

動学的性質を考慮した インフラ維持管理におけるテイルリスク定量化

大澤遼一¹・本田利器²

¹正会員 工修 株式会社野村総合研究所 (〒 100-0005 東京都千代田区丸の内 1-6-5)

E-mail: r-osawa@nri.co.jp

²正会員 工博 東京大学大学院 新領域創成科学研究科国際協力学専攻 (〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5)

E-mail: rhonda@k.u-tokyo.ac.jp

インフラ維持管理の計画策定においては、効率性の観点からの最適化が重視されてきた。そのため、多くの研究で、リスクは事故に伴うコストの期待値で定量化され、LCC に算入されている。一方で、重大事故を避けるというリスクマネジメントの観点が重要となっている。重大事故を避けるためには、リスクのテイル部の考慮が不可欠であろう。こうした観点から、いくつかの研究でリスクは VaR や CVaR などのリスクのテイル部の形状を考慮する指標で定量化される。加えて、インフラの維持管理は、状況状況に応じた意思決定がなされる、動学的な問題としての性質を有する。こうした観点の考慮はこれまで十分になされて来なかった。動学的な問題において、動学的な問題に適用できないリスク評価手法に基づいて意思決定を行うと、各時点の意思決定と、全体を通した最適パスとの間に齟齬が発生し得る。その結果、当初最適と考えられたパスが実現しない。本研究では、こうしたリスク指標を、インフラ維持管理の計画策定問題という動学的な問題に適用する手法について検討する。その結果、*iterated risk measure* を用いる必要があることを指摘する。更に、テイルリスク評価の数値解析手法についても提案する。

Key Words: *maintenance, tail risk, iterated risk measure, approximate dynamic programming*

1. はじめに

アメリカや日本などの先進国では、建設から数十年が経過し、橋やトンネルなどの道路構造物の高齢化が進んでいる。日本では、2033年には道路橋のうち67%、トンネルのうち50%が供用後50年を超えるとされている¹⁾。これらの構造物の性能や、そのリスクを把握した上で、適切に管理を実施していく必要がある。

道路構造物の管理者は、限られた予算で、大量の構造物群の維持管理を実施している。この際、多くの管理者は、長期の効率性を重視した維持管理を実施している。これは軽微な補修を繰り返す予防保全を実施することで、構造物を長寿命化し、長期的なコストを抑えるものである。

一方で、近年先進国では、トンネルや橋梁の崩落などの事故が相次いでいる。こうした事故は直接的な影響も大きい、何よりも社会的な影響が大きい。例えば笹子トンネルの事故による通行止めに伴う経済被害の大きさは600億円程度と推計される²⁾。こうした、発生頻度は小さいものの影響が大きな事象を避けることは、社会インフラを管理する管理者にとって重要なことである。この「影響が大きな事象の回避」という観点での危険性を定量化し、計画策定などに反映させる必要があるだろう。

効率性の観点からの計画策定において、多くの場合リスクは期待値で定量化されてきた^{3),4),5),6)}。しかし、「影響が大きな事象の回避」という観点での危険性を定量化する際には、確率分布の期待値ではなく、「影響大事象」に該当する Tail 部を直接定量化する Value at Risk (VaR) や Conditional Value at Risk (CVaR) などのリスク指標を用いる必要があるだろう。実際に、維持管理で発生するコストや状態値の確率分布について、VaR や CVaR などのリスク指標を用いてリスクを定量化し、計画策定に反映させる手法は複数提案されている^{7),8),9),10)}。大澤ら¹⁰⁾は、不確実性を有する点検などの結果に基づいて補修優先順位付けなどを管理者が行なっているため、管理戦略の変更はリスクの Tail 部を厚くする可能性があることを指摘した。更に、その変化を捉えるためには、リスクを、期待値ではなく、VaR や CVaR, EVaR 等で定量化することが有効であることを示した。

これに加えて、本研究では、維持管理が、各時点の状況に応じて実施されるという、動学的な性質を有していることに着目する。構造物群の劣化過程は、不確実性を有する確率過程であるため、その状況状況に応じた意思決定が実施される。劣化進行が当初想定していた期待ペースよりも早ければ、早めに多くの予算をつけて対処を行うなどの対策が実施されることになる。

このような動学性を有する問題に対して、最終時点

での VaR や CVaR によるリスク評価値を用いて意思決定を行うと、各時点での意思決定がどのようになされるのかを適切に考慮できないことになることが指摘されている。これは時間的不整合と呼ばれ議論されている^{11),12)}。

そこで本研究では、インフラ維持管理の動学的性質を考慮した、リスク定量化手法について提案することを目的とする。まず、2.で、動学的性質を考慮したリスク指標である iterated risk measures の利用を提案する。3.で、4., 5.で用いる、インフラ維持管理の数値シミュレーションモデルを提示する。4.では、テイルリスクの定量化には、従来の期待値などの定量化よりも多くの計算量を有することを踏まえ、その計算量を軽減しつつ、テイルリスクを精度よく算出するアルゴリズムを提案し、その有効性を検証する。5.で、提案手法を維持管理の計画策定問題に適用する。最後に6.で、本稿をまとめる。

2. 多期間にわたるリスクの定量化

(1) 静学的なリスク指標

複数期間にわたる、動学的な意思決定で用いるリスク定量化手法を検討する前に、静学的な問題においてテイルリスクを定量化する手法をレビューする。

Markovitz(1952)¹³⁾が平均・分散ポートフォリオ理論を示し、リスクの定量化指標をはじめて提示した。平均や分散値は「稀だが影響の大きな事象の発生可能性の定量化」という観点では必ずしも望ましい指標ではないが、広く用いられている指標である。

金融分野では、発生事象の超過確率が α となるような値をリスク値とする Value at Risk (VaR) がリスク管理の指標として導入された。信頼水準が α のとき、

$$\text{VaR}_{1-\alpha}(X) = \inf_{k \in \mathbb{R}} \{k : F_X(k) \geq 1 - \alpha\} \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 X はリスクの確率変数列、 F_X は X の累積確率分布を示す。

しかし、VaR は、リスク評価指標の要件と指摘される coherent 性を満たさない¹⁴⁾などの問題が指摘されている。coherent 性とはリスク指標 ρ が下記の4つの条件を満たすことである。

単調性 $X \geq Y \Rightarrow \rho(X) \geq \rho(Y)$

平行移動不変性 $\rho(X + c) = \rho(X) + c$

劣加法性 $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$

正の同次性 $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X), \lambda \geq 0$

VaR はこのうち劣加法性を満たさない。また、下記に示される凸性 (convexity)¹⁵⁾も満たさない¹⁶⁾。

凸性 $\rho(\lambda X + (1 - \lambda)Y) \leq \lambda \rho(X) + (1 - \lambda)\rho(Y)$

正の同次性を満たせば、劣加法性を満たすことと凸性を満たすことは同値である¹⁶⁾。そのため、coherent

risk measure は必ず凸性を満たす。この凸性を満たすことは、最適化計算の簡便さなどに影響する。また convex risk measure とは、凸性に加えて、単調性と平行移動不変性を満たすリスク指標のことである。

VaR と同種の考え方で、かつ coherent 性を満たす指標である Conditional Value at Risk (CVaR)¹⁷⁾が提案され、広く用いられている。CVaR は次式で与えられる。

$$\text{CVaR}_{1-\alpha}(X) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \text{VaR}_{1-k}(X) dk \quad (2)$$

これは、 $\text{VaR}_{1-\alpha}$ を超える部分の期待値を用いてリスクを定量化することで、Tail 部の形状を考慮したリスクの定量化を目指すものである。VaR に比べて Tail 部の形状を精緻に評価できる。

更に、VaR や CVaR よりもリスク回避的な評価指標であり、リスクのテイル部に対して、情報エントロピーの概念を用いて評価する Entropic Value at Risk^{18),19)}(以下では EVaR) が挙げられる。EVaR は次式で定義される。

$$\text{EVaR}_{1-\alpha}(X(t)) = \sup_{Q \ll P, D_{KL}(Q \| P) \leq -\ln \alpha} E_Q[X(t)] \quad (3)$$

ここで、 $E_Q[X(t)]$ は、確率集合 Q を測度とする、 $X(t)$ の期待値である。また、 $D_{KL}(Q \| P)$ は確率集合 Q の P に対する Kullback-Leibler Divergence (KLD) といわれ、母集合 P とそれに絶対連続な確率集合 Q の、 P に対する確率空間上での距離 (差違の程度) を示すものである。KLD は $p(x), q(x)$ をそれぞれ P, Q の確率密度関数として、

$$D_{KL}(Q \| P) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x) \log \frac{q(x)}{p(x)} dx \quad (4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} q(x) \log p(x) dx - H(q(x)) \quad (5)$$

