sup> とも全く異なる結果である。したがって、この結果は、異質な通勤者間の相互作用が混雑料金導入による都市空間構造の複雑な変化の原因となることを示唆している。さらに、望ましい都市空間構造の実現のためには、これらの都市空間構造の複雑な変化の特性を予め理解しておく必要があることも意味している。

本論文の構成は以下のとおりである。まず第 2 章では、通勤者の出発時刻選択と居住地選択の両方を考慮したモデルを構築する。そして、第 3 章において、その均衡状態の特性を明らかにする。第 4 章では、動的な混雑料金の導入効果を示す。さらに、前章で得られた均衡状態の特性と混雑料金の導入効果をより具体的に示すために、単純な設定の下でモデル特性を調べる。最後に、第 5 章において、本研究のまとめを述べる。

## 2. モデル

### (1) 基本設定

直線の道路に沿って同質な土地が単位距離当たり 1 単位存在する単一中心都市を考える (図 1)。この道路には、CBD 直前に容量  $\mu$  のボトルネックが存在する。このボトルネックのサービスは、*first-in-first-out* (FIFO) 原則を満足し、待ち行列は Vickrey<sup>30)</sup>, Arnott et al.<sup>8)</sup> と同様の *point queue* モデルにより表現できると仮定する。また、この道路の単位距離当たりの移動時間は一定値  $\tau$  (i.e., 自由走行速度が  $1/\tau$ ) であると仮定する。

この都市には  $I$  種類の異質な通勤者が存在し、各種類の通勤者数は  $N_i$ 、賃金は  $y_i$  である。以降では、便宜上、種類  $i \in I \equiv \{1, \dots, I\}$  の通勤者を“通勤者  $i$ ”と呼ぶ。全ての通勤者は、自宅から CBD に自動車通勤する。全ての通勤者の勤務開始時刻は同一時刻  $t^*$  であると仮定する。このとき、CBD から距離  $x$  の位置に自宅から出発し、時刻  $t$  に CBD に到着する通勤者  $i$  の通勤費用  $c_i(x, t)$  は、移動時間費用  $m_i(x, t)$  とスケジュールコスト  $s_i(t - t^*)$  の和で与えられる:

$$c_i(x, t) = m_i(x, t) + s_i(t - t^*), \quad (1a)$$

$$m_i(x, t) = \begin{cases} \alpha_i \tau x & \text{if } x \in \mathcal{X}^d, \\ \alpha_i \{q(t) + \tau x\} & \text{if } x \in \mathcal{X}^s, \end{cases} \quad (1b)$$

$$s_i(t - t^*) = \begin{cases} \beta_i (t^* - t) & \text{if } t \leq t^*, \\ \gamma_i (t - t^*) & \text{if } t \geq t^*. \end{cases} \quad (1c)$$

ここで、 $\alpha_i > 0$  は通勤者  $i$  の移動時間 1 単位当たりの費用、 $\beta_i > 0$ ,  $\gamma_i > 0$  は、各々、時間 1 単位の早着・遅刻によるスケジュールコスト、 $q(t)$  はボトルネックでの渋

<sup>4</sup> ただし、本研究では、Gubins and Verhoef<sup>15)</sup> で考慮されている、“自宅滞在時間に応じた効用”は導入しない。

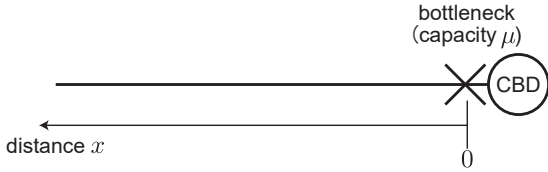


図-1 都市空間構造

滞待ち時間を表す。

自宅の位置が  $x$  であり、CBD 到着時刻が  $t$  の通勤者  $i$  の効用は、Cobb-Douglas 型の効用関数  $u(z_i(x,t), a_i(x))$  により与えられると仮定する：

$$u(z_i(x,t), a_i(x)) = (1 - \kappa) \ln[z_i(x,t)] + \kappa \ln[a_i(x,t)]. \quad (2)$$

ここで、 $z_i(x,t)$  は合成財の消費量、 $a_i(x,t)$  は住宅面積である。合成財をニューメレールとすると、予算制約は以下で与えられる：

$$y_i = z_i(x,t) + \{r(x) + r_A\} a_i(x,t) + c_i(x,t). \quad (3)$$

ここで、 $r(x) + r_A$  は位置  $x$  の地代、 $r_A$  は農業地代である。

財消費に関する効用最大化問題

$$\max_{z_i(x,t), a_i(x,t)} u(z_i(x,t), a_i(x,t)) \quad \text{s.t.} \quad (3) \quad (4)$$

の一階条件から、次の関係が得られる：

$$z_i(x,t) = (1 - \kappa) \{y_i - c_i(x,t)\}, \quad (5a)$$

$$a_i(x,t) = \kappa \frac{y_i - c_i(x,t)}{r(x) + r_A}. \quad (5b)$$

以上より、自宅の位置が  $x$  であり、CBD 到着時刻が  $t$  の通勤者  $i$  の間接効用関数  $v_i(x,t)$  は、以下で与えられる：

$$v_i(x,t) = \ln[y_i - c_i(x,t)] - \kappa \ln[r(x) + r_A] + \epsilon, \quad (6)$$

ここで、 $\epsilon = (1 - \kappa) \ln[1 - \kappa] + \kappa \ln[\kappa]$  である。

以上の設定の下で、通勤者は効用を最大化する居住位置  $x$ 、CBD 到着時刻  $t$  を選択する<sup>5</sup>。そこで、次に、これらの居住位置・出発時刻選択の均衡状態を定義する条件を示す。

