リスクの認知に関する情報の不完備性を考慮した PPP事業における入札行動の分析

吉澤　佑太[1]・本田　利器[2]・小野寺　健人[3]

[1]学生会員　東京大学大学院　工学系研究科　修士課程（〒113-8654 東京都文京区本郷7丁目3-1）

[2]正会員　東京大学大学院　新領域創成科学研究科（〒277-8563 千葉県柏市柏の葉5-1-5）

[3]日本たばこ産業

一般に，Public Private Partnership (PPP) 事業の契約は，対象とする期間が長期に及ぶために不完備なものとならざるを得ない．その結果，契約の締結時に予測していなかった事態が発生した場合には，再交渉によって対処していくことになる．本研究では，将来的な再交渉の発生を想定した民間事業者の入札行動について，ゲーム理論を用いたモデル化を行った．その際に，グローバル・ゲームの概念を用いることで，官民が認知する事業リスクにそれぞれ不確実性が存在する不完備情報下での均衡解の精緻化を行った．これにより，民間事業者は観測したリスクに対して閾値戦略をとることで投資水準を決定することが示された．この結果は，事業者の最適な投資水準について複数均衡が成立するとしてきた情報完備ゲームの結果とは異なるものであり，政府が観測した事業リスクのもつ不確実性を十分に認識していないとき，高水準の投資を行う事業者の存在を期待して事業料金を設定したはずが，実際には低い投資水準を選択する事業者しか入札に参加しない危険性があることを示唆している．

Key Words : *PPP, Incomplete Contract, Renegotiation, Global Game,*

1.　はじめに

近年，政府の財政的な制約とインフラ需要の間のギャップを埋めるための方法として，Public Private Partnership (PPP) に対する期待が高まっている．これは，公共事業に民間事業者のもつ資金調達や事業運営のノウハウを活用しようとするものであり，国内外の様々なプロジェクトにおいて導入が推進されている．しかしながら，PPP に対して寄せられる期待の大きさと比べ，その方法論が十分に確立されているとは言い難い．実際，事業開始後に事業者が撤退するケースや，契約内容よりもはるかに多額の公的資金が投入されるようなケースも見られる．

こうした事態が生じる大きな要因としては，PPP スキームを用いた事業の契約期間の長さが挙げられる．もちろん，これ自体は事業者の自由度を高めることにつながり，民間の創意工夫を引き出すという PPP 事業本来の目的に適っている．しかし同時に，契約締結の段階では将来的に発生しうる出来事とその対応を詳細に記述することが困難なことを意味するとも言える．実際に事業開始後に契約で規定されないような事態が発生した際には，政府と民間事業者との間で再交渉を実施していくことになるが，この再交渉の存在により様々な問題が引き起こされることが指摘されている．

こうした事態を受け，近年では *ad hoc* 的に失敗事例を調査するだけではなく，多くの事例を体系的に分析した実証研究や，モデルを用いて再交渉が社会的非効率性をもたらす一般的なメカニズムを解明するような理論研究が盛んに行われるようになってきた．これらの研究が指摘するのは，将来的な再交渉を予想した政府や事業者が，契約時に機会主義的な入札行動を行うということである．PPPにおいては政府と事業者が「パートナーシップ」を発揮して解決に当たることが本来の姿勢であり，以上の問題を解決する必要があるのは言うまでもない．一方で，仮に適切な制度設計によって互いに協力的な姿勢を示すような関係が構築できていたとしても，再交渉に係る懸念が完全に無くなるわけではない．本研究が扱うのは，互いに相補的な関係が成立していることを前提として，事業期間に発生が予想されるリスクの大きさに対する認識が関係主体間で十分に共有されていない状況である．実際，官民間のリスクに対する認識の不一致が不用意な再交渉を引き起すような事例も観測されている．

以上を踏まえ，本研究では将来的な再交渉の発生を想定した民間事業者の入札行動について，ゲーム理論を用いたモデル化を行う．その際に，グローバル・ゲームの考え方を用いることで，官民の認知する事業リスクにそれぞれ不確実性が存在するような情報不完備ゲームについて，民間事業者の入札行動を分析する．

2. 契約の不完備性とグローバルゲーム

(1) 契約の不完備性

PPPに期待される重要な役割は，資金調達や事業運営に関して民間のノウハウを活用することで，事業のValue for Money (VfM) を高めることである．しかしこれはまた，完全な民営化とも異なる．それは，PPP 事業において高い VfM を生み出している源泉が，単に民間事業者の効率性だけではなく，官民の間における適切なリスク分担にあるという点においてである．要は，事業リスクの中には官側がより効率的に対処できるものが存在するということだ．それらを公的機関のもとに残しつつ，民間事業者は各自が得意とする領域でリスクへの対策を講じるというのが，PPP の基本的な考え方である．すなわち，PPP スキームがその効果を最大限に発揮するための鍵は官民の間での適切なリスク分担にあると言える．

ところが，PPP 事業には契約期間が長期にわたるものが多く，これが官民の間でリスクを分担する際の障壁となっている．PPPを用いた場合の事業期間は，平均的なもので20年から30年，長いものでは100年近くに及ぶケースもある．そうした事業に関して，将来的に発生しうる事象やその処理方法を，契約上に全て記述するのは極めて困難である．契約のもつこうした性質を不完備性といい，不完備性をもった契約のことを不完備契約と呼ぶ．これによって，契約時に将来的な事業リスクを予測し，それらを適切に分担することが困難となるのである．

不完備契約下でのリスク分担の方法や，その課題を扱った研究としては，大本ら[1]の研究や大西ら[2]の研究を挙げておく．

(2) 再交渉問題

契約に不完備性を有するような事業において，実際に想定外の事態が発生した場合，必要に応じて政府と民間事業者の間で再交渉を実施していくこととなる．しかしながら，再交渉の存在によってPPP事業の本来の目的である効率性が阻害される事例が数多く報告されている．PPP事業における再交渉の発生状況については，Guasch[3]がラテンアメリカで実施された1,000以上の事例を分析し，その原因と対策の整理を試みている．また，Makovsekら[4]はこうした研究に基づき，再交渉が発生するメカニズムをより系統的に分析している．Makovsekらは再交渉の発生要因を，「個々の事業に固有なもの」か「事業が置かれる外的な環境に起因するもの」，あるいは「制度や技術の未熟さによって引き起こされるもの」か「意図的な行動によって引き起こされるもの」，という2つの軸によって，計4系統に分類して分析を行っている（図１）．

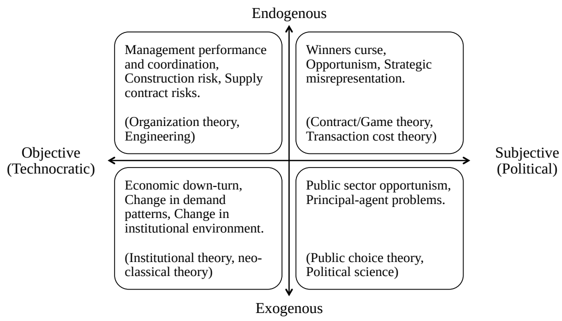

図１　Makovskら[4]による再交渉の原因と研究分野の分類

このうち図の右側に位置するもの，すなわち関係主体によって意図的に引き起こされる要因については，モデルによる理論的な研究が数多く行われてきた．例えば大西ら[5]は，民間事業者の機会主義的な入札行動がもたらすホールドアップ問題や，プリンシパルエージェント関係に伴うモラルハザードについて，理論的な観点から分析を行ったうえで，その対策としての契約のあり方を検討した．また，政府の機会主義的な再交渉政策に起因する緩い予算制約についても，Ho[6]によってゲーム理論を用いたモデル化が行われている．これらはつまり，官民が互いに協力することが社会的に効率性であることが明らかにもかかわらず，双方が協力状態から積極的に離脱するインセンティブを持つような状況を想定している．本来PPP事業の利点は官民が協力してリスク分担をすることから生まれるので，これらの問題を解決して両者の間にパートナーシップを構築することは不可欠である．

しかし，仮に適切な制度設計によって双方の機会主義的行動の余地を小さくし，互いに協力的な姿勢を示す状況が実現できたとしても，再交渉に係る懸念を完全に払拭できたわけではない．これはあらゆる再交渉の可能性を排除すべきだという意味ではなく，事業開始後に図１の左下に示すようなリスクが発生した場合には，再交渉によって解決を図る必要がある．例えば，追加的に発生した資金需要の大きさに応じて政府が補助金を支払うように，再交渉の仕組みを事前に取り決めておくことが考えられる．これは，民間事業者にとってPPP事業に積極的に投資を行う後押しとなる．だが，ここで問題となるのは，こうしたリスクに対する認識が関係主体間で十分に共有されているとは限らないということである．実際，官民間のリスクに対する認識の不一致が不用意な再交渉を引き起こす事例も報告されている．しかしながら，こうした関連主体間での状況認識のずれを考慮に入れて，モデル化を行った例は少ない．