で与えられる。ただし、 H は次式で与えられる情報エントロピーである。

$$H(q(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} -q(x) \log q(x) dx \quad (6)$$

情報エントロピーは確率分布の形状を平坦さという切り口で定量化する指標である²⁰⁾。このことから、EVaR は情報エントロピーの考え方をを用いることで、リスクのテイル部の形状を CVaR などよりも精緻に評価する指標であると解釈できる。

大澤・本田(2015)¹⁰⁾は、テイル部の形状を精緻に評価することが出来る EVaR を用いることで、インフラ維持管理において、管理者行動に伴いリスクのテイル部の厚みの変化するという変化を捉えて危険性が定量化可能だと示した。

EVaR と CVaR は、以下でモデル化する問題ではそれほど大きな違いを与えず、動学性を議論する上では本質的な差は無いので、本稿では CVaR を用いることとする。

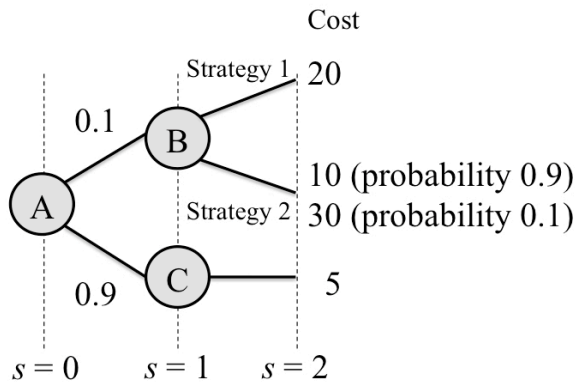


図-1 リスク評価にかかわる時間的不整合の事例

表-1 各状態における各戦略実行時の期待値, CVaR_{0.9}, I-CVaR_{0.9} の値

状態	戦略	期待値	CVaR _{0.9}	I-CVaR _{0.9}
A	1	6.5	20	20
	2	5.7	12	30
B	1	20	20	20
	2	12	30	30

(2) 多期間問題における時間的不整合

長期の計画策定を実施する際、安定的な計画であるためには、将来実施される意思決定と整合的である必要がある。この性質は time-consistency(時間的整合性)と呼ばれる。最適な計画が策定されても、それが将来他の戦略が選択されてしまうのであれば、最適計画は、事前の計画通りには実施されないこととなる。VaR や CVaR などは時間的整合性を満たさない、時間的不整合であることが指摘されている^{11),12),21)}。一方、これまで用いられてきた期待値は、時間的整合性を有するため、この問題は十分に認識されてこなかった。

簡単な数値例を図-1 に示す。この問題において、期待値を低減するように意思決定を行う場合を考える。この時、s = 0 時点の状態 A, s = 1 時点の状態 B のいずれにおいても、戦略 b を実行することが最適となっており、時間的不整合は見られない。

次に CVaR_{0.9} の評価値が最小化されるように意思決定がなされる場合を考える。s = 0 時点の状態 A では戦略 b を実施することが最適である。しかし、時点 s = 1 で実際に状態が B となったとき、戦略 a を行なったほうがリスク値が小さくなっている。このように当初の計画と異なる戦略が実行されるという時間的不整合が起きる。CVaR_{0.9} などのリスク指標はこうした性質を有する。これは、s = 1 時点では戦略 b を実施するリスクがより大きく評価されることを s = 0 時点で考慮で

きていないために発生している。

(3) Iterated risk measure

ここでは、時間的整合性を有するリスク指標である iterated risk measure を導入する。

OR や金融工学の分野では、多期間の問題へと適用されるリスク指標である dynamic risk measure が研究されてきた。ここでは離散時間を考え定式化を行う。基本的な定式化は Ruszczyński (2010)²²⁾ と Acciaio & Penner (2011)²³⁾ に従う。

確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) について、フィルトレーションを $\mathcal{F}_1 \subset \dots \subset \mathcal{F}_S \subset \mathcal{F}$, 危険性の大きさを示す離散的な確率変数列を $R_s, s = 1, \dots, S$ とする。 \mathcal{F}_s -可測な確率空間全体を $\mathcal{L}_s = \mathcal{L}^\infty(\Omega, \mathcal{F}_s, P), s = 1, \dots, S$ と定義する。また、 $\mathcal{L}_{s,S} = \mathcal{L}_s \times \dots \times \mathcal{L}_S$ とする。

ここで次の3つのリスク指標を定義する。

- conditional risk measure: a mapping $\rho_{s,S} : \mathcal{L}_{s,S} \rightarrow \mathcal{L}_s$, where $\rho_{s,S}(R) \leq \rho_{s,S}(\hat{R})$ for all $R, \hat{R} \in \mathcal{L}_{s,S}$ such that $R \leq \hat{R}$ (Monotonicity).
- one-step conditional risk measure: a mapping $\rho_s : \mathcal{L}_{s+1} \rightarrow \mathcal{L}_s$.
- dynamic risk measure: a sequence of conditional risk measures $\{\rho_{s,S}\}_{s=1}^S$.

One-step risk measure は conditional risk measure を用いて下記のように定義される。

$$\rho_s(R_{s+1}) = \rho_{s,s+1}(0, R_{s+1}). \tag{7}$$

ここで、dynamic risk measure $\{\rho_{s,S}\}_{s=1}^S$ が時間的に整合的なリスク指標 (time-consistent) であるとは、全ての $1 \leq s < s + s' \leq S$ において、下記を満たすことである。

$$\begin{aligned} \rho_{s+s',S}(R_{s+s'}, \dots, R_S) &\leq \rho_{s+s',S}(\hat{R}_{s+s'}, \dots, \hat{R}_S) \\ \Rightarrow \rho_{s,S}(R_{s+s'}, \dots, R_S) &\leq \rho_{s,S}(\hat{R}_{s+s'}, \dots, \hat{R}_S) \end{aligned} \tag{8}$$

これは、時点 s + s' で受容可能な選択肢は、それより前の時点 s でも同様に受容可能である、ということを示す要件である。従来の CVaR などについて、これを満たさないことは多くの事例を元に示されている¹¹⁾。

また、dynamic risk measure $\{\rho_{s,S}\}_{s=1}^S$ が、time-consistent と monotonicity に加えて、下記の2つの性質を満たす時、

- Conditional cash invariance: $\rho_{s,S}(R_s, R_{s+1}, \dots, R_S) = R_s + \rho_{s,S}(0, R_{s+1}, \dots, R_S)$
- Normalization: $\rho_{s,S}(0, \dots, 0) = 0$.

dynamic risk measure は次の式と同値である。

$$\begin{aligned} & \rho_{s,S}(R_s, \dots, R_{s+s'}, \dots, R_S) \\ &= \rho_{s,s+s'}(R_s, \dots, R_{s+s'-1}, \rho_{s+s',S}(R_{s+s'}, \dots, R_S)) \end{aligned} \quad (9)$$

任意の s' , ($0 \leq s' \leq S - s$) について, $\rho_{s,s+s'}$ が定義される。この式が time-consistent を満たす dynamic risk measure の式として定義されることが多い²²⁾。

これより, time-consistency, monotonicity, conditional cash invariance, normalization を満たす conditional risk measure を one-step conditional risk measure を用いて書き直すと,

$$\begin{aligned} & \rho_{s,S}(R_s, \dots, R_S) \\ &= R_s + \rho_s(R_{s+1} + \rho_{s+1}(R_{s+2} + \dots \\ & \quad \dots + \rho_{S-2}(R_{S-1} + \rho_{S-1}(R_S)) \dots)) \end{aligned} \quad (10)$$

となる。これは、将来の時点 $S-1$ から見た、時点 S のリスク $\rho_{S-1}(R_S)$ に時点 $S-1$ におけるリスク R_{S-1} を加えたものを、時点 $S-2$ から評価し、という形で、時点 s まで繰り返し評価するという指標である。これは、Hardy ら¹¹⁾ が定義した iterated risk measure に他ならない。そこで、式(10)を満たす conditional risk measure を $I-\rho_{s,S}$ とおく。この one-step conditional risk measure ρ_s は単調性と平行移動不変性を満たす。例えば、one-step conditional risk measure に $\text{CVaR}_{1-\alpha}$ を用いた iterated risk measure を、 $I-\text{CVaR}_{1-\alpha|s,S}$ と書くものとする。場合によっては、時点の記述部分は省略し、 $I-\text{CVaR}_{1-\alpha}$ などと書く。

$I-\text{CVaR}_{1-\alpha|s,S}$ を先程の図-1 に示す数値例に適用する。この時、 $I-\text{CVaR}_{0.9}$ に基づくリスク値は表-1 のようになる。これより、いずれの時点においても $I-\text{CVaR}_{0.9}$ を最小化する戦略は戦略 a となり、時間的不整合が発生していないことが確認できる。

