ベイズ学習的な情報伝播メカニズムがもたらす情報分布の複数均衡解

井料　隆雅[1]・古田　昌弥[2]

[1]正会員　神戸大学　大学院工学研究科（〒657-8051 神戸市灘区六甲台町1-1）
E-mail:iryo@kobe-u.ac.jp

[2]学生会員　神戸大学　大学院工学研究科（〒657-8051 神戸市灘区六甲台町1-1）
E-mail: 154t138t@stu.kobe-u.ac.jp

例えば災害時のように何らかの選択行動に対して必要な情報が不足する状況では，集団内に新しい情報がもたらされた時，その情報の伝播の仕方によって集団全体の動きが決定してしまうことがある．このため，人々の行動を変化させる情報がどのように伝播するかを知ることがその行動を予想する際に求められる．本研究では，二種類の相反する情報が集団内を伝播するダイナミクスを，まず，個人間の情報伝播モデルを非集計的に構築することにより記述した．それに集団ゲームの方法論を応用して，常微分方程式で表される集計的な情報伝播の動学モデルを導出した．モデルを解析した結果，条件によっては，複数の安定均衡解が存在し，初期値によりどれに収束するかが異なることがわかった．このことは，集団全体の動きが一意に決まらず，初期状態や外から情報を集団に投入することで結果が変わりうることを示唆する．

Key Words : *information transmission, population game, multiple equilibria*

1. はじめに

人々が選択行動を行う際には，与えられた各選択肢の良しあしを吟味すると考えるのが自然ではあるが，そのためにはその選択肢に対する情報が，選択を行おうとしている人に事前に与えられている必要がある．もし情報が必ずしも事前に与えられているとは限らないのであれば，その情報がどのように人々に与えられ，どのように伝播するのか，そのプロセスを考慮しなくてはならない．

情報が伝播するメカニズムにはさまざまなものがあるが，情報が不足する局面であれば，正しい情報がなんらかの手段で外生的に供給されるという状況は考えづらく，内部で，すなわち人々の間で交換される情報が情報源として卓越する状況を考えるのが妥当であろう．このような状況が発生する典型的な状況は災害時である．災害時の避難行動で住民の避難行動に影響を与える情報源として住民間の直接のコミュニケーションを挙げる実証研究には，例えば梅本[1]，田崎ら[2]など複数のものがある．

正しい情報の供給手段が限定されるか，あるいはまったくない状況で，人々の間で交換される情報のみが有効な情報源である状況では，その情報伝播の持つ動学的特性が，最終的に人々が持つ情報の種類を決定する支配的要因となることが予想される．例えばIryo et al.[3]では，各利用者が1度しか選択を行わなず，選択肢に関する本源的な情報源が「他者が自分よりも先に選択肢を選んで経験して得た情報」だけの場合においては，情報伝播の動学的特性（具体的には，情報の伝播速度）が，最終的に各利用者が得る情報の分布を決定することを示した．

本研究では「外部からの情報供給手段が全くない」状況において，どのように情報が人々のあいだに分布しうるかを理論的に調べる．このような状況では，人々は，他人とコミュニケーションをとることによって，ある事象（たとえば災害において切迫する生命の危険）に対し，自分がその事象をどの程度信じるか（あるいは，どの程度信じないか）を判定するだろう．この「事象を信じる程度」を本研究では「信念」と呼ぶことにする．この「信念」は，情報という言葉を使っていいかえれば，「主観的な情報」と呼ぶこともできよう．コミュニケーションを通じて，自身の信念は他者の信念から影響を受けると同時に，他者の信念へ影響を与える．このような相互作用が時間軸にそって継続すれば，それは一種の動学を構成する．その動学の特性を知ることにより，人々がどのような信念を最終的に持つかを知ることができる．