## (2) 均衡条件

本モデルでは、Peer and Verhoef<sup>26)</sup>, Gubins and Verhoef<sup>15)</sup>, Takayama<sup>27)</sup>, Takayama and Kuwahara<sup>28)</sup> などと同様、短期と長期の2段階の均衡を考える。短期的には、通勤者は、自宅の位置  $x$  を与件として、通勤費用  $c_i(x,t)$  を最小化する CBD 到着時刻  $t$  を選択する。その結果、位置  $x$  に居住する通勤者  $i$  の均衡通勤費用が、通勤者の居住位置分布 (i.e., 都市空間構造) の関数で与えられる。長期的には、均衡通勤費用を与件として、通勤者は自宅位置  $x$  を選択する。その結果、均衡状態における任意の地点  $x$  における都市空間構造が決

<sup>5</sup> FIFO 原則の下では、CBD 到着時刻と自宅出発時刻は一対一対応する。

まる。本節では、これらの短期・長期均衡状態が満たす均衡条件を定式化する。

### a) 短期均衡条件

通勤者は、短期的には、自宅位置  $x$  が定まっているとの前提の下で CBD 到着時刻  $t$  を選択する。すなわち、短期均衡状態は、全ての位置  $x$  の通勤者  $i$  人口と与件としたうえで決定される。本節では、この短期均衡状態が満たす均衡条件を定式化する。通勤者  $i$  の通勤費用  $c_i(x,t)$  は、(1) より、通勤者の居住位置  $x$  と CBD 到着時刻  $t$  の影響を分離して表現できる：

$$c_i(x,t) = c_i(t) + \alpha_i \tau x, \quad (7a)$$

$$c_i(t) = \alpha_i q(t) + s_i(t - t^*). \quad (7b)$$

この事実から、各通勤者  $i$  は、短期的には  $c_i(t)$  を最小化する CBD 到着時刻  $t$  を選択することがわかる。したがって、通勤者の短期均衡条件は、標準的な出発時刻選択モデルの均衡条件と完全に一致する。より具体的には、この均衡条件は以下に示す3条件で与えられる：

$$\begin{cases} n_i(t) \{c_i(t) - c_i^*\} = 0 \\ n_i(t) \geq 0, c_i(t) - c_i^* \geq 0 \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (8a)$$

$$\begin{cases} q(t) \{\mu - \sum_{k \in \mathcal{I}} n_k(t)\} = 0 \\ q(t) \geq 0, \mu - \sum_{k \in \mathcal{I}} n_k(t) \geq 0 \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}_+, \quad (8b)$$

$$\int n_i(t) dt = N_i \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (8c)$$

ここで、 $n_i(t)$  は、時刻  $t$  に CBD に到着する通勤者  $i$  人数、 $c_i^*$  は通勤者  $i$  の均衡通勤費用である。

均衡条件 (8a) は、CBD 到着時刻選択の無裁定条件を表している。すなわち、この条件は、短期均衡状態ではどの通勤者も自らの CBD 到着時刻を変更するインセンティブを持たないことを意味している。条件 (8b) は、ボトルネックの容量制約である；この条件は、流出時刻  $t$  においてボトルネックに渋滞 (渋滞待ち時間  $q(t)$ ) が発生する場合、その時刻のボトルネック流出者数は容量  $\mu$  に等しく、渋滞が発生していない時刻の流出者数は  $\mu$  以下であることを表している。条件 (8c) はフロー保存則である。これらの短期均衡条件より、短期均衡状態での  $n_i(t), q(t), c_i^*$  が、通勤者人数  $\mathbf{N} = [N_i]$  の関数で与えられる。したがって、居住位置が  $x$  の通勤者  $i$  の通勤費用  $c_i^*(\mathbf{N}, x)$  は、以下で表される：

$$c_i^*(\mathbf{N}, x) = c_i^*(\mathbf{N}) + \alpha_i \tau x \quad \forall x \in \mathbb{R}_+. \quad (9)$$

### b) 長期均衡条件

長期均衡状態が満たす均衡条件は、次の4条件で与えられる：

$$\begin{cases} N_i(x) \{v_i^* - v_i(x)\} = 0 \\ N_i(x) \geq 0, v_i^* - v_i(x) \geq 0 \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R}_+, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (10a)$$



$$\begin{cases} r(x) \{1 - \sum_{k \in \mathcal{I}} a_k(x) N_k(x)\} = 0 \\ r(x) \geq 0, 1 - \sum_{k \in \mathcal{I}} a_k(x) N_k(x) \geq 0 \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R}_+ \quad (10b)$$

$$\int_0^\infty N_i(x) dx = N_i \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (10c)$$

ここで、 $v_i^*$  は通勤者  $i$  の均衡効用、 $N_i(x)$  は位置  $x$  の通勤者  $i$  人口である。

均衡条件 (10a) は、通勤者の居住地選択均衡条件である。この条件は、通勤者が自分自身の選択変更のみでは効用を改善できない状態が長期均衡状態となることを示している。条件 (10b) は、土地の需給均衡条件である。この条件から、位置  $x$  における住宅需要  $\sum_{k \in \mathcal{I}} a_k(x) N_k(x)$  と供給量 1 が一致する値に地代  $r(x) + r_A$  が設定されることがわかる。また、条件 (10c) は通勤者数の保存則を表す。