よって以下では，将来的な再交渉の発生を想定した民間事業者の入札行動について，ゲーム理論を用いてモデル化を行っていく．特に，官民の認知する事業リスクにそれぞれ不確実性が存在するような情報不完備ゲームにおいて，民間事業者が行う入札行動を分析する．

(3) グローバルゲーム

以下では，簡単な例を用いてグローバルゲームの基本的なメカニズムを説明する．まず，2人のプレイヤー（$i=1,2$）が表１のような利得行列を持つ戦略型ゲームを行うものとする．ここで，ρはゲームのファンダメンタルズであり，プレイヤーiはこの値を私的情報ρ_iとして観測する．

表１　各プレイヤーの戦略の組み合わせと利得

		2			
		X		Y	
1	X	ρ	ρ	ρ	0
	Y	0	ρ	4	4

(a) 情報完備ゲームの場合

まず，各プレイヤーが観測するファンダメンタルズに誤差がない情報完備ゲームを考える．このとき$\rho_1=\rho_2=\rho$であり，ファンダメンタルの大きさに応じた純粋戦略ナッシュ均衡は次のようになる．ここで，純粋戦略ナッシュ均衡とは，他のプレイヤーの戦略を所与としたときに，自らの戦略を変更することでより高い利得を得ることができないような戦略の組み合わせをいう．

(A) $\rho \le 0$のとき
純粋戦略の組(Y,Y)が唯一のナッシュ均衡となる．

(B) $0 \le \rho \le 4$のとき
2つの純粋戦略の組(X,X)および(Y,Y)がナッシュ均衡となる．

(C) $4 \le \rho$のとき
純粋戦略の組(X,X)が唯一のナッシュ均衡となる．

以上より，$0 \le \rho \le 4$の範囲では複数均衡が発生し，各プレイヤーは互いに相手の戦略を予測した結果に基づき自らの戦略を決定する．

(b) 情報不完備ゲームの場合

次に，両者が観測するファンダメンタルズの値に誤差がある情報不完備ゲームを考える．このとき，各プレイヤーが観測するファンダメンタルズの値ρ_iにはそれぞれ誤差項ε_iが含まれており，

$$\rho_1=\rho+\varepsilon_1 \qquad \rho_2=\rho+\varepsilon_2 \tag{1}$$

と表される．ただし，誤差項ε_iはいずれも$\left[-\bar{\varepsilon},\bar{\varepsilon}\right]$の一様分布に従い，これは両者の共有情報とする．

今，プレイヤーiは，自身が観測した私的情報ρ_iをもとに最適反応戦略$\sigma(\rho_i)$を決定する．ここで重要なのは，プレイヤーiは誤差項ε_iおよびε_jの分布に関して情報を有しているため，自らが観測した私的情報ρ_iに対して相手の観測値ρ_jを予測しようとするということである．グローバルゲームを用いると，このゲームにおける各プレイヤーの最適反応戦略は，ファンダメンタルズの大きさに応じて以下のようになる（証明は付録を参照）．

(A) $\rho \le 0$のとき
$\sigma(\rho_i)=Y$となる．すなわち，純粋戦略の組(Y,Y)が唯一のナッシュ均衡である．

(B) $0 \le \rho \le 4$のとき

$$\sigma(\rho_i)=s[2]_i(\rho_i)=\begin{cases} X & (\rho_i \ge 2) \\ Y & (\rho_i \le 2) \end{cases} \tag{2}$$

である．ただし，$s[k_i]_i(\rho_i)$は閾値戦略を表しており，観測した私的情報ρ_iがk_iと比べて大きいか小さいかで戦略を切り替えることを意味する．

(C) $4 \le \rho$のとき
$\sigma(\rho_i)=X$となる．すなわち，純粋戦略の組(X,X)が唯一のナッシュ均衡である．

以上より，情報不完備ゲームでは$\rho_i=2$を境に戦略を切り替えており，情報完備ゲームで複数均衡が存在した範囲においても均衡が唯一に定まることがわかる．

なお，Carlsson and van Damme (1993) によって，誤差項の分布の幅が十分に小さいとき（$\varepsilon \to 0$），選択される戦略の組がリスク支配均衡となることが明らかにされている[7]．ここで，**リスク支配均衡**とは，均衡から一方的に離脱することによって生じる各プレイヤーの損失の積が最も大きい，すなわち均衡から離脱することに伴うリスクが最大となるような均衡である．

3. モデルの定式化

(1) モデル化の概要

ここでは，コンセッション方式によるPPP事業を，ゲーム理論によってモデル化して行く．全体としては図2の流れに沿って事業が進行していくものと考え，そのうち特に④の入札価格の決定までをモデル化の対象とする．

① はじめに，政府は事業全体の制度設計を行う．リスクが顕在化した場合の再交渉等の対応方法についても，基本的な枠組みはここで決定する．
② 次に，政府は事業に関して事前調査を行い，その結果をもとに自らの投資水準と公共サービスの利用料金を決定する．
③ そのうえで，政府は事業概要を公表し，事業者を公募する．
④ 事業者は，公募の内容をもとに事業の収益性を予測し，自らの利益が最大となるように投資水準と入札価格を決定する．
⑤ 最も高い入札価格を示した事業者が事業を落札し，政府と調整の上で契約内容を確定して事業の運営を開始する．
⑥ 事業期間中に，契約時には想定しなかった資金需要が発生する場合がある．その際は，事業者は政府との間で再交渉を行い，リスクの深刻度と自らの交渉力に応じて収益の一部を回収する．
⑦ 事業が終了し，各主体の最終的な収益が確定する．

図２　事業の流れ

(2) 利得構造

以下では，事業者と政府がそれぞれ投資水準e_S，e_Gを決定する際に用いる目的関数として，期待利得π_Sおよびπ_Gをモデル化していく．本来，投資水準e_S，e_Gは連続的に変化させ得る変数であるが，ここでは簡単のため，それぞれ2種類の選択肢$e_S=\left(e_{SH},e_{SL}\right)$および$e_S=\left(e_{GH},e_{GL}\right)$から選ぶものとする．ただし，$H$は高い投資水準を，$L$は低い投資水準を表し，これらの投資は事業リスクの顕在化に伴う資金需要ρを軽減する効果をもつものとする．なお，この投資にはそれぞれの水準に応じて費用$C_S=\left(C_{SH},C_{SL}\right)$，$C_G=\left(C_{GH},C_{GL}\right)$が発生することになる．以上を踏まえ，事業者と政府が投資水準としてe_{Si}，e_{Sj}を選択した際のρ'は，

$$\rho'=\rho-\rho_{ij} \tag{3}$$

と表す．ただし，リスクが顕在化する確率をθとして，以下の条件①～③が成立することを仮定する．

① 高い投資水準を低い投資水準よりも大きな投資費用を要する．

$$C_{SL}<C_{SH} \qquad C_{GL}<C_{GH} \tag{4}$$

② 高い投資水準を選択する主体の数が多いほど，リスク削減のための投資効果は高まる

$$\rho_{LH}=\rho_{HL}=\rho_1 \qquad \rho_{HH}=\rho_2 \tag{6}$$

③ 高い投資水準を選択する主体の数が多いほど，社会的効率性は高まる．

$$\begin{cases}\theta\rho_2-\left(C_{SH}+C_{GH}\right)>\theta\rho_1-\left(C_{SL}+C_{GH}\right)>-\left(C_{SL}+C_{GL}\right)\\ \theta\rho_2-\left(C_{SH}+C_{GH}\right)>\theta\rho_1-\left(C_{SH}+C_{GL}\right)>-\left(C_{SL}+C_{GL}\right)\end{cases} \tag{5}$$