動学の特性で特に注意して解析すべき点は，動学がどのような均衡解に収束するか，そして，その均衡解は唯一かあるいは複数個あるか，である．信念のやりとりを

通じて人々が相互作用をするという動学のメカニズムの下では，例えば，すべての人々がある事象を信じない（すなわち最小の信念を持つ）か，あるいはすべての人々がある事象を信る（すなわち最大の信念を持つ）という両極端の状況がいずれも安定な均衡解として成立する可能性も否定できない．このような場合に，ある一方の均衡解が社会的便益が卓越して高ければ，その均衡解を実現するために短い時間だけ外力を加える施策が意味を持つようになる．例えば，災害による切迫するが体感できない危険に対する信念をできるだけ早く住民に高めてもらうために，ある限られた時間帯に集中的に情報を流し込む施策が考えられよう．

このような人々の行動に関する動学モデルの構築には大きく分けて2つのアプローチがある．一つ目は集団全体の行動とその動学を集計的に記述する方法であり，二つ目は個々の人の行動を非集計的に記述する方法である．これらにはそれぞれ長所と短所がある．集計的方法は一般に常微分方程式で動学を記述でき，その数理的特性を比較的容易に調べることが可能である．一方，集計的方法では，個々の人々の意思決定や情報交換のプロセスが正しく動学に反映されているか否かを明確にできない．これは，動学の数理的な特性はわかっても，それが結果として何を解析したのかがわからなくなってしまいかねない，という問題を生む．非集計的の短所と長所は上記の真逆である．

非集計的モデルと集計的モデルの双方の長所を取り入れるためには，非集計的モデルからプレイヤーの数が十分大きいとする極限を適用して集計モデルを導出する方法が有用である．この方法は進化ゲーム理論でPopulation Game[4]という名前で知られるものにならったものであり，交通行動と情報という文脈では，古田ら[5]，Iryo[6]での適用例がある．本研究では，人々が外部からの情報供給がない状況での信念に基づくコミュニケーションを，古田ら[5]の方法にならって，ベイズ学習的なメカニズムにより非集計的に記述する．そしてそれをそれを集計的な動学モデルに変換することにより，そのような状況で信念（主観的な情報）がどのように分布するかを解析する．

2. 信念の相互作用の非集計的モデルの提案と，集計的な動学モデルの導出

個々人の信念が個人間で相互作用することによりどう変動するかを記述するモデルを提案する．このモデルは，各個人の集合体である「集団」と，ある「事象」と，各個人がその事象を真実のものと信じる程度を示す「信念」の3つの要素からなる．たとえば災害時にある地域に危険が迫っているが，その地域の住民は本当にその危険が迫っているか否かを直接確認する手段を持たない状況では，

- 集団：住民
- 事象：災害による危険が迫っていること
- 信念：災害による危険が迫っているということをことを信じる程度

と解釈することができる．集団内のある個人が持つ信念をiで表す．信念は1からnのあいだの整数で示され，この数字が大きいほど強い信念を持つとする．ある時刻τ（τは整数であるとする）に集団内で信念iを持つ人の割合を$x_i(\tau)$とする．このとき常に$\sum_{i=1}^{n} x_i(\tau)=1$を満たす．なお，記述を簡潔にするために$\tau$は必要でない場合は省略することがある．

各個人は自身の信念を他人に情報として伝える．送る情報は，事象に対する「肯定情報」と「否定情報」の 2 種類いずれかとする．これらの情報を受け取った個人は，以下のルールに基づいて自身の信念を更新する．

- 信念i を持つ個人がある別の個人から肯定情報を伝えられた場合，信念は 1 増えて$i+1$ となる．ただし，信念はnよりは大きくならない．
- 信念i を持つ個人がある別の個人から否定情報を伝えられた場合，信念は 1 減って$i-1$ となる．ただし，信念は1よりは小さくならない．