条件 (10b) に (5) を代入すると、 $r(x)$  が以下で与えられる：

$$r(x) = \begin{cases} \kappa w(x) - r_A & \text{if } \kappa w(x) \geq r_A, \\ 0 & \text{if } \kappa w(x) \leq r_A, \end{cases} \quad (11a)$$

$$w(x) = \sum_{i \in \mathcal{I}} \{y_i - c_i^*(x)\} N_i(x). \quad (11b)$$

ここで、 $w(x)$  は地点  $x$  の通勤者の総可処分所得を表す。これを間接効用関数 (6) に代入すると、通勤者  $i$  の間接効用  $v_i(x)$  が得られる：

$$v_i(x) = \begin{cases} \ln[y_i - c_i^*(N, x)] - \kappa \ln[\kappa w(x)] + \epsilon & \text{if } \kappa w(x) \geq r_A, \\ \ln[y_i - c_i^*(N, x)] - \kappa \ln[r_A] + \epsilon & \text{if } \kappa w(x) \leq r_A. \end{cases} \quad (12)$$

したがって、この間接効用関数を用いれば、均衡条件は (10a) と (10c) で与えられる。

### 3. 均衡状態

#### (1) 短期均衡状態

郊外部に居住する通勤者に関する短期均衡条件は、標準的な出発時刻選択モデルと一致する。したがって、井料ら<sup>33)</sup>、Iryo and Yoshii<sup>17)</sup> で示されているように、短期均衡条件 (8) には等価な最適化問題が存在する。

**命題 1** 短期均衡状態  $[n_i(t)]$  は、次の最適化問題の解と一致する：

$$\min_{[n_i(t)]} \int \frac{s_i(t - t^*)}{\alpha_i} n_i(t) dt \quad (13a)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i(t) \leq \mu \quad \forall t \in \mathbb{R}, \quad (13b)$$

$$\int n_i(t) dt = N_i \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (13c)$$

$$n_i(t) \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall t \in \mathbb{R}. \quad (13d)$$

この命題は、短期均衡状態が旅行時間の単位に換算したスケジュールコストを最小化する状態となることを示している。

均衡状態において、CBD に時刻  $t$  に到着する通勤者  $i$  の人数  $n_i^*(t)$  の台 (support) を  $\text{supp } n_i^* = \{t \in \mathbb{R}_+ \mid n_i^*(t) > 0\}$  と表そう。このとき、短期均衡状態の上述の性質から、次の関係が得られる：

$$\text{supp } \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i^* = [t^E, t^L]. \quad (14)$$

ここで、 $t^E$  は通勤者が出勤する最も早い時刻、 $t^L$  は最も遅い時刻であり、次の関係を有する：

$$t^L = t^E + \frac{\sum_{i \in \mathcal{I}} N_i}{\mu}. \quad (15)$$

この関係から、ボトルネック渋滞が形成されるのは必ず単一時間帯となることがわかる。

さらに、短期均衡条件 (8a) より、次の命題が得られる：

**命題 2** 任意の  $t_i \in \text{supp } n_i^*$ ,  $t_j \in \text{supp } n_j^*$  に対して、次の関係が成立する：

$$\left( \frac{\beta_i}{\alpha_i} - \frac{\beta_j}{\alpha_j} \right) (t_i - t_j) \geq 0 \quad \text{if } \max\{t_i, t_j\} \leq t^*, \quad (16a)$$

$$\left( \frac{\gamma_i}{\alpha_i} - \frac{\gamma_j}{\alpha_j} \right) (t_i - t_j) \leq 0 \quad \text{if } \min\{t_i, t_j\} \geq t^*. \quad (16b)$$

**証明** 均衡条件 (8a) から、次の関係が得られる：

$$c_i(t_i) + c_j(t_j) \leq c_i(t_j) + c_j(t_i) \quad \forall t_i \in \text{supp } n_i^*, t_j \in \text{supp } n_j^*. \quad (17)$$

この関係に (7b) を代入すると、(16) が得られる。

この命題は、短期均衡状態が次の性質を有することを示している： $\beta_i/\alpha_i < \beta_j/\alpha_j$  の場合、早着する通勤者  $i$  は通勤者  $j$  より早く出勤する； $\gamma_i/\alpha_i < \gamma_j/\alpha_j$  の場合、遅刻する通勤者  $i$  は通勤者  $j$  より遅く出勤する。

#### (2) 長期均衡状態

次に、長期均衡状態における人口分布特性を調べる。間接効用関数に (12) を用いた長期均衡条件 (10a), (10c) には、次の命題で示されるように、等価な最適化問題が存在する。

**命題 3** 長期均衡状態における人口分布  $[N_i^*(x)]$  ( $x \in \mathcal{X}^d$ ) は、次の最適化問題の解と一致する：

$$\max_{[N_i(x)]} \sum_{k \in \mathcal{I}} \int_0^\infty v_k(x) N_k(x) dx \quad (18a)$$

$$\text{s.t. } \int_0^\infty N_i(x) dx = N_i \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (18b)$$

証明 最適化問題 (18) の Karush–Kuhn–Tucker (KKT) 条件は、均衡条件 (10a), (10c) と一致する。したがって、命題 3 が得られる。

この命題は、短期均衡状態における通勤費用  $c_i^*(N, x)$  が与えられた状況下では、通勤者の人口分布は総効用を最大化する状態と一致することを示している。なお、この結果は、均衡状態が社会的最適状態と一致することを意味しているわけではない。以降で具体的に確認されるように、本モデルには渋滞待ち行列が発生することにより生じる外部性が存在するため、均衡状態と社会的最適状態は一致しない。

