

社会的相互作用に着目したミクロ計量経済分析 の展開と土木計画への応用可能性

力石 真¹・瀬谷 創²・福田 大輔³

¹正会員 広島大学大学院特任准教授 国際協力研究科
(〒739-8529 広島県東広島市鏡山 1-5-1)
E-mail:chikaraishim@hiroshima-u.ac.jp

²正会員 神戸大学大学院准教授 工学研究科市民工学専攻
(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
E-mail: hsey@people.kobe-u.ac.jp

³正会員 東京工業大学准教授 環境・社会理工学院土木・環境工学系
(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1-M1-11)
E-mail: fukuda@plan.cv.titech.ac.jp

非市場的な主体間相互作用を意味する“社会的相互作用”に関するエビデンスベース研究は、犯罪・教育・労働市場等のミクロ計量経済分析を中心に 1990 年代より進展し、その後、交通分野においても社会的迷惑行動、環境配慮行動、公共受容行動、避難行動等における他者同調等の文脈での研究が蓄積されてきた。一方で近年、人口減少という大きな流れの中で顕在化してきた様々な土木計画的課題（団地の衰退、公共交通の衰退、モビリティシェアリングサービス等）は、特に同調行動に代表されるポジティブフィードバックを有する社会的相互作用の影響が大きい問題と解釈できる。このような問題意識のもと、本論文では、福田ら(2004)、松島(2005)による先行レビューを踏まえつつ、社会的相互作用に着目したミクロ計量経済分析の最新動向をレビューした上で、それらの知見の土木計画への応用可能性について考察する。

Key Words: social interaction, econometrics, identification & estimation, transport applications

1. はじめに

市場における価格変数を介することなく、ある主体の行動そのものが別の主体の行動に直接的に影響を及ぼす状況は“社会的相互作用”(Social Interaction: SI)あるいは“非市場的相互作用”(Non-Market Interaction)と呼ばれる。土木計画、交通計画、都市計画が対象とする様々な人間行動（環境配慮行動、社会的な迷惑行動、新技術や環境への適応行動、公共受容行動等）は、個人の私的動機のみならず、集団への同調傾向や社会規範、慣習等といった社会的要因にも影響を受けており、SIの影響が大きいと見なされる現象が多数存在する^{2,3)}。

SIの影響が明示的に考慮されることで個人の意思決定における“社会的学習”という側面が加わる(図-1)。それにより、個人の意思決定におけるある戦略(選択)が社会的学習によって強化され、それによって他者がそれに同調する傾向が加速することで、集団の選択傾向が特定の一つの選択肢に集中するようないわゆる極化現象(Polarization)などが生じる。例えば自転車の駐輪等にお

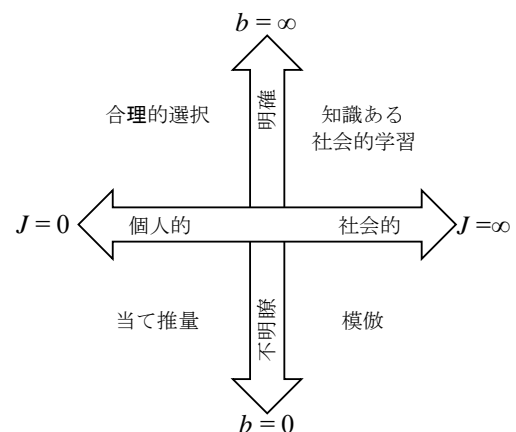


図-1 社会的学習の度合い (J : 横軸) と個人利得の明確度 (b : 縦軸) に基づく意思決定の分類¹⁾

いて大多数の人が放置駐輪するような状況(劣位均衡)は、社会的に望ましいものではなく、そのような状況からいかにして大多数の人がルールを遵守する状況(優位均衡)にシフトさせることが可能であるのか、という観

点から幾つもの研究が行われてきた。

上記のような個々の選択が相互に依存する状況に関しては、ゲーム理論が理論フレームの役割を担ってきた一方で、近年では SI に関するエビデンスベース研究、すなわち、観測データから SI の強さを計測したり、SI の存在を踏まえた定量的な政策介入について検討する研究が行われるようになってきた。SI に関するエビデンスベース研究は、主として社会科学の各領域（経済学、社会学、心理学、文化人類学）を中心に進展してきたが、特に計量経済学では、犯罪・教育・労働市場等のマイクロデータベースが蓄積する中で、フォーマルな経済モデルとリンクした実証分析を行うことを指向して、1990年代以降に研究が飛躍的に進展した。

一方、土木・交通分野においても、放置駐車/駐輪等の社会的迷惑行動、自動車利用自粛等の環境配慮行動、避難時の他者同調行動等の観点からの研究等がなされてきた。それらの 2000 年代中頃までの研究動向に関して、主として理論的な側面に関しては松島⁴⁾によって、また、実証的な側面に関しては福田ら²⁾によって整理がなされている。それ以降も、交通系の国際ジャーナルにおいて“Social networks, choices, mobility, and travel”⁵⁾、“Modeling household activity travel behavior: Examples of state of the art modeling approaches and research agenda”⁶⁾、“Transportation and social interactions”⁷⁾、“Inter-personal interactions and constraints in travel behavior within households and social networks”⁸⁾といった特集号が相次いで組まれるなど、SI を考慮した応用研究成果が着実に蓄積されつつある。しかしながら、交通分野における研究は、マイクロ計量経済学分野における知見を断片的にしか取り込みきれていないと判断せざるを得ないものが多く、例えば、局所的相互作用と対局的相互作用の峻別、パラメータの識別問題、均衡を考慮したモデルパラメータ推定（構造推定）等について、計量経済学の最新の研究成果を踏まえた十分な検討と適切な応用がなされているとは言い難い。

SI を考慮した行動分析の必要性は、我が国における人口減少という大きな流れの中でも低下することは無いと筆者らは考えている。特に、様々な土木計画・交通計画の現代的諸課題（例えば、団地の衰退、公共交通の衰退、モビリティシェアリングサービス等）は、同調行動に代表されるポジティブフィードバックを有する SI の影響が大きい問題と解釈することができるものと多く存在すると考えられる。

以上のような問題意識のもと、本論文では福田ら²⁾、松島⁴⁾による先行レビューを踏まえつつ、社会的相互作用に着目したマイクロ計量経済分析の最新動向をレビューした上で、それらの知見の土木計画への応用可能性について考察する。

2. 相互作用のマイクロ計量経済分析の潮流

伝統的なマイクロ計量経済モデルでは、「個人の選好は外生的で安定しており、（市場を介した相互作用を除き）他の意思決定主体とは独立して意思決定がなされる」と仮定する。ここでは、このような主体間の独立性を仮定しない一連のモデル、すなわち、ある主体の意思決定は他の主体の意思決定に影響を与える／受けると考える一連のモデルを、簡単に“相互作用”モデルと呼称する。以下では、本論文において行うレビューの範囲を示した上で、相互作用を考慮した線形モデル、離散選択モデルの理論的側面をそれぞれ整理する。

(1) レビューの着眼点

a) 局所的相互作用と大域的相互作用

相互作用モデルは、家族や友人といった少数の特定の相手との相互作用を扱う局所的相互作用モデルと、個人が属する準拠集団の全構成員から影響を受ける大域的相互作用モデルに大別される。本論文の関心は同調行動等のポジティブフィードバックを有する相互作用モデルにあることから、大域的相互作用モデルに限定してレビューを進める。

社会ネットワーク分析で扱われる一連のモデルは、ネットワークの設定次第で局所的相互作用モデルにも大域的相互作用モデルにもなり得る。後述するように、既往研究において、(1) ネットワークの密度がある程度高ければ、ネットワーク内の一部の主体が行動を変化すると他主体の行動も大きく変容するという社会的増幅効果 (social multiplier effect) が生じうること、(2) 個々人のつながりを表すネットワーク構造を明示的に導入した分析の方が相互作用効果の識別可能性が高まることが知られている。このことから、本論文ではネットワークを扱う既往研究についてもレビューの対象に含める。以降でレビューする社会ネットワーク分析は、個々人のローカルな相互作用というよりはそのマクロ的帰結である社会的増幅効果を扱うものに限定することから、便宜上、これらのモデルで扱われる相互作用も大域的相互作用と呼称する。

b) 大域的相互作用の類型化

大域的相互作用が存在することは、直感的には、個人の意思決定が、所属する準拠集団またはネットワーク内の構成員と類似する傾向にあるという事実から容易に推測できる。これに対して Manski⁹⁾は、このような類似性が発現する要因として、次の三つを挙げている。

- ① 内生効果 (endogenous effects) : 個人の行動傾向が集団全体の行動結果に依存して決まる場合、内生効果が存在する。
- ② 外生効果 (exogenous effects) : 個人の行動傾向が集団全体の個人属性に依存して決まる場合、外生効果が存

在する。

- ③ 相関効果 (correlated effects): 同じ準拠集団に帰属している個人が同様の行動をとる理由が、それらの個人が類似した属性を持っているため、あるいは、個人が同様の社会環境に直面しているためである場合、相関効果が存在する。

以上のうち相関効果は、偶発的に生じた個人と集団の行動の類似性であるため、相互作用と実質的に呼べるのは内生効果と外生効果である。但し外生効果は属性を介した相互作用であるため、社会的増幅が生じることはない。そこで本論文では、内生効果の理論的性質、及び、その実証分析上の計測可能性に主に焦点を当てる。

c) 内生効果の類型化

内生効果は、(1) 他主体との関係性を記述する社会構造、(2) ある主体が他の主体の行動や特性に関する情報をどの程度有しているかという情報の(不)完備性等に対する仮定の置き方により幾つかのバリエーションがある。以下では、実証分析を行う上で重要と思われる上記二点に着目して内生効果を分類する。なお、定式化上差異がないためここでは省略するが、分析結果は、準拠集団(またはネットワーク構造)の特定化に大きく依存する¹⁰⁾。また、他の主体の行動結果ではなく選好を介した相互作用をモデル化する場合があるが³⁾、本稿ではこのようなケースはレビューの対象外とする。

① 社会構造：他主体との関係性の仮定

相互作用モデルにおいて想定される社会構造は、様々な種類のものがあるが、ここでは、他主体との関係性を以下の2つの点に着目して整理する。

- (1) 他者との接続関係：個人の所属する準拠集団(グループ)を想定するか[group]、個人間のつながりを表すネットワークを想定するか[network]
- (2) 影響の形態：つながりを持つ他の主体の集計的な行動に影響を受けるか[aggregate]、平均的な行動に影響を受けるか[average]

ここで、 r 番目のネットワーク $\mathbf{g}_r (r = 1, \dots, R)$ 上の n_r 人の主体によって構成される集合 $N_r = \{1, \dots, n_r\}$ を考える。また、主体 i と j との間関係性を表す $g_{ij,r}$ を要素として持つネットワークの隣接行列を \mathbf{G}_r と表記する。 $g_{ij,r}$ は、それぞれ以下のように定義される。

(1) group-aggregate

$$g_{ij,r}^{gr} := \begin{cases} 1 & \text{if } i, j \in N_r (i \neq j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(2) group-average

$$\tilde{g}_{ij,r}^{gr} := \begin{cases} \frac{1}{n_r - 1} & \text{if } i, j \in N_r (i \neq j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(3) network-aggregate

$$g_{ij,r}^{ne} := \begin{cases} d_{ij,r} & \text{if } i \text{ is connected to } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(4) network-average

$$\tilde{g}_{ij,r}^{ne} := \begin{cases} \frac{g_{ij,r}^{ne}}{\sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{ne}} & \text{if } i \text{ is connected to } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ここで $d_{ij,r}$ は主体 ij 間のつながりの強さを表す重み変数である。 $\tilde{g}_{ij,r}$ は $g_{ij,r}$ を行基準化した要素であり、対応する(行基準化した)隣接行列を $\tilde{\mathbf{G}}_r$ と表記する。従って、隣接行列 \mathbf{G}_r を行基準化するかどうかによって、他の主体の集計的な影響を想定するか、他の主体の平均的な影響を想定するかが決まる。また、[network]において、各ネットワーク \mathbf{g}_r 内ですべての主体が接続されている完全ネットワーク (complete network) が形成され、かつ、主体間の関係性が均質(すなわち、 $d_{ij,r} (Vi, j)$ がグループ内で一定)である場合、[group]に帰着する。従って、[group]は[network]の特殊形とみなすことができる。但し、[group]はfield/conformity効果としての解釈も可能であり、明示的に特定化された個人間のつながりによる相互作用を記述する[network]とは性質が異なると考えることもできる。図-1に隣接行列を用いた上記4種類の社会構造を例示する。

② 情報の(不)完備性

実証分析を進める上では、社会構造に加えて、他の主体の特性・行動に関する情報が完備 [complete] であるか不完備 [incomplete] であるかについて、適切な仮定をおく必要がある。

情報が完備である場合、主体 i が、他主体の行動を規定する構造及び要因(分析者にとって観測可能な要因 $x_{-i,r}$ 及び観測不可能な要因 $\varepsilon_{-i,r}$ の両方)について、余すところなく情報を持っていると仮定する。

一方、情報が不完備である場合、主体 i が、他主体の行動を規定する構造及び要因に関する情報を完全には有しておらず、他の主体の行動に対する主観的な信念 $\mathbf{E}(\mathbf{y}_{-i,r})$ を形成すると考える。信念 $\mathbf{E}(\mathbf{y}_{-i,r})$ を具体的に定めるためには、さらに、主体 i が他の主体の情報をどの程度有するかに関する仮定が必要である。様々な仮定が考えられるが、実証分析を行う上で扱いやすい仮定として、「主体 i は、 $x_{-i,r}$ 及び $\varepsilon_{-i,r}$ が与えられた場合の行動、及び $x_{-i,r}$ については既知であるが、 $\varepsilon_{-i,r}$ についてはその分布のみが既知で $\varepsilon_{-i,r}$ の実現値は未知である」という仮定¹¹⁾が考えられる。

③ 内生効果の種類

大域的相互作用を扱うモデルでは、特定の個人間の相互作用ではなく、同一の準拠集団に属する他主体または接続関係にある他主体全体から影響を受けると仮定する。従って、上述の①社会構造、及び、②情報の(不)完備性が定められれば、相互作用により生じる内生効果は、一