各信念にはそれに対応する（事象の発生に対する）主観確率が設定される．それをa_iと示す．ただし，$0<a_1<\cdots a_n<1$とする．また，信念i を持つ住民が相手に肯定情報を伝える確率をa_i とする．同様に相手に否定情報を伝える確率は$1-a_i$ とする．

もしベイズ学習に厳密に従うメカニズムを考えるのであれば，a_iとa_{i+1}およびa_{i-1}の関係は，

$$a_{i+1}=\frac{P(\mathrm{I_T}\mid\mathrm{True})a_i}{P(\mathrm{I_T}\mid\mathrm{True})a_i+P(\mathrm{I_T}\mid\mathrm{False})(1-a_i)} \tag{1}$$

$$a_{i-1}=\frac{P(\mathrm{I_F}\mid\mathrm{True})a_i}{P(\mathrm{I_F}\mid\mathrm{True})a_i+P(\mathrm{I_F}\mid\mathrm{False})(1-a_i)} \tag{2}$$

とできる．ここで，True, False はそれぞれ事象が真実または真実でないことを示し，$\mathrm{I_T}$, $\mathrm{I_F}$はそれぞれ肯定情報を受け取ること，否定情報を受け取ることを示す．ただし，式(1)と(2)は必ずしも整合しない（すなわち，式(1)でa_iからa_{i+1}を計算し，式(2)でa_{i+1}からa_iを計算したとき，最初のa_iと次のa_iが一致しない）ことに注意したい．ただこれでは動学モデルの計算の便が非常に悪くなるので，以降では，主観確率は厳密に式(1)と(2)で計算されるのではなく，肯定情報を 1 回受けて否定情報を 1 回受ければ，主観確率の値は必ず元に戻るように適宜設定されるとする．なお，式(1)と(2)は，それぞれ

$$a_{i+1}=\frac{a_i}{a_i+\dfrac{P(\mathrm{I_T}\mid\mathrm{False})}{P(\mathrm{I_T}\mid\mathrm{True})}(1-a_i)} \tag{3}$$

$$a_{i-1} = \frac{a_i}{a_i + \dfrac{P(\mathrm{I_F}\,|\,\mathrm{False})}{P(\mathrm{I_F}\,|\,\mathrm{True})}(1-a_i)} \tag{4}$$

と変形できるので，

$$\alpha = \frac{P(\mathrm{I_F}\,|\,\mathrm{False})}{P(\mathrm{I_F}\,|\,\mathrm{True})} = \frac{P(\mathrm{I}_T\,|\,\mathrm{True})}{P(\mathrm{I}_T\,|\,\mathrm{False})} \simeq 1 \tag{5}$$

の仮定をおけば，式(1)と(2)は，近似的に

$$a_{i+1} = \alpha a_i \tag{6}$$

$$a_{i-1} = \frac{a_i}{\alpha} \tag{7}$$

となり，互いに整合する（$\alpha > 1$ に注意）．

集団内の個人間のコミュニケーションは，各時刻τにおいて集団からランダムに選ばれた1名の個人Aが，ランダムに選ばれた別の1名の個人Bから情報を受け取る，というメカニズムに従って起こるとする．このとき，個人Aが個人Bから肯定情報を受ける確率は

$$p^{\mathrm{x}} = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \tag{8}$$

と計算できる．なお，$\mathbf{x} = (\mathrm{x}_1, \cdots, \mathrm{x}_i, \cdots x_n)^T$ である．これを用いることにより，$\mathbf{x}(\tau)$ と $\mathbf{x}(\tau+1)$ の関係を，$1 < i < n$ の場合に

$$\begin{aligned} &P\left\{\mathbf{x}(\tau+1) = \mathbf{x}(\tau) + \frac{1}{N}(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_i)\right\} = p^{\mathrm{x}} x_i(\tau) \\ &P\left\{\mathbf{x}(\tau+1) = \mathbf{x}(\tau) + \frac{1}{N}(\mathbf{e}_{i-1} - \mathbf{e}_i)\right\} = (1-p^{\mathrm{x}}) x_i(\tau) \end{aligned} \tag{9}$$