いま，事業者や政府が行う投資はリスクの顕在化による資金需要を軽減するためのものであり，事業の成果としての公共サービスの質自体に影響を及ぼすものではない．よって，事業者と政府の事業収益SおよびGはそれぞれ，公共サービスの利用料金pの関数として表すことができる．公共サービスの需要関数$q\left(p\right)$を

$$q\left(p\right)=\frac{p_0-p}{a} \qquad 0\le p\le p_0 \tag{7}$$

とすれば，事業者の収益Sは利用料金と需要量の積で

$$S=\frac{p\left(p_0-p\right)}{a} \tag{8}$$

と表される．また，政府の収益Gは公共サービスが利用可能であることによる便益を金銭価値で表したものとすれば，サービスの需要量と正の相関があるので，

$$G=\frac{\left(p_0-p\right)^2}{b} \tag{4}$$

とおく．

事業開始後，確率θで追加的な資金需要ρ'が発生するため，これに対して再交渉が行われ，事業者と政府との交渉力に応じて事業者の負担割合αが決定される．ただし，αの値は両者にとって共有の情報である．また，政府が事業者より先に撤退を行わないためには，事業者の収益がゼロとなるときに，政府の収益が非負であることが必要である。よって，

$$G-\left(1-\alpha\right)\rho'>0\middle|S-\alpha\rho'=0 \tag{9}$$

すなわち，

$$\alpha>S/\left(S+G\right) \tag{10}$$

となる．いま，再交渉の内容については，事前に以下のように取り決めがなされているものとする．

(A) 追加的な資金需要が小さく，事業者が自力で事業を継続できる場合（$S-\alpha\rho'>0$）．
事業者と政府の期待利得はそれぞれ次式で表せる．

$$\left(\pi_S,\pi_G\right)=\left(S-C_S-\theta\alpha\rho',G-C_G-\theta\left(1-\alpha\right)\rho'\right) \tag{11}$$

(B) 追加的な資金需要が大きく事業者は自力では事業を継続する誘引を持たないが，事業全体の収益は非負であり，政府が補助金を払ってこれを継続させることが可能な場合（$S-\alpha\rho'<0$，$S+G>\rho'$）．
政府は事業者が事業を継続する誘引をもつ最大の負担額R_Sを負担させる．事業者と政府の期待利得はそれぞれ次式で表せる．

$$\left(\pi_S,\pi_G\right)=\left(\left(1-\theta\right)S-C_S,G-C_G-\theta\left(\rho'-S\right)\right) \tag{12}$$

(C) 追加的な資金需要が極めて大きく事業を継続することが社会的に非効率的である場合（$S+G<\rho'$）．
事業者と政府の期待利得はそれぞれ次式で表せる．

$$\left(\pi_S,\pi_G\right)=\left(\left(1-\theta\right)S-C_S,\left(1-\theta\right)G-C_G\right) \tag{13}$$

以上をもとに，各事業主体の利得を表１に整理した．

表２　ゲームの利得構造

		政府			
		e_{GH}		e_{GH}	
事業者	e_{SH}	$\rho\le\frac{S}{\alpha}+\rho_2$		$\rho\le\frac{S}{\alpha}+\rho_1$	
		$S-C_{SH}-\alpha\theta\left(\rho-\rho_2\right)$	$G-C_{GH}-\left(1-\alpha\right)\theta\left(\rho-\rho_2\right)$	$S-C_{SH}-\alpha\theta\left(\rho-\rho_1\right)$	$G-C_{GL}-\left(1-\alpha\right)\theta\left(\rho-\rho_1\right)$
		$\frac{S}{\alpha}+\rho_2<\rho<S+G+\rho_2$		$\frac{S}{\alpha}+\rho_1<\rho<S+G+\rho_1$	
		$\left(1-\theta\right)S-C_{SH}$	$G-C_{GH}-\theta\left(\rho-\rho_2-S\right)$	$\left(1-\theta\right)S-C_{SH}$	$G-C_{GL}-\theta\left(\rho-\rho_1-S\right)$
		$S+G+\rho_2<\rho$		$S+G+\rho_1<\rho$	
		$\left(1-\theta\right)S-C_{SH}$	$\left(1-\theta\right)G-C_{GH}$	$\left(1-\theta\right)S-C_{SH}$	$\left(1-\theta\right)G-C_{GL}$
	e_{SL}	$\rho\le\frac{S}{\alpha}+\rho_1$		$\rho\le\frac{S}{\alpha}$	
		$S-C_{SL}-\alpha\theta\left(\rho-\rho_1\right)$	$G-C_{GH}-\left(1-\alpha\right)\theta\left(\rho-\rho_1\right)$	$S-C_{SL}-\alpha\theta\rho$	$G-C_{GL}-\left(1-\alpha\right)\theta\rho$
		$\frac{S}{\alpha}+\rho_1<\rho<S+G+\rho_1$		$\frac{S}{\alpha}<\rho<S+G$	
		$\left(1-\theta\right)S-C_{SL}$	$G-C_{GH}-\theta\left(\rho-\rho_1-S\right)$	$\left(1-\theta\right)S-C_{SL}$	$G-C_{GL}-\theta\left(\rho-S\right)$
		$S+G+\rho_1<\rho$		$S+G<\rho$	
		$\left(1-\theta\right)S-C_{SL}$	$\left(1-\theta\right)G-C_{GH}$	$\left(1-\theta\right)S-C_{SL}$	$\left(1-\theta\right)G-C_{GL}$

なお，以下では簡単のため，

$$\pi_S\left(e_{Si}, e_{Gj}\right) = \pi_{Sij}$$
$$\pi_G\left(e_{Si}, e_{Gj}\right) = \pi_{Gij} \tag{14}$$

と表記する．

3. 均衡解の導出

(1) 最適応答戦略の決定

(a) 事業リスクに関する認知誤差を考慮しない場合

まず，事業者と政府の間でリスクに関する情報に誤差がない場合を考える．すなわち，

$$\rho_S = \rho_G = \rho \tag{15}$$

であると仮定する．

いま，このゲームの純粋戦略ナッシュ均衡を求める．

(A) 事業者と政府がともに高い投資水準を選択することが純粋戦略ナッシュ均衡となる場合．

このとき，

$$\begin{cases} \pi_{SHH} > \pi_{SLH} \\ \pi_{GHH} > \pi_{GHL} \end{cases} \tag{16}$$

であることが必要十分条件となる．よって，

$$\rho \le \frac{S}{\alpha} + \rho_2 - \frac{C_{SH} - C_{SL}}{\alpha\theta} \tag{17}$$

のとき，事業者と政府がともに高い投資水準をすることが純粋戦略ナッシュ均衡となる．これを均衡解Aとする．

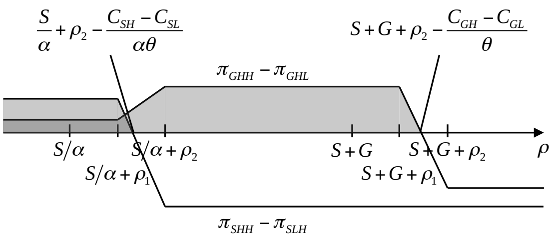

図３ 均衡解の導出(A)

(B) 事業者が低い投資水準，政府が高い投資水準を選択することが純粋戦略ナッシュ均衡となる場合．

このとき，

$$\begin{cases} \pi_{SLH} > \pi_{SHH} \\ \pi_{GLH} > \pi_{GLL} \end{cases} \tag{18}$$

であることが必要十分条件となる．よって

$$\rho_2 - \rho_1 \le S + G - \frac{S}{\alpha} + \frac{C_{SH} - C_{SL} - \alpha\left(C_{GH} - C_{GL}\right)}{\alpha\theta} \tag{19}$$

ならば，事業者が低い投資水準，政府が高い投資水準を選択するような純粋戦略ナッシュ均衡解が存在し，その範囲は

$$\frac{S}{\alpha} + \rho_2 - \frac{C_{SH} - C_{SL}}{\alpha\theta} \le \rho \le S + G + \rho_1 - \frac{C_{GH} - C_{GL}}{\theta} \tag{20}$$

である．これを均衡解Bとする．

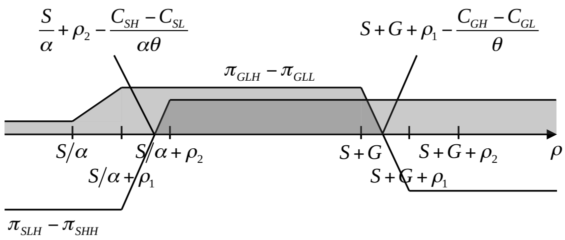

図４ 均衡解の導出(B)

(C) 事業者が高い投資水準，政府が低い投資水準を選択することが純粋戦略ナッシュ均衡となる場合．

このとき，

$$\begin{cases} \pi_{SHL} > \pi_{SLL} \\ \pi_{GHL} > \pi_{GHH} \end{cases} \tag{21}$$