さらに、長期均衡条件 (10a) により、均衡状態における人口分布が次の性質を有することがわかる：

**補題 1** 長期均衡状態における通勤者人口分布  $N^*(x)$  は次の性質を有する。

- (a) 位置  $x$  の通勤者数  $N^*(x)$  の台 (support) が以下で与えられる：

$$\text{supp } N^* = [0, X^B]. \quad (19)$$

ここで、 $X^B$  は通勤者が居住する最も CBD から遠い位置を表す。

- (b) 任意の  $x \in \text{supp } N^* \setminus \{X^B\}$  に対して、位置  $x$  に居住する通勤者の可処分所得  $w(x)$  は次の条件を満たす：

$$\kappa w(x) > r_A. \quad (20a)$$

さらに、 $x = X^B$  の場合、

$$\kappa w(X^B) = r_A. \quad (20b)$$

証明 付録付録 I 参照。

均衡状態における位置  $x$  の通勤者  $i$  人口を  $N_i^*(x)$  と表す。このとき、補題 1 より、任意の  $x_i \in \text{supp } N_i^*$  において、 $v_i(x_i)$  は以下で与えられる：

$$v_i(x_i) = \ln[y_i - c_i^*(N^*) - \alpha_i \tau x_i] - \kappa \ln[\kappa w(x_i)] + \epsilon. \quad (21)$$

さらに、均衡条件 (10a) より、次の関係が得られる。

$$v_i(x_i) + v_j(x_j) \geq v_i(x_j) + v_j(x_i) \quad \forall x_i \in \text{supp } N_i^*, \forall x_j \in \text{supp } N_j^*. \quad (22)$$

(22) に (21) を代入すると、次の命題が得られる。

**命題 4** 任意の  $x_i \in \text{supp } N_i^*, x_j \in \text{supp } N_j^*$  に対して、次の関係が成立する：

$$\left\{ \frac{y_i - c_i^*(N^*)}{\alpha_i} - \frac{y_j - c_j^*(N^*)}{\alpha_j} \right\} (x_i - x_j) \geq 0. \quad (23)$$

この命題は、均衡状態における通勤者人口  $N^*$  を与件としたもとは、旅行時間換算した可処分所得の低い通勤者ほど、CBD の近くに居住することを表している。

この命題を利用することで、均衡効用  $v_i^*(N^*)$  を均衡人口分布  $N^*$  の関数として得ることができる。それを示すために、以降では、 $N^*$  を与件として、 $i$  が  $\frac{y_i - c_i(N^*)}{\alpha_i}$  の昇順に並んでいると考える。すなわち、次の関係が成立すると仮定する：

$$\frac{y_1 - c_1(N^*)}{\alpha_1} < \frac{y_2 - c_2(N^*)}{\alpha_2} < \dots < \frac{y_I - c_I(N^*)}{\alpha_I}. \quad (24)$$

また、 $X_i$  を、各々、最も CBD に近い通勤者  $i$  の居住位置と定義する。このとき、命題 4 より、通勤者  $i$  が居住する区間は、各々、 $[X_i, X_{i+1}]$  で表される (i.e.,  $\text{supp } N_i^* = [X_i, X_{i+1}]$ )。

間接効用関数 (6) を用いると、 $v_i^*(x) = v_i^*(X_{i+1})$  より、地点  $x$  の地代  $r(x) + r_A$  が得られる：

$$\frac{r(x) + r_A}{r(X_{i+1}) + r_A} = \left\{ \frac{y_i - c_i^*(N) - \alpha_i \tau x}{y_i - c_i^*(N) - \alpha_i \tau X_{i+1}} \right\}^{\frac{1}{\kappa}}. \quad (25)$$

さらに、(11) と  $\int_{X_i}^{X_{i+1}} N_i(x) dx = N_i$  より、 $r(X_i)$  を得ることができる：

$$r(X_i) = \sum_{k=i}^I \alpha_k \tau N_k. \quad (26)$$

この  $r(X_i)$  と (25) を利用すると、 $X_i$  が次のように表される：

$$X_1 = 0, \quad (27a)$$

$$X_{i+1} = R_i X_i + (1 - R_i) \frac{y_i - c_i^*(N)}{\alpha_i \tau}, \quad (27b)$$

$$R_i = \left\{ \frac{r(X_{i+1}) + r_A}{r(X_i) + r_A} \right\}^{\kappa} \leq 1. \quad (27c)$$

居住地の境界  $X^B = X_{I+1}$  は、(27) より、

$$X^B = \sum_{j \in I} (1 - R_j) \frac{y_j - c_j^*(N)}{\alpha_j \tau} \prod_{k=j+1}^I R_k. \quad (28)$$

#### 4. 最適な動的混雑料金

本モデルには、交通渋滞 (待ち行列) に起因した外部性が存在する。したがって、渋滞を完全に解消できれば、Arnott<sup>4)</sup>, Gubins and Verhoef<sup>15)</sup>, Takayama and Kuwahara<sup>28)</sup> でも示されているように、社会的最適状態が達成される。そこで、本節では、渋滞を解消する動的な混雑料金  $p(t)$  を導入した状況を考える。すなわち、通勤者  $i$  の通勤費用  $c_i^q(x, t)$  を以下で与える：

$$c_i^q(x, t) = c_i^0(t) + \alpha_i \tau x \quad \text{if } x \in \mathbb{R}_+, \quad (29a)$$