$i = 1$ の場合に

$$\begin{aligned} &P\left\{\mathbf{x}(\tau+1) = \mathbf{x}(\tau) + \frac{1}{N}(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_i)\right\} = p^{\mathrm{x}} x_i(\tau) \\ &P\left\{\mathbf{x}(\tau+1) = \mathbf{x}(\tau)\right\} = (1-p^{\mathrm{x}}) x_i(\tau) \end{aligned} \tag{10}$$

$i = n$ の場合に

$$\begin{aligned} &P\left\{\mathbf{x}(\tau+1) = \mathbf{x}(\tau)\right\} = p^{\mathrm{x}} x_i(\tau) \\ &P\left\{\mathbf{x}(\tau+1) = \mathbf{x}(\tau) + \frac{1}{N}(\mathbf{e}_{i-1} - \mathbf{e}_i)\right\} = (1-p^{\mathrm{x}}) x_i(\tau) \end{aligned} \tag{11}$$

と離散マルコフ連鎖の形で書くことができる．ここで，$\mathbf{e}_i$ は i 番目の要素のみ 1 である単位ベクトル，N は集団内の個々人の人数の合計である．さらにこれらの式(9)から(11)を用いることにより，時刻τと時刻τ+1のあいだの $\mathbf{x}$ の変化の期待値を

$$\begin{aligned} &E(\mathbf{x}(\tau+1) - \mathbf{x}(\tau) \,|\, \mathbf{x}(\tau)) \\ &= \frac{p^{\mathrm{x}}}{N}\sum_{i=1}^{n-1}(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_i)x_i(\tau) + \frac{(1-p^{\mathrm{x}})}{N}\sum_{i=2}^{n}(\mathbf{e}_{i-1} - \mathbf{e}_i)x_i(\tau) \end{aligned} \tag{12}$$

と計算できる．

式(12)に対し N の極限を取ることによって集計モデルを導出する．このとき，期待値周辺のゆらぎによる誤差を無視することができるので，まず

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}(\tau+1) - \mathbf{x}(\tau) \\ &= \frac{p^{\mathrm{x}}}{N}\sum_{i=1}^{n-1}(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_i)x_i(\tau) + \frac{(1-p^{\mathrm{x}})}{N}\sum_{i=2}^{n}(\mathbf{e}_{i-1} - \mathbf{e}_i)x_i(\tau) \end{aligned} \tag{13}$$

とできる．次に，$t = \tau / N$ と置き，これを新しい時刻としてτに代えて用いることにより

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}(t+1/N) - \mathbf{x}(t) \\ &= \frac{p^{\mathrm{x}}}{N}\sum_{i=1}^{n-1}(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_i)x_i(t) + \frac{(1-p^{\mathrm{x}})}{N}\sum_{i=2}^{n}(\mathbf{e}_{i-1} - \mathbf{e}_i)x_i(t) \end{aligned} \tag{14}$$

を得る．Nの極限をとれば，式(14)は

$$\dot{\mathbf{x}} = p^{\mathrm{x}}\sum_{i=1}^{n-1}(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_i)x_i(t) + (1-p^{\mathrm{x}})\sum_{i=2}^{n}(\mathbf{e}_{i-1} - \mathbf{e}_i)x_i(t) \tag{15}$$

となる．ここで $\dot{\mathbf{x}} = \mathrm{d}\mathbf{x}/\mathrm{d}t$ である．式(15)を成分表記で書き直すと

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -p^{\mathrm{x}} x_1 + (1-p^{\mathrm{x}}) x_2 \\ \dot{x}_i = p^{\mathrm{x}} x_{i-1} - x_i + (1-p^{\mathrm{x}}) x_{i+1} \\ \qquad \text{for } 2 \le i \le n-1 \\ \dot{x}_n = p^{\mathrm{x}} x_{n-1} - (1-p^{\mathrm{x}}) x_n \end{cases} \tag{16}$$