ここで、 $I-\rho_{s,S}$ を、MDP の解法である動的計画法の目的関数として用いるための要件をレビューする。Ruszczyński (2010)²²⁾ は、 $I-\rho_{s,S}$ を動的計画法に適用するための要件は、one-step conditional risk measure が単調性と平行移動不変性に加えて、凸性を満たす convex risk measure であることと示している。Lin & Marcus (2013)²⁴⁾ は、凸性を満たさないが正の同次性 (positive homogeneity) を満たす one-step conditional risk measure で構成される $I-\rho_{s,S}$ も、動的計画法の目的関数として用いることが出来ることを示している。これより、VaR を繰り返し用いるリスク指標は利用可能であると分かる。また Çavus & Ruszczyński (2014)²⁵⁾ は、Ruszczyński (2010)²²⁾ のケースに加え、時間的割引率が 0 のケースにおいても動的計画法が適用できることを示している。

一方、iterated risk measure と比較される、time-consistent でない conditional risk measure としては、最

終時点までの確率変数の総和を評価する下記が挙げられる¹¹⁾。

$$R-\rho_{s,S}(R_{s+1}, \dots, R_S) = \rho(R_{s+1} + \dots + R_S | \mathcal{F}_s) \quad (11)$$

ρ に $\text{CVaR}_{1-\alpha}$ を用いたりリスク指標を $R-\text{CVaR}_{1-\alpha|s,S}$ と表すものとする。また、図-1 に示す数値例について、 $\text{CVaR}_{0.9}$ で評価した、としたものは、正確には $R-\text{CVaR}_{0.9}$ による評価値だと分かる。

ここで、期待値は、

$$\begin{aligned} & E[X_1 + E[X_2 | X_1]] \\ &= E[X_1] + \int \left(\int x_2 g(x_2 | x_1) dx_2 | x_1 \right) x_1 f(x_1) dx_1 \\ &= E[X_1] + \int x_2 g(x_2) dx_2 \\ &= E[X_1 + X_2] \end{aligned} \quad (12)$$

となる。 $f()$ は x_1 , $g()$ は x_2 の確率密度関数である。これを用いると、one-step conditional risk measure として期待値を用いたとき、式(10)は式(11)に一致することを示すことができる。

3. 数値シミュレーション・モデル

本稿では、劣化と管理行動の影響を考慮した数値モデルを構築し、RC 桁を対象とした維持管理の数値シミュレーションを行う。

(1) 構造物の劣化

対象の道路構造物として、塩害環境下の RC 桁を用いる。個々の橋梁床版の様式は、秋山ら²⁶⁾ の 3.5 で提示される One-way slab と同一とする。水セメント比は 0.45 のみとする。構造物に対するハザードは塩害劣化ならびに交通荷重のみとする。周囲の塩害環境は秋山ら²⁷⁾ に示される Niigata のものに従い、海岸からの距離は一律に 0.1km とする。また交通荷重による外力の大きさと発生頻度を示す確率過程については、秋山ら²⁶⁾ の 5.1 で提示されるものに従った。こうした橋梁床版を $N = 1,000$ 管理する管理者を想定する。鉄筋腐食開始後の $x_i(t)$ の平均劣化速度は年 1.6×10^{-3} 、腐食ひび割れ発生後の平均劣化速度は年 2.1×10^{-1} である。

(2) 管理者の行動

t は時点(年)を表す連続値とする。維持管理戦略は T 年に 1 度更新される。この戦略の更新と更新の時点の間を 1 時点とみなし、 s を計画時点の番号とする。すなわち計画時点 s は、 sT 年から $(s+1)T$ 年までを指す ($s = 0, 1, \dots, S-1, t \in [0, ST]$)。本稿では $T = 5$ とする。

各計画時点 s の最初に戦略策定が実施される。時点 s について、その間の補修予算 B_s と点検精度 β_s とが決定される。これらの各種管理変数を定めたものを戦略と呼び、時点 s における戦略を a_s と表す。 a_s は、本稿では点検精度 β_s や補修予算 B_s の決定に該当する。より現実的には、点検頻度の決定、重点管理範囲の設定なども含まれるが、これらはこのモデルでは考慮していない。

同時に、点検の頻度については、本稿では管理者は 5 年に一度各構造物の点検を行う。Phares ら²⁸⁾ はアメリカにおいて目視点検の精度を調べている。これによれば、観測値に対して実際の状態値は概ね変動係数 0.08–0.19 程度であると報告されている。そこで、点検で把握される構造物 i の鉄筋腐食率の観測値 $y_i(t)$ は、

$$y_i(t) = x_i(t)\zeta \quad (13)$$

で求まるものとする。ここで、 ζ は、平均 1、変動係数 β_s の正規分布に従う確率変数である。

管理者は点検の結果を踏まえて、危ない構造物、ここではいずれの構造物も同一であるため鉄筋腐食率の観測値 $y_i(t)$ が大きい構造物のうち、管理ライン ($\bar{x} = 0.1$) を上回る構造物から予算 B_s の範囲内で補修を行うものとする。これら橋梁床版の補修については、取替のみを想定し、その際発生するコストは一律に 1 とした。

また建設後経過年数は 0 ~ 50 年にかけて一様に分布しているものとし、それまで適切に管理が行われていたものとする。

(3) 構造物群の危険性を示す指標

インフラ維持管理において、リスクとして扱うべき確率変数は複数提示されている。まず、維持管理から得られる情報である状態を用いて管理する方法が提案されている。状態値を離散値として管理する場合、ある状態に該当する構造物の割合や個数を、リスクを表す確率変数として用いる場合が多い^{29),31)}。一方、連続値については、Seyedshohadaie ら⁸⁾ が、インフラシステムを構成する構造物群のうち、最も状態が悪化した構造物の状態値をリスクを表す確率変数として用いている。状態ではなく、性能を用いて管理する研究も存在する。Frangopol & Liu⁶⁾ は、インフラネットワークを構成する構造物のうち破壊確率が最大となる構造物の値をリスクとしている。更にこうした破壊確率の議論などを用いて求まる被害額をリスクとする研究も多く存在する^{3),5),9)}。

本稿では、インフラの状態値が連続値のモデルを扱っている。そこで、構造物群のうち最も状態が悪化した構造物の値 $\max_i x_i(s)$ を、インフラのリスクを示す確率変数として扱う。これを R_s とする。

4. 数値解析手法

(1) MDP における数値解析手法

インフラの維持管理計画策定の問題は、マルコフ決定過程 (MDP)^{29),30)} ないし、状態が正確には観測されないことを考慮した部分観測マルコフ決定過程 (POMDP)^{31),32)} として定式化されることが多い。本稿では、点検誤差を考慮しているため、POMDP として定式化する。

本稿では、 N 個の構造物を、計画期間 $s \in [0, S]$ の間、管理する管理者を想定している。時点 s における構造物 i の状態は $x_i(s)$ で表現される。時点 s のインフラの状態をベクトル表記すると $\vec{x}_s = \{x_i(s)\}_{i \in N}$ と書ける。このインフラの状態 \vec{x}_s が属する集合を \vec{X}_s とする。つまり $\vec{x}_s \in \vec{X}_s$ である。同様に、時点 s におけるインフラの観測値をベクトル表記すると $\vec{y}_s = \{y_i(s)\}_{i \in N}$ と書け、これらが属する集合を \vec{Y}_s とする。時点 s における行動の集合を \vec{A}_s 、管理者の信念が取りうる集合を $\vec{\Theta}_s$ とおく。

この時、状態数 $|\vec{X}_s|$ などの組合せや、更にそこから構成される信念 $|\vec{\Theta}_s|$ の組合せは膨大なものとなる。この際、構造物群の全体が取りうる状態の組合せは、構造物の数が増えるほど、指数的に増加する³⁰⁾。線形計画法を用いた解法²⁹⁾ が提案されているが、これは期待パスに関する最適計画の策定となり、今回着目するテイルリスクの評価には適さない。Kuhn (2009)³⁰⁾ が Approximate Dynamic Programming (ADP) を用いることで、計算量を指数的に増加させることなく解く手法を提案している。

ADP の Bellman 方程式は次のように定式化される。

$$V_s(\vec{x}_s) = \min \left[R_s(\vec{x}_s, a_s) + \gamma \sum_{\vec{x}'} p(\vec{x}' | \vec{x}_s, a_s) V_{s+1}(\vec{x}') \right] \quad (14)$$