$$c_i^0(t) = p(t) + s_i(t - t^*). \quad (29b)$$

そして、この混雑料金の導入が、均質な通勤者を考えた Arnott<sup>4)</sup> とは異なり、都市空間構造を変化させることを明らかにする。

(1) 短期均衡状態

混雑料金は、ボトルネック渋滞を完全に解消する水準に設定される。ただし、本研究では通勤者の旅行時間価値  $\alpha_i$  の異質性を考慮しているため、この料金水準  $p(t)$  は必ずしも均衡状態におけるボトルネック渋滞待ち時間費用  $\alpha_i q(t)$  とは一致せず、次の短期均衡条件を満足する水準に設定される:

$$\begin{cases} c_i^o(t) = c_i^{o*} & \text{if } n_i^o(t) > 0 \\ c_i^o(t) \geq c_i^{o*} & \text{if } n_i^o(t) = 0 \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall t \in \mathbb{R}, \quad (30a)$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i^o(t) = \mu & \text{if } p(t) > 0 \\ \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i^o(t) \leq \mu & \text{if } p(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}, \quad (30b)$$

$$\int n_i^o(t) dt = N_i \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (30c)$$

ここで、 $n_i^o(t)$  は混雑料金導入時の時刻  $t$  に出勤する通勤者  $i$  の人数を表す。

均衡条件 (30a) は、通勤者の CBD 到着時刻選択の無裁定条件を表す。条件 (30b) は、ボトルネックの容量制約である。この条件は、時刻  $t$  の交通需要  $\sum_{i \in \mathcal{I}} n_i^o(t)$  がボトルネック容量  $\mu$  (供給量) と一致するように、料金  $p(t)$  が課せられることを示している。最後の条件 (30c) は、通勤者の人口保存則である。これらの短期均衡条件より、短期均衡状態での  $n_i^o(t), p(t), c_i^{o*}$  が、郊外部の通勤者  $i$  人口  $N$  の関数で与えられる。

均衡条件 (30) には次に示す等価な最適化問題が存在することが容易に確認できる。

**命題 5** 混雑料金の導入により達成される均衡状態  $[n_i^o(t)]$  は、次の最適化問題の解と一致する:

$$\min_{[n_i(t)]} \sum_{i \in \mathcal{I}} \int s_i(t - t^*) n_i(t) dt \quad (31a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i(t) \leq \mu \quad \forall t \in \mathbb{R}, \quad (31b)$$

$$\int n_i(t) dt = N_i \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (31c)$$

$$n_i(t) \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall t \in \mathbb{R}. \quad (31d)$$

この命題は、混雑料金の導入が通勤者の総スケジュールコストを最小化することを意味している。それゆえ、混雑料金導入時の短期均衡状態における通勤費用  $c_i^{o*}(N)$  は、一般には、混雑料金を導入していない場合の  $c_i^*(N)$  とは異なる水準となることが示唆される。なお、総スケジュールコストは、総通勤費用と混雑料金収入の差で定義される社会的費用と一致する。したがって、命題 5 は、混雑料金が短期的には社会的費用を最小化させることを示している。

さらに、均衡条件 (30a) から、均衡状態における CBD 到着時刻別の通勤者  $i$  の交通量  $[n_i^o(t)]$  に関する次の関

係が与えられる:

$$\begin{aligned} c_i^o(t_i) + c_j^o(t_j) &\leq c_i^o(t_j) + c_j^o(t_i) \\ \forall t_i \in \text{supp } n_i^o, \forall t_j \in \text{supp } n_j^o, \forall i, j \in \mathcal{I}. \end{aligned} \quad (32)$$

(32) に (29b) を代入すると、次の命題が得られる。

**命題 6** 混雑料金導入下の均衡状態を考える。このとき、任意の  $t_i \in \text{supp } n_i^o, t_j \in \text{supp } n_j^o, i, j \in \mathcal{I}$  に対して、次の関係が成立する:

$$(\beta_i - \beta_j)(t_i - t_j) \geq 0 \quad \text{if } \max\{t_i, t_j\} \leq t^*, \quad (33a)$$

$$(\gamma_i - \gamma_j)(t_i - t_j) \leq 0 \quad \text{if } \min\{t_i, t_j\} \geq t^*. \quad (33b)$$

この命題は、早着・遅刻する通勤者のボトルネック通過時刻の順番が、各々、 $-\beta_i, \gamma_i$  の大きさ順と一致することを示している。この結果から、混雑料金の導入により渋滞が完全に解消されるため、(政策を導入していない状況下の均衡状態とは異なり)  $\alpha_i$  が交通需要の時間分布  $[n_i^o(t)]$  に影響を与えていないことが確認できる。

都心部に居住する通勤者はボトルネックを通過する必要がないため、前章と同様、全員が始業時刻ちようどに出勤する。以上をまとめると、短期均衡状態における位置  $x$  に居住する通勤者  $i$  の通勤費用は、以下で与えられる:

$$c_i^{o*}(N, x) = c_i^{o*}(N) + \alpha_i \tau x \quad \forall x \in \mathbb{R}_+. \quad (34)$$

(2) 長期均衡状態

次に、得られた短期均衡状態の通勤費用 (34) を利用して、長期均衡状態における都市空間構造の特徴を調べる。混雑料金未導入時の長期均衡条件 (10a), (10c) と混雑料金導入時の条件との違いは、間接効用関数のみである。具体的には、混雑料金導入時の通勤者  $i$  の間接効用関数  $v_i^o(x)$  は、下記で表される:

$$v_i^o(x) = \begin{cases} \ln[y_i - c_i^{o*}(N, x)] - \kappa \ln[\kappa w(x)] + \epsilon & \text{if } \kappa w(x) \geq r_A, \\ \ln[y_i - c_i^{o*}(N, x)] - \kappa \ln[r_A] + \epsilon & \text{if } \kappa w(x) \leq r_A. \end{cases} \quad (35)$$