となる．これが最終的に得られる集計的な動学モデルである．なお，$\sum_{i=1}^{n} \dot{x}_i = 0$ より $\dot{x}_n = -\sum_{i=1}^{n-1} \dot{x}_i$ と計算できるので，式(16)の最終式は冗長であり，方程式系に含める必要はないことに注意したい．

3. 解析的手法による均衡解の導出

(1) 均衡解を導出するための多項式

式(16)の均衡解は方程式

$$\begin{cases} -p^{\mathrm{x}} x_1 + (1-p^{\mathrm{x}}) x_2 = 0 \\ p^{\mathrm{x}} x_{i-1} - x_i + (1-p^{\mathrm{x}}) x_{i+1} = 0 \\ \qquad \text{for } 2 \le i \le n-1 \end{cases} \tag{17}$$

を解いて求められるが，この方程式は最終的には 1 本の高次多項式を解く問題に帰着することができる．このことを以降で説明する．

式(17)の x_i を，まずは p^{x} を定数とみなして解く．$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ と定義し，これを用いて式(17)を

$$\begin{cases} \Delta x_2 = (\gamma - 1) x_1 \\ \Delta x_{i+1} = \gamma \Delta x_i \quad \text{for } 2 \le i \le n-1 \end{cases} \tag{18}$$

と書き直す．ここで

$$\gamma = \frac{p^{\mathrm{x}}}{1-p^{\mathrm{x}}} \tag{19}$$

とおいた．式(18)より

$$\Delta x_i = \gamma^{i-2}(\gamma - 1) x_1 \ \text{for } 2 \le i \le n \tag{20}$$

となることがわかるので，

$$x_i = \sum_{j=2}^{i} \gamma^{j-2}(\gamma-1)x_1 + x_1 = \gamma^{i-1}x_1 \qquad \text{for } 2 \le i \le n \tag{21}$$

を得る． x_1 は

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} \gamma^{i-1}x_1 = 1 \tag{22}$$

により

$$x_1 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\gamma^{i-1}} \tag{23}$$

と定められるので，最終的に

$$x_i = \frac{\gamma^{i-1}}{\sum_{j=1}^{n}\gamma^{j-1}} \tag{24}$$

を均衡解として得る．

均衡解における γ の値を解くためには

$$p^x = \frac{\gamma}{1+\gamma} = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \tag{25}$$

に式(24)を代入して得られる式

$$\frac{\gamma}{1+\gamma}\sum_{i=1}^{n}\gamma^{i-1} = \sum_{i=1}^{n} a_i \gamma^{i-1} \tag{26}$$

を解けばよい．これを

$$\gamma\sum_{i=1}^{n}\gamma^{i-1} = (1+\gamma)\sum_{i=1}^{n} a_i \gamma^{i-1} \tag{27}$$

と変形し， γ の次数で各項を整理すると

$$\begin{aligned}&\sum_{i=0}^{n-1} a_{i+1}\gamma^i - \sum_{i=1}^{n}(1-a_i)\gamma^i = \\ &= a_1 + (a_n - 1)\gamma^n + \sum_{i=1}^{n-1}(a_i + a_{i+1} - 1)\gamma^i = 0\end{aligned} \tag{28}$$