ここで、 $p(\vec{x}' | \vec{x}_s, a_s)$ は時点 s で状態 \vec{x}_s の時に、戦略 a_s を実施した際の、時点 $s+1$ での状態 \vec{x}' の推移確率を示す。この時、この価値関数 $V_s(\vec{x}_s)$ を

$$\hat{V}_s(\vec{x}_s) = \sum_{i=1}^I \sum_{a=1}^A w_{i,a} \Phi_{i,a}(\vec{x}_s, a_s) \quad (15)$$

状態 i 、行動 a が実施される構造物数を示す基礎関数 $\Phi_{i,a}$ で近似された価値関数を用いて表す。それぞれの基礎関数は、状態が、前向きシミュレーションを大量に実施させ、この係数 $w_{i,a}$ を逐次的に更新し、価値関数を近似するというものである。

この ADP は期待値のみについて適用性が示されていたが、I-CVaR などの指標についても適用できることが示された³³⁾。テイルリスクの算出に際して、期待値よりもかなり大きな計算量が必要となる。しかし、ここでは発生するリスク事象が従う確率分布が未知の場合

に、計算量を軽減するための手法についての検討はない。そこで、本稿では、テイルリスク定量化時に計算量を低減する手法として、クラスタリングとリサンプリングを用いた数値解析手法を提案する。

本手法では、理論的には、ADP において価値関数近似を行うための前向きシミュレーションの手法として用いることができると考えられる。しかし、いまのところ、この POMDP におけるテイルリスク定量化について ADP の適用性が明らかではないため、今回は直接 ADP に適用することはしなかった。

(2) 前向きシミュレーションの手順

前向きシミュレーションを行う際にテイルリスクを精度よく算出するための提案手法のコンセプトは下記の 2 点である。

- ・発生確率に応じて重みの異なる粒子で確率分布を表現する。
- ・次時点のシミュレーションを行う際に、発生確率に基づいてリサンプリングを行うと Tail 部の精度が低下してしまう。そこで、Tail 部に着目してリサンプリングを行うために、クラスタリングを用いて低頻度事象を区別する。

これは、クラスタリングと粒子フィルタにおけるリサンプリングとを組み合わせた手法と言える。

時点 s におけるインフラの状態ベクトル \vec{x}_s を「粒子」と呼ぶ。本手法では、各時点 s において、その内容が似ている組合せ同士をクラスタリングにより集約していく。この際、各状態ベクトルの組 \vec{x}_s が属するクラスター毎に $\hat{x}_s \in \tilde{X}_s$ とラベリングする。またクラスター \hat{x}_s に含まれる粒子の個数を $K_{\hat{x}_s}$ とする。観測値ベクトル \vec{y}_s に関するクラスターを $\hat{y}_s \in \tilde{Y}_s$ とラベリングする。提案手法の手順は下記の通り。

1. **リサンプリングを伴う 1 期間シミュレーション:** s 時点から $s+1$ 時点までの 1 期間のモンテカルロ・シミュレーションを、 $\{\text{state } \hat{x}_s \text{ and action } a_s\}$ の各組ごとに M 回ずつ実行する。各シミュレーションにおいて、 \hat{x}_s に含まれる粒子から 1 つの粒子がサンプリングされる。 $w^{(k)}(\hat{x}_s)$ を \hat{x}_s に含まれる k 番目の粒子の「重み」とする。この k 番目の粒子がサンプリングされる確率は $w^{(k)}(\hat{x}_s) / \sum_{k=1}^{K_{\hat{x}_s}} w^{(k)}(\hat{x}_s)$ である。 $m \in [1, M]$ 回目のシミュレーションの結果求める、 $(s+1)T$ 年目の状態ベクトルを $\{\vec{x}_{s+1}^{(m)} | \hat{x}_s, a_s\}$ 、観測値ベクトルを $\{\vec{y}_{s+1}^{(m)} | \hat{x}_s, a_s\}$ とする。また、この「粒子」の「重み」 $w_{s+1}^{(m)}(\hat{x}_{s+1} | \hat{x}_s, a_s)$ は式 (16) で表される。
2. **クラスタリング:** 生成された $\{\vec{x}_{s+1}^{(m)} | \hat{x}_s, a_s\}$ と $\{\vec{y}_{s+1}^{(m)} | \hat{x}_s, a_s\}$ ($m \in [1, M], \forall \hat{x}_s \in \tilde{X}_s, \forall a_s \in \tilde{A}_s$) は、 \hat{x}_{s+1} と \hat{y}_{s+1} というそれぞれ複数のグループ

にクラスタ分けされる。クラスタリングは K -means クラスタリングによって行う。この際、クラスタ分析の特性値としては、 \vec{x}_s や \vec{y}_s の平均値や CVaR_{0.995} 値を用いた。 \vec{x}_s については最大値も用いた。

$$w_{s+1}^{(m)}(\hat{x}_{s+1} | \hat{x}_s, a_s) = \frac{\sum_{k=1}^{K_{\hat{x}_s}} w_s^{(k)}(\hat{x}_s)}{|\tilde{A}_s| M} \quad (16)$$

式 (16) に示すように、各クラスター $w_s^{(k)}(\hat{x}_s)$ の重みは、そのクラスターに含まれる粒子の重みの合計となる。更に、そのクラスターからリサンプリングされる各粒子の重みは、そのクラスターの重みを戦略の数 $|\tilde{A}_s|$ 、シミュレーション数 M で割った値となる。

手法の概念図を図-2 に示す。本図において、各点は「粒子」を表す。 $s=1$ において、クラスタリングを実施することで、 $s=2$ において低頻度事象について重点的にリサンプリングされることとなる。

手順の**クラスタリング**において、スカラー量であれば、その座標軸上でリサンプリングが可能となる。しかし、その粒子の性質をあらゆる指標として、粒子に含まれる構造物群の状態のうちのどの値を座標系としてあつかい、それをどのように離散化するのが適切かは明らかではない。そこで、ここでは、シミュレーションによる実現値をクラスタリングすることで、指標値の存在する範囲やその適切な離散化を、内生的に決定させる。

(3) POMDP 問題の定式化

本稿では、先述の通り、前向きシミュレーションの結果から価値関数近似を行うのではなく、前向きシミュレーションから直接 POMDP の問題を定式化し、それを解く。ここでは、状態・観測値それぞれについて、ラベリングした \hat{x}_s ならびに \hat{y}_s を離散的な状態値ならびに観測値とみなした、

時点 s において状態がクラスター \hat{x}_s に分類される時に行動 a_s を実行して、 $s+1$ 時点の状態が \hat{x}_{s+1} となる確率を示す、インフラの状態の推移確率を $p_s(\hat{x}_{s+1} | \hat{x}_s, a_s)$ と定義する。また、時点 s において a_s を実行し、 $s+1$ 時点での状態が \hat{x}_s となった際に、 \hat{y}_s が観測される観測確率を $q_s(\hat{y}_{s+1} | \hat{x}_{s+1}, a_s)$ と定義する。信念についても同様に時点 s で信念 θ_s のとき、行動 a_s を実行し、次の時点での信念が θ_{s+1} となる確率を $p'(\theta_{s+1} | \theta_s, a_s)$ とおく。時点 s におけるインフラの状態の危なさを示す指標 (リスク) の確率変数を $R(\hat{x}_s)$ と置く。この時、 $\hat{x}_s \in \tilde{X}_s$ 、 $\hat{x}_{s+1} \in \tilde{X}_{s+1}$ 、 $\hat{y}_{s+1} \in \tilde{Y}_{s+1}$ 、 $a_s \in \tilde{A}_s$ 、 $\theta_s \in \tilde{\Theta}_s$ 、 $\theta_{s+1} \in \tilde{\Theta}_{s+1}$ である。

式 (17) より推移確率 $p_s(\hat{x}' | \hat{x}, a)$ を、式 (18) より観

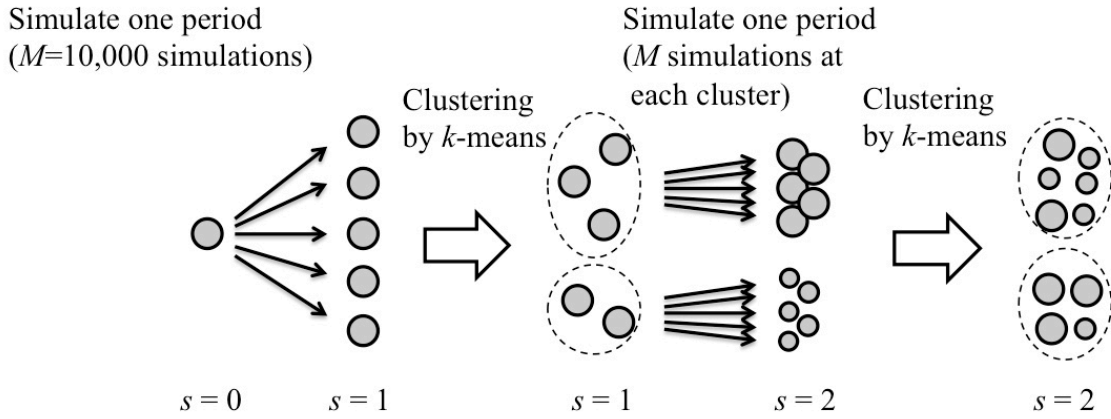


図-2 数値解析のためのクラスタリングとリサンプリングを用いた提案手法の概念図

測確率 $q_s(\hat{y}' | \hat{x}', a)$ を求める.