であることが必要十分条件となる．しかし，これは交渉力の条件より成り立たない．よってこのような均衡が発生することはない．

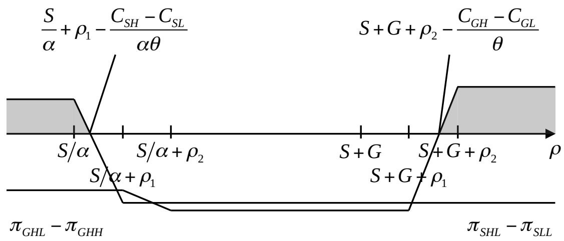

図５ 均衡解の導出(C)

(D) 事業者と政府がともに低い投資水準を選択することが純粋戦略ナッシュ均衡となる場合．

このとき，

$$\begin{cases} \pi_{SLL} > \pi_{SHL} \\ \pi_{GLL} > \pi_{GLH} \end{cases} \tag{22}$$

であることが必要十分条件となる．よって，

$$S + G + \rho_1 - \frac{C_{GH} - C_{GL}}{\theta} \le \rho \tag{23}$$

のとき，事業者と政府がともに低い投資水準をすることが純粋戦略ナッシュ均衡となる．これを均衡解Dとする．

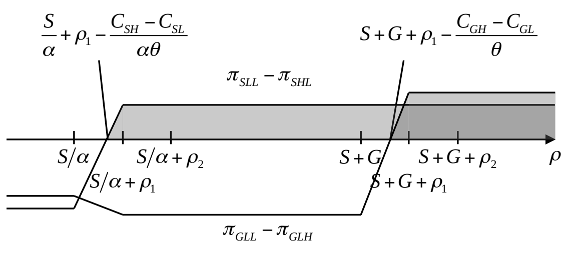

図６ 均衡解の導出(D)

いま，

$$\rho_2 - \rho_1 \geq S + G - \frac{S}{\alpha} + \frac{C_{SH} - C_{SL} - \alpha\left(C_{GH} - C_{GL}\right)}{\alpha\theta} \tag{24}$$

のとき均衡Aと均衡Dが複数均衡になるが，これは均衡解Bが存在しない条件と一致する．複数均衡が成立するとき，事業者と政府は互いに相手と同じ戦略を選ぶことで高い期待利得が得られるので，入札時に政府の戦略をどのように予測しているかで事業者の選択が決まる．

以上より，外部要因である事業リスクρに対して利用料金pを設定すると，均衡戦略がそれらの組み合わせによって決定されることがわかった．これを$\rho-p$平面上に表したものが図7である．事業リスクが大きくなると，両主体とも低い投資水準を選択する傾向にあり，一部均衡解Aと均衡解Dが複数均衡となる領域が存在する．

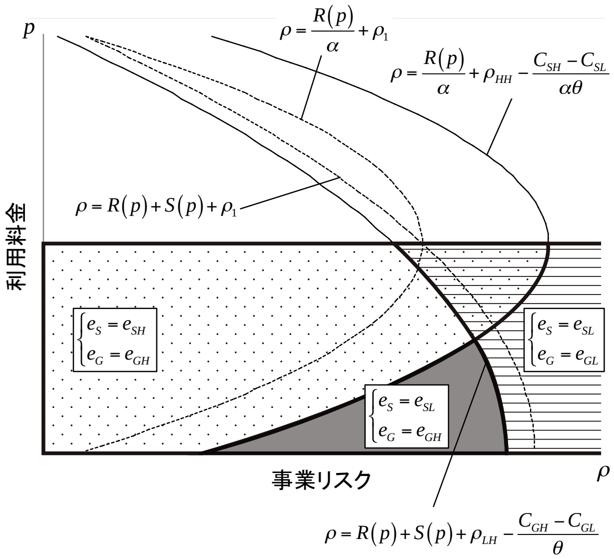

図７　認知誤差を考慮しない場合の均衡解の様子

(b)　事業リスクに関する認知誤差を考慮する場合

次に，事業者と政府の間でリスクに間する情報に誤差がある場合を考える．このとき，事業者と政府が認知するリスクをそれぞれ

$$\rho_S = \rho + \varepsilon_S \qquad \rho_G = \rho + \varepsilon_G \tag{25}$$

と書き表すものとする．ここで，ε_Sとε_Gは互いに独立な誤差項であり，その確率分布関数が$\left[-\bar{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}\right]$の範囲で一様分布に従うとする．このとき，確率密度関数と確率分布関数はそれぞれ，

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{2\bar{\varepsilon}} \tag{26}$$

$$F(\varepsilon) = \frac{\varepsilon - \bar{\varepsilon}}{2\bar{\varepsilon}} \tag{27}$$

と書ける．

いま，事業者と政府は誤差項の確率分布に関する情報を有しており，それを踏まえて自身が観測した事業リスクに応じた投資戦略を決定する．ここで，事業者と政府がそれぞれ事業リスクρ_S，ρ_Gを観測した場合の両者の最適戦略を$\sigma_S\left(\rho_S\right)$および$\sigma_G\left(\rho_G\right)$とおく．さらに，事業リスク$\rho_S$を観測した事業者にとっての，政府が高い投資水準$e_{GH}$を選択するという主観確率を

$$\Pr\left(\sigma_G = e_{GH} \middle| \rho_S\right) \tag{28}$$

と表し，事業リスクρ_Gを観測した政府にとっての，事業者が高い投資水準e_{SH}を選択するという主観確率を

$$\Pr\left(\sigma_S = e_{SH} \middle| \rho_G\right) \tag{29}$$

とすると，事業者の各投資戦略に対する期待利得は，

$$\begin{cases} \pi_S\left(e_{SH} \middle| \rho_S\right) = \Pr\left(\sigma_G = e_{GH} \middle| \rho_S\right)\pi_{SHH} \\ \qquad + \left(1 - \Pr\left(\sigma_G = e_{GH} \middle| \rho_S\right)\right)\pi_{SHL} \\ \pi_S\left(e_{SL} \middle| \rho_S\right) = \Pr\left(\sigma_G = e_{GH} \middle| \rho_S\right)\pi_{SLH} \\ \qquad + \left(1 - \Pr\left(\sigma_G = e_{GH} \middle| \rho_S\right)\right)\pi_{SLL} \end{cases} \tag{30}$$

と書ける．また，政府の期待利得も同様にして，

$$\begin{cases} \pi_G\left(e_{GH} \middle| \rho_G\right) = \Pr\left(\sigma_S = e_{SH} \middle| \rho_G\right)\pi_{GHH} \\ \qquad + \left(1 - \Pr\left(\sigma_S = e_{SH} \middle| \rho_G\right)\right)\pi_{GHL} \\ \pi_G\left(e_{GL} \middle| \rho_G\right) = \Pr\left(\sigma_S = e_{SH} \middle| \rho_G\right)\pi_{GLH} \\ \qquad + \left(1 - \Pr\left(\sigma_S = e_{SH} \middle| \rho_G\right)\right)\pi_{GLL} \end{cases} \tag{31}$$

と表すことができる．

これらを用いて，事業リスクを私的情報として観測した事業者と政府が，互いに相手の観測値をどのように予測するかを考える．誤差項が$\left[-\bar{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}\right]$の範囲で一様に分布することから，事業者が事業リスクとしてρ_Sを観測したとき，実際の事業リスクρの事後的な確率密度関数は$\left[\rho_S - \bar{\varepsilon}, \rho_S + \bar{\varepsilon}\right]$の範囲で以下の一様分布に従う．

$$f_S\left(\rho \middle| \rho_S\right) = \frac{1}{2\bar{\varepsilon}} \tag{32}$$

ここで，実際の事業リスクがρであったとして，政府の観測値にも$\left[-\bar{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}\right]$の範囲で誤差$\varepsilon_G$が存在する．よって，事業リスク$\rho_S$を観測した事業者にとって，政府の事業リスクに対する観測値ρ_Gについての主観的確率は，畳み込み積分を行うことで以下のように表せる．

$$\begin{aligned} & f_{S-G}\left(\rho_G \middle| \rho_S\right) = \int_{-\infty}^{\infty} f_S\left(\tau \middle| \rho_S\right) f\left(\rho_G - \tau\right) d\tau \\ & = \begin{cases} \frac{1}{4\left(\bar{\varepsilon}\right)^2}\left(-\rho_S + 2\bar{\varepsilon} + \rho_G\right) & \left(\rho_S - 2\bar{\varepsilon} < \rho_G < \rho_S\right) \\ \frac{1}{4\left(\bar{\varepsilon}\right)^2}\left(-\rho_G + 2\bar{\varepsilon} + \rho_S\right) & \left(\rho_S < \rho_G < \rho_S + 2\bar{\varepsilon}\right) \end{cases} \end{aligned} \tag{33}$$