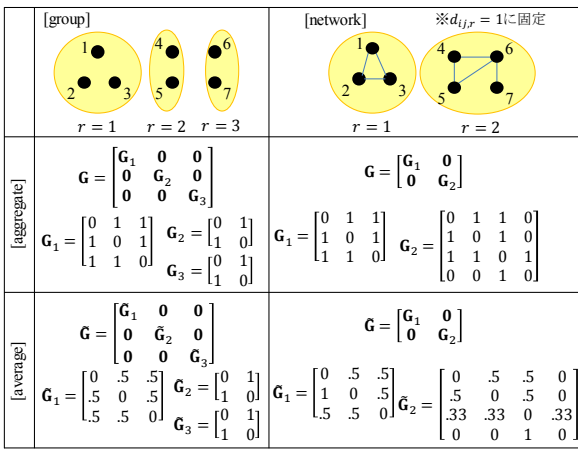


図-1 隣接行列による社会構造の記述例

表-1 社会構造/情報完備性の各条件に対応する内生効果

社会構造/情報完備性の仮定	対応する相互作用項
group-aggregate-complete	$\sum_{j \in N_r (j \neq i)} y_{j,r}$
group-aggregate-incomplete	$\sum_{j \in N_r (j \neq i)} E(y_{j,r})$
group-average-complete	$\sum_{j \in N_r (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gr} y_{j,r}$
group-average-incomplete	$\sum_{j \in N_r (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gr} E(y_{j,r})$
network-aggregate-complete	$\sum_{j \in N_r (j \neq i)} g_{ij,r}^{ne} y_{j,r}$
network-aggregate-incomplete	$\sum_{j \in N_r (j \neq i)} g_{ij,r}^{ne} E(y_{j,r})$
network-average-complete	$\sum_{j \in N_r (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{j,r}$
network-average-incomplete	$\sum_{j \in N_r (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} E(y_{j,r})$

一般的に、表-1に示すスカラー変数に集約される。

d) レビューの範囲

本論文では、相互作用の中でも内生効果を扱う研究に焦点を当てる。特に、(1) 相互作用モデルが立脚する理論の整理、(2) 内生効果の識別可能性、推定方法等、計量上の課題の整理、(3) これまでの都市・交通分野における適用事例の整理を行い、今後の土木計画的課題への応用可能性について考察する。以下では、このうち(1)、(2)の点について、線型モデル及び離散選択モデルを対象に整理を行う。

(2) 相互作用を考慮した線形モデル

a) Manski(1993) モデル

社会的相互作用を扱う各種の計量経済モデルは、Manski⁹⁾のモデル(linear-in-means モデル)を嚆矢として発展してきた。Manski モデルは、ある一つの準拠集団 r 内の相互作用のモデル化を試みるものである。ここで、 $y_{i,r}$: 準拠集団 r に属する個人 i の行動、 $x_{i,r}$: 準拠集団 r に属する個人 i の属性ベクトル、 ϕ : 内生効果を表すパラメータ ($0 \leq \phi < 1$ を仮定)、 γ : 外生効果を表すパラメータベクトル、 η_r : 相関効果を表す準拠集団 r の非観測属性、 $\varepsilon_{i,r}$: 誤差項とすると、Manski モデルは以下のよう

に定式化される。

$$y_{i,r} = \phi E(y_{i,r}) + \gamma E(x_{i,r}) + \beta x_{i,r} + \eta_r + \varepsilon_{i,r} \quad (1)$$

ここで、 $E(y_{i,r})$ は準拠集団 r 構成員の平均的行動、 $E(x_{i,r})$ は準拠集団 r 構成員の平均的特性である。なお、主体 i 自身の行動及び特性も含まれる点に注意されたい (すなわち、 \tilde{G}_r^{gr} ではなく $(I + G_r^{gr})/n_r$ を隣接行列とした定式化がなされている。ここで I_{n_r} は $n_r \times n_r$ の単位行列)。本モデルでは group-average-complete に従う内生効果が扱われる。但し、group の場合、incomplete と complete で本質的に大きな違いが生じることは少ない (個々人の信念を表す主観的な期待値と、グループ平均を表す期待値 (算術平均) の識別ができないことによる)。

Manski⁹⁾は、実データを用いて構造モデルのパラメータを推定する際に直面する識別問題として、(1) 内生効果 ϕ 、及び外生効果 γ と、相関効果 η_r の識別は一般に困難であること、(2) 相関効果がないものと仮定したとしても、内生効果 ϕ と外生効果 γ を識別できないことを指摘している。

以上の Manski が指摘した識別問題 (Identification Problem) に関しては、複数の準拠集団 r を同時にモデル化したり、隣接行列を工夫したりすることで、問題が大幅に軽減されることが Lee¹²⁾、Bramoullé et al.¹³⁾、Blume et al.¹¹⁾ によって示されている。基本的な考え方は、Kelejian and Prucha¹⁴⁾ の Generalized Spatial Two-Stage Least Squares の考え方に類似しており、 $I, \tilde{G}, \tilde{G}^2, \tilde{G}^3$ が線形独立かどうかによって識別可能性が判断されるというものである (但し \tilde{G}_r ではなく \tilde{G} である点に注意)。具体的には、Lee¹²⁾ は規模に十分なばらつきがある複数の準拠集団を分析対象とする場合、小規模の準拠集団では大規模のそれと比べて各主体間の相互作用が強くなるため、相関効果、外生効果及び内生効果が識別可能であることを示している。反対に [group] に焦点を当てる場合、単一の準拠集団 \tilde{G}_r を対象とした分析では識別不可能となる (Manski モデル)。Bramoullé et al.¹³⁾ は、Lee の研究を [network] に拡張し、 $\beta\phi + \gamma \neq 0$ かつ $I, \tilde{G}, \tilde{G}^2, \tilde{G}^3$ が線形独立であれば、相関効果、外生効果と内生効果が識別可能であることを示している。また Blume et al.¹¹⁾ は、情報が不完備の場合における識別可能性について検討している。

b) [network]への展開: local-average モデル

上述したように、隣接行列を [group] から [network] に変更することによりモデルの識別可能性は飛躍的に高まる。Manski モデルを [network] に拡張した network-average-complete を相互作用項に持つモデル (local-average モデル) は、以下のように定義される^{13),15)}。

$$y_{i,r} = \phi \sum_{j \in N_r (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{j,r} + \gamma \sum_{j \in N_r (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} x_{j,r} + \beta x_{i,r} + \eta_r + \varepsilon_{i,r} \quad (2)$$

本モデルは、空間計量経済分野で用いられる空間ラグモデルと極めて類似した構造をとる点が特徴的である。相関効果として非観測要因 η_r が導入されている点が空間ラグモデルとは異なるが、識別条件に関する議論の多くは、空間計量経済分野の成果に依るところが大きい。

c) [aggregate]への展開: local-aggregate モデル

Manski⁹⁾, Lee¹²⁾, Bramoullé et al.¹³⁾では、周囲の平均的な行動から受ける影響をモデル化している。一方、街の賑わいや交通サービス水準の維持等の状況は、周囲の集計的な行動(需要)によって決まる。このような状況を記述するためには、単純に式(2)の右辺第一項を network-average-complete から network-aggregate-complete に変更した以下のモデル (local-aggregate モデル) を用いればよい。

$$y_{i,r} = \phi \sum_{j \in N_r(j \neq i)} g_{ij,r}^{ne} y_{j,r} + \gamma \sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} x_{j,r} + \beta x_{i,r} + \eta_r + \varepsilon_{i,r} \quad (3)$$

式(3)と等価なモデルは Ballester et al.¹⁶⁾や Liu et al.¹⁷⁾によって提案されているが、実証分析例は Liu et al.¹⁷⁾を除き極めて限定的である。これは、[average]の場合 $(\mathbf{I}_{n_r} - \phi \tilde{\mathbf{G}}_r^{ne})^{-1}$ は $0 \leq \phi < 1$ の範囲においては特異点を避けて計算できるものの、[aggregate]の場合には行基準化がなされておらず、 $0 \leq \phi < 1$ の範囲においてもそれが保証されないことが理由である。この点についても空間計量経済分野において多くの知見が蓄積されている¹⁸⁾。

d) local-average, local-aggregate モデルの理論的基礎

以上では線型モデルの枠組みで相互作用を捉える一連のモデルを紹介したが、ミクロ経済学的基礎が必ずしも付与されていない。言い換えると、上記のモデルは構造型ではなく誘導型としての定式化となっている。厚生分析を可能にするためには、対応する構造型のモデルを明示する必要がある。以下、主に Blume et al.¹¹⁾を参考に、local-average, local-aggregate モデルのミクロ経済学的基礎付けを行う。

ほとんどの線形モデルは、ネットワーク \mathbf{g}_r 上の主体 i の効用最大化問題として定式化することが可能である。具体的には、local-average モデルの場合、以下の直接効用 $u_{i,r}$ を最大化する問題として定式化できる。

$$u_{i,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = \tilde{\alpha}_{i,r} y_{i,r} - \frac{1}{2} y_{i,r}^2 - \frac{\lambda}{2} (y_{i,r} - \sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{j,r})^2 \quad (4)$$

ここで $\lambda (= \phi / (1 - \phi))$ はパラメータ、 $\tilde{\alpha}_{i,r}$ は内生効果以外の影響要因をまとめた項であり、式(2)に対応する $\tilde{\alpha}_{i,r}$ は $\tilde{\gamma} \sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} x_{j,r} + \tilde{\beta} x_{i,r} + \tilde{\eta}_r + \tilde{\varepsilon}_{i,r}$ である (但し、 $\gamma = \tilde{\gamma} / (1 + \lambda)$, $\beta = \tilde{\beta} / (1 + \lambda)$, $\eta_r = \tilde{\eta}_r / (1 + \lambda)$, $\varepsilon_{i,r} = \tilde{\varepsilon}_{i,r} / (1 + \lambda)$)。

式(4)の右辺第一、二項は、主体の属性や行動に起因して生じる効用を表す。一方右辺第三項は、主体の行動が他主体の行動とは異なることによって生じる不効用を表す。local-average モデルでは、このような不効用が生じる原因として、社会的圧力 (social pressure) や社会規範

(social norms) の存在が想定される。

一方 local-aggregate モデルの場合、以下のような直接効用最大化問題として定式化することができる。

$$u_{i,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = \alpha_{i,r} y_{i,r} - \frac{1}{2} y_{i,r}^2 + \phi \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{ne} y_{i,r} y_{j,r} \quad (5)$$

式(4)と同様、式(5)の右辺第一、二項は、主体の属性や行動に起因して生じる効用を表す。第三項は、つながりのある他の主体の集計的な行動に起因する効用を表す。式より、直接つながっている主体数が多いほど、行動 $y_{i,r}$ を行うことにより得られる限界効用が高くなることが確認できる。

以上を踏まえて式(4)及び式(5)の均衡解を示そう。まず、情報が完備であることを仮定した場合について考える。式(4)及び式(5)の効用最大化の一階条件から、式(2)及び式(3)が得られる。さらに、式(2)及び式(3)は主体間の行動がお互いに入れ子の状態になっているため、各主体の均衡時の行動は、 n_r 本の連立一次方程式の解、すなわち、

$$\mathbf{y}_r = (\mathbf{I}_{n_r} - \phi \tilde{\mathbf{G}}_r^{ne})^{-1} \boldsymbol{\alpha}_r \text{ [local-average]} \quad (6)$$

$$\mathbf{y}_r = (\mathbf{I}_{n_r} - \phi \mathbf{G}_r^{ne})^{-1} \boldsymbol{\alpha}_r \text{ [local-aggregate]} \quad (7)$$

となる。但し上述のように、local-aggregate モデルが唯一の解を持つためには、 $0 \leq \phi < 1$ ではなく、 ϕ が \mathbf{G}_r^{ne} の最大固有値の逆数の絶対値よりも小さいことが条件となる。local-average モデルの場合、 $0 \leq \phi < 1$ を満たせば解は唯一に定まる。なお、Ballester et al.¹⁶⁾により、local-aggregate モデルにおける \mathbf{y}_r は社会ネットワーク分析における Katz-Bonacich 中心性と等しいことが示されている ([average] では行基準化されるため Katz-Bonacich 中心性の主体間のバリエーションが無くなる)。

次に、情報が不完備の場合、式(2)の $\sum_{j \in N_r(j \neq i)} g_{ij,r}^{ne} y_{j,r}$ は $\sum_{j \in N_r(j \neq i)} g_{ij,r}^{ne} \mathbb{E}(y_{j,r})$ に、式(3)の $\sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{j,r}$ は $\sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} \mathbb{E}(y_{j,r})$ となり、式(6), (7)のように解析的に解を求めることができない。情報が不完備の場合における内生効果 ϕ 、外生効果 γ 、相関効果 η_r の識別可能性は、 $\mathbb{E}(y_{j,r})$ に対する情報集合 (information set) の与え方に依存する。たとえば Manski⁹⁾ モデルは、社会構造に対する事前知識を全く持たない状態を仮定した不完備情報下での network-average モデルとして解釈できる。具体的には、社会構造に関する事前知識が無いため、式(2)の $\sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{j,r}$ 及び $\sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} x_{j,r}$ に対して母集団全体の $y_{j,r}$ 及び $x_{j,r}$ の平均値を信念とすると仮定する。この場合、Manski モデルと同様に ϕ , γ , η_r は識別できない。一方、社会構造に対する事前知識を部分的に持つ場合、識別可能性は高まる。例えば Lee¹²⁾のモデルは、各主体がネットワーク \mathbf{g}_r ($r = 1, \dots, R$) のうちのどのネットワークに所属しているかについては事前知識を有するが、各ネットワーク上の個々人のつながりについては

事前知識を持たないため、相互作用項をネットワーク \mathbf{g}_r 上のすべての主体の平均値を信念とすると仮定している。情報が不完備な場合、空間計量経済分野において蓄積されてきた識別可能性、モデルの推定可能性の知識を直接活用することができず、むしろ、情報不完備ゲームとしてモデルを解釈することでモデルの特性を整理することが可能となる¹¹⁾。