$$p_s(\hat{x}' | \hat{x}, a) = \frac{N_2(\hat{x}' | \hat{x}, a)}{M} \quad (17)$$

$$q_s(\hat{y}' | \hat{x}', a) = \frac{\sum_{\hat{x} \in \bar{X}_s} \sum_{k=1}^{K_{\hat{x}}} w^{(k)}(\hat{x}_s = \hat{x}) N_1(\hat{x}', \hat{y}' | \hat{x}, a)}{\sum_{\hat{x} \in \bar{X}_s} \sum_{k=1}^{K_{\hat{x}}} w^{(k)}(\hat{x}_s = \hat{x}) N_2(\hat{x}' | \hat{x}, a)} \quad (18)$$

ここで

$$N_1(\hat{x}', \hat{y}' | \hat{x}, a) = \#\{\hat{x}_{s+1} = \hat{x}', \hat{y}_{s+1} = \hat{y}' | \hat{x}_s = \hat{x}, a_s = a\}$$

$$N_2(\hat{x}' | \hat{x}, a) = \sum_{\hat{y}' \in \bar{Y}_s} N_1(\hat{x}', \hat{y}' | \hat{x}, a)$$

時点 s での信念が θ_s の時、状態が \hat{x}_s である事前確率を $p_s^{\text{prior}}(\hat{x}_s | \theta_s)$ と定義する. この時、 $p_s^{\text{post}}(\hat{x}_s | \theta_{s-1}, a_{s-1}, \hat{y}_s)$ と定義される事後確率は、次の式に従い求まる.

$$p_s^{\text{post}}(\hat{x}' | \theta, a, \hat{y}') = \frac{q_{s-1}(\hat{y}' | \hat{x}', a) \sum_{\hat{x} \in \bar{X}_{s-1}} p_{s-1}(\hat{x}' | \hat{x}, a) p_{s-1}^{\text{prior}}(\hat{x} | \theta)}{\sum_{\hat{x}'' \in \bar{X}_s} q_{s-1}(\hat{y}' | \hat{x}'', a) \sum_{\hat{x} \in \bar{X}_{s-1}} p_{s-1}(\hat{x}'' | \hat{x}, a) p_{s-1}^{\text{prior}}(\hat{x} | \theta)} \quad (19)$$

次に Bellman 方程式を示す. ここでは、恐神 (2012)³⁴ の定式化に従ったものを示す.

$$V_S(\theta_S) = 0 \quad (20)$$

$$V_s(\theta_s) = \min_{a \in \bar{A}_s} \rho_s \left[\mathcal{D}_{\theta' \in \bar{\Theta}_{s+1}} \left\{ \begin{array}{l} R(\theta') + V_{s+1}(\theta') \\ p'_s(\theta' | \theta_s, a_s) \end{array} \right\} \right] \quad (21)$$

ここで、 $V_s(\theta)$ は時点 s において信念が θ となる時の価値関数、 ρ_s は one-step conditional risk measure、

$\mathcal{D}_{\phi \in \bar{\Phi}} \left\{ \begin{array}{l} x(\phi) \\ p(\phi) \end{array} \right\}$ は、確率 $p(\phi)$ で値 $x(\phi)$ を取る離散確率変数を示す. $p'_s(\theta' | \theta_s, a_s)$ は式 (17)–(19) より求まる.

(4) 提案手法の近似精度

次のような 2 つの数値シミュレーションを実行し、提案手法の近似精度を調べる. 管理者の戦略は補修予算 $B_s = 25$, 点検精度 $\beta_s = 0.2$ のみとする.

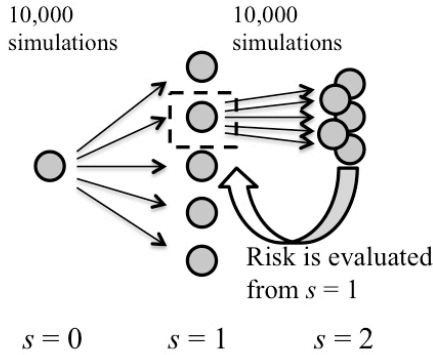
A リスク値を精緻に求める: $s = 0$ 時点から、10,000 回のモンテカルロ・シミュレーションを実施し、 $s = 1$ 時点での状態 \bar{x}_1 を求める. その各状態 \bar{x}_1 から再び 10,000 回ずつモンテカルロ・シミュレーションを実施し、 $s = 2$ 時点での状態 \bar{x}_2 を求める. これにより、 $s = 1$ 時点での各粒子に関するリスク値 $R_1 + \rho_1(R_2)$ を求める.

B 提案手法によりリスク値を求める: $s = 0$ 時点から、10,000 回のモンテカルロ・シミュレーションを実施し、 $s = 1$ 時点での状態 \bar{x}_1 を求める. その各状態 \bar{x}_1 についてクラスタリングを行い、各クラスタについて、 $s = 2$ 時点までのモンテカルロ・シミュレーションを 10,000 回行い、各クラスタのリスク値 $R_1 + \rho_1(R_2)$ を 10,000 回のモンテカルロ・シミュレーションより求める.

検討の概念図を図-3 に示す.

まず、検討 B において、リスク値がどの程度ばらつくかを調べた. ここでは、検討 B に示されるシミュレーションを 1,000 回行い、リスク値 $\rho_0(R_1 + \rho_1(R_2))$ のばらつきを調べた. ここでは ρ を Mean(期待値), CVaR_{0.9}, CVaR_{0.99}, CVaR_{0.999} とした場合の、クラスタ数の変化に伴う、リスク値の変動係数の大きさの変化を調べた. これを図-4 に示す. 縦軸は対数軸である. これより、より発生確率の小さな部分を定量化する時、その精度は悪くなるのが分かる. この時、CVaR_{0.9} 程度であれば、10,000 回程度のモンテカルロ・シミュレーションであっても、変動係数は常に 0.001 以下となっており、リスク値を比較するような場合にも十分有効であると考えられる.