ここで、 $c_i^{o*}(N)$  は郊外部の通勤者人口  $N$  の関数として与えられる、短期均衡状態における通勤費用である。この間接効用関数を用いて (2) 節と同様の解析を行うと、次の命題が得られる。

**命題 7** 混雑料金の導入により達成される長期均衡状態の人口分布  $[N_i^o(x)]$  は、次の性質を有する。

(a) 人口分布  $[N_i^o(x)]$  ( $x \in \mathbb{R}_+$ ) は、次の最適化問題の解と一致する:

$$\max_{[N_i^o(x)]} \sum_{k \in \mathcal{I}} \int_0^\infty v_k^o(x) N_k(x) dx \quad (36a)$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^\infty N_i(x) dx = N_i \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (36b)$$

(b) 任意の  $x_i \in \text{supp } N_i^o$ ,  $x_j \in \text{supp } N_j^o$ , または  $x_i \in \text{supp } N_i^o$ ,  $x_j \in \text{supp } N_j^o$  に対して、次の関係が成立する:

$$\left\{ \frac{y_i - c_i^{o*}(N)}{\alpha_i} - \frac{y_j - c_j^{o*}(N)}{\alpha_j} \right\} (x_i - x_j) \geq 0. \quad (37)$$

(c) インデックス  $i$  が  $(y_i - c_i^{o*}(N))/\alpha_i$  の昇順に並ぶ場合、都市の境界  $X^{oB}$  は以下の均衡通勤費用  $c_i^{o*}(N)$  の単調減少関数で与えられる:

$$X^{oB} = \sum_{j \in \mathcal{I}} (1 - R_j) \frac{y_j - c_j^{o*}(N)}{\alpha_j \tau} \prod_{k=j+1}^i R_k, \quad (38a)$$

$$R_i = \left\{ \frac{r(X_{i+1}) + r_A}{r(X_i) + r_A} \right\}^k \leq 1. \quad (38b)$$

$$r(X_i) = \sum_{k=i}^I \alpha_k \tau N_k. \quad (38c)$$

この命題から、混雑料金導入下の長期均衡状態における都心部内または郊外部内の空間構造は、命題 4 と全く同じ性質を有することがわかる。したがって、混雑料金を導入して短期均衡状態における通勤費用  $c_i^{o*}(N)$  が変化した場合、その変化の形態に応じて、都市がコンパクト化、もしくはスプロール化することが分かる。

なお、これまでの結果は、料金収入を通勤者に還元しないという前提のもとでの結果である点に注意が必要である。実際、混雑料金は、短期的には社会的費用 (i.e., 総通勤費用と料金収入の差分) を最小化させるため、適切に料金収入を還元すれば、郊外部に居住する全ての通勤者の通勤費用が減少する。そして、その結果、料金収入の適切な還元は、都市の郊外化をもたらすことになる。

### (3) 単純な例によるモデル特性の確認

本章では、前章までの一般的な設定では調べることが困難であったモデルの特性を、van den Berg and Verhoef<sup>10)</sup> など分析されている、2種類の単純な設定の下で確認する。なお、本章では、モデルの特性を明快に示すために、異質な通勤者を考えた Arnott et al.<sup>7),9)</sup>, van den Berg and Verhoef<sup>10)</sup> と同様、全ての  $i \in \mathcal{I}$  において  $\beta_i$  と  $\gamma_i$  の比が一定であると仮定する:

$$\frac{\gamma_i}{\beta_i} = \eta \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (39)$$

また、一般性を失うことなく、旅行時間に換算した賃金  $y_i/\alpha_i$  は  $i$  の昇順に並ぶと仮定する:

$$\frac{y_{i-1}}{\alpha_{i-1}} < \frac{y_i}{\alpha_i} \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}. \quad (40)$$

a)  $\beta_i/\alpha_i$  が一定のケース

最初の例では、任意の  $i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}$  において、次の条件が成立すると仮定する:

$$\frac{\beta_i}{\alpha_i} = \phi \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (41a)$$

$$\beta_{i-1} < \beta_i \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}. \quad (41b)$$

以上の仮定は、 $i$  の大きい通勤者の時間価値は高く (i.e., rich workers),  $i$  の小さい通勤者は時間価値が低い (i.e., poor workers) ことを意味している。

この仮定 (41) の下では、短期均衡状態における通勤費用  $c_i^*(N)$ ,  $c_i^{o*}(N)$  は以下で与えられる:

$$c_i^*(N) = \beta_i \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{\sum_{k \in \mathcal{I}} N_k}{\mu}, \quad (42)$$

$$c_i^{o*}(N) = \frac{\eta}{1 + \eta} \left\{ \beta_i \frac{\sum_{k \in \mathcal{I}} N_k}{\mu} - \sum_{k=1}^i (\beta_i - \beta_k) \frac{N_k}{\mu} \right\}. \quad (43)$$

この関係から、 $c_i^*(N)$  と  $c_i^{o*}(N)$  には次の関係が成立することが分かる:

$$c_{i-1}^*(N) < c_i^*(N) \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}, \quad (44a)$$

$$c_{i-1}^{o*}(N) > c_i^{o*}(N) \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}, \quad (44b)$$

$$c_1^*(N) = c_1^{o*}(N), \quad c_i^*(N) > c_i^{o*}(N) \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}. \quad (44c)$$