を得る．この方程式の根を求めて，それを式(24)に適用することにより式(17)を満たす x_i を導出できる．

(2) n = 2 のときの均衡解

極端なケースの一例として， n = 2 のときの均衡解を導出し，あわせて均衡解が唯一であることを示す．このときは式(28)ではなく，直接式(17)を解いたほうが簡単である． n=2 における式(17)と， $x_1 + x_2 = 1$ を連立し

$$-p^x x_1 + (1-p^x)(1-x_1) = 0 \tag{29}$$

を得る．変形して

$$1 - x_1 - p^x = 0 \tag{30}$$

となるが，これは x_1 の線形式であり，明らかにその解は唯一である．式(30)を解くことにより

$$x_1 = \frac{1-a_2}{1+a_1-a_2} \tag{31}$$

を均衡解として得る．

(3) n = 3 のときの複数均衡解の存在例

n = 3 としたときに複数均衡解が存在することを，例を挙げることにより示す． n=3 のときには式(28)は

$$a_1 + (a_3-1)\gamma^3 + (a_1+a_2-1)\gamma + (a_2+a_3-1)\gamma^2 = 0 \tag{32}$$

となる．これは 3 次方程式であり，その根を解析的に求めることは不可能ではないが煩雑である．簡単のため，以降では， $0 < a_1 < 0.5$ ， $a_3 = 1 - a_1$ ， $a_2 = 0.5$ のときに限り γ を求める．このとき式(32)は

$$\begin{aligned}&a_1 - a_1\gamma^3 + (a_1 - 0.5)\gamma - (a_1 - 0.5)\gamma^2 \\ &= a_1(1+\gamma-\gamma^2-\gamma^3) - 0.5\gamma(1-\gamma) \\ &= a_1(1-\gamma)\left\{\gamma^2 + (2 - 0.5/a_1)\gamma + 1\right\} = 0\end{aligned} \tag{33}$$

となる．式(33)の根は， $\gamma = 1$ と，

$$\gamma = \frac{(0.5/a_1 - 2) \pm \sqrt{(0.5/a_1 - 2)^2 - 4}}{2} \tag{34}$$

の 3 個である．式(34)が 1 以外の実根を持つのは $a_1 < 0.125$ のときで，このとき $0 < \gamma < 1$ と $\gamma > 1$ の2個の根を必ず得る．これは， $a_1 < 0.125$ であれば3個の複数均衡解を得ることを意味する．例えば $a_1 = 0.1$ のときは，

$$(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases}(0.0955, 0.2500, 0.6545) \\ (0.3333, 0.3333, 0.3333) \\ (0.6545, 0.2500, 0.0955)\end{cases} \tag{35}$$

の 3 個の均衡解が存在することがわかる．

(4) n が大きいときの近似的解析

n が大きいときに式(28)の根を解析的に求めることは一般には困難であり，近似的な解法を模索するほうが現実的である．このために， γ が 1 に比して十分小さいか大きいかの 2 つのケースを考える．まず， $0 < \gamma \ll 1$ を満たす解を近似的に求める． γ の 2 次以降の項が無視できるとすれば，式(28)は

$$a_1 + (a_1 + a_2 - 1)\gamma = 0 \tag{36}$$

となるので，

$$\gamma = \frac{a_1}{1-(a_1+a_2)} \tag{37}$$

となる． $a_1 \ll 1$ であり，かつ $a_1 + a_2$ が 1 より小さくかつ 1 に十分に近い値でなければ， $0 < \gamma \ll 1$ が満たされるので，これを式(28)の近似解とできる．これを式(24)に適用すれば，

$$1 > x_1 \gg x_2 \gg \cdots \gg x_n > 0 \tag{38}$$

の関係が成立し，結果として

$$x_i \simeq \begin{cases} 1 & \text{if } i = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{39}$$

を均衡解として得る．次に$\gamma \gg 1$を考える．このときはγの低次の項を無視すると

$$(a_{n-1} + a_n - 1)\gamma^{n-1} + (a_n - 1)\gamma^n = 0 \tag{40}$$

となるので

$$\gamma = \frac{a_{n-1} + a_n - 1}{1 - a_n} \tag{41}$$

を得る．$1 - a_n \ll 1$であり，かつ$a_{n-1} + a_n$が 1 より大きくかつ 1 に十分に近い値でなければ，$\gamma \gg 1$が満たされるので，これを式(28)の近似解とできる．式(24)より

$$0 < x_1 \ll x_2 \ll \cdots \ll x_n < 1 \tag{42}$$

の関係が成立し，結果として

$$x_i \simeq \begin{cases} 1 & \text{if } i = n \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{43}$$