上記の local-average モデル及び local-aggregate モデルを基礎モデルとして、幾つかの発展的なモデルが提案されている。例えば直接的な一般化として、local-average モデル及び local-aggregate モデルを統合した Hybrid モデルが Liu et al.¹⁹⁾により提案されている。以下では、都市・交通分野への応用として重要と考えられる、(1) 交通コストを導入した相互作用モデル、(2) 社会的距離及び地理的距離を考慮した相互作用モデル、(3) 動学化を試みた相互作用モデルを整理する。(3)を除き、以下では完備情報を前提とする。

e) 交通コストの導入

相互作用モデルに交通コストの導入を試みた初期の研究として Helsley and Zenou²⁰⁾がある。彼らは、都市と郊外からなる 2 地域の状況下における訪問行動を記述するため、local-aggregate モデルに交通コストを加えたモデルを提案している。具体的には、式(5)の $\alpha_{i,r}$ を $\pi - t_i$ (但し、 $\pi > tx_i$ で tx_i は郊外から都市への交通コスト)とし、交通コストと訪問行動の相互依存関係の理論分析を行っている。大平・織田澤²¹⁾は Helsley and Zenou のモデルを交通ネットワークをもつ多地点モデルに拡張している。大平・織田澤モデルの特徴は、主体ペア毎に異なる交通コストの設定を可能にするため、通常採用されるノードベースの隣接行列からリンクベースの隣接行列を採用している点にある。これにより、完備情報下においては、local-aggregate モデルと同様に \mathbf{y}_r を解析的に求めることができる。但し、リンクベースの隣接行列は非対称行列となるため、固有値が実数をとらない場合がある点に注意する必要がある。

f) 社会的距離及び地理的距離の考慮

上述の訪問行動の需要は、社会的距離だけでなく地理的距離にも影響を受けることが想定される。交通コストを用いずにこのような状況を記述するモデルとして、Del Bello et al.²²⁾のモデルがある。このモデルでは、社会的距離により定義された相互作用項と、地理的距離により定義された相互作用項の二つの相互作用項が導入され、複数の準拠集団に交差分類的に所属する状況がモデル化される。なお、モデルの理論的特性は、通常の local-aggregate モデルと基本的には同じである。

g) 動学化（時間軸の導入）

最後に、時間軸を考慮したモデルとして Ioannides and Soetevent²³⁾を挙げる。Ioannides and Soetevent では、以下の

生涯効用の最大化問題が扱われる。

$$u_{is,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = E\left(\sum_{t=s}^{\infty} \delta^{t-s} \tilde{u}_{it,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) \mid \Psi_{is}\right) \quad (8)$$

ここで δ は時間選好率（割引率）、 Ψ_{is} は時点 s における情報集合、 $\tilde{u}_{it,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r)$ は時点 t における行動から得られる効用であり、以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{it,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = & \alpha_{i,r} y_{it,r} - \frac{1}{2}(1 - \zeta - \phi) y_{it,r}^2 \\ & - \frac{\zeta}{2} (y_{it,r} - E(y_{it-1,r}))^2 \\ & - \frac{\phi}{2} (y_{it,r} - \sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{jt-1,r})^2 \\ & + \sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{jt-1,r} x_{i,r} \omega \end{aligned} \quad (9)$$

本モデルでは、[group] による内生効果 ζ と [network] による内生効果 ϕ の両方が導入されているが、動学化において本質的に重要なのは、 $t - 1$ 時点における他の主体の平均的行動を参照して t 時点における行動 $y_{it,r}$ を決める点である。これにより、時点 t における効用最大化の一階条件は以下ようになる。

$$\begin{aligned} y_{it,r} = & \phi \sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{jt-1,r} + \zeta E(y_{it-1,r}) \\ & + \delta \frac{\gamma}{n_r} E(y_{it+1,r} - E(y_{it,r}) \mid \Psi_{it}) + \alpha_{i,r} \end{aligned} \quad (10)$$

従って、本モデルでは、 t 時点における行動は、 $t - 1$ 時点における他の主体の行動だけでなく、一時点先の自分自身の行動 $y_{it+1,r}$ に対する将来期待（信念）にも影響を受ける。なお、多くの場合、 t 時点においては、 $t - 1$ 時点については完全情報を仮定できるが、 $t + 1$ 時点においては不完備であるとみなすことが自然であろう。

表-2に以上にみた相互作用を考慮した線形モデルを整理する。

(3) 相互作用を考慮した離散選択モデル

相互作用を考慮した離散選択モデルは、初期の段階においては、統計力学的な発想にミクロ経済学的基礎を与えることにより発展してきた。とりわけ統計力学の平均場近似モデルをランダム効用最大化理論に基づくモデルとして位置づけた Brock and Durauf^{24),25)}の研究以降、線形モデルにおいて議論されてきた識別可能性、[network]への展開、[aggregate]への展開が、離散選択モデルの文脈においてもなされている。相互作用を考慮した離散選択モデルが線形モデルと著しく異なる点は、離散選択のモデルの枠組みでは複数均衡が生じうる点である。従って実証分析においても、複数均衡が生じうるほどの強い相互作用が存在しているかを適切に計測できるかどうか極めて重要になる。

a) 統計力学的モデル

統計力学的な発想に基づく初期の相互作用モデルとし

て, Föllmer²⁶⁾の研究がある. Föllmer のモデルでは, v 次元の格子空間上の主体間の相互作用を記述する. 具体的には, 隣接する主体とのみ相互作用を起こすと仮定する. 隣接行列を用いて表すと, 例えば 3 次元格子空間上 (主体数: $2^3 = 8$) の主体間のつながりは以下のように表現できる.

$$G_r = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Föllmer は, 個人 i が $z_{i,r} = \{-1, 1\}$ のどちらかを選択する確率が $p(z_{i,r}) \propto \exp(\phi z_{i,r} \sum_{j \in N_r} g_{ij,r} z_{j,r})$ に従い, かつ, v の次元数が 2 以上の状況 (すなわち, ある程度密なネットワークの場合) において, ϕ が一定の大きさ以上になれば複数均衡が生じることを示している. この性質は, 以降の多くの相互作用を考慮した離散選択モデルにおいても継承されている. 但し, Föllmer のモデルは, (i) ミクロ経済学的な基礎付けが不十分であること, (ii) 異質性 (個人の意思決定の文脈では個人間異質性) が考慮されていないことが課題として残る. (i) については, 例えば Blume²⁷⁾によりゲーム理論的な基礎付けがなされている (後述する Brock and Durlauf^{24), 25)}によるランダム効用最大化理論に基づく理論的基礎との関係性については Blume and Brock²⁸⁾を参照されたい).

(ii) については, Glaeser et al.²⁹⁾の研究が示唆的である.

Glaeser et al. は, 個人 i は近隣の $i + 1$ とのみつながっている次のような隣接行列を持つ状況において生じる相互作用について考察している (但し, n_r 番目の主体は 1 番目の主体と接続する円環ネットワークを仮定している).

$$G_r = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Glaeser et al. のモデルは, 主体 i の効用 $U_{i,r} = k_{T(i)} z_{i,r} + \phi_{T(i)} g_{ij,r} z_{i-1,r}$ が 0 より大きいとき $z_{i,r} = 1$, 0 以下のとき $z_{i,r} = -1$ をとる状況を想定する. ここで効用 $U_{i,r}$ の第一項は私的効用, 第二項は他者との相互作用により生じる効用を表す. さらに, 主体のタイプ $T(i)$ として, 次の三つのタイプがランダムに直線上に配置されると仮定する: (1) Type 0: $k_{T(i)} < 0, \phi_{T(i)} = 0$ (私的効用が負で相互作用無し), Type 1: $k_{T(i)} > 0, \phi_{T(i)} = 0$ (私的効用が正で相互作用無し), Type 2: $k_{T(i)} = 0, \phi_{T(i)} > 0$ (私的効用が 0 で相互作用有). Glaeser et al. は, 以上の設定においては, (1) Type 0 及び Type 1 の主体のみで構

成される社会において, 準拠集団 r の集計的行動は最も安定すること, (2) Type 2 の個人が増加するにつれ準拠集団 r の集計的行動は不安定になり, すべての個人が Type 2 の場合, 分散は無限に発散することを示している. 但し, Glaeser et al. モデルでは, 選好の非観測異質性は考慮されていない.

b) Brock and Durlauf モデル^{24), 25)}

Brock and Durlauf のモデルも, その基礎は統計力学の応用である. 彼らは, 平均場近似モデルに観測個人間異質性を導入し, ランダム効用最大化理論に整合的な形で相互作用モデルを構築した. 本モデルの最大の特徴は, 強い相互作用が生じる場合に複数均衡が生じるという平均場近似モデルの特徴を, ランダム効用最大化理論に基づく離散選択モデルの枠組みと整合的な形で導入した点にある. 具体的には, 以下の効用関数を仮定する.

$$U_{ik,r} = \alpha'_{ik,r} + \phi \sum_{j \in N_r (j \neq i)} \hat{g}_{ij,r}^{gr} E(y_{jk,r}) + \varepsilon_{ik,r} \quad (11)$$

ここで $\varepsilon_{ik,r}$ は誤差項であり, ガンベル分布を仮定すれば, ロジット型の離散選択モデルが導出される. 式(11)から, 本モデルは group-average-incomplete を仮定したロジットモデルであり, complete か incomplete か等の多少の違いはあるものの, Manski モデルの離散選択モデル版とみなせる. 実際, Brock and Durlauf 以降の離散選択モデルの発展は, その多くは上述した線形モデルの発展経緯と類似している. 離散選択モデルの他の一般化線形モデルへの拡張も試みられているが^{30), 31), 32)}, 本論文では紙面の都合上レビューの対象としない. なお, 複数均衡が発生する条件については後述する.

c) Brock and Durlauf モデル以降の展開

Brock and Durlauf では, group-average-incomplete が想定されていた, 幾つかの異なるバージョンが存在する. Soetevent and Kooreman³³⁾は group-average-complete を内生効果として持つモデルを, Lee et al.³⁴⁾は network-average-incomplete を内生効果とするモデルを, Bajari et al.³²⁾は group-aggregate-incomplete を内生効果とするモデルをそれぞれ構築している. また aggregate については, サンプル内の相互作用というよりはむしろ, 母集団全体の相互作用に関心があることが多いため, 標本がランダムサンプリングされているという前提のもと母集団の相互作用を外挿するモデリングも可能である³⁵⁾. 表-3 に相互作用を考慮した離散選択モデルを整理する.

d) 離散選択モデルの識別条件

以上で見たように, 離散選択モデルにおいても, 線形モデルと類似した展開が可能である. 一方, モデルの識別条件は線形モデルとは大きく異なる. 第一に, 線形モデルとは異なり, aggregate モデル, average モデルともに, 内生効果 ϕ の上限値は付与されない. むしろ, 内生効

果がある閾値よりも大きい場合に複数均衡が発現するため、 $\phi > 1$ の際のモデル特性が積極的に考察されている。複数均衡はモデル識別においても重要な役割を果たしており、内生効果 ϕ が複数均衡が生じるほどに大きい場合、モデルの識別可能性は高まることが知られている³⁶⁾。第二に、離散選択モデルの場合、Manski モデルにおいて問題となった内生効果と外生効果の完全相関は生じない。これは、内生効果が非線形となるためである (incomplete の場合)²⁴⁾。第三に、識別可能性は、誤差分布の仮定や選択肢間の独立性の仮定に影響を受けることが指摘されている^{36),38)}。

上記以外の識別条件は、基本的に線形モデルに類似しているといつてよく (但し、通常の離散選択モデルが有すべき条件、すなわち、効用の差分にのみ関心があること [通常、ある特定の選択肢の確定項を 0 に固定]、効用の絶対値には意味がないこと [通常スケールパラメータ θ を 1 に固定] が満たされていることが前提)、線形モデルと同様に、network の方が group よりも識別可能性が高い (但し、後述するように、複数均衡の発現パターンは network の方が複雑になる)。

識別条件を整理すると、まず、 γ と β の識別においては、当然のことながら $x_{j,r}$ が十分な group 内分散を有している必要がある。第二に、 ϕ と γ の識別においては、外生効果を表す変数 $\sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r} x_{j,r}$ が十分な group 間分散を有している必要がある。第三に、 η_r と ϕ 及び γ の識別可能性については、線形モデルと基本的には同様の条件 (2. (2) a) に示した Bramoullé et al.¹³⁾ の条件) を考えればよいと考えられる。Group モデル固有の知見としては、準拠集団のサイズがそれほど大きくない場合においては、相関効果 η_r を固定効果として扱っても内生効果・外生効果と識別可能であることが指摘されている¹²⁾

(自らの特性や行動は、外生効果や内生効果を表す変数に反映されないため、固定効果と外生効果・内生効果の間にバリエーションが生じるため識別可能)。一方、準拠集団のサイズが大きい場合、固定効果と外生効果・内生効果の間のバリエーションが小さくなり、識別が困難になる。この場合、 η_r が他の変数と相関しないことを仮定し、ランダム効果として処理する方法が考えられる³⁵⁾。なお、network モデルの場合、ネットワーク毎の固定効果と外生効果・内生効果との間にバリエーションが生じやすいので、固定効果による相関効果の表現が可能である³⁹⁾。但し、通常のパネルデータ分析において知られているように、固定効果モデルの場合、パラメータ数が膨大になるという付随パラメータ問題 (incidental parameter problem) が生じるため⁴⁰⁾、network を考慮したモデルであっても η_r を変量効果として扱っている研究もある³⁴⁾。なお、以上の固定効果/ランダム効果の選択基準は、線形モデルと離散選択モデルで共通している。

以上をまとめると、group の内生効果を仮定するモデルであっても、比較的弱い仮定のもとで相関、内生、外生効果を識別可能である。

e) 複数均衡が生じるパラメータ条件

次に、複数均衡が生じるパラメータの条件について整理する。ここでの要点は、(a) 線形モデルの均衡解の導出時に用いた式(6), (7)に対応する方程式系を、離散選択モデルにおいても定義できるかどうか、(b) 方程式系として定義できたとして、その方程式の解をどの程度簡単に求めることができるか、である。今回のレビューの範囲で把握できているポイントを以下にまとめる。

(a) については、ある特定の incomplete の仮定のもとでは、 n_r 本の非線形連立方程式として定義でき、従って不動点問題の解として均衡解は定義される。一方、complete の場合、不動点問題として定義することすらできず、シミュレーション等の方法を用いて均衡解を列挙し均衡選択メカニズムを導入するといった工夫が必要がある。また、complete の場合、incomplete とは異なり、準拠集団またはネットワークの規模が大きくなるに伴い (すなわち、相互作用が発生する相手の数の増加に伴い)、発生しうる均衡解の数が膨大になるという問題を有する。