この結果から、混雑料金の導入は通勤者 1 以外の通勤費用を低下させ、通勤者 1 の通勤費用は変化させないことが分かる。

この結果と命題 7 より、この例では混雑料金の導入は都市を郊外化させてしまうことが分かる。

b)  $\beta_i$  が一定のケース

2つ目の例では、任意の  $i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}$  において、次の条件が成立すると仮定する:

$$\beta_i = \beta \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (45a)$$

$$\alpha_{i-1} < \alpha_i \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}. \quad (45b)$$

以上の仮定も、 $i$  の大きい通勤者の時間価値は高く (i.e., rich workers),  $i$  の小さい通勤者は時間価値が低い (i.e., poor workers) ことを意味している。

この仮定 (45) の下では、短期均衡状態における通勤費用  $c_i^*(N)$ ,  $c_i^{o*}(N)$  は以下で与えられる:

$$c_i^*(N) = \beta \frac{\eta}{1 + \eta} \left\{ \frac{\sum_{k \in \mathcal{I}} N_k}{\mu} - \sum_{k=1}^i \left( \frac{\alpha_i}{\alpha_k} - 1 \right) \frac{N_k}{\mu} \right\}. \quad (46)$$

$$c_i^{o*}(N) = \beta \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{\sum_{k \in \mathcal{I}} N_k}{\mu}, \quad (47)$$



この関係から、 $c_i^*(N)$  と  $c_i^{0*}(N)$  には次の関係が成立することが分かる:

$$c_{i-1}^*(N) > c_i^*(N) \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}, \quad (48a)$$

$$c_{i-1}^{0*}(N) = c_i^{0*}(N) \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}, \quad (48b)$$

$$c_1^*(N) = c_1^{0*}(N), \quad c_i^*(N) < c_i^{0*}(N) \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}. \quad (48c)$$

この結果から、混雑料金の導入は通勤者 1 以外の通勤費用を増加させ、通勤者 1 の通勤費用は変化させない。

この結果と命題 7 より、この例では混雑料金の導入は都市をコンパクト化させることが分かる。

## 5. おわりに

本研究では、通勤者の異質性を考慮した出発時刻・居住位置選択モデルを構築した。そして、均衡状態を定義する相補性問題の特性を利用することで、モデルの基本特性、混雑料金の導入効果を系統的に明らかにした。その結果、通勤者の出発時刻・居住位置は、通勤者の属性に応じて sort されることが示された。さらに、動的な混雑料金の導入に伴い、都市がスプロール化、もしくはコンパクト化する両方の可能性があることも明らかにした。この結果は、均質な通勤者を考慮した Arnott<sup>4)</sup>、異質な通勤者を考慮した Takayama and Kuwahara<sup>28)</sup> と大きく異なるものとなっている。この事実は、異質な通勤者間の相互作用が、混雑料金の導入効果を変化させることを示している。さらに、交通政策の影響を検証する場合は、通勤者の異質性を明示的に考慮することが非常に重要であることも示唆している。

本稿では、モデルの特性を明快に示すために、ボトルネックが 1 か所しか存在しない、単純な空間構造の都市を考えた。それゆえ、今後は複数のボトルネックが存在する都市内空間<sup>6</sup> を考慮したモデルの特性を調べ、本研究で得られた結果の頑健性を検証する必要があるであろう。さらに、最適な混雑料金だけでなく、step toll (Arnott et al.<sup>5)</sup>, Laih<sup>20)</sup>, Laih<sup>21)</sup>, Lindsey et al.<sup>22)</sup> などの次善の料金政策や、フレックスタイム (Mun and Yonekawa<sup>24)</sup>)・時差出勤制度 (Takayama<sup>27)</sup>) などの交通需要マネジメント施策の効果を調べることも、今後の重要な研究課題である。

## 付録 I. 補題 1 の証明

通勤者の間接効用関数  $v_i(x, N^*(x))$ ,  $v_i(x, N^*(x))$  が<sup>3)</sup> (12) で与えられることから、明らかに  $x^a, x^b (> x^a) \in \text{supp } N^*$  に対して、 $N^*(x^c) = 0$  となる  $x^c \in (x^a, x^b)$  は存在しない。したがって、条件 (19) が得られる。

<sup>6</sup> 複数のボトルネックが存在するボトルネックモデルの特性は、既に Kuwahara<sup>19)</sup>, Akamatsu et al.<sup>1)</sup> により明らかにされている。

さらに、これらの間接効用関数を位置  $x$  で微分すると、

$$\frac{dv_i(x, N^*(x))}{dx} = \begin{cases} -\frac{\alpha_i \tau}{y_i - c_i^*(N, x)} - \frac{1}{w(x)} \frac{dw(x)}{dx} & \text{if } \kappa w(x) \geq r_A, \\ -\frac{\alpha_i \tau}{y_i - c_i^*(N, x)} & \text{if } \kappa w(x) \leq r_A, \end{cases} \quad (I.1a)$$

したがって、長期均衡状態における位置  $x$  に居住する通勤者の可処分所得  $w(x)$  は次の条件を満たす:

$$\begin{cases} \frac{dw(x)}{dx} < 0 \\ \kappa w(x) \geq r_A \end{cases} \quad \forall x \in \text{supp } N^*. \quad (I.2)$$