を均衡解として得る．これらの解のうち式(39)は，集団内のすべての個人が事象に対してもっとも否定的な信念を持つ状況を示し，式(43)は，すべての個人が事象に対してもっとも肯定的な信念を持つ状況を示している．このことは，nが十分大きく，a_iが一定の条件を満たす場合には，少なくとも 2 個の均衡解が存在し，それらのうち一方は「全員が最も否定的な信念を持つ」状況であり，もう一方は「全員が最も肯定的な信念を持つ」状況であることを示している．

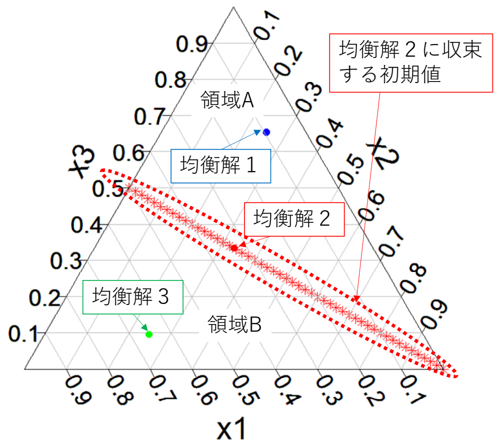
4. 数値解析例

式(16)の動学を$n = 3$の時に数値的に解析し，動学がどの均衡解に収束するかを調べる．この解析では，3. で求めた理論解が正しいかどうかを確かめると同時に，それらの均衡解のうちどれが実際に実現するかを，動学を追いかけることにより明らかにすることを目的としている．

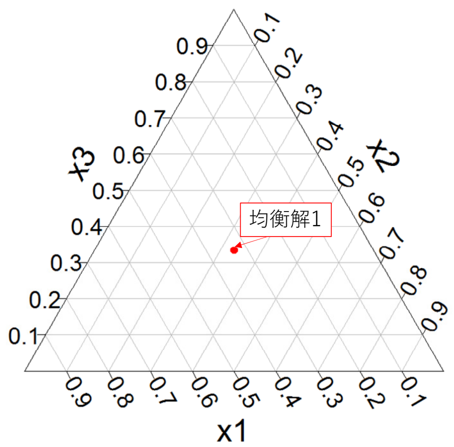
a_iの設定方法は 3. (3)にならって$a_3 = 1 - a_1$，$a_2 = 0.5$とし，a_1の値として 0.1（これは式(35)で示す 3 個の均衡解をもたらす）と 0.2（これは$\gamma = 1$に相当する均衡解しかもたらさない）の 2 種類を試した．初期値にはx_1とx_2をそれぞれ 0 から 1 まで 0.01 の間隔で設定したものを用いた．常微分方程式の計算は Euler 法による．

図-1 に$a_1 = 0.1$のときの計算結果を，図-2 に$a_1 = 0.2$のときの計算結果を示す．$a_1 = 0.1$のときには理論計算と一致する 3 個の均衡解が出現している．そのうち 2 個（均衡解 1 と 3）が一定の広さの Basin of Attraction を持つため，ほとんどの場合はこれらの 2 点が最終的な均衡状態として実現する．均衡解 2 も Basin of Attraction を持つが，それは線分を構成するに過ぎず，それを少しでも逸脱すると均衡解 1 ないし 3 に収束してしまう．また，均衡解 2 に収束しても，この線分と平行でない方向に摂動がかかれば，解は均衡解 2 から離れて均衡解 1 ないし 3 に移動する．このことより，このケースでは，均衡解 1 と 3 が現実的に実現する解であると言うことができる．

$a_1 = 0.2$のときは，どの領域からも唯一の均衡解に収束することが図-2 からわかる．このことは，いかなる場合でも，このケースにおける動学はこの均衡解に大域的に収束することを示している．



図−1　$a_1 = 0.1$のときの数値計算結果．領域 A 内の初期値からはすべて均衡解 1 に収束し，領域 B 内の初期値からはすべて均衡解 3 に収束．点線内の＊印を初期値とした場合は均衡解 2 に収束.