(b) については、incomplete の中でも group の内生効果を持つ 2 項選択モデルの場合、 n_r 本の非線形連立方程式を 1 本にまとめることができる。このとき、均衡解を幾何的に示すことが可能である。group の内生効果を持つ多項選択モデルの場合、選択肢数-1 本の非線形連立方程式 (但し i.i.d. Gumbel を誤差分布に仮定) の解として均衡解は定義される。network の内生効果を持つ 2 項選択モデルの場合、 n_r 本の非線形連立方程式の解として均衡解は定義される。

以下、incomplete のケースについてのみ、非線形連立方程式及びその複数均衡が発生する条件を確認する。

まず、group-average-incomplete の内生効果を持つ 2 項ロジットモデル (Brock and Durlauf モデル) の均衡解について確認する。選択肢数は 2 であるので、 $\alpha'_{i,r} = \alpha'_{i1,r} - \alpha'_{i2,r}$, $p_{i,r} = p_{i1,r} - p_{i2,r}$, $\mathbb{E}(y_{j,r}) = \mathbb{E}(y_{j1,r}) - \mathbb{E}(y_{j2,r})$ とすると、 $p_{i,r}$ は以下のように記述できる。

$$p_{i,r} = 2F(\alpha'_{i,r} + \phi \sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gr} \mathbb{E}(y_{j,r})) - 1 \quad (12)$$

ここで $F(\cdot)$ は分布関数であり (Brock and Durlauf モデルの場合ロジスティック分布)、以降の議論ではスケールパラメータは 1 と仮定する。Brock and Durlauf モデルでは、 $\sum_{j \in N_r(j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gr} \mathbb{E}(y_{j,r}) = (1/n_r) \sum_{j \in N_r} p_{j,r}$ とみなしている。これは、通常の incomplete を仮定した離散ゲームにおける信念の仮定とは異なる。具体的には、多くの incomplete 離散ゲームでは、 $(1/n_r) \sum_{j \in N_r} p_{j,r}$ ではなく、

$(1/(n_r - 1)) \sum_{j \in n_r, (j \neq i)} p_{j,r}$ を仮定する. この仮定は, 「主体 i は, $x_{-i,r}$ 及び $\varepsilon_{-i,r}$ が与えられた場合の行動, 及び, $x_{-i,r}$ については既知であるが, $\varepsilon_{-i,r}$ についてはその分布のみが既知で $\varepsilon_{-i,r}$ の実現値は未知であるとし, その合理的期待 (Rational expectation) として主体は $\mathbb{E}(y_{j,r}) = p_{j,r}$ を形成する」という想定に由来している. 一方 Brock and Durlauf では, 自分自身の行動に対する期待 $\mathbb{E}(y_{i,r}) = p_{i,r}$ も相互作用項に含む定式化を行っている. このような Brock and Durlauf の仮定は, 均衡解の性質を調べるといふ点において優れている.

Brock and Durlauf モデルの均衡解は, 以下の n_r 本の非線形連立方程式の解 ($p_r^* = (p_1^*, \dots, p_{n_r,r}^*)$) として与えられる.

$$p_{i,r}^* = 2F\left(\alpha'_{i,r} + \left(\frac{\phi}{n_r}\right) \sum_{j \in n_r} p_{j,r}^*\right) - 1 \quad (13)$$

ここで $(1/n_r) \sum_{j \in n_r} p_{j,r}^*$ は $i = 1, \dots, n_r$ で同一の値をとるので, $s^* = (1/n_r) \sum_{j \in n_r} p_{j,r}^*$ と仮定すると $p_{i,r}^* = 2F(\alpha'_{i,r} + \phi s^*) - 1$ となる. この式は, 準拠集団のマクロな状態と個人のミクロな選択行動との関係を表す均衡方程式とみなせる (図-2). さらに, 式(13)は s^* を用いて以下のように書き換えることができる.

$$s^* = \frac{1}{n_r} \sum_{j \in n_r} [2F(\alpha'_{j,r} + \phi s^*) - 1] \quad (14)$$

従って, 一本の非線形方程式の解として均衡解を定義できる. $\alpha'_{i,r} = 0$ の条件下においては, $\phi > 2$ のとき 2 つの局所的に安定な解と 1 つの局所的に不安定な解が, $\phi < 2$ のとき局所的に安定な解が 1 つ得られることが知られている²⁴⁾. $\alpha'_{i,r} \neq 0$ のときの複数均衡解の発現条件を明示的に示すことは困難であるが, $\alpha'_{i,r} \neq 0$ は個人間異質性を増大させることを示唆しており, Glaseser et al.²⁹⁾ が示唆するように, $\alpha'_{i,r} \neq 0$ の場合, 相互作用の影響が相対的に小さくなり, $\phi < 2$ の範囲では複数均衡は生じないことが想定される.

以上のように, Brock and Durlauf のモデルは, 均衡解の性質を把握する上で極めて有用であるが, 自分自身の行動に対する期待 $\mathbb{E}(y_{i,r}) = p_{i,r}$ を相互作用項に含めているため, Lee¹²⁾ の固定効果を用いた相関効果のモデル化は不可能 (識別できない) 点に注意されたい. 但し, incomplete 離散ゲームで頻繁に仮定される $\mathbb{E}(y_{j,r}) = p_{j,r}$ を採用した場合においても類似の均衡解の性質が存在することが Lee et al.³⁴⁾ によって示されており, 均衡解の解釈は Brock and Durlauf の枠組みで, モデル推定は Lee et al. の枠組みで対応しても実証分析上大きな問題はないものと考えられる.

次に, group ではなく network を扱う Lee et al.³⁴⁾ のモデルの均衡解の性質を調べる. Lee et al. モデルは, 以下のように記述できる.

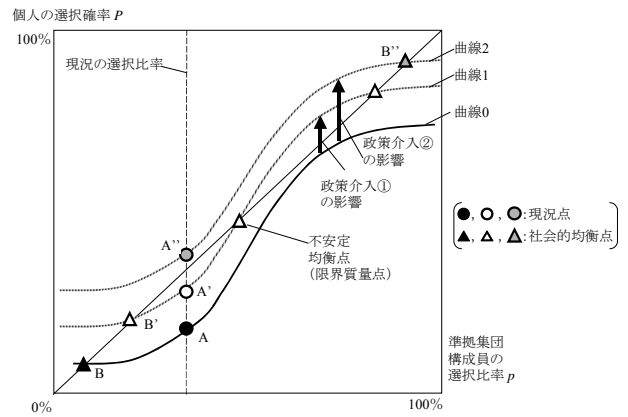


図-2 準拠集団のマクロな状態と個人のミクロな選択行動との関係 (出典: 福田ら²⁾)

$$p_{i,r} = 2F\left(\alpha'_{i,r} + \phi \sum_{j \in n_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} \mathbb{E}(y_{j,r})\right) - 1 \quad (15)$$

Brock and Durlauf モデルと同様に, Lee et al. のモデルの均衡解 $p_r^* = (p_1^*, \dots, p_{n_r,r}^*)$ は, 以下の n_r 本の非線形連立方程式の解として与えられる.

$$p_{i,r}^* = 2F\left(\alpha'_{i,r} + \phi \sum_{j \in n_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} p_{j,r}^*\right) - 1 \quad (16)$$

本モデルでは, $\sum_{j \in n_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} p_{j,r}^*$ が主体間でばらつきがあるため, Brock and Durlauf モデルとは異なり, 一本の非線形方程式に集約できない. 但し, この場合についても n_r 本の非線形方程式 (均衡方程式) のヤコビ行列 $\partial F(p_{i,r}) / \partial p_{j,r}$ ($i, j = 1, \dots, n_r$) の特性から複数均衡が生じるかどうかを確認することができる. 具体的には, Lee et al.³⁴⁾ は, Brock and Durlauf のモデルと同様に, network においても, $\phi < 2$ の範囲においては唯一解しか持たないことを示している. なお, $F(\cdot)$ に正規分布を仮定する場合, 誤差分散が小さくなるので, $\phi < \sqrt{2\pi}$ のとき唯一解しか持たない.

多項ロジットモデルの場合においても同様の手続きによって複数均衡の発生条件を確認する. 具体的には, 選択肢 $k = 1, \dots, K$ のうち K 番目のベース選択肢とその他の選択肢との効用差を $\alpha''_{ik,r} = \alpha'_{ik,r} - \alpha'_{iK,r}$, $p'_{ik,r} = p_{ik,r} - p_{iK,r}$, $\mathbb{E}(y'_{jk,r}) = \mathbb{E}(y_{jk,r}) - \mathbb{E}(y_{jK,r})$ と定義し, 2 項の場合と同様に $\sum_{j \in n_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gr} \mathbb{E}(y'_{jk,r}) = (1/n_r) \sum_{j \in n_r} p'_{jk,r}$ と仮定すると, 均衡解は以下の $n_r \times (K - 1)$ 本の非線形連立方程式の解として求められる.

$$p_{ik,r}^* = \frac{\exp(\alpha''_{ik,r} + (\phi/n_r) \sum_{j \in n_r} p_{jk,r}^*) - 1}{\sum_{k=1}^{K-1} \exp(\alpha''_{ik,r} + (\phi/n_r) \sum_{j \in n_r} p_{jk,r}^*) + 1} \quad (17)$$

この式は, 式(13)と同様に相互作用項に主体間の異質性が存在しないため, 式(14)と同様の手順によって $K - 1$ 本の連立方程式に集約できる. また, Lee et al.³⁴⁾ と同様に, 式(17)で定義される均衡方程式のヤコビ行列を調べ

ることにより、複数均衡が生じるかどうかを確認できる。具体的には、Brock and Durlauf⁴¹⁾は $\phi < K$ のとき唯一解しかもたないことを示している。このことは、多項モデルの方が複数均衡が生じにくいことを示唆している。

(4) 相互作用の推定

以上にみた線形モデルと離散選択モデルの推定方法について簡単に整理する。

a) 線形モデルの推定

まず、線形モデルの場合、モデルの式形が空間ラグモデルと類似しており、従ってその推定方法についても空間ラグモデルのアナロジーを応用したことが多い。Lee¹²⁾は、相関効果(固定効果)、外生効果、内生効果(group-average-complete)を有する線形モデルに対して、条件付き最尤法と操作変数法を用いた推定手法を提案している。Lee et al.⁴²⁾は、相関効果(固定効果+空間相関)、外生効果、内生効果(network-average-complete)を有する線形モデルに対して、擬似最尤法を用いた推定手法を提案している。Liu and Lee⁴³⁾は、相関効果(固定効果+空間相関)、外生効果、内生効果(network-aggregate-complete)を有する線形モデルに対して、2SLS 及び GMM を用いた推定手法を提案している。[average]とは異なり、[aggregate]では、Katz-Bonacich 中心性を操作変数として利用できる点を指摘している。なお、[incomplete]を扱った線形モデルは、Hoshino⁴⁴⁾等を除き多くは見られない。

b) 離散選択モデルの推定

離散選択モデルについては、上述したように、(1) 複数均衡が発生する可能性があること、(2) 一般に誘導型のモデルの導出が困難であること、が推定上の課題になる。まず、以下では[incomplete]の仮定のもとで、この問題を扱う幾つかの代表的な推定方法を述べる。

CCPs (conditional choice probabilities: two-step アプローチとも呼ばれる)では、式(13)、(16)、(17)といった不動点問題を想定し、以下の2つの段階を経て推定する。第一段階では、右辺の選択確率 $p_{j,r}^*$ に何らかの推定量を当てはめる。一般的に、経験分布からの推定量を当てはめる。第二段階では、第一段階で得た推定量を所与として(すなわち、外生変数としてみなし)、最尤法等でパラメータを推定する。CCPs は、計算時間は短いという利点があるものの、推定量の有効性の面では問題がある。この点を繰り返し計算によって改善する入れ子型疑似最尤法 NPL (nested pseudo-likelihood)が Aguirregabiria and Mira^{45,46)}により提案されている。この方法では、CCPs の二段階の計算を拡張し、二段階目の推定結果から得たモデルに基づき、再び第一段階目の選択確率 $p_{j,r}^*$ の推定量を更新し、それをもとに二段階目の推定を実施するという過程を収束するまで計算を繰り返す。一方、Rust⁴⁷⁾が提案している NFXP (nested fixed point algorithm)では、最尤法のルーチン

の内部において式(13)、(16)、(17)の不動点問題を解く。不動点問題の求解においては、線形モデルのように解析的に求められる場合は計算負荷はそれほど高くないが⁴⁸⁾、そうでない場合は、Picard の逐次近似法などの繰り返し計算を最尤法の内部で用いる必要がある。この場合には、NFXP の計算コストは高くなる。その他にも、MPEC (mathematical program with equilibrium constraints)として均衡解を解く方法⁴⁹⁾、Bayesian MCMC を用いた推定方法^{50,51)}等が提案されている。特に Bayesian MCMC を用いた方法は、階層ベイズとして記述することで相関効果(ランダム効果)を自然に導入できるなど、拡張性が高い。

以上の複数均衡の存在、及び誘導型の導出が困難なことに由来する推定上の工夫に加えて、相関効果、外生効果、内生効果を識別するためには、線形モデルの推定問題と同様の工夫が求められる。基本的には、(1) NPL や NFXP といった繰り返し計算を必要とする場合、各ステップにおける計算負荷の小さい推定方法を採用する、(2) 繰り返し計算を必要としない推定方法を採用する、という戦略が考えられる。前者については、たとえば、相関効果をランダム変数とする場合、線形一次近似に基づく縮約推定量^{52,53)}(この場合、解析的に縮約推定量が算出可能)を活用する方策が考えられる³⁹⁾。ただし、縮約推定量を繰り返し計算に含める場合、主体は、他の主体の相関効果に関する情報も有していることを想定したモデリングとなっている点に注意が必要である。主体は相関効果に関する情報を持たないとする場合、縮約推定量を除く形で繰り返し計算を実行すればよい。また、相関効果に固定効果を指定できる場合については、通常の NPL や NFXP をそのまま用いることができる。一方、後者については、前述したように、Bayesian MCMC を用いた推定が有用と考えられる。