これは，ρ_S を軸とする線対称な分布関数になっており，事業者は1/2 の確率で政府が自らよりも高い事業リスクを観測していると考える．すなわち，

$$\Pr\left(\rho_G > \rho_S \middle| \rho_S\right) = \Pr\left(\rho_G < \rho_S \middle| \rho_S\right) = 1/2 \tag{34}$$

である．

政府が事業者の事業リスクの観測値 ρ_S を予測する際にも同様のことが言えるので，事業リスク ρ_G を観測した政府にとって，事業者の事業リスクに対する観測値 ρ_S についての主観的確率は

$$f_{G-S}\left(\rho_S \middle| \rho_G\right) = \int_{-\infty}^{\infty} f_G\left(\tau \middle| \rho_G\right) f\left(\rho_S - \tau\right) d\tau$$
$$= \begin{cases} \dfrac{1}{4\left(\bar{\varepsilon}\right)^2}\left(-\rho_G + 2\bar{\varepsilon} + \rho_S\right) & \left(\rho_G - 2\bar{\varepsilon} < \rho_S < \rho_G\right) \\ \dfrac{1}{4\left(\bar{\varepsilon}\right)^2}\left(-\rho_S + 2\bar{\varepsilon} + \rho_G\right) & \left(\rho_G < \rho_S < \rho_G + 2\bar{\varepsilon}\right) \end{cases} \tag{35}$$

と表され，次式が成立する．

$$\Pr\left(\rho_S > \rho_G \middle| \rho_G\right) = \Pr\left(\rho_S < \rho_G \middle| \rho_G\right) = 1/2 \tag{36}$$

グローバルゲームに関する議論より，事業リスクに対する認知誤差がないときに均衡が唯一に定まるならば，認知誤差を考慮しても均衡は変わらない．一方で，認知誤差を無視したとき複数均衡をとるような範囲では，認知誤差を考慮すると，観測した私的情報に対して閾値戦略をとることが最適反応となる．いま，複数均衡が存在するのは式(25)が成立するという条件のもとで，

$$S + G + \rho_1 - \frac{C_{GH} - C_{GL}}{\theta} \le \rho \le -\frac{S}{\alpha} + \rho_2 - \frac{C_{SH} - C_{SL}}{\alpha\theta} \tag{37}$$

が成り立つときである．このとき，事業者と政府の均衡戦略を閾値戦略として，

$$\sigma_S\left(\rho_S\right) = s\left[k_S\right]_S\left(\rho_S\right) = \begin{cases} e_{SH} & \left(\rho_S \le k_S\right) \\ e_{SL} & \left(\rho_S \ge k_S\right) \end{cases} \tag{38}$$

$$\sigma_G\left(\rho_G\right) = s\left[k_G\right]_G\left(\rho_G\right) = \begin{cases} e_{GH} & \left(\rho_G \le k_G\right) \\ e_{GL} & \left(\rho_G \ge k_G\right) \end{cases} \tag{39}$$

と表すことができる．ただし，k_S と k_G はそれぞれ事業者と政府の閾値戦略における閾値である．

まず，政府の閾値戦略に対する事業者の最適反応戦略を求める．事業者が ρ_S を観測するときに政府が e_{GH} を選択する事後確率は $\rho_G \le k_G$ となる事後確率と等しく，

$$\int_{\rho_S - 2\bar{\varepsilon}}^{k_G} f_{S-G}\left(\rho_G \middle| \rho_S\right) d\rho_G \tag{40}$$

と表せる．従って，ρ_S を観測する事業者が e_{SH} および e_{SL} を選択する場合の期待利得は，それぞれ次式によって表される．

$$\begin{cases} \pi_S\left(\rho_S, k_G\right)_{e_S = e_{SH}} = \pi_{SHH} \displaystyle\int_{\rho_S - 2\bar{\varepsilon}}^{k_G} f_{S-G}\left(\rho_G \middle| \rho_S\right) d\rho_G \\ \qquad + \pi_{SHL}\left(1 - \displaystyle\int_{\rho_S - 2\bar{\varepsilon}}^{k_G} f_{S-G}\left(\rho_G \middle| \rho_S\right) d\rho_G\right) \\ \pi_S\left(\rho_S, k_G\right)_{e_S = e_{SL}} = \pi_{SLH} \displaystyle\int_{\rho_S - 2\bar{\varepsilon}}^{k_G} f_{S-G}\left(\rho_G \middle| \rho_S\right) d\rho_G \\ \qquad + \pi_{SLL}\left(1 - \displaystyle\int_{\rho_S - 2\bar{\varepsilon}}^{k_G} f_{S-G}\left(\rho_G \middle| \rho_S\right) d\rho_G\right) \end{cases} \tag{41}$$

一方，事業者の閾値戦略に対する政府の最適反応戦略を考える．政府が ρ_G を観測するときに事業者が e_{SH} を選択する事後確率は $\rho_S \le k_S$ となる事後確率と等しく，

$$\int_{\rho_G - 2\bar{\varepsilon}}^{k_S} f_{G-S}\left(\rho_S \middle| \rho_G\right) d\rho_S \tag{42}$$

と表せる．従って，ρ_G を観測する政府が e_{GH} および e_{GH} を選択する場合の期待利得はそれぞれ，

$$\begin{cases} \pi_G\left(\rho_G, k_S\right)_{e_G = e_{GH}} = \pi_{GHH} \displaystyle\int_{\rho_G - 2\bar{\varepsilon}}^{k_S} f_{G-S}\left(\rho_S \middle| \rho_G\right) d\rho_S \\ \qquad + \pi_{GLH}\left(1 - \displaystyle\int_{\rho_G - 2\bar{\varepsilon}}^{k_S} f_{G-S}\left(\rho_S \middle| \rho_G\right) d\rho_S\right) \\ \pi_G\left(\rho_G, k_S\right)_{e_G = e_{GL}} = \pi_{GHL} \displaystyle\int_{\rho_G - 2\bar{\varepsilon}}^{k_S} f_{G-S}\left(\rho_S \middle| \rho_G\right) d\rho_S \\ \qquad + \pi_{GLL}\left(1 - \displaystyle\int_{\rho_G - 2\bar{\varepsilon}}^{k_S} f_{G-S}\left(\rho_S \middle| \rho_G\right) d\rho_S\right) \end{cases} \tag{43}$$

と表される．

今，事業者と政府の均衡戦略においては

$$\begin{cases} \pi_S\left(k_S, k_G\right)_{e_S = e_{SH}} = \pi_S\left(k_S, k_G\right)_{e_S = e_{SL}} \\ \pi_G\left(k_G, k_S\right)_{e_G = e_{GH}} = \pi_G\left(k_G, k_S\right)_{e_G = e_{GL}} \end{cases} \tag{44}$$

が成り立つので，これを満足する k_S および k_G が事業者と政府の閾値戦略における閾値となる．ただし，上述のように，誤差項が十分に小さい場合にグローバルゲームによって導かれる均衡はリスク支配均衡になることがわかっているので，

$$\begin{aligned} &\left(\pi_{SHH} - \pi_{SLH}\right) \cdot \left(\pi_{GHH} - \pi_{GHL}\right) \\ &\quad = \left(\pi_{SLL} - \pi_{SHL}\right) \cdot \left(\pi_{GLL} - \pi_{GLH}\right) \end{aligned} \tag{45}$$

を満足するような ρ_T を求めれば，

$$k_S = k_G = \rho_T \tag{46}$$

となる．ρ_T を求めるにあたっては，式(45)に用いる利得関数が ρ の大小によってによって変化するため，以下の(A)～(C)の条件に分けて考える必要がある．

(A) $\rho \le S/\alpha + \rho_1$ のとき

(B) $S/\alpha + \rho_1 \le \rho \le S + G + \rho_1$ のとき

(C) $S + G + \rho_1 \le \rho$ のとき

各条件のもとで式(45)を解いて得られる解を，それぞれ ρ_{T-A}，ρ_{T-B}，ρ_{T-C} とする．ただし，いずれについても，

それぞれ検討している(A)～(C)の条件を満足しているかどうかに注意を払う必要がある．

以上の結果をもとに，$\rho - p$ 平面上における均衡戦略の組み合わせの様子を示したものが図8である．事業リスクに関する認知誤差を無視したときには複数均衡が存在していた領域において，複数均衡が解消し，$\rho = \rho_T$ を境に均衡Aが実現する領域と均衡Dが実現する領域が分かれていることがわかる．