さらに、長期均衡条件 (10a) より、 $w(X^B)$  が以下で与えられる:

$$\kappa w(X^B) = r_A. \quad (I.3)$$

以上の関係から、条件 (20) が得られる。

## 参考文献

- 1) Akamatsu, T., Wada, K., and Hayashi, S. (2015) "The corridor problem with discrete multiple bottlenecks," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 81, No. 3, pp. 808–829.
- 2) Alonso, W. (1964) *Location and Land Use*: Harvard University Press.
- 3) Anas, A., Arnott, R., and Small, K. A. (1998) "Urban spatial structure," *Journal of Economic Literature*, Vol. 36, No. 3, pp. 1426–1464.
- 4) Arnott, R. (1998) "Congestion tolling and urban spatial structure," *Journal of Regional Science*, Vol. 38, No. 3, pp. 495–504.
- 5) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1990a) "Departure time and route choice for the morning commute," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 248, No. 3, pp. 209–228.
- 6) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1990b) "Economics of a bottleneck," *Journal of Urban Economics*, Vol. 27, No. 1, pp. 111–130.
- 7) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1992) "Route choice with heterogeneous drivers and group-specific congestion costs," *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 22, No. 1, pp. 71–102.
- 8) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1993) "A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand," *American Economic Review*, Vol. 83, No. 1, pp. 161–179.
- 9) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1994) "The welfare effects of congestion tolls with heterogeneous commuters," *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 28, No. 2, pp. 139–161.
- 10) van den Berg, V. A. C. and Verhoef, E. T. (2011) "Winning or losing from dynamic bottleneck congestion pricing? The distributional effects of road pricing with heterogeneity in values of time and schedule delay," *Journal of Public Economics*, Vol. 95, No. 7-8, pp. 983–992.
- 11) Fosgerau, M. and Kim, J. (2014) "Vickrey meets Alonso: Commute scheduling and congestion in a monocentric city," *mimeograph*.



- 12) Fosgerau, M. and Lindsey, R. (2013) "Trip-timing decisions with traffic incidents," *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 43, No. 5, pp. 764–782.
- 13) Fosgerau, M. and de Palma, A. (2012) "Congestion in a city with a central bottleneck," *Journal of Urban Economics*, Vol. 71, No. 3, pp. 269–277.
- 14) Fosgerau, M. and Small, K. A. (2014) "Endogenous scheduling preferences and congestion," *Working Paper, University of California at Irvine*.
- 15) Gubins, S. and Verhoef, E. T. (2014) "Dynamic bottleneck congestion and residential land use in the monocentric city," *Journal of Urban Economics*, Vol. 80, pp. 51–61.
- 16) Hendrickson, C. and Kocur, G. (1981) "Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model," *Transportation Science*, Vol. 15, No. 1, pp. 62–77.
- 17) Iryo, T. and Yoshii, T. (2007) "Equivalent optimization problem for finding equilibrium in the bottleneck model with departure time choices," in Heydecker, B. G. ed. *Mathematics in Transport*: Elsevier, pp. 231–244.
- 18) Kanemoto, Y. (1980) *Theories of Urban Externalities*: North-Holland.
- 19) Kuwahara, M. (1990) "Equilibrium queueing patterns at a two-tandem bottleneck during the morning peak," *Transportation Science*, Vol. 24, No. 3, pp. 217–229.
- 20) Laih, C.-H. (1994) "Queueing at a bottleneck with single- and multi-step tolls," *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 28, No. 3, pp. 197–208.
- 21) Laih, C.-H. (2004) "Effects of the optimal step toll scheme on equilibrium commuter behaviour," *Applied Economics*, Vol. 36, No. 1, pp. 59–81.
- 22) Lindsey, R., van den Berg, V. A. C., and Verhoef, E. T. (2012) "Step tolling with bottleneck queueing congestion," *Journal of Urban Economics*, Vol. 72, No. 1, pp. 46–59.
- 23) Mills, E. S. (1967) "An aggregative model of resource allocation in a metropolitan area," *American Economic Review*, Vol. 57, No. 2, pp. 197–210.
- 24) Mun, S.-i. and Yonekawa, M. (2006) "Flexitime, traffic congestion and urban productivity," *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 40, No. 3, pp. 329–358.
- 25) Muth, R. F. (1969) *Cities and Housing*: University of Chicago Press.
- 26) Peer, S. and Verhoef, E. T. (2013) "Equilibrium at a bottleneck when long-run and short-run scheduling preferences diverge," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 57, pp. 12–27.
- 27) Takayama, Y. (2015) "Bottleneck congestion and distribution of work start times: The economics of staggered work hours revisited," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 81, No. 3, pp. 830–847.
- 28) Takayama, Y. and Kuwahara, M. (2016) "Bottleneck congestion and residential location of heterogeneous commuters," *MPRA Paper, University Library of Munich, Germany*, No. 68940.
- 29) Tseng, Y. Y. and Verhoef, E. T. (2008) "Value of time by time of day: A stated-preference study," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 42, pp. 607–618.
- 30) Vickrey, W. S. (1969) "Congestion theory and transport investment," *American Economic Review*, Vol. 59, No. 2, pp. 251–260.
- 31) Vickrey, W. S. (1973) "Pricing, metering, and efficiently using urban transportation facilities," *Highway Research Record*, Vol. 476, pp. 36–48.
- 32) Wheaton, W. C. (1998) "Land use and density in cities with congestion," *Journal of Urban Economics*, Vol. 43, No. 2, pp. 258–272.
- 33) 井料隆雅・吉井稔雄・朝倉康夫 (2005) "出発時刻問題の均衡状態に関する数理的分析," *土木学会論文集*, Vol. 779, No. IV-66, pp. 105–118.