一方、[complete]を仮定する場合、不動点問題として均衡解は定義できないため、Berry⁵⁴⁾や Tamer⁵⁵⁾といった均衡選択を推定アルゴリズム内に持つ推定方法が採用されることが多い。ただし、[complete]の場合、均衡解の数は主体数の増加に伴い増加するため、とりわけ他主体を扱う大域的相互作用のモデル化においては、(1) 主体の取り得る戦略に条件をつける⁵⁵⁾、(2) 効率的に均衡解を列挙するシミュレータを実装する⁵⁶⁾、といった工夫が必要になる。大域的相互作用に限ってみれば、[complete]を前提とすることが望ましい土木計画的課題は事象は多くはないものと思われるため(但し、[complete]のモデルは局所的相互作用を扱う上で極めて重要)、ここでは詳細なレビューは行わないが、たとえば Berry and Tamer⁵⁷⁾や Berry and Reiss⁵⁸⁾に関連手法のレビューがなされている。

c) 自己選択メカニズム

上記の議論においては、準拠集団・ネットワーク構造が既知であること、また、その構造が変化しないことを

前提としている。一方、居住地の選択、学校・職場の選択等を通じて、所属する準拠集団・ネットワークを自ら選択していることが想定される。このような自己選択メカニズム (self selection)²⁹⁾が想定される状況においては、準拠集団・ネットワーク構造が内生的に決定されるモデルを採用する等の対処が必要と考えられる。[group]を指定する場合、準拠集団の選択モデルを同時に推定する戦略が考えられる。準拠集団の数が多い場合であっても、Lee⁶⁾の近似法等を使うことにより、比較的容易に拡張することができる。[network]の場合、各主体ペアのつながりを直接モデル化する方法²⁹⁾と、何らかの外生変数に基づき主体間の近接性(重み)を測定する方法⁶⁾とが考えられる。前者は主体ペア数が指数的に増加する点が問題となるが、主体 ij 間がつながっている確率を推定した後、それを主体 ij 間のつながりの強さを表す重み $d_{ij,r}$ として直接用いることができる。後者の場合、主体 ij 間のつながりを直接モデル化する必要はないが、主体間の近接性を表現する適切な外生変数を用意する必要がある。

3. 都市・交通分野における SI 研究の動向

(1) 都市・交通分野の研究動向の整理の軸

本章では、都市・交通分野における社会的相互作用モデルを用いた実証研究の整理を行う。整理の軸は、以下の通りである。

- A) モデルの種類
- B) 実証分析の文脈
- C) 相互作用のタイプ (種類)
- D) 準拠集団の特定化
- E) 静学/動学
- F) 社会的相互作用のモデル化方法
- G) パラメータ推定方法

以下、それぞれの項目について説明する。

A) : 既往研究は、表-2 で示した線形モデル (linear model [LM]) を用いたものと、表-3 で示した離散選択モデル (discrete choice model [DC]) を用いたものの2つに分類される。それ以外、例えば duration model を用いた研究や順序付けロジット/プロビットを用いた研究は、本レビューの対象としない^{30),31),32)}。

B) : 都市・交通分野のどのような文脈で実証分析が行われているかという観点である。

C) : 個人の所属する準拠集団 (reference group) を想定するか [group]、個人毎のつながりを表すネットワークを想定するか [network] という観点と、つながりを持つ他主体の集計的な行動に影響を受けるとするか [aggregate]、平均的な行動に影響を受けるとするか [average] という観点の組み合わせである (第2章参照)。但し、ある準拠集団

を想定した場合でも、その中の個人に異なる重みが割り当てられる場合 (例えば立地位置に基づく距離の逆数ベースの重み) は、[network]に分類されるものとする。また、距離 100m 以内の地点に一律の重みを与える場合のように、準拠集団の特定にネットワーク情報を用いる場合も、[network]に分類されるものとする。

D) : 準拠集団をどのように特定化しているかという観点である。ここでは、準拠集団がモデル構築に用いるサンプル内 (in sample) であるか否かが重要となる。例えば、ある個人の電気自動車 (EV) 購入行動がモデル構築に用いるサンプル内の他者の平均的な EV 購入行動 (に対する合理的期待) から影響を受けると仮定すると、逆方向の影響 (自身の行動が他者に影響する) も存在するため、第2章で説明したように incomplete の仮定の下では不動点問題を解く必要が出てくる。一方、その行動が県レベルの平均的な EV 購入割合から影響を受けると仮定した場合、県レベルのマクロなシェアへのフィードバックは考慮されない場合が多い。なお、以下では、サンプル内のグループを、空間情報を用いて定義している場合は、サンプル内 (空間) (例えば市区町村ゾーンなど)、社会経済情報を用いて定義している場合は、サンプル内 (社会経済) (例えば所得階層など)、グループ化しない場合はサンプル内 (全体) と呼称する。

E) : モデルが静学的か、動学的かという観点である。ここでは簡単のため、自身、他者問わず時間方向のラグ付変数が考慮されている場合、動学的と定義する。

F) : SI のモデル化方法については、Manski⁹⁾の分類でいう、内生、相関、外生効果のうち、どの効果が考慮されているかという観点から整理する。

内生効果のモデル化については、Brock and Durlauf 流の SI モデルだけでなく、家庭経済学における家庭内所得分配世帯内相互作用、行動経済学における社会的選好モデルなど様々な分野で検討されてきた。これらをひとつの論文でカバーすることは困難であるため、本章のレビュー範囲は、Brock and Durlauf 流の SI モデルを用いたもの、及びそれと密接に関わるゲーム理論の実証研究 (例えば Ellickson⁶²⁾)、並びに空間計量経済学分野における実証研究に限ることを予めお断りしておく。

さて、線形モデルについては、SI 分野と空間計量経済学分野で用いられるモデルはほぼ共通している。一つの大きな差異は、前者ではグループ (準拠集団) を考えてグループ内のメンバーを区別せず、自身への均一の影響を想定することが多いのに対し、後者では距離の逆数のように、個人毎に異なる重みを想定する点にある。この差異に起因して相関効果の考慮の仕方も異なる。前者では、グループ毎のダミー変数を固定効果 (fixed effects [FE]) や変量効果 (random effects [RE]) として導入することが多いのに対し、後者では誤差の空間相関 (spatial error model

[SEM])として処理される場合が多い。近年では、FE と SEM を同時に用いたモデルも提案されている (Lee et al.⁴²⁾。但し、しばしばなされるように、自身も含めて同じグループ内であれば 1, そうでないとき 0 とする G を用いて説明平均の文脈/外生効果をモデル化したとき、文脈/外生効果にグループ内でバリエーションが無くなるため、相関効果を考慮するための FE/RE と識別できなくなるという問題が生じる³⁹⁾。したがって実証研究においては、力石ら³⁹⁾のように相関効果と文脈/外生効果を区別しない場合も多い。

一方離散選択モデルについては、SI あるいは実証ゲーム理論分野と空間計量経済学分野とで相互作用のモデル化方法が異なり、その差異が結果の解釈や必要なパラメータ推定法の差異を生み出している。すなわち、前者では他者の行動結果 (complete information [CI] の状況) や行動に対する主観的、あるいは合理的期待 (incomplete information [ICI] の状況) を自身の効用 (あるいは利潤) 関数に導入するのに対し、空間計量経済モデルでは、行動 y_1 と非行動 y_2 の下における効用差を $u = y_1 - y_2$ としたとき、自身の効用差 u_i が準拠集団内の他者 j の効用差 u_j から影響を受けるというモデル化を行う。これによって、相互作用パラメータのとり得る範囲が限定され、面倒な複数均衡の可能性が排除されるのが特徴的である (Kim and Parent⁶⁵⁾, p. 4)。

G) : パラメータ推定法の観点からの整理である。

(2) 都市・交通分野の研究動向の整理結果

以上のような観点から、既往研究を整理した結果を表-4 に示す。但し、特に線形モデルの既往研究は膨大であるため、ここではレビューを代表的な論文に限定しており網羅的なものとはなっていない。

(3) 線形モデル

線形モデルでは、他者との接続関係を network として考慮したもの、group として考慮したものの両者が見られたが、影響の形態はすべて average としてモデル化され、aggregate として影響をモデル化された事例はレビューした範囲内では存在しなかった。また、他者の影響はすべて y_j そのものからの影響として考慮されており ([CI]), ICI を仮定した例は見当たらなかった。このような例として、都市・交通分野外では Hoshino⁴⁹⁾が存在する。

Small⁶⁴⁾, Pinkse et al.⁶⁵⁾, Behrens et al.⁶⁶⁾ は、それぞれヘッドニック分析、空間価格競争、国際貿易の実証モデルとして SI モデル (空間計量経済モデル) を用いることのミクロ経済学的基礎を示した代表的研究である。Guiso and Schivardi⁶⁷⁾ は、準拠集団の特定化に空間情報だけでなく、企業セクターも考慮している。相関効果の処理については、FE を用いた研究と、SEM を用いた研究の両者が見

られた。Li and Lee⁶⁸⁾ (p. 265) が指摘するように、相関効果の一部は、セルフ・セレクションによると考えられるため、FE/RE の導入によってセルフ・セレクション (自己選択) バイアスは一定程度緩和されると期待される。一方、布施・久米⁶⁹⁾, Ioannides and Zabel²³⁾ は、それぞれソーシャルキャピタルの形成、住宅需要の社会的相互作用の文脈で、Heckman⁵⁹⁾ の方法を用いて明示的に自己選択バイアスの修正を試みている。近年では、社会ネットワーク行列 G を内生化する方向で自己選択バイアスを考慮する研究も進展しているが (Hsieh and Lee⁷⁰⁾; Qu and Lee⁶¹⁾), レビューの範囲内では都市・交通分野での適用事例は存在しなかった。パラメータの推定方法としては、ML 法あるいは IV 法を用いたものが多い。

(4) 離散選択モデル

一方離散選択モデルでは、[network; aggregate], [network; average], [group; aggregate], [group; average] の 4 種類の組み合わせすべてが確認された。準拠集団は、サンプル内と仮定したものが多く、特にサンプル内 (空間) に分類されるものが多い。一方 He et al.⁷¹⁾ や Okushima⁷²⁾ のように社会ネットワークを明示的に考慮した事例もある。社会ネットワークは観測が容易でないため、snowball sampling のような包括的調査を行う必要があるが^{73), 74)}、それが難しい場合には He et al.⁷¹⁾ や Kuwano⁷⁵⁾ のように、乱数を用いて発生させる方法も考えられる。

CI と ICI は同程度の割合で用いられていた。ICI では、他者の行動に対する主観的期待が数学的な客観的期待値に一致するとする、いわゆる合理的期待 (Muth⁷⁶⁾) が仮定されることが多いが、やや強い仮定であるため、各個人の準拠集団の規模が大きくなければ、Li and Lee⁶⁸⁾ で提案されているように、主観的期待をアンケートで直接尋ねることも検討の余地が出てくると思われる。

外生効果を考慮した研究は非常に少なく、レビューした範囲では Goetzke and Weinberger⁷⁷⁾, Morrison and Lin Lawell⁷⁸⁾ で内生効果と外生効果の両者を同時に考慮したモデルが採用されている程度であった。相関効果については、線形モデルと異なり、RE として処理している例が多い。唯一 Walker et al.⁷⁹⁾ は、FE として処理している。無論、3. (1) で述べたとおりクロスセクションデータにおいては、外生効果と相関効果は必ずしも分離が容易なわけではなく³⁹⁾、このような解釈は便宜上のものとならざるを得ない。

空間計量経済学的なアプローチを用いた事例としては、自動車工場の新規立地 (Klier and McMillen⁸⁰⁾), ハリケーンカトリナ後の商店の再開 (LeSage et al.⁸¹⁾), 物流施設の立地選択 (兵藤ら⁸²⁾) 等が見られた。

また松村ら⁸³⁾ は、混雑した都市鉄道における出発時刻選択について分析している。そこでは、他者の出発時刻

選択が混雑率指標を悪化させることを通して、自身に不効用を引き起こすというモデル化が行われている。同様に de Grange et al.⁸⁴⁾は、他者の自動車選択が道路渋滞を悪化させ、自身の旅行時間に影響するという形でのモデル化を行っている(説明変数の SI を通した内生性の考慮)。これらは相互作用の負の側面(混雑)に着目したものである一方、力石ら³⁹⁾は買物目的地選択の文脈において、にぎわい等の正の側面に着目した非市場的相互作用のモデル化を行っている。

パラメータ推定では ML 法を用いたものが多いが、特に ICI を仮定したモデルの場合では不動点問題を扱うため、2.(4)で説明した構造推定アプローチや繰り返し計算(Bayesian MCMC, EM algorithm, etc.)を用いているものも存在した。松村ら⁸³⁾は NPL 推定値の収束についての感度分析的考察も行っている。構造推定は都市・交通分野ではまだまだ適用事例が少ないため、このような感度分析的な考察や複数のアプローチの比較を行いながら、知見を蓄積していくことが重要であると考えられる。

4. おわりに

本論文では、2000年代半ば以降における社会的相互作用のミクロ計量経済分析と都市・交通分野での応用研究の動向についてのレビューを行った。まず、理論面のレビューより、従来からある大域的相互作用に加えて影響主体と被影響主体を Explicit に考慮する局所的相互作用に着目した計量モデルの研究進展が進んでおり、対象とする社会ネットワーク構造に対応してモデル側も柔軟な特定化ができつつあることが明らかになった。このことは特に、土木計画・交通計画において SI の影響先/被影響先がもはや匿名ではないフェーストウフェースでの相互依存性の実証分析をより厳密に行える可能性を示唆するものである。また行動モデルそのものに関して、福田ら²⁾では十分に明確にされていなかった線形モデルに関するより詳細な理論展開が進んでいることや、パラメータ推定方法に関して、構造推定アプローチやベイズアプローチなど、さらなる展開が進んでいることが確認できた。次に、以上の理論整理を行った上で、都市・交通分野の研究動向をレビューしたところ、従来から分析対象とされてきた領域に加えて、空間分析や社会ネットワークをより明示的に考慮した分析などが進展していることが確認された。本論文の貢献の一つは、2章での理論整理を踏まえてレビューの軸を構築した上で、3章において都市・交通分野の現状の研究動向をその整理に当てはめ、どのような観点からの応用研究が多い/少ないのかという点を一定程度まで明らかにできたことにあると考えている。