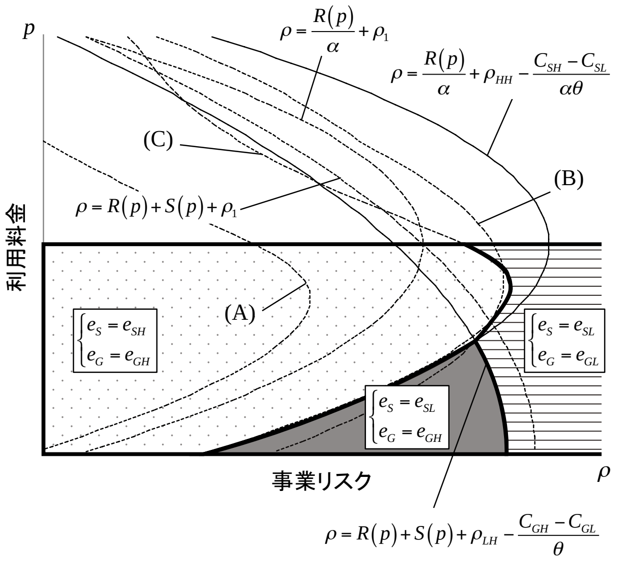

図８　認知誤差を考慮する場合の均衡解の様子

(2)　入札価格の決定

次に，事業者の入札行動を分析する．事業者 i は私的情報として事業コスト C_{Si} を有しており，それをもとに期待利得 π_{Si} を算定する．また，すべての事業者は，共通情報として各事業者の事業コストに関する私的情報 C_{Si} の確率分布を知っているものとする．入札においては，各事業者がコンセッションフィー B_{Si} を提示し，最大の価格を提示した事業者が落札する．

事業者 i にとって，期待利得 π_{Si} を最大化する条件は，

$$\max\left(\pi_{Si} - B_{Si}\right)\Pr\left(B_{Si} > B_{Sj}; \forall j \neq i\right) \tag{47}$$

である．目的関数に含まれる確率分布についてはすべての事業者に共有された情報であるため，各事業者のコンセッションフィー B_{Si} はその事業者が算定した期待利得 π_{Si} のみによって決定される．すなわち，

$$B_{Si} = B_{Sj}\left(\pi_{Sj}\right) \tag{48}$$

と表すことができて，B_{Si} は期待利得 π_{Si} に対して単調増加関数であると仮定できる．この仮定のもとで，事業者が N 社存在するとき，事業者 i が落札できる確率は，

$$\Pr\left(B_{Si} > B_{Sj}; \forall j \neq i\right) = \Pr\left(\pi_{Si} > \pi_{Sj}; \forall j \neq i\right) \tag{49}$$

から求められ，

$$\Pr\left(\pi_{Si} > \pi_{Sj}; \forall j \neq i\right) = F_{N-1}\left(\pi_{Si}\right) \tag{50}$$

と表すと，事業者 i が期待利得を最大化する条件は，

$$\max\left(\pi_{Si} - B_{Si}\left(\pi_{Si}\right)\right) \cdot F_{N-1}\left(\pi_{Si}\right) \tag{51}$$

となる．この一階の条件は，

$$\frac{d}{dB_{Si}}\left\{\left(\pi_{Si} - B_{Si}\left(\pi_{Si}\right)\right) \cdot F_{N-1}\left(\pi_{Si}\right)\right\} = 0 \tag{52}$$

$$\frac{d}{d\pi_{Si}}\left\{F_{N-1}\left(\pi_{Si}\right) \cdot B_{Si}\left(\pi_{Si}\right)\right\} = \pi_{Si} \cdot F'_{N-1}\left(\pi_{Si}\right) \tag{53}$$

$$F_{N-1}\left(\pi_{Si}\right) \cdot B_{Si}\left(\pi_{Si}\right) = \int_{\underline{\pi_S}}^{\pi_{Si}} x \cdot F'_{N-1}(x)\,dx \tag{54}$$

であり，右辺を部分積分により整理すると，

$$F_{N-1}\left(\pi_{Si}\right) \cdot B_{Si}\left(\pi_{Si}\right) = \pi_{Si} \cdot F_{N-1}\left(\pi_{Si}\right) - \int_{\underline{\pi_S}}^{\pi_{Si}} F_{N-1}(x)\,dx \tag{55}$$

が得られる．よって入札価格は，

$$B_{Si}\left(\pi_{Si}\right) = \pi_{Si} - \frac{1}{F_{N-1}\left(\pi_{Si}\right)} \int_{\underline{\pi_S}}^{\pi_{Si}} F_{N-1}(x)\,dx \tag{56}$$

となる．

ここで，確率分布 $F_{N-1}\left(\pi_{Si}\right)$ を求める．事業者 i の事業コストに関する私的情報 C_{Si} の確率密度関数は，$\left[\underline{C_S}, \overline{C_S}\right]$ の範囲で一様分布に従う．よって，C_{Si} の確率密度関数 $f_C\left(C_{Si}\right)$ と確率分布関数 $F_C\left(C_{Si}\right)$ はそれぞれ，

$$f_C\left(C_{Si}\right) = \frac{1}{\overline{C_S} - \underline{C_S}} \tag{57}$$

$$F_C\left(C_{Si}\right) = \frac{C_{Si} - \underline{C_S}}{\overline{C_S} - \underline{C_S}} \tag{58}$$

となる．事業者 i はこの私的情報 C_{Si} をもとに事業の期待利得 π_{Si} を算定する．式(12)～(13)より，事業者 i の期待利得 π_{Si} と事業コスト C_{Si} は互いに全単射であるので，$\pi_{Si} = \Pi\left(C_{Si}\right)$ に対して $C_{Si} = \Pi^{-1}\left(\pi_{Si}\right)$ が存在する．また，

$$\frac{d\pi_{Si}}{dC_{Si}} = \frac{d\Pi\left(C_{Si}\right)}{dC_{Si}} = -1 \tag{59}$$

より，期待利得 π_{Si} の確率密度関数 $f_\pi\left(\pi_{Si}\right)$ と確率分布関数 $F_\pi\left(\pi_{Si}\right)$ はそれぞれ，

$$f_\pi\left(\pi_{Si}\right) = f_C\left(\Pi^{-1}\left(\pi_{Si}\right)\right)\left|\frac{d\Pi^{-1}\left(\pi_{Si}\right)}{d\pi_{Si}}\right| = \frac{1}{\overline{C_S} - \underline{C_S}} \tag{60}$$

$$F_\pi\left(\pi_{Si}\right) = \frac{\pi_{Si} - \underline{\pi_S}}{\overline{C_S} - \underline{C_S}} \tag{61}$$

となる．

いま，事業者 i が落札する確率は，他者の入札価格について $B_{Si}\left(\pi_{Si}\right) > B_{Sj}\left(\pi_{Sj}\right); \forall j \neq i$ が成り立つ，すなわち他者の期待利得について $\pi_{Si} > \pi_{Sj}; \forall j \neq i$ が成り立つときで

あるので，その確率は

$$\Pr\left(\pi_{Si} > \pi_{Sj}; \forall j \neq i\right) = \left(\frac{\pi_{Si} - \underline{\pi_S}}{\overline{C_S} - \underline{C_S}}\right)^{N-1} \tag{62}$$

と表すことができる．式(50)，(56)，(62)より，事業者iの入札価格は

$$B_{Si}\left(\pi_{Si}\right) = \pi_{Si} - \frac{1}{\left(\frac{\pi_{Si} - \underline{\pi_S}}{\overline{C_S} - \underline{C_S}}\right)^{N-1}} \int_{\underline{\pi_S}}^{\pi_{Si}} \left(\frac{x - \underline{\pi_S}}{\overline{C_S} - \underline{C_S}}\right)^{N-1} dx \tag{63}$$

$$B_{Si}\left(\pi_{Si}\right) = \frac{N-1}{N}\left(\pi_{Si} - \underline{\pi_S}\right) + \underline{\pi_S} \tag{64}$$

と表される．ここでは簡単のため，$\underline{\pi_S} = 0$ となるように$\overline{C_S}$を設定すると，

$$B_{Si}\left(\pi_{Si}\right) = \frac{N-1}{N}\pi_{Si} \tag{65}$$

となる．

式(65)に対して，式(11)〜(13)から求まる期待利得π_{Si}を代入することで，それぞれの均衡における入札価格B_{Si}が決定される．

(A) 均衡解Aが成立する場合

均衡解Aが成立する条件は

$$\rho \leq \frac{S}{\alpha} + \rho_2 - \frac{C_{SH} - C_{SL}}{\alpha\theta} \tag{66}$$

であり，このとき入札価格は

$$B_{Si}\left(\pi_{SiHH}\right) = \frac{N-1}{N}\left(S - C_{SH} - \alpha\theta\left(\rho - \rho_2\right)\right) \tag{67}$$