Examination A



Examination B

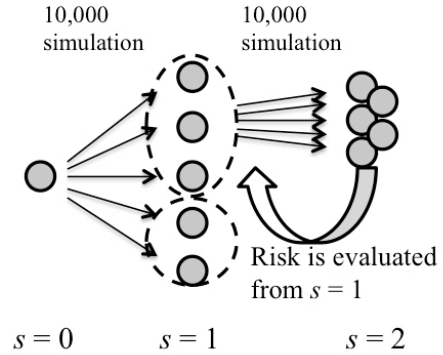


図-3 提案手法の近似精度に関する検討のためのシミュレーションの概要

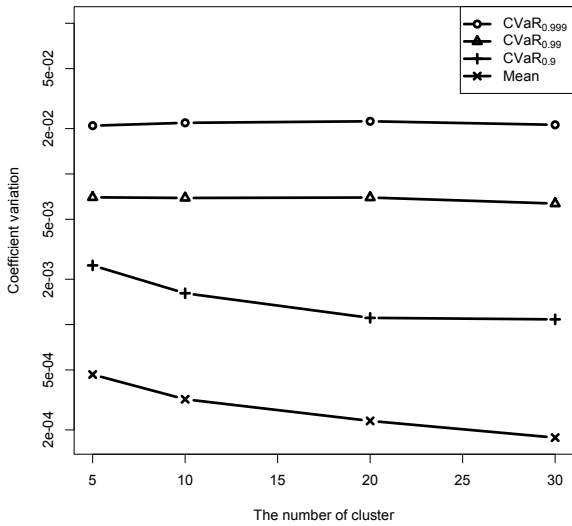


図-4 提案手法に関するクラスター数の変化に伴う、リスク値の変動係数の大きさの変化

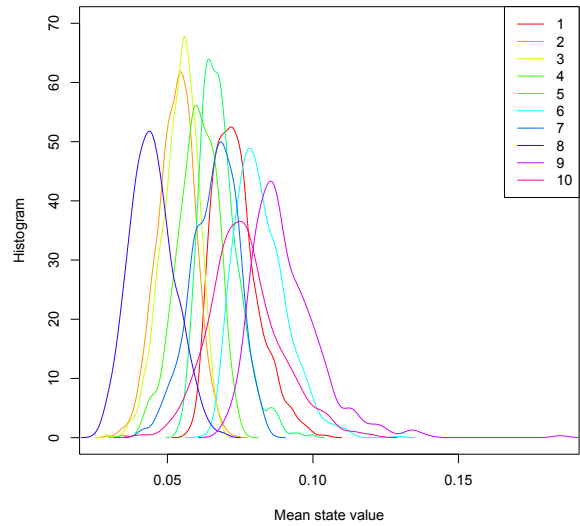


図-5 各クラスターの平均値の頻度分布

検討 B について、クラスタリングを実施した際、指標として用いた平均値ならびに $CVaR_{0.995}$ 値の各クラスター毎の頻度分布をそれぞれ図-5、図-6 に示す。これより、適切にその分布の危険性に依じてクラスタリングができているとともに、各指標ごとにクラスター間の大小関係が異なっていることから、少なくとも無意味な指標を 2 つ選んでいるわけではないことが確認できる。ただし、非常に大きな平均値の部分については全てクラスター 9 に含まれるなど、Tail 部を精度よくシミュレーションする上で適切でない部分が存在する。これは各クラスターに同数の粒子が含まれることを前提とした K -means 法によりクラスタリングを行なっているため³⁵⁾と考えられる。こうした非常に稀な事例のみが含まれるクラスターを作成するためには、 K -means 法

以外の手法を検討する必要がある、今後の課題である。

検討 A,B の $s = 1$ 時点から見たリスク値 $R_1 + \rho_1(R_2)$ を比較する。まず検討 A について、 $s = 1$ 時点での各粒子 $m \in [1, 10,000]$ についてのリスク値を求める。 m 番目の粒子について、 R_1 の実現値が $R_{1,m}$ と求まる。更に 10,000 回のモンテカルロ・シミュレーションを実施し、 $\rho_1(R_2)$ の実現値 $\rho_{1,m}(R_2)$ を求める。以上より、 m 番目の粒子について、求めるリスク値は $Ra_m = R_{1,m} + \rho_{1,m}(R_2)$ となる。粒子がクラスター $\hat{x}_1 = j$ に該当する時、そのリスク値を Ra_{m_j} と記す。ただし、 $m_j = 1, \dots, M_j$ とする。

同様に検討 B について、 $s = 1$ 時点でのクラスター $\hat{x}_1 = j$ についてのリスク値 Rb_j を求めた。リスク値はモンテカルロ・シミュレーションにより求まるので、先ほど示したとおり変動係数で 0.1% 程度のばらつきが存

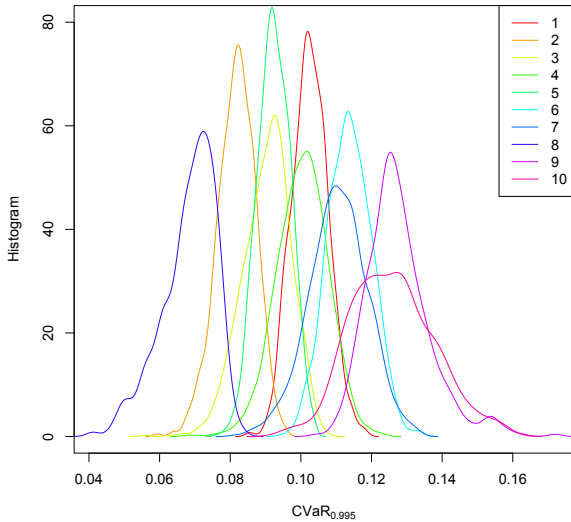


図-6 各クラスターの各クラスターの CVaR_{0.995} 値の頻度分布

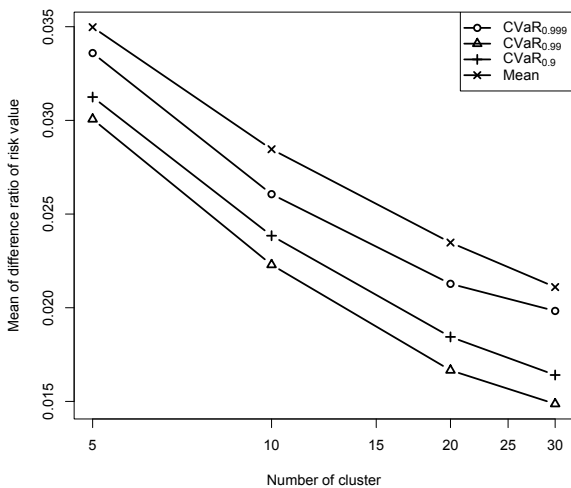


図-7 各リスク値に関する乖離率

在する。そこでここでは検討 B を 100 回繰り返し、この平均値を $\bar{R}b_j$ とした。

クラスタリングによるリスク値の推計精度を調べるために、クラスタ j に関する、次のような乖離率 L_j を定める。

$$L_j = \frac{\frac{1}{M_j} \sum_{m_j=1}^{M_j} |Ra_{m_j} - \bar{R}b_j|}{\bar{R}b_j} \quad (22)$$

これは、検討 A により求めた、各粒子のリスク値 Ra が、検討 B により求まる各粒子のリスク値 Rb とどの程度乖離しているかを調べるものである。期待値、 $CVaR_{0.9}$ 、 $CVaR_{0.99}$ 、 $CVaR_{0.999}$ の 4 つについて、この乖離率の合計値 $\sum_{j=1}^{\hat{x}_1} L_j$ を調べたものを、図-7 に示す。

横軸にクラスター数、縦軸に乖離率を示す。クラスター数は対数軸にプロットした。

この結果より、いずれのリスク値についても、クラスター数の上昇に伴い、乖離率が低下していることが確認できる。そのため、クラスター数を増やすことで、より精度の良い数値解析を行うことが出来る。ただし、現在の K -means クラスタリングでは、クラスター数を上昇させたときに、うまくクラスター分割が行えなかった。これは K -means 法が「クラスターに含まれる事例の数は同程度であること」を暗黙の内に仮定しているために³⁵⁾、クラスター数を増やすとうまくクラスタリングが出来なかったものと推定される。

5. 維持管理計画のリスク評価

(1) 問題設定

本節においては、提案手法を用いた評価値に基づく、逐次的な意思決定の例を提示する。

インフラの維持管理においては、効率性、安全性、ロバスト性³⁶⁾、レジリエンス³⁷⁾などが管理の指標として提案されている。ここでは安全性の観点のうち、「非常に危険な事象の発生を避ける」という観点で管理者が計画策定を行う場合を扱う。現実的には、安全性についても、「平均的に悪い事象の発生を避ける」という観点は重要である。そのことを考慮して、coherent 性を有する one-step risk measure である期待値と CVaR 値の線形和³⁸⁾の利用なども提案される。また安全性の観点以外の指標を考慮することもあるだろう。そこで、この安全性の指標を制約条件に加えて最適化する手法も提案されている³⁹⁾。ここでは、こうした拡張可能性を念頭に置いた上で、例として「非常に危険な事象の発生を避ける」という管理者の最適計画策定問題を扱う。この際、time-inconsistent なリスク指標に基づく意思決定と比較することで、提案手法の有効性を確認する。

ここでは、各計画時点において、下記の戦略のうち、[戦略 1a & 戦略 2] の 2 戦略、ないし [戦略 1b & 戦略 2] の 2 戦略のいずれかを取りうる場合を考える。

- Strategy 1a: $(B_s, \beta_s) = (15, 0.05)$
- Strategy 1b: $(B_s, \beta_s) = (16, 0.05)$
- Strategy 2: $(B_s, \beta_s) = (20, 0.2)$

期間が 3 期間 ($s = 0, 1, 2$) の場合について、 $R-CVaR_{0.9}$ 、 $I-CVaR_{0.9}$ に基づく最適な戦略を比較する。 $R-CVaR$ は、式 (11) で定義される、 $CVaR_{1-\alpha}$ により、期中のリスクの合計値を評価したものである。これは、式 (11) で定義される、time-inconsistent なリスク指標である。この