図−2　$a_1 = 0.2$のときの数値計算結果．領域内のすべての初期値から均衡解 1 に収束.

5. まとめと今後の課題

本研究では，二種類の相反する情報が集団内を伝播するダイナミクスを，ベイズ学習的なメカニズムを基にして個人間の情報伝播モデルを非集計的に構築することにより記述した．それに集団ゲームの方法論を応用して，常微分方程式で表される集計的な情報伝播の動学モデルを導出した．結果は解析的手法および数値計算により分析され，信念の水準が2個しかない場合は複数均衡解は存在できないが，3個，および多数の信念の水準があるときには複数均衡解が存在しうることがわかった．

複数均衡解が存在するということは，本研究で提案した情報伝播モデルに基づいて個々人が信念に関する情報をやりとりする場合には，個々人の信念の初期状態により，最終的に実現する均衡解がどれになるかが変わってくることを意味する．また，外から情報を与えるなどの何らかの強い外乱が加われば，それが短期間のものであっても，その後に実現する均衡解が変わりうることを意味する．このことは，社会的にみてより優位な均衡解を実現するための施策を考案するために重要な示唆となるであろう．

信念の水準が2個しかない場合は複数均衡解は存在できないという結果は，複数均衡解が存在する状況を再現するには3個以上の信念の水準を考慮しなくてはならないことを意味する．信念の水準の数を少なくすることは，モデルを数学的に簡単なものとしたいときや，数値計算の際の計算量を減らしたいときに有効である．しかし，本研究の解析結果は，信念の水準を2個までまで減らすとモデルが本来持つ数理的特性を失ってしまうことを示唆している．今後このモデルを応用する際には，この点に特に注意が必要である．

本研究は特に解析的手法により結論を導出することを重視したために，いくつかの問題を残している．特にベイズ学習的な主観確率の更新メカニズムについては，計算の利便性を優先して不正確なものになっている．個人間のコミュニケーションもランダムマッチングによるものに限られており，実際の社会では存在するであろうスケールフリー的な構造は考慮されていない．これらの点は今後改善すべきである．また，均衡解の安定性解析については本研究では限られた場合において数値計算による解析を実施したに過ぎない．これについても解析的手法により一般的な結論を導出するべきである．

参考文献

1) 梅本通孝：災害初期の事前避難における住民の意思決定メカニズムに関する研究，筑波大学大学院博士前期課程システム情報工学研究科博士論文，pp. 87-104，2006.
2) 田崎篤朗：自然災害の行動科学，福村出版株式会社，pp. 76-79，1988.
3) Iryo, T., Yamabe, K., and Asakura, Y.: Dynamics of Information Generation and Transmissions through a Social Network in Non-recurrent Transport Behaviour, Transportation Research Part C, Vol. 20, No. 1, pp. 236-251, 2012.
4) Hofbauer, J. and Sandholm, W.H.: Evolution in Games with Randomly Disturbed Payoffs, Journal of Economic Theory, Vol. 132, No.1, pp. 47-69, 2007.
5) 古田昌弥，井料隆雅，原祐輔，桑原雅夫，個々人の情報伝達行動を考慮した避難タイミング決定動学モデル，土木計画学研究発表会・講演集, Vol. 51, CD-ROM, 2015.
6) Iryo, T.: Day-to-day Dynamical Model Incorporating an Explicit Description of Individuals' Information Collection Behaviour, Transportation Research Part B, in press.