となる．

(B) 均衡解Bが成立する場合

均衡解Bが成立する条件は

$$\frac{S}{\alpha} + \rho_2 - \frac{C_{SH} - C_{SL}}{\alpha\theta} \leq \rho \leq S + G + \rho_1 - \frac{C_{GH} - C_{GL}}{\theta} \tag{68}$$

であり，このとき入札価格は

$$B_{Si}\left(\pi_{SiLH}\right) = \frac{N-1}{N}\left(\left(1-\theta\right)S - C_{SL}\right) \tag{69}$$

となる．

(C) 均衡解Cが成立する場合

均衡解Cが成立する条件は

$$S + G + \rho_1 - \frac{C_{GH} - C_{GL}}{\theta} \leq \rho \tag{70}$$

であり，このとき入札価格は

$$B_{Si}\left(\pi_{SiLH}\right) = \frac{N-1}{N}\left(\left(1-\theta\right)S - C_{SL}\right) \tag{71}$$

となる．

4. 考察

まず，公共サービスの利用料金pが任意に設定されたとして，事業リスクの大きさに応じて入札価格がどのように変化するかを見ていく．ただし，リスクに対する認知誤差を考慮するかどうかで均衡が変化する状況を分析したいので，式(24)が成立する範囲でpを設定した場合を考える．

はじめに，事業者と政府の間で観測する事業リスクに誤差がない場合を考える．政府が利用料金pを設定したもとで，事業リスクρを観測した民間事業者が示す入札価格B_Sは式(66)〜(71)から求まる．この関係を$\rho - B_S$平面上に示したものが図9である．

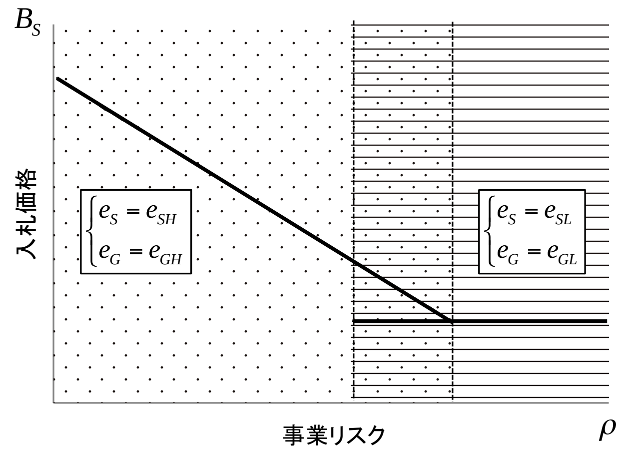

図９　認知誤差を考慮しない場合の入札価格

複数均衡となる領域では，事業者の入札行動は図のように2種類のタイプに別れる（ここでは入札に参加する事業者が十分多く，確率的にいずれのタイプも最低1事業者は存在するものとする）．政府が高い投資水準を選択すると予想した事業者は高い投資水準に設定して入札を行うのに対し，政府が低い投資水準を選択すると予想した事業者は低い投資水準に設定して入札をする．この場合，コンセッション契約を想定しているので，より高い入札価格を提示した事業者が落札することになるので，複数均衡となる領域では常に高い投資水準による入札が期待できる．

次に，事業者と政府の間でリスクに関する情報に誤差が存在する場合を考える．同様に，観測した事業リスクに対して民間事業者示す入札価格を，$\rho - B_S$平面上に示した（図10）．

図10より，認知誤差を無視したときには複数均衡が生じていた領域について，複数均衡が解消され，$\rho = \rho_T$を境として均衡Aが実現する領域と均衡Dが実現する領域に分かれていることがわかる．よって，リスク値に関する不確実性を考慮する合理的な民間事業者の入札行動は，$\rho \leq \rho_T$のときには高い投資水準を選択し，$\rho \geq \rho_T$のときには低い投資水準を選択するというものである．

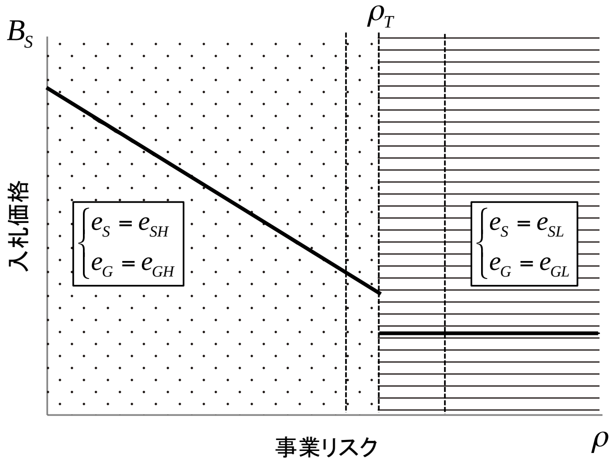

図１０　認知誤差を考慮する場合の入札価格

以上の議論を踏まえ，ここでは実際の事業入札の流れに沿ってシミュレーションを行っていく．まず入札前の段階で，政府が事前調査を実施して事業リスク ρ_G を観測し，それをもとに公共サービスの利用料金を設定する．この際，政府は高い投資水準による均衡が実現するような範囲で最低の利用料金を設定することが想定される．

いま，図11のような状況を考える．政府が事業リスクに関する認知誤差を考慮しない場合，図9で示したように複数均衡が成立すれば高い投資水準を選択する事業者が存在すると予想するため，利用料金を p_G に設定する．しかしながら図10から，事業者が合理的で認知誤差を考慮した上で入札行動を決定する場合には，実際には $(\rho, p) = (\rho_G, p_G)$ では高い投資水準を選択する事業者が存在しないことがわかる．したがって，合理的な民間事業者によって高い投資水準が選ばれるためには，政府は観測したリスク値のもつ不確実性を考慮して，利用料金を p'_G まで引き上げる必要がある．また，利用料金をどのように設定しても低い投資水準による均衡が実現するような範囲では，事業破綻の可能性が大きく事業を見直す必要があるが，そうした範囲も大きくなっている．

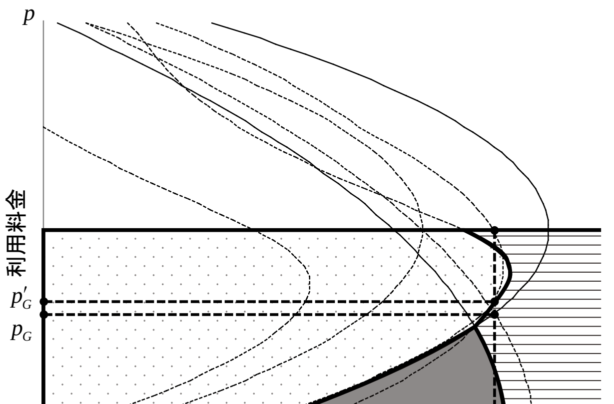

図１１　政府による利用料金の設定

4. 結論

本研究では，PPP事業の入札をゲーム理論によってモデル化し，事業者と政府が観測する事業リスクに不確実性を考慮するかどうかによって，民間事業者の入札行動がどのように変化するかを分析してきた．その概要は以下にまとめるとおりである．

- PPPを用いたコンセッション事業において，政府と民間事業者がそれぞれの投資水準を決定するメカニズムを，戦略系ゲームとしてモデル化した．
- グローバルゲームの概念を用いることで，事業リスク関する認知誤差が存在するかどうかによってゲームの均衡が変化することを示した．
- 入札理論を用いて各均衡における民間事業者の入札行動を分析し，事業者が観測するリスク値に関する不確実性を考慮するかどうかでその入札行動が変化することを示した．
- 事業入札において，政府が事業リスクを観測してから利用料金を設定するまでの流れをシミュレーションし，不確実性に関する政府の認識が不十分であると，低い投資水準を選択する民間事業者が事業を落札する可能性があることを示した．

参考文献

1) 大本俊彦, 小林潔司, 若松崇敏: 建設請負契約おけるリスク分担, *土木学会論文集*, Vol.153/No.693, pp.205-217, 2001.
2) 大西正光, 坂東弘, 小林潔司: PFI 事業におけるリスク分担ルール, *都市計画学会論文集*, No.38, pp.289-294, 2003.
3) J. Luis Guasch: Granting and Renegotiating Infrastructure Concessions, *WBI Development Studies*, World Bank Institute, 2004.
4) Dejan Makovsek, Bjorn Hasselgren, Stephen Perkins: Public Private Partnerships for Transport Infrastructure, *International Transport Forum Discussion Paper 2014/2015*, 2015.
5) 大西正光: プロジェクト契約の不完備性と制度設計に関する研究, *京都大学大学院工学系研究科博士課程学位論文*, 2005.
6) S. Ping Ho: Model for Financial Renegotiation in Public-Private Partnership Projects and Its Policy Implications: Game Theoretic View, *Journal of Construction Engineering and Management*, Vol.132, pp.678-688, 2006.
7) Hans Carlsson, Eric van Damme: Global Games and Equilibrium Selection, *Econometrica*, Vol.61/No.5, pp.989-1018, 1993.