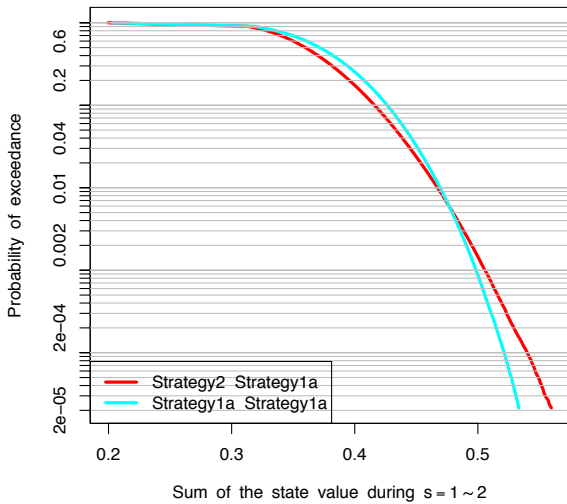


図-8 R-CVaR_{0.9} ならびに I-CVaR_{0.9} に基づく最適計画実行時の、構造物群の最大値の期間中の合計値の超過確率分布 [戦略 1a & 戦略 2]

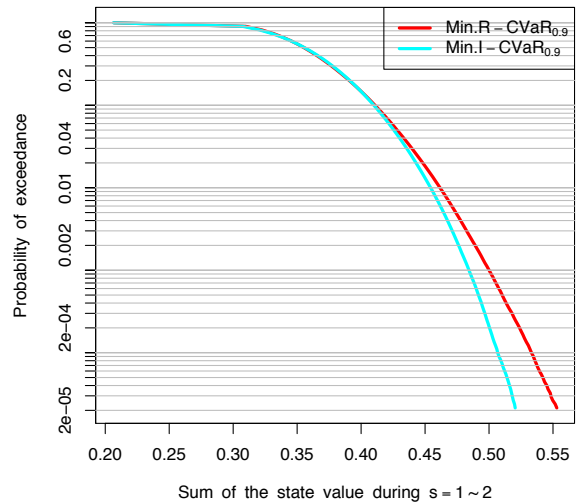


図-9 R-CVaR_{0.9} ならびに I-CVaR_{0.9} に基づく最適計画実行時の、構造物群の最大値の期間中の合計値の超過確率分布 [戦略 1b & 戦略 2]

時、各戦略は、以下の最適化の結果である。

$$R-CVaR_{0.9}(R_1, R_2) : \min CVaR_{0.9}(R_1 + R_2) \quad (23)$$

$$I-CVaR_{0.9}(R_1, R_2) : \min CVaR_{0.9}(R_1 + CVaR_{0.9}(R_2)) \quad (24)$$

I-CVaR_{0.9} に基づく最適計画については、これが time-consistent であることから、4. で提案した手法を用いて作成された、離散時間・離散状態の POMDP の問題について、動的計画法を用いることで最適解を導いた。ただし、ここでは 4. で提案した手法について、クラスター数を 20 に分割し、POMDP の問題を作成している。

一方、time-inconsistent なリスク指標である R-CVaR_{1-α} に基づく最適計画の導出については、取りうる計画すべてのリスク値を比較して最適解を求める必要がある。しかし、取りうる計画のパターン数は 2²¹ にのぼり、すべてのリスク値を調べるにはかなりの計算量が必要となる。そこで、遺伝的アルゴリズム (GA) を用いて最適計画を導出した。ここでは、各個体の遺伝子そのまま戦略を示すものとし、ランダムに生成した 100 個体について、毎世代同数の子を作る。この時各遺伝子について交叉は 0.3 の確率で、突然変異は 0.03 の確率で起きるものとした。親と子の 200 個体について、各個体のリスク値が小さいものほど生存しやすくなるように実施した重み付けに従い 100 個体が次世代に生き残るものとした。10 世代の遺伝的アルゴリズムを用いて最適計画を導出した。

(2) 結果

劣化ならびに管理行動の影響に伴い、 $s = 1$ 以降は様々な状況が生じる。[戦略 1a & 戦略 2] の組の場合、戦略 1a が有利になる状況も有りうるし、戦略 2 が有利となる状況も有りうる。 $s = 0$ で戦略 1a、戦略 2 をとったときのそれぞれのリスク値は表-2 (左) のようになる。この結果より、いずれの指標を用いても、 $s = 0$ は補修を重視する戦略 2 を実施することが合理的であることとなる。一方、戦略 1a よりも、少ない予算で同じ精度の観測が可能となる戦略 1b が選択可能となった場合のリスク評価値を表-2 (右) に示す。この時、I-CVaR_{0.9} を最小化するように意思決定を行うと $s = 0$ 時点では戦略 1b が選択されるのに対して、R-CVaR_{0.9} を最小化するように意思決定を行うと $s = 0$ 時点では戦略 2 を実施することが合理的となる。

図-8 には [戦略 1a & 戦略 2] の組における $s = 0$ で戦略 2、 $s = 1$ で戦略 1a を実施した場合の、最悪値の合計値 $R_1 + R_2$ の超過確率分布を 5×10^6 回のモンテカルロ・シミュレーションの結果から求めたものと、 $s = 0, 1$ で戦略 1a を実施した場合の最悪値の合計値 $R_1 + R_2$ の超過確率分布を同様に求めたものを示す。これより、[戦略 1a & 戦略 2] の組のように、戦略毎に CVaR_{0.9} の観点から見たリスク値が大きく異なっている場合には、いずれのリスク指標を用いても、同じ戦略が最適となることが分かる。

これに対して、[戦略 1b & 戦略 2] の組について、同様の戦略を実施した場合の最悪値の合計値 $R_1 + R_2$ の超過確率分布を図-9 に示す。これらの戦略はそれぞれ、

表-2 $s = 0$ における各戦略のリスク値

Strategy at $s = 0$	[Strategy 1a & Strategy 2]		[Strategy 1b & Strategy 2]	
	1a	2	1b	2
R-CVaR _{0.9} (R_1, R_2)	0.453	<u>0.443</u>	0.438	<u>0.437</u>
I-CVaR _{0.9} (R_1, R_2)	0.386	<u>0.376</u>	<u>0.371</u>	0.372

表-3 $s = 0$ 時点での戦略と $s = 1$ 時点で発生する状態のリスク

\hat{x}_1	CVaR _{0.9} (R_1)	Pr[\hat{x}_1 1b]	Pr[\hat{x}_1 2]	\hat{x}_1	CVaR _{0.9} (R_1)	Pr[\hat{x}_1 1b]	Pr[\hat{x}_1 2]
1	0.0977	0.0359	0.0407	11	0.149	0.1010	0.0200
2	0.106	0.1099	0.0575	12	0.149	0.0857	0.0724
3	0.115	0.0896	0.0407	13	0.169	0.0332	0.0544
4	0.117	0.0547	0.0715	14	0.173	0.0541	0.0244
5	0.123	0.0811	0.1112	15	0.176	0.0002	0.0534
6	0.130	0.1125	0.0722	16	0.177	0.0021	0.0798
7	0.132	0.0990	0.0201	17	0.177	0.0353	0.0027
8	0.145	0.0076	0.0739	18	0.216	0.0008	0.0411
9	0.147	0.0280	0.1116	19	0.228	0.0000	0.0320
10	0.148	0.0670	0.0028	20	0.232	0.0023	0.0176

R-CVaR_{0.9} ならびに I-CVaR_{0.9} の観点からの最適計画である。[戦略 1b & 戦略 2] の組のように、戦略間のリスク値に大きな差がない時、時間的整合性を満たさない R-CVaR と時間的整合性を満たす I-CVaR との最適解との間に齟齬が発生し得る。

この点について詳しく見ていく。[戦略 1b & 戦略 2] の組について、時点 $s = 0$ で戦略 1b, 戦略 2 を選択した場合、時点 $s = 1$ で、どの程度のリスクがある状態 (クラスター) がどの程度の確率で発生するかを表-3 にまとめた。表-3 より、 $s = 0$ 時点で戦略 2 を実施すると、 $s = 1$ 時点でのリスク値 (CVaR_{0.9}) が大きい状態 ($\hat{x}_1 = 18, 19, 20$) が発生する確率が大きくなってしまふ。R-CVaR_{0.9} に基づく意思決定では、 $s = 2$ までのリスク値の合計値を低減しようとするため、こうした発生確率が比較的小さいテイルリスクに該当する事象の危険性が過小評価されている。一方、I-CVaR_{0.9} に基づく意思決定では、各時点から見てリスクが小さい戦略を選ぶため、 $s = 1$ 時点でのリスク評価を考慮して、 $s = 0$ 時点で意思決定出来ていることが確認できる。

時間的不整合を防いだ意思決定を導くことの効果はどの程度あるのだろうか。図-9 に示す通り、例えば R-CVaR に基づいて計画を策定した場合、最悪値が 0.52 以上となる確率が I-CVaR に基づいて計画を策定した場合よりも 10 倍上昇している。これは「非常に影響が大きな事象」が 10 倍起きやすくなるという程度の大きな