社会的相互作用の研究は、本論文でも関連する空間経済学研究を一部レビューしていることから分かるように、理論基盤はより一般的なものと考えられるだろう。それは Ioannides⁸⁵⁾の教科書のタイトル“From neighborhoods to nations”からも読み取ることができる。本レビュー論文が都市・交通分野における社会的相互作用研究のさらなる進展の一助となれば幸いである。

参考文献

- 1) Bentley, R. A., Brock, W. A., Caiado, C. C. S., and O'Brien, M. J.: Evaluating reproductive decisions as discrete choices under social influence, *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, Vol. 371, No. 1692, 2016.
- 2) 福田大輔, 上野博義, 森地茂: 社会的相互作用存在下での交通行動とミクロ計量分析, *土木学会論文集*, No.765/IV-64, pp.49-64, 2004.
- 3) 森川高行, 田中小百合, 萩野成康: 社会的相互作用を取り入れた個人選択モデル, *土木学会論文集*, No.569/IV-36, pp.53-63, 1997.
- 4) 松島格也: 戦略的相補性と交通市場. *土木計画学研究・論文集*. Vol. 21-1 (招待論文), pp. 11-22, 2004.
- 5) Dugundji, E., Paez, A., and Arentze, T.: Social networks, choices, mobility, and travel, *Environment and Planning B*, Vol. 35, pp. 956-960, 2008.
- 6) Timmermans, H. J. P., and Zhang, J.: Modeling household activity travel behavior: Examples of state of the art modeling approaches and research agenda, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 43, No. 2, pp. 187-190, 2009.
- 7) Dugundji, E. R., Paez, A., Arentze, T. A., and Walker, J. L.: Transportation and social interactions, *Transportation Research Part A*, Vol. 45, pp. 239-247s, 2011.
- 8) Auld, J., and Zhang, L.: Inter-personal interactions and constraints in travel behavior within households and social networks, *Transportation*, Vol. 40, No. 4, pp. 751-754, 2013.
- 9) Manski, C. F.: Identification of Endogenous Social Effects: The Reflection Problem, *The Review of Economic Studies*, Vol. 60, No. 3, pp. 531-542, 1993.
- 10) Durlauf, S. N., "Neighborhood effects," *Handbook of Regional and Urban Economics*, J. V. Henderson and J.-F. Thisse, eds., pp. 2173-2242, 2004.
- 11) Blume, L. E., Brock, W. A., Durlauf, S. N., and Jayaraman, R.: Linear Social Interactions Models, *Journal of Political Economy*, Vol. 123, No. 2, pp. 444-496, 2015.
- 12) Lee, L.-f.: Identification and estimation of econometric models with group interactions, contextual factors and fixed effects, *Journal of Econometrics*, Vol. 140, No. 2, pp. 333-374, 2007.
- 13) Bramoullé, Y., Djebbari, H., and Fortin, B.: Identification of peer effects through social networks, *Journal of Econometrics*, Vol. 150, No. 1, pp. 41-55, 2009.
- 14) Kelejian, H. H., and Prucha, I. R.: A Generalized Spatial Two-Stage Least Squares Procedure for Estimating a Spatial

- Autoregressive Model with Autoregressive Disturbances, *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 17, No. 1, pp. 99-121, 1998.
- 15) Patacchini, E., and Zenou, Y.: Juvenile Delinquency and Conformism, *Journal of Law, Economics, and Organization*, 2009.
 - 16) Ballester, C., Calvó-Armengol, A., and Zenou, Y.: Who's Who in Networks. Wanted: The Key Player, *Econometrica*, Vol. 74, No. 5, pp. 1403-1417, 2006.
 - 17) Liu, X., Patacchini, E., Zenou, Y., and Lee, L.-F.: Criminal networks: who is the key player?, CEPR Discussion Paper, No. 8772, 2012.
 - 18) 瀬谷創, 堤盛人: *空間統計学: 自然科学から人文・社会科学まで*, 朝倉書店, 2014.
 - 19) Liu, X., Patacchini, E., and Zenou, Y.: Endogenous peer effects: local aggregate or local average?, *Journal of Economic Behavior & Organization*, Vol. 103, pp. 39-59, 2014.
 - 20) Helsley, R. W., and Zenou, Y.: Social networks and interactions in cities, *Journal of Economic Theory*, Vol. 150, pp. 426-466, 2014.
 - 21) 大平悠季, 織田澤利守: 社会的ネットワークに基づく対面コミュニケーション行動の理論モデル分析, *土木学会論文集 D3 (土木計画学)*, Vol. 69, No.4, pp. 300-314, 2013.
 - 22) Del Bello, C. L., Patacchini, E., and Zenou, Y.: Peer Effects: Social or Geographical Distance?, Unpublished manuscript, Stockholm University, 2014.
 - 23) Ioannides, Y. M., and Soetevent, A. R.: Social networking and individual outcomes beyond the mean field case, *Journal of Economic Behavior & Organization*, Vol. 64, No. 3-4, pp. 369-390, 2007.
 - 24) Brock, W., and Durlauf, S.: Discrete choice with social interactions, *Review of Economic Studies*, Vol. 68, pp. 235-260, 2001.
 - 25) Brock, W., and Durlauf, S.: Interaction-based models, In: Heckman, J., Leamer, E. (Eds.), *Handbook of Econometrics*, vol. 5. North-Holland, 2001.
 - 26) Föllmer, H.: Random economies with many interacting agents, *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 1, No. 1, pp. 51-62, 1974.
 - 27) Blume, L. E.: The Statistical Mechanics of Strategic Interaction, *Games and Economic Behavior*, Vol. 5, No. 3, pp. 387-424, 1993.
 - 28) Blume, L., and Durlauf, S.: Equilibrium Concepts for Social Interaction Models, *International Game Theory Review*, Vol. 05, No. 03, pp. 193-209, 2003.
 - 29) Glaeser, E. L., Sacerdote, B., and Scheinkman, J. A.: Crime and Social Interactions, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 111, No. 2, pp. 507-548, 1996.
 - 30) de Paula, Á.: Inference in a synchronization game with social interactions, *Journal of Econometrics*, Vol. 148, No. 1, pp. 56-71, 2009.
 - 31) Sirakaya, S.: Recidivism and Social Interactions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 101, No. 475, pp. 863-877, 2006.
 - 32) Bajari, P., Hong, H., Krainer, J., and Nekipelov, D.: Estimating Static Models of Strategic Interactions, *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 28, No. 4, pp. 469-482, 2010.
 - 33) Soetevent, A. R., and Kooreman, P.: A discrete-choice model with social interactions: with an application to high school teen behavior, *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 22, No. 3, pp. 599-624, 2007.
 - 34) Lee, L.-f., Li, J., and Lin, X.: Binary choice models with social network under heterogeneous rational expectations, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 96, No. 3, pp. 402-417, 2014.
 - 35) 力石真, 藤原章正, 西川文人, 瀬谷創, 張峻屹: 近隣小売店の買物魅力度を内生化した地域住民の買物行動のモデル化, *土木計画学研究・講演集*, Vol. 51, CD-ROM, 2015.
 - 36) Brock, W. A., and Durlauf, S. N.: Identification of binary choice models with social interactions, *Journal of Econometrics*, Vol. 140, No. 1, pp. 52-75, 2007.
 - 37) Sweeting, A.: The strategic timing incentives of commercial radio stations: An empirical analysis using multiple equilibria, *The RAND Journal of Economics*, Vol. 40, No. 4, pp. 710-742, 2009.
 - 38) Blume, L. E., Brock, W., Durlauf, S., and Ioannides, Y. M., "Identification of social interactions," *Handbook of Social Economics*, J. Benhabib, A. Bisin and M. O. Jackson, eds., Amsterdam: Elsevier Science, 2011.
 - 39) Lin, X.: Identifying Peer Effects in Student Academic Achievement by Spatial Autoregressive Models with Group Unobservables, *Journal of Labor Economics*, Vol. 28, No. 4, pp. 825-860, 2010.
 - 40) 千木良弘朗, 早川和彦, 山本拓: *動学パネルデータ分析*, 知泉書館, 2011.
 - 41) Brock, W. A., and Durlauf, S. N.: Multinomial Choice with Social Interactions, National Bureau of Economic Research Technical Working Paper Series, Vol. No. 288, 2003.
 - 42) Lee, L.-f., Liu, X., and Lin, X.: Specification and estimation of social interaction models with network structures, *Econometrics Journal*, Vol. 13, No. 2, pp. 145-176, 2010.
 - 43) Liu, X., and Lee, L.-f.: GMM estimation of social interaction models with centrality, *Journal of Econometrics*, Vol. 159, No. 1, pp. 99-115, 2010.
 - 44) Hoshino, T.: Two-Step Estimation of Incomplete Information Social Interaction Models with Missing Outcome Data, (February 2, 2016). Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2675596>, 2016.
 - 45) Aguirregabiria, V., and Mira, P.: Swapping the nested fixed point algorithm: A class of estimators for discrete Markov decision models, *Econometrica*, Vol. 70, No. 4, pp. 1519-1543, 2002.
 - 46) Aguirregabiria, V., and Pedro, M.: Sequential estimation of dynamic discrete games, *Econometrica*, Vol. 75, No. 1, pp. 1-53, 2007.
 - 47) Rust, J.: Optimal Replacement of GMC Bus Engines: An

- Empirical Model of Harold Zurcher, *Econometrica*, Vol. 55, No. 5, pp. 999-1033, 1987.
- 48) Fosgerau, M., Frejinger, E., and Karlstrom, A.: A link based network route choice model with unrestricted choice set, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 56, pp. 70-80, 2013.
- 49) Su, C.-L., and Judd, K. L.: Constrained Optimization Approaches to Estimation of Structural Models, *Econometrica*, Vol. 80, No. 5, pp. 2213-2230, 2012.
- 50) Misra, S.: Markov Chain Monte Carlo for incomplete information discrete games, *Quantitative Marketing and Economics*, Vol. 11, No. 1, pp. 117-153, 2013.
- 51) Imai, S., Jain, N., and Ching, A.: Bayesian Estimation of Dynamic Discrete Choice Models, *Econometrica*, Vol. 77, No. 6, pp. 1865-1899, 2009.
- 52) Lindstrom, M. J., and Bates, D. M.: Nonlinear mixed effects models for repeated measures data, *Biometrics*, Vol. 46(3), pp. 673-687, 1990.
- 53) Pinheiro, J., xe, C, and Bates, D. M.: Approximations to the Log-Likelihood Function in the Nonlinear Mixed-Effects Model, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol. 4, No. 1, pp. 12-35, 1995.
- 54) Berry, S. T.: Estimation of a Model of Entry in the Airline Industry, *Econometrica*, Vol. 60, No. 4, pp. 889-917, 1992.
- 55) Tamer, E.: Incomplete Simultaneous Discrete Response Model with Multiple Equilibria, *The Review of Economic Studies*, Vol. 70, No. 1, pp. 147-165, 2003.
- 56) Bajari, P., Hong, H., and Ryan, S. P.: Identification and Estimation of a Discrete Game of Complete Information, *Econometrica*, Vol. 78, No. 5, pp. 1529-1568, 2010.
- 57) Berry, S., and Tamer, E., *Identification in Models of Oligopoly Entry Advances in Economics and Econometrics*: Cambridge University Press, 2006.
- 58) Berry, S., and Reiss, P., "Chapter 29 Empirical Models of Entry and Market Structure," *Handbook of Industrial Organization*, M. Armstrong and R. Porter, eds., pp. 1845-1886: Elsevier, 2007.
- 59) Heckman, J.: Sample selection bias as a specification error, *Econometrica*, Vol. 47, No. 1, pp. 153-161, 1979.
- 60) Lee, L.-F.: Generalized econometric models with selectivity, *Econometrica*, Vol. 51, No. 2, pp. 507-512, 1983.
- 61) Qu, X., and Lee, L.-f.: Estimating a spatial autoregressive model with an endogenous spatial weight matrix, *Journal of Econometrics*, Vol. 184, No. 2, pp. 209-232, 2015.
- 62) Ellickson, P. B., and Misra, S.: Structural Workshop Paper-Estimating Discrete Games, *Marketing Science*, Vol. 30, No. 6, pp. 997-1010, 2011.
- 63) Kim, C., and Parent, O.: Modeling individual travel behaviors based on intra-household interactions, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 57, pp. 1-11, 2016.
- 64) Small, K. A., and Steimetz, S. S. C.: Spatial hedonics and the willingness to pay for residential amenities, *Journal of Regional Science*, Vol. 52, No. 4, pp. 635-647, 2012.
- 65) Pinkse, J., Slade, M. E., and Brett, C.: Spatial Price Competition: A Semiparametric Approach, *Econometrica*, Vol. 70, No. 3, pp. 1111-1153, 2002.
- 66) Behrens, K., Ertur, C., and Koch, W.: 'Dual' Gravity: Using Spatial Econometrics to Control for Multilateral Resistance, *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 27, No. 5, pp. 773-794, 2012.
- 67) Guiso, L., and Schivardi, F.: Spillovers in Industrial Districts, *The Economic Journal*, Vol. 117, No. 516, pp. 68-93, 2007.
- 68) Li, J., and Lee, L.-f.: Binary choice under social interactions: an empirical study with and without subjective data on expectations, *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 24, No. 2, pp. 257-281, 2009.
- 69) 布施匡章, 久米功一: 持ち家のソーシャル・キャピタル形成に与える影響に関する分析: 泉北ニュータウンの住民アンケートを用いて, *都市住宅学*, Vol. 2008, No. 60, pp. 135-144, 2008.
- 70) Hsieh, C.-S., and Lee, L. F.: A Social Interactions Model with Endogenous Friendship Formation and Selectivity, *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 31, No. 2, pp. 301-319, 2016.
- 71) He, L., Wang, M., Chen, W., and Conzelmann, G.: Incorporating social impact on new product adoption in choice modeling: A case study in green vehicles, *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, Vol. 32, pp. 421-434, 2014.
- 72) Okushima, M.: Simulating social influences on sustainable mobility shifts for heterogeneous agents, *Transportation*, Vol. 42, No. 5, pp. 827-855, 2015.
- 73) Kowald, M., and Axhausen, K. W.: Focusing on Connected Personal Leisure Networks: Selected Results from a Snowball Sample, *Environment and Planning A*, Vol. 44, No. 5, pp. 1085-1100, 2012.
- 74) Kowald, M., and Axhausen, K. W.: Surveying data on connected personal networks, *Travel Behaviour and Society*, Vol. 1, No. 2, pp. 57-68, 2014.
- 75) Kuwano, M., Chikaraishi, M., and Fujiwara, A.: Factors that Promote Personal Mobility in Relation to the Social Network in Old Newtown, *Asian Transport Studies*, Vol. 3, No. 1, pp. 108-124, 2014.
- 76) Muth, J. F.: Rational Expectations and the Theory of Price Movements, *Econometrica*, Vol. 29, No. 3, pp. 315-335, 1961.
- 77) Goetzke, F., and Weinberger, R.: Separating Contextual from Endogenous Effects in Automobile Ownership Models, *Environment and Planning A*, Vol. 44, No. 5, pp. 1032-1046, 2012.
- 78) Morrison, G. M., and Lin Lawell, C. Y. C.: Driving in force: The influence of workplace peers on commuting decisions on U.S. military bases, *Journal of Economic Behavior & Organization*, Vol. 125, pp. 22-40, 2016.
- 79) Walker, J. L., Ehlers, E., Banerjee, I., and Dugundiji, E. R.: Correcting for endogeneity in behavioral choice models with social influence variables, *Transportation Research Part A*, Vol. 45, pp. 362-374, 2011.
- 80) Klier, T., and McMillen, D. P.: Evolving agglomeration in the