補遺

グローバルゲームの証明

本文で扱った表 1 のゲームについて，情報不完備の場合には $0 \le \rho \le 4$ の範囲において閾値戦略を用いることが最適反応戦略となることを以下で証明する．

まず，プレイヤー i が ρ_i を観測したとき，誤差項 ε_i が $\left[-\bar{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}\right]$ の範囲で一様分布することから，実際のファンダメンタル ρ の事後的な確率密度関数は区間 $\left[\rho_i - \bar{\varepsilon}, \rho_i + \bar{\varepsilon}\right]$ の範囲で一様分布に従い，

$$f\left(\rho \middle| \rho_i\right) = \frac{1}{2\bar{\varepsilon}} \tag{A1}$$

と表される．さらに，プレイヤー j の観測値 ρ_j についても ρ からの誤差の分布がわかっているので，ρ_i を観測したプレイヤー i が予測するプレイヤー j の観測値 ρ_j の事後的な確率密度関数は，

$$\begin{aligned} f\left(\rho_j \middle| \rho_i\right) &= \int_{\rho_i - \bar{\varepsilon}}^{\rho_i + \bar{\varepsilon}} f\left(\tau \middle| \rho_i\right) f\left(\rho_j - \tau\right) d\tau \\ &= \begin{cases} = \dfrac{1}{4\left(\bar{\varepsilon}\right)^2}\left(-\rho_i + 2\bar{\varepsilon} + \rho_j\right) & \left(\rho_i - 2\bar{\varepsilon} < \rho_j < \rho_i\right) \\ = \dfrac{1}{4\left(\bar{\varepsilon}\right)^2}\left(-\rho_j + 2\bar{\varepsilon} + \rho_i\right) & \left(\rho_i < \rho_j < \rho_i + 2\bar{\varepsilon}\right) \end{cases} \end{aligned} \tag{A2}$$

の三角分布に従う．これは ρ_i を軸に線対称となっているが，このことはプレイヤー i が，プレイヤー j が自分より高い（低い）ファンダメンタルを観測している確率が1/2 であると推測することを意味する．

今，プレイヤー j が閾値戦略 $s\left[k_j\right]_j$ を採用すると仮定すると，私的情報 ρ_i を観測したプレイヤー i は，プレイヤー j が戦略Bを選択する確率を

$$\Pr\left(s\left[k_j\right]_j = B \middle| \rho_i\right) = \int_{\rho_i - \bar{\varepsilon}}^{k_j} f\left(\rho_j \middle| \rho_i\right) d\rho_j \tag{A3}$$

と予測する．よって，プレイヤー i が戦略X，Yを選択するときの期待利得 $\pi_i^X\left(\rho_i, k_j\right)$ および $\pi_i^Y\left(\rho_i, k_j\right)$ はそれぞれ，

$$\pi_i^X\left(\rho_i, k_j\right) = \rho_i \tag{A4}$$

$$\pi_i^Y\left(\rho_i, k_j\right) = 4\int_{\rho_i - \bar{\varepsilon}}^{k_j} f\left(\rho_j \middle| \rho_i\right) d\rho_j \tag{A5}$$

となる．なお，$\pi_i^X\left(\rho_i, k_j\right)$ は ρ_i について単調増加，k_j については一定であり，$\pi_i^Y\left(\rho_i, k_j\right)$ は ρ_j について単調減少，k_j については単調増加である．

今，$\rho_i = k_j$ の場合を考えると，$\rho_j \le \rho_i$ となる事後確率が1/2 であることから，

$$\pi_i^X\left(k_j, k_j\right) = k_j \qquad \pi_i^Y\left(k_j, k_j\right) = 2 \tag{A6}$$

となる．よって，$\pi_i^X\left(k_j, k_j\right)$ は k_j について単調に増加し，また $\pi_i^Y\left(k_j, k_j\right)$ は一定なので，$\pi_i^X\left(k_j, k_j\right) = \pi_i^Y\left(k_j, k_j\right)$ となるような k_i が唯一存在し，それは $k_j = 2$ である．

ところで，プレイヤー i は $\pi_i^X\left(\rho_i, k_j\right) \ge \pi_i^Y\left(\rho_i, k_j\right)$ ならば戦略Xを選択し，$\pi_i^X\left(\rho_i, k_j\right) \le \pi_i^Y\left(\rho_i, k_j\right)$ ならば戦略Yを選ぶ．一方 k_j を固定すると，$\pi_i^X\left(\rho_i, k_j\right)$ は ρ_i について単調に増加し，$\pi_i^Y\left(\rho_i, k_j\right)$ は ρ_j について単調に減少するので，$\pi_i^X\left(b\left(k_j\right), k_j\right) = \pi_i^Y\left(b\left(k_j\right), k_j\right)$ となるような $b\left(k_j\right)$ が一意に定まり，$\rho_i \le b\left(k_j\right)$ で $\pi_i^X\left(\rho_i, k_j\right) \le \pi_i^Y\left(\rho_i, k_j\right)$，$\rho_i \ge b\left(k_j\right)$ で $\pi_i^X\left(\rho_i, k_j\right) \ge \pi_i^Y\left(\rho_i, k_j\right)$ となる．したがって，プレイヤー i の $s\left[k_j\right]_j$ に対する最適反応戦略は $s\left[b\left(k_j\right)\right]_i$ となることがわかる．

ここで，$k_j = b\left(k_j\right)$ のときは $s\left[k_j\right]_i$ と $s\left[k_j\right]_j$ は互いに最適反応戦略であり，ゲームの均衡解となる．また，このとき $\pi_i^X\left(k_j, k_j\right) = \pi_i^Y\left(k_j, k_j\right)$ が成り立ち，この方程式が唯一の解 $k_i = 2$ を持つことは上述のとおりである．

次に，この均衡が一意であることを示す．まず，以下の数列 $b^n\left(k\right)$ を定義する．

$$b^n\left(k\right) = \begin{cases} k & \left(n = 0\right) \\ b\left(b^{n-1}\left(k\right)\right) & \left(n \ge 1\right) \end{cases} \tag{A7}$$

関数 $b\left(k_j\right)$ は，閾値戦略 $s\left[k_j\right]_j$ を採用するプレイヤー j に対してプレイヤー i が採用する最適反応戦略の閾値である．よって数列 $b^n\left(k\right)$ はある閾値を暫定値として，その閾値による閾値戦略に対する最適反応戦略としての閾値戦略を求め，その閾値によって暫定値を更新するようなアルゴリズムを表している．これは，プレイヤー同士が互いに戦略を読み合う行為に対応する．

$k > 2$ の場合，$\pi_i^X\left(k, k\right)$ は k について単調に増加し，$\pi_i^Y\left(k, k\right)$ は常に一定なので，

$$\pi_i^X\left(k, k\right) - \pi_i^Y\left(k, k\right) > \pi_i^X\left(2, 2\right) - \pi_i^Y\left(2, 2\right) = 0 \tag{A8}$$

となる．また，$\pi_i^X\left(\rho_i, k\right) - \pi_i^Y\left(\rho_i, k\right)$ の ρ_i に対する単調増加性から，$\pi_i^X\left(b\left(k\right), k\right) - \pi_i^Y\left(b\left(k\right), k\right) = 0$ を満足する $b\left(k\right)$ は $b\left(k\right) < k$ である．また，

$$\pi_i^X\left(2, k\right) - \pi_i^Y\left(2, k\right) < \pi_i^X\left(2, 2\right) - \pi_i^Y\left(2, 2\right) = 0 \tag{A9}$$

であることから，同様にして $2 < b\left(k\right)$ が導かれる．以上より，$2 < b\left(k\right) < k$ が成立する．

$k < 2$ の場合も同じように考えて，$k < b\left(k\right) < 2$ が導かれる．以上から，数列 $b^n\left(k\right)$ は $0 < k < 4$ に対して2に収束することがわかるので，

$$\left(\sigma_1\left(\rho_1\right), \sigma_2\left(\rho_2\right)\right) = \left(s\left[2\right]_1\left(\rho_1\right), s\left[2\right]_2\left(\rho_2\right)\right) \tag{A10}$$

がこの情報不完備ゲームの唯一の閾値となる．