違いを生んでいることに該当する。

6. 結論

インフラ維持管理の計画策定の中では、効率性の観点が重視されてきた。この中で、リスクは、コストや構造物の状態の期待値で定量化される。一方で、橋梁の崩落やトンネルの崩落などのインフラ事故の発生が相次いでおり、稀だが影響が大きな事象の回避という観点が重要となっている。これらはテイルリスクと呼ばれ、この観点は管理戦略の立案において有用であろう。

この観点でのリスク定量化において、これまで VaR や CVaR などのリスク指標の利用が提案されてきた。しかし、これらの指標は、維持管理が逐次的な意思決定を伴う動学的な性質を有する問題であることを考慮した指標ではない。そのため、これらの指標を多期間の維持管理の計画策定問題に適用することは出来ない。そこで、動学性を考慮したリスク指標である iterated risk measure の利用を提案した。これは、VaR や CVaR などの指標を再帰的に後向きに用いる指標である。本稿では、CVaR を再帰的に用いる I-CVaR の有効性を検証した。

また、テイルリスクを定量化する際、従来の期待値の定量化に比べて、多くの計算量が必要となる。そこで、Tail 部を効率良く数値解析するためのアルゴリズムを提案した。これは、リサンプリングとクラスタリ

ングを組み合わせることで、Tail を精度よくシミュレーションしつつ、クラスタリングを用いることで計算量の増加を防ぐアルゴリズムである。この手法を用いることで、期待値と同程度の精度でリスクを定量化できていることが確認できた。

以上の提案する手法を、インフラ維持管理の複数期間にわたる計画策定問題に適用した。その結果、動学性を有するリスク指標である I-CVaR を用いることで、適切に稀だが影響が大きな事象を回避した計画が策定できていることを確認した。

本稿は、従来の効率性の観点での最適計画を否定しているわけではない。インフラ事故が相次いでいる状況において、効率性だけでなく、本稿で提示したテイルリスクの回避を目指すという視点も重要だと指摘している。これらの視点をいかに統合するかは今後の課題である。

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 26630237 の助成を受けた。記して謝意を表す。

(2016. 4. 22 受付)

参考文献

- 国土交通省: 国土交通白書 2014, 日経印刷, 2014.
- 日本経済新聞. 笹子トンネル事故の経済損失は 600 億円以上, 2013.
- 小池武: リスクマネジメント手法によるパイプラインの維持管理戦略について, 土木学会論文集, No.794/I-72, pp.189-202, 2005.
- 佐藤忠信, 吉田郁政, 増本みどり, 金治英貞: ライフサイクルコストを考慮した道路橋の補強戦略, 土木学会論文集, No.784/VI-66, pp.125-138, 2005.
- Liu, M., and Frangopol, D. M.: Optimizing Bridge Network Maintenance Management under Uncertainty with Conflicting Criteria: Life-Cycle Maintenance, Failure, and User Costs. *Journal of Structural Engineering*, Vol.32, pp1835-1845, 2006.
- Frangopol, D. M., and Liu, M.: Maintenance and management of civil infrastructure based on condition, safety, optimization, and life-cycle cost. *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.3, pp.29-41, 2007.
- 坂井康人, 慈道充, 貝戸清之: 都市高速道路のアセットマネジメント-リスク評価と財務分析, 建設マネジメント研究論文集, 土木学会, Vol.16, pp.71-82, 2009.
- Seyedshohadaie, S.R., Damjanovic, I. and Butenko, S.: Risk-based maintenance and rehabilitation decisions for transportation infrastructure networks, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.44, pp.236-248, 2010.
- Decò, A., and Frangopol, D. M.: Life-Cycle Risk Assessment of Spatially Distributed Aging Bridges under Seismic and Traffic Hazards, *Earthquake Spectra*, Vol.29, pp.127-153, 2013.
- 大澤遼一, 本田利器.: 管理者行動の影響を考慮したインフラ維持管理におけるリスク評価, 土木学会論文集 D3(土木計画学), Vol.71, pp.151-161, 2015.
- Hardy, M. R., and Wirch, J. L.: The iterated CTE: a dynamic risk measure, *North American Actuarial Journal*, Vol.8, Issue.4, pp.62-75, 2004.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J., Heath, D., and Ku, H.: Coherent multiperiod risk adjusted values and Bellman's principle, *Annals of Operations Research*, Vol.152, pp.5-22, 2007.
- Markowitz, H.: PORTFOLIO SELECTION, *The Journal of Finance*, Vol.7, pp.77-91, 1952.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., and Heath, D.: Coherent measures of risk, *Mathematical finance*, Vol.9, issue.3, pp.203-228, 1999.
- Föllmer, H., and Penner, I.: Convex risk measures and the dynamics of their penalty functions, *Statistics & Decisions*, Vol.24, pp.61-96, 2006.
- 山井康浩, 吉羽要直: リスク指標の性質に関する理論的整理—VaR と期待ショートフォールの比較分析—, 金融研究, No.20, pp.95-131, 2001.
- Rockafellar, R. T., and Uryasev, S.: Optimization of conditional value-at-risk, *Journal of risk*, Vol.2, pp.21-42, 2000.
- Ahmadi-Javid, A.: An information-theoretic approach to constructing coherent risk measures, *Information Theory Proceedings (ISIT), IEEE International Symposium on IEEE*, pp.2125-2127, 2011.
- Ahmadi-Javid, A.: Entropic value-at-risk: A new coherent risk measure, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol.155, pp.1105-1123, 2012.
- 堀部安一: 情報エントロピー論, 森北出版, 1989.
- 恐神貴行: リスクを考慮した逐次的意思決定, オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学, Vol.59, pp.364-369, 2014.
- Ruszczynski, A.: Risk-averse dynamic programming for Markov decision processes, *Mathematical programming*, Vol.125, Issue.2, pp.235-261, 2010.
- Acciaio, B., and Penner, I.: Dynamic risk measures, *Advanced Mathematical Methods for Finance*, pp.1-34, 2011.
- Lin, K., and Marcus, S. I.: Dynamic programming with non-convex risk-sensitive measures, *American Control Conference (ACC)*, pp.6778-6783, 2013.
- Çavus, Ö., and Ruszczyński, A.: Computational Methods for Risk-Averse Undiscounted Transient Markov Models, *Operations Research*, Vol.62, pp. 401-417, 2014.
- Akiyama, M., Frangopol, D. M., and Yoshida, I.: Time-dependent reliability analysis of existing RC structures in a marine environment using hazard associated with airborne chlorides, *Engineering Structures*, Vol.32, pp.3768-3779, 2010.
- Akiyama, M., Frangopol, D. M., and Suzuki, M.: Integration of the effects of airborne chlorides into reliability-based durability design of reinforced concrete structures in a marine environment, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.8, pp.125-134, 2012.
- Phares, B. M., Washer, G. A., Rolander, D. D., Graybeal, B. A. and Moore, M.: Routine highway bridge inspection condition documentation accuracy and reliability, *Journal of Bridge Engineering*, Vol.9, pp.403-413, 2004.
- Golabi, K., Kulkarni, R. B., and Way, G. B.: A statewide pavement management system, *Interfaces*, Vol.12, Issue.6, pp.5-21, 1982.
- Kuhn, K. D.: Network-level infrastructure management using approximate dynamic programming, *Journal of Infrastructure Systems*, Vol.16, Issue 2, pp.103-111, 2009.
- Smilowitz, K., and Madanat, S.: Optimal inspection and maintenance policies for infrastructure networks, *Computer - Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol.15, Issue.4, pp.253-264, 2000.

- sue.1, pp.5–13, 2000.
- 32) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55–62, 1994.
 - 33) Jiang, D. R., and Powell, W. B.: Approximate Dynamic Programming for Dynamic Quantile-Based Risk Measures, <http://arxiv.org/abs/1509.01920>, 2015.
 - 34) 恐神貴行: 時間整合的マルコフ決定過程のロバスト性, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol.112, pp.45–52, 2012.
 - 35) 神蔦敏弘: データマイニング分野のクラスタリング手法 (1) : クラスタリングを使ってみよう, 人工知能学会誌, Vol.18, pp.59–65, 2003.
 - 36) Saydam, D., Bocchini, P., and Frangopol, D. M.: Time-dependent risk associated with deterioration of highway bridge networks, *Engineering Structures*, Vol.54, 221–233, 2013.
 - 37) Frangopol, D. M., and Soliman, M.: Life-cycle of structural systems: recent achievements and future directions, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.12, pp.1–20, 2015.
 - 38) Philpott, A. B., and de Matos, V. L.: Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion, *European Journal of Operational Research*, Vol.218, pp.470–483, 2012.
 - 39) Chow, Y.L., and Marco P.: A uniform-grid discretization algorithm for stochastic optimal control with risk constraints, *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, pp.2465–2470, 2013.