- U.S. auto supplier industry, *Journal of Regional Science*, Vol. 48, No. 1, pp. 245-267, 2008.
- 81) LeSage, J.P., Kelley Pace, R., Lam, N., Campanella, R., and Liu, X.: New Orleans business recovery in the aftermath of Hurricane Katrina, *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, Vol. 174, No. 4, pp. 1007-1027, 2011.
- 82) 兵藤哲朗, 坂井孝典, 河村和哉: 東京都市圏物資流動調査による空間相関を考慮した物流施設立地選択モデルの検討, *土木学会論文集 D3 (土木計画学)*, Vol. 71, No. 4, pp. 156-167, 2015.
- 83) 松村杏子, 武藤滋夫, 福田大輔, 柳沼秀樹: 混雑した都市鉄道における出発時刻選択モデルの構造推定: ゲーム理論に基づいた実証研究, *土木計画学研究・講演集*, Vol. 45, CD-ROM, 2012.
- 84) de Grange, L., González, F., Vargas, L., and Troncoso, R.: A Logit Model With Endogenous Explanatory Variables and Network Externalities, *Networks and Spatial Economics*, 2015.
- 85) Ioannides, Y. M., *From Neighborhoods to Nations: The Economics of Social Interactions*, Princeton: Princeton University Press, 2013.
- 86) 塚井誠人, 江尻良, 奥村誠, 小林潔司: 社会資本の生産性とスピルオーバー効果, *土木学会論文集*, No. 716, pp. 53-67, 2002.
- 87) 八田達夫, 唐渡広志: 都心ビル容積率緩和の便益と交通量増大効果の測定, *運輸政策研究*, Vol. 9, No. 4, pp. 2-16, 2007.
- 88) Ioannides, Y. M., and Zabel, J. E.: Interactions, neighborhood selection and housing demand, *Journal of Urban Economics*, Vol. 63, No. 1, pp. 229-252, 2008.
- 89) 大島英幹, 古谷知之, 福井弘道: 国際航空路線開設自由化の地域内総生産・炭素排出量への影響分析, *運輸政策研究*, Vol. 12, No. 2, pp. 36-32, 2009.
- 90) Adjemian, M. K., Cynthia Lin, C. Y., and Williams, J.: Estimating spatial interdependence in automobile type choice with survey data, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 44, No. 9, pp. 661-675, 2010.
- 91) Patacchini, E., and Venanzoni, G.: Peer effects in the demand for housing quality, *Journal of Urban Economics*, Vol. 83, pp. 6-17, 2014.
- 92) 佐々木邦明, 西井和夫, 土屋勇太: パークアンドバスライド利用意向がマクロの利用率から受ける影響に関する研究, *土木計画学研究・論文集*, Vol. 20, pp. 835-841, 2003.
- 93) 福田大輔, 渡邊健, 屋井鉄雄: 利用者間の相互依存性を考慮した ETC 車載器普及モデル, *土木計画学研究・論文集*, Vol. 21, No. 2, pp. 463-472, 2004.
- 94) Seim, K.: An Empirical Model of Firm Entry with Endogenous Product-Type Choices, *The RAND Journal of Economics*, Vol. 37, No. 3, pp. 619-640, 2006.
- 95) Bayer, P., and Timmins, C.: Estimating Equilibrium Models of Sorting Across Locations, *The Economic Journal*, Vol. 117, No. 518, pp. 353-374, 2007.
- 96) Fukuda, D., and Morichi, S.: Incorporating aggregate behavior in an individual's discrete choice: An application to analyzing illegal bicycle parking behavior, *Transportation Research Part A*, Vol. 41, pp. 313-325, 2007.
- 97) 三輪富生, 山本俊行, 森川高行: 駐車場所一駐車時間選択行動への離散一連続選択モデルの適用と駐車料金施策分析, *都市計画論文集*, Vol. 43, No. 1, pp. 34-41, 2008.
- 98) Dugundji, E. R., and Gulyás, L.: Sociodynamic Discrete Choice on Networks in Space: Impacts of Agent Heterogeneity on Emergent Outcomes, *Environment and Planning B: Planning and Design*, Vol. 35, No. 6, pp. 1028-1054, 2008.
- 99) Páez, A., Scott, D. M., and Volz, E.: A Discrete-Choice Approach to Modeling Social Influence on Individual Decision Making, *Environment and Planning B: Planning and Design*, Vol. 35, No. 6, pp. 1055-1069, 2008.
- 100) 松原司, 桑野将司, 塚井誠人: 選別・選択段階における他者への同調効果を考慮した電気自動車普及要因に関する研究, *土木学会論文集 D3 (土木計画学)*, Vol. 68, No. 5, pp. I_691-I_699, 2012.
- 101) 溝上章志, 梶原康至, 円山琢也: バストリガー制導入のための需要予測モデルと契約成立条件, *土木学会論文集(土木計画学)*, Vol. 68, No. 5, pp. I_589-I_597, 2012.
- 102) Vitorino, M. A.: Empirical Entry Games with Complementarities: An Application to the Shopping Center Industry, *Journal of Marketing Research*, Vol. 49, No. 2, pp. 175-191, 2012.
- 103) 高山雄貴: 空間経済システムにおける経済集積のパターン形成メカニズム, *土木学会論文集 D3 (土木計画学)*, Vol. 69, No. 5, pp. I_31-I_46, 2013.
- 104) Kim, J., Rasouli, S., and Timmermans, H.: Expanding scope of hybrid choice models allowing for mixture of social influences and latent attitudes: Application to intended purchase of electric cars, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 69, pp. 71-85, 2014.
- 105) Sidharthan, R., and Bhat, C. R.: Incorporating Spatial Dynamics and Temporal Dependency in Land Use Change Models, *Geographical Analysis*, Vol. 44, No. 4, pp. 321-349, 2012.
- 106) Wang, C.-H., Akar, G., and Guldmann, J.-M.: Do your neighbors affect your bicycling choice? A spatial probit model for bicycling to The Ohio State University, *Journal of Transport Geography*, Vol. 42, pp. 122-130, 2015.

(2016. 4. 22 受付)

表-2 相互作用を考慮した線形モデルの例

著者	効用関数	$\frac{\partial^2 u_{i,r}}{\partial y_{i,r} \partial y_{j,r}}$	需要関数	需要関数 (行列表記) [完備情報下における均衡時の行動]
Manski (1993) ⁹⁾	Not explicitly mentioned	-	$y_{i,r} = \phi E(y_{i,r}) + \gamma E(x_{i,r}) + \beta x_{i,r} + \eta_r + \varepsilon_{i,r}$	-
Local-average モデル (Patacchini & Zenou, 2009; Bramoullé et al., 2009) ^{13), 15)}	$u_{i,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = \tilde{\alpha}_{i,r} y_{i,r} - \frac{1}{2} y_{i,r}^2 - \frac{\lambda}{2} (y_{i,r} - \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{j,r})^2$	$\lambda \tilde{g}_{ij,r}^{ne}$	$y_{i,r} = \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{j,r} + \alpha_{i,r}$	$\mathbf{y}_r = (\mathbf{I}_{n_r} - \phi \tilde{\mathbf{G}}_r^{ne})^{-1} \boldsymbol{\alpha}_r$
Local-aggregate モデル (Ballester et al., 2006; Liu et al., 2012) ^{16), 17)}	$u_{i,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = \alpha_{i,r} y_{i,r} - \frac{1}{2} y_{i,r}^2 + \phi \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{ne} y_{i,r} y_{j,r}$	$\phi g_{ij,r}^{ne}$	$y_{i,r} = \phi \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{ne} y_{j,r} + \alpha_{i,r}$	$\mathbf{y}_r = (\mathbf{I}_{n_r} - \phi \mathbf{G}_r^{ne})^{-1} \boldsymbol{\alpha}_r$
Hybrid モデル (Liu et al., 2014) ¹⁹⁾	$u_{i,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = (\tilde{\alpha}_{i,r} + \lambda' \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{ne} y_{j,r}) y_{i,r} - \frac{1}{2} [y_{i,r}^2 + \lambda (y_{i,r} - \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{j,r})^2]$	$\lambda' g_{ij,r} + \lambda \tilde{g}_{ij,r}$	$y_{i,r} = \phi_{ag} \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{ne} y_{j,r} + \phi_{av} \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{j,r} + \alpha_{i,r}$	$\mathbf{y}_r = (\mathbf{I}_{n_r} - \phi_{ag} \mathbf{G}_r^{ne} - \phi_{av} \tilde{\mathbf{G}}_r^{ne})^{-1} \boldsymbol{\alpha}_r$
Helsley and Zenou (2014) ²⁰⁾	$u_{i,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = w_i + \pi_i y_{i,r} - \frac{1}{2} y_{i,r}^2 + \phi \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r} y_{i,r} y_{j,r}$	$\phi g_{ij,r}$	$y_{i,r} = \pi_i + \phi \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r} y_{j,r}$ ($\pi_i = \pi - t_i$)	$\mathbf{y}_r = (\mathbf{I}_{n_r} - \phi \mathbf{G}_r^{ne})^{-1} \boldsymbol{\pi}$
大平・織田澤 (2013) ²¹⁾	$u_{i,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = z_i + \pi \sum_{k=1}^{n_r} g_{ik,r}^{ne} y_{ik,r} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_r} g_{ik,r}^{ne} y_{ik,r}^2 + \phi \sum_{k=1}^{n_r} [g_{ik,r}^{ne} y_{ik,r} \sum_{l=1}^{n_r} g_{kl,r}^{ne} y_{kl,r}]$ subject to $w_i = z_i + p_j \sum_{k=1}^{n_r} y_{ik,r} + \sum_{k=1}^{n_r} y_{ik,r} t_{ik}$	$\phi g_{ik,r}^{ne} g_{kl,r}$ $\left(\frac{\partial^2 u_{i,r}}{\partial y_{ik,r} \partial y_{kl,r}} \right)$ を計算	$y_{ij,r} = \tilde{\pi}_{ij} + \phi \sum_{l=1}^{n_r} g_{il,r}^{ne} y_{l,r}$ ($\tilde{\pi}_{ij} = \pi - p_j - t_{ij}; y_{i,r} = \sum_{j=1}^{n_r} y_{ij,r}$)	$\mathbf{y}_r = (\mathbf{I}_{n_r} - \phi \tilde{\mathbf{G}}_r^{ne})^{-1} \tilde{\boldsymbol{\pi}}$ 但し $\tilde{\mathbf{G}}_r^{ne}$ の要素は $\tilde{g}_{ij,kl,r} = \begin{cases} g_{ij,r} \times g_{kl,r} & \text{if } j = k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$
Del Bello et al. (2014) ²²⁾	$u_{i,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r^{SD}, \mathbf{g}_r^{GD}) = \alpha_{i,r} y_{i,r} - \frac{1}{2} y_{i,r}^2 + \phi^{SD} \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{SD} y_{i,r} y_{j,r} + \phi^{GD} \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{GD} y_{i,r} y_{j,r}$ (SD: 社会的距離, GD: 地理的距離)	$\phi^{SD} g_{ij,r}^{SD} + \phi^{GD} g_{ij,r}^{GD}$	$y_{i,r} = \phi^{SD} \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{SD} y_{j,r} + \phi^{GD} \sum_{j=1}^{n_r} g_{ij,r}^{GD} y_{j,r} + \alpha_{i,r}$	$\mathbf{y}_r = (\mathbf{I}_{n_r} - \phi^{SD} \mathbf{G}_r^{SD} - \phi^{GD} \mathbf{G}_r^{GD})^{-1} \boldsymbol{\alpha}_r$
Ioannides and Soetevent (2007) ²³⁾	$u_{is,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = E(\sum_{t=s}^{\infty} \delta^{t-s} \tilde{u}_{it,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) \Psi_{it})$, where $\tilde{u}_{it,r}(\mathbf{y}_r, \mathbf{g}_r) = \alpha_{i,r} y_{it,r} - \frac{1}{2} (1 - \zeta - \phi) y_{it,r}^2 - \frac{\zeta}{2} (y_{it,r} - E(y_{it+1,r}))^2 - \frac{\phi}{2} (y_{it,r} - \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{jt-1,r})^2 + \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{jt-1,r} x_{i,r} \omega$ (原著論文のネットワーク維持費用項は省略)	$\frac{\zeta}{n_r} + \phi \tilde{g}_{ij,r}$ $\left(\frac{\partial^2 u_{i,r}}{\partial y_{it,r} \partial y_{jt-1,r}} \right)$ を計算	$y_{it,r} = \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} y_{jt-1,r} + \zeta E(y_{it-1,r}) + \delta \frac{\gamma}{n_r} E(y_{it+1,r} - E(y_{it,r}) \Psi_{it}) + \alpha_{i,r}$	-

(1) $\alpha_{i,r} = \gamma \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r} x_{j,r} + \beta x_{i,r} + \eta_r + \varepsilon_{i,r}$ (外生効果, 相関効果を反映した定式化の場合); (2) $\tilde{\alpha}_{i,r} = \tilde{\gamma} \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r} x_{j,r} + \tilde{\beta} x_{i,r} + \tilde{\eta}_r + \tilde{\varepsilon}_{i,r}$, where $\gamma = \frac{\tilde{\gamma}}{1+\lambda}$, $\beta = \frac{\tilde{\beta}}{1+\lambda}$, $\eta_r = \frac{\tilde{\eta}_r}{1+\lambda}$, $\varepsilon_{i,r} = \frac{\tilde{\varepsilon}_{i,r}}{1+\lambda}$ (外生効果, 相関効果をすべて反映した定式化の場合); (3) \mathbf{I} : すべての要素が1の $n_r \times n_r$ 行列; (4) $\lambda = \phi(1 - \phi)$; (5) $\alpha_{i,r} = \gamma \tilde{x}_{i,r} + \eta_r + \varepsilon_{i,r}$ (最も一般的な場合); (6) w_i : 所得, (7) t_i : 主体 i が都市を訪問する際にかかる交通コスト, (8) z_i : 合成財の消費量, (9) p_j : 単位訪問あたりのコミュニケーション費用; (9) t_{ij} : 主体 i が主体 j を訪問する際にかかる交通コスト

表-3 相互作用を考慮した離散選択モデルの例

著者	効用関数	選択確率	メモ
Follmer (1974) ²⁶⁾	$\phi z_{i,r} \sum_{j \in N_r} g_{ij,r} z_{j,r}$ (Not explicitly mentioned)	$p(z_{i,r}) \propto \exp(\phi z_{i,r} \sum_{j \in N_r} g_{ij,r} z_{j,r})$ 但し $z_{i,r} \in \{-1, 1\}$ で、主体は v 次元格子空間上の隣接する他主体と相互作用を持つと仮定	ϕ が一定以上の値をとる場合、複数均衡が発現。観測個人間異質性は考慮されていない。
Glaeser et al (1996) ²⁹⁾	$U_{i,r} = k_{T(i)} z_{i,r} + \phi_{T(i)} g_{ij,r} z_{i-1,r}$ (但し、Type 0: $k_{T(i)} < 0, \phi_{T(i)} = 0$, Type 0, Type 1: $k_{T(i)} > 0, \phi_{T(i)} = 0$, Type 2: $k_{T(i)} = 0, \phi_{T(i)} > 0$)	$z_{i,r} = \begin{cases} 1 & \text{if } U_{i,r} > 0 \\ -1 & \text{if } U_{i,r} \leq 0 \end{cases}$	Type-3 の主体をそれぞれ p_0, p_1, p_2 の確率で直線上に配置した場合、準拠集団 r の集計的行動は次の中心極限定理に従うことを証明: $\frac{\sum_{i=1}^n y_{i,r}}{\sqrt{2n+1}} \rightarrow N\left(0, \frac{p(1-p)(2-\pi)}{\pi}\right)$ where $p = \frac{p_1}{p_1+p_2}, \pi = p_0 + p_1$. 非観測個人間異質性無。複数均衡無。
Brock and Durlauf (2001a&b, 2003) ^{24), 25), 41)}	$U_{i,k,r} = \alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gt} \mathbb{E}(y_{jk,r}) + \varepsilon_{i,k,r}$ $\varepsilon_{i,k,r} \sim iid \text{ Gumbel}(0, \theta)$	$p_{i,k,r} = \frac{\exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gt} \mathbb{E}(y_{jk,r})\right)\right)}{\sum_{k=1}^K \exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gt} \mathbb{E}(y_{jk,r})\right)\right)}$ $\mathbb{E}(y_{i,k,r}) = p_{i,k,r}$	統計力学における平均場近似モデルに観測個人間異質性を導入し、ランダム効用最大化理論として相互作用モデルを定式化。 $\varepsilon_{i,k,r}$ が Gumbel 分布に従わない場合の識別問題は Brock and Durlauf ²⁶⁾ を参照。複数均衡有。
Soetevent and Kooreman (2007) ³³⁾	$U_{i,k,r} = \alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gt} y_{jk,r} + \varepsilon_{i,k,r}$ $\varepsilon_{i,k,r} \sim iid \text{ Gumbel}(0, \theta)$	$p_{i,k,r} = \frac{\exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gt} y_{jk,r}\right)\right)}{\sum_{k=1}^K \exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{gt} y_{jk,r}\right)\right)}$	Brock and Durlauf (2001) の complete への展開。2 項の場合について検討。複数均衡有。
Lee et al. (2014) ³⁴⁾	$U_{i,k,r} = \alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} \mathbb{E}(y_{jk,r}) + \varepsilon_{i,k,r}$ $\varepsilon_{i,k,r} \sim iid \text{ Gumbel}(0, \theta)$	$p_{i,k,r} = \frac{\exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} \mathbb{E}(y_{jk,r})\right)\right)}{\sum_{k=1}^K \exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^{ne} \mathbb{E}(y_{jk,r})\right)\right)}$	$\mathbb{E}(y_{i,k,r}) = p_{i,k,r}$ を仮定。Brock and Durlauf (2001) の network への展開。2 項の場合について検討。複数均衡有。
Bajari et al. (2010) ³²⁾	$U_{i,k,r} = \alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} g_{ij,r}^{gt} \mathbb{E}(y_{jk,r}) + \varepsilon_{i,k,r}$ $\varepsilon_{i,k,r} \sim iid \text{ Gumbel}(0, \theta)$	$p_{i,k,r} = \frac{\exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} g_{ij,r}^{gt} \mathbb{E}(y_{jk,r})\right)\right)}{\sum_{k=1}^K \exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} g_{ij,r}^{gt} \mathbb{E}(y_{jk,r})\right)\right)}$ $\mathbb{E}(y_{i,k,r}) = p_{i,k,r}$	$\mathbb{E}(y_{i,k,r}) = p_{i,k,r}$ を仮定。Brock and Durlauf (2001) の aggregate への展開。2 項の場合について検討。複数均衡有。
力石ら (2015) ³⁵⁾	$U_{i,k,r} = \alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} N_{pop} \mathbb{E}(y_{jk,r}) + \varepsilon_{i,k,r}$ $\varepsilon_{i,k,r} \sim iid \text{ Gumbel}(0, \theta)$	$p_{i,k,r} = \frac{\exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} N_{pop} \mathbb{E}(y_{jk,r})\right)\right)}{\sum_{k=1}^K \exp\left(\theta\left(\alpha'_{i,k,r} + \phi \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} N_{pop} \mathbb{E}(y_{jk,r})\right)\right)}$ $\mathbb{E}(y_{i,k,r}) = p_{i,k,r}, N_{pop}$: 標本 N_r の母集団の人口	$\mathbb{E}(y_{i,k,r}) = p_{i,k,r}$ を仮定。母集団全体の相互作用を外挿した aggregate モデル。2 項の場合について検討。複数均衡有。

(1) $\alpha'_{i,k,r} = \gamma \sum_{j \in N_r, (j \neq i)} \tilde{g}_{ij,r}^x y_{jk,r} + \beta x_{i,k,r} + \eta_{r,k}$ (外生効果, 相関効果を反映した定式化の場合)

表-4 相互作用を考慮した実証分析例

番号	著者	モデルの種類 [線形/離散]	年	分析対象	相互作用の種類 [group / network] [average / aggregate]	Reference group	静的/ 動的	内生効果		相関効果		推定方法
								完備情報 [CI]/不完 備情報 [ICI] /効用 [U]	外生 効果	固定効果 [FE]/ラ ンダム効果 [RE]/ 空間自己相関 [SEM]/自己選択 [SS]	SEM	
1	塚井ら ⁸⁶⁾	LM	2002	生産性分析	network; average	サンプル内(空間)	静的	CI	○	SEM	SEM	ML
2	Pinkse et al. ⁶⁵⁾	LM	2002	ガソリンスタンドの価格競争	network; average	サンプル内(空間)	静的	CI				IV
3	八田・唐戸 ⁸⁷⁾	LM	2007	交通量,労働者数,居住人口の連立方程式	network; average	サンプル内(空間)	静的	CI		SEM		Three-stage LS
4	Guiso & Schivardi ⁶⁷⁾	LM	2007	企業の労働力調整	group; average	サンプル内(空間/社会経済)	静的	CI		FE		-
5	布施・久米 ⁶⁹⁾	LM	2008	ソーシャルキャピタル形成	group; average	サンプル内(空間)	静的	CI		SS		Two-step IV
6	Ioannides & Zabel ⁸⁸⁾	LM	2008	住宅需要	group; average	サンプル内(空間)	静的	CI	○	SS		ML
7	大島ら ⁸⁹⁾	LM	2009	生産性分析	network; average	サンプル内(空間)	静的	CI				ML
8	Adjemian et al. ⁹⁰⁾	LM	2010	自動車保有(集計)	network; average	サンプル内(空間)	静的	CI		SEM		ML
9	Behrens et al. ⁶⁶⁾	LM	2012	国際貿易	network; average	サンプル内(空間)	静的	CI		SEM		ML
10	Small ⁶⁴⁾	LM	2012	ヘッドニック	network; average	サンプル内(空間)	静的	CI				ML
11	Patacchini & Venanzoni ⁹¹⁾	LIM	2014	住宅のメンテナンス	network; average	サンプル内(空間)	静的	CI	○	FE		IV
12	佐々木ら ⁹²⁾	DC	2003	P&BR 利用意向	group; average	職場	静的	CI				-
13	福田ら ⁹³⁾	DC	2004	ETC 普及	group; average	サンプル内(全体)	動的	ICI				ML
14	Seim ⁹⁴⁾	DC	2006	ビデオ小売業者の立地選択	group; average	サンプル内(空間)	静的	ICI		RE		NFP
15	Bayer & Timmins ⁹⁵⁾	DC	2007	立地選択	group; average	サンプル内(空間)	静的	ICI		RE		Two-step
16	Fukuda & Morichi ⁹⁶⁾	DC	2007	迷惑駐輪	group; average	サンプル内(全体)	静的	ICI				ML
17	三輪ら ⁹⁷⁾	DC	2008	駐車ポジットシステムの受容	group; average	県	静的	CI				ML
18	Dugundji & Gulýás ⁹⁸⁾	DC	2008	交通手段選択	network; average	サンプル内(空間/社会経済)	動的	CI				ML
19	Páez et al. ⁹⁹⁾	DC	2008	立地選択	network; average	サンプル内(空間)	動的	CI				ML
20	大平・織田澤 ²¹⁾	LM	2013	対面コミュニケーションの頻度	network; aggregate	社会ネットワーク	静的	CI				外生

表-4 相互作用を考慮した実証分析例 (続き)

番号	著者	モデルの種類 [線形/離散]	年	分析対象	相互作用の種類 [group / network] [average / aggregate]	Reference group	内生効果		相関効果		推定方法
							静的 / 動的	完備情報 [CI] / 不完備情 報 [ICI] / 効 用 [U]	外生 効果	固定効果 [FE] / ラン ダム効果 [RE] / 空間 自己相関 [SEM] / 自 己選択 [SS]	
21	Walker et al. ⁷⁹⁾	DC	2011	交通手段選択	group; average	サンプル内(空間/ 社会経済)	静的	CI	FE		Two-step IV
22	松原ら ¹⁰⁰⁾	DC	2012	電気自動車普及	group; average	サンプル内(空間/ 社会経済)	静的	CI			EM algorithm
23	溝上ら ¹⁰¹⁾	DC	2012	バスリガー制導入のた めの需要予測モデル	group; average	新車購入者	静的	ICI			ML
24	Goezke & Weinberger ⁷⁷⁾	DC	2012	交通手段選択	group; average	サンプル内(全体)	静的	CI			Two-step cond. ML
25	Vitorino ¹⁰²⁾	DC	2012	ショッピングセンター (SS)の立地	group; aggregate	センサゾーン	静的	ICI			MPEC
26	高山 ¹⁰³⁾	DC	2013	都心の創発	network; aggregate	サンプル内(空間)	動的	ICI			外生
27	松村ら ⁸³⁾	DC	2012	混雑した都市鉄道にお ける出発時刻選択	group; aggregate	サンプル内(空間)	静的	ICI			Nested Pseudo ML
28	He et al. ⁷¹⁾	DC	2014	ハイブリッド電気自動車 の選択	group; average	県、所得階層	動的	CI			ML
29	Kim et al. ¹⁰⁴⁾	DC	2014	EV購入	group; average	社会ネットワーク	静的	CI			ML
30	de Grange et al. ⁸⁴⁾	DC	2015	交通手段選択	group; average	家族、同僚、友達	静的	ICI			Maximum entropy Bayesian MCMC
31	Okushima ⁷²⁾	DC	2015	交通手段選択	group; average	サンプル内(全体)	静的	CI			Nested Pseudo ML
32	力石ら ³⁵⁾	DC	2015	買物目的地選択	group; aggregate	社会ネットワーク	静的	ICI	RE		Two-stage resid.inclusion
33	Morrison and Lin ⁷⁸⁾	DC	2016	通勤手段選択	group; average	サンプル内	静的	CI			ML
34	Adjemian et. al. ⁹⁰⁾	DC	2010	自動車保有	network; average	サンプル内(全体)	静的	U			Linearized GMM
35	Klier & McMillen ⁸⁰⁾	DC	2008	自動車工場の新規立地	network; average	サンプル内(空間)	静的	U			Bayesian MCMC
36	LeSage et al. ⁸¹⁾	DC	2011	ハリケーンカトリナ後 の商店の再開	network; average	サンプル内(空間)	静的	U			Conditional ML
37	Sidharthan & Bhat ¹⁰⁵⁾	DC	2012	土地利用変化	network; average	サンプル内(空間)	動的	U	RE		Bayesian MCMC
38	Wang et al. ¹⁰⁶⁾	DC	2015	交通手段選択	network; average	サンプル内(空間)	静的	U			Bayesian MCMC
39	兵藤ら ⁸²⁾	DC	2015	物流施設立地選択	network; average	サンプル内(空間)	静的	U			Bayesian MCMC
40	Morrison & Lin Lavelle ⁷⁸⁾	DC	2016	交通手段選択	group; average	サンプル内(空 間)	静的	ICI	FE		Bayesian